

2016 年福建省龙岩市中考数学试卷

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分

1. $(-2)^3 = (\quad)$

- A. -6 B. 6 C. -8 D. 8

2. 下列四个实数中最小的是 ()

- A. $\sqrt{3}$ B. 2 C. $\sqrt{2}$ D. 1.4

3. 与 $-\sqrt{5}$ 是同类二次根式的是 ()

- A. $\sqrt{10}$ B. $\sqrt{15}$ C. $\sqrt{20}$ D. $\sqrt{25}$

4. 下列命题是假命题的是 ()

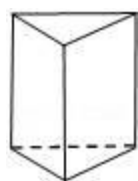
A. 若 $|a|=|b|$, 则 $a=b$

B. 两直线平行, 同位角相等

C. 对顶角相等

D. 若 $b^2 - 4ac > 0$, 则方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 有两个不等的实数根

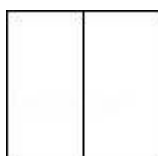
5. 如图所示正三棱柱的主视图是 ()



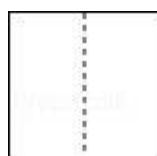
A.



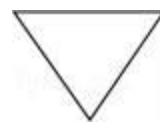
B.



C.



D.



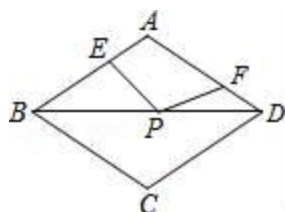
6. 在 2016 年龙岩市初中体育中考中, 随意抽取某校 5 位同学一分钟跳绳的次数分别为: 158, 160, 154, 158, 170, 则由这组数据得到的结论错误的是 ()

- A. 平均数为 160 B. 中位数为 158 C. 众数为 158 D. 方差为 20.3

7. 反比例函数 $y = -\frac{3}{x}$ 的图象上有 $P_1(x_1, -2)$, $P_2(x_2, -3)$ 两点, 则 x_1 与 x_2 的大小关系是 ()

- A. $x_1 > x_2$ B. $x_1 = x_2$ C. $x_1 < x_2$ D. 不确定

8. 如图, 在周长为 12 的菱形 ABCD 中, $AE=1$, $AF=2$, 若 P 为对角线 BD 上一动点, 则 $EP+FP$ 的最小值为 ()

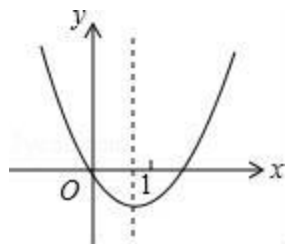


A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

9. 在一个密闭不透明的袋子里有若干个白球. 为估计白球个数, 小何向其中投入 8 个黑球, 搅拌均匀后随机摸出一个球, 记下颜色, 再把它放入袋中, 不断重复摸球 400 次, 其中 88 次摸到黑球, 则估计袋中大约有白球 ()

A. 18 个 B. 28 个 C. 36 个 D. 42 个

10. 已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示, 则 $|a-b+c|+|2a+b| = ()$



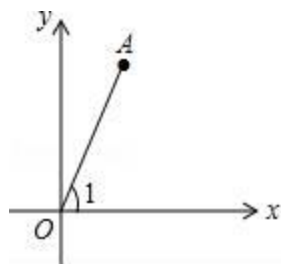
A. $a+b$ B. $a-2b$ C. $a-b$ D. $3a$

二、填空题: 本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分

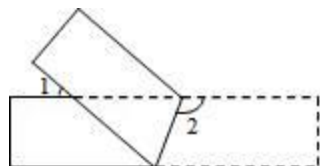
11. 因式分解: $a^2 - 6a + 9 =$ _____.

12. 截止 2016 年 4 月 28 日, 电影《美人鱼》的累计票房达到大约 3390000000 元, 数据 3390000000 用科学记数法表示为 _____.

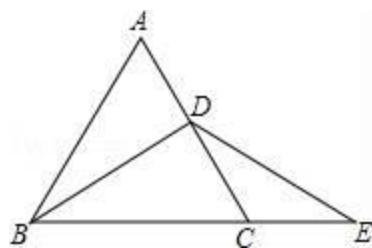
13. 如图, 若点 A 的坐标为 $(1, \sqrt{3})$, 则 $\sin \angle 1 =$ _____.



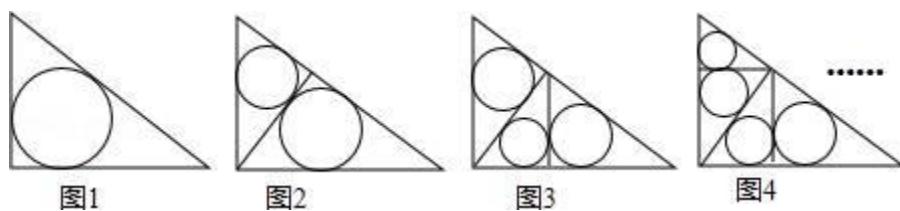
14. 将一矩形纸条按如图所示折叠, 若 $\angle 1 = 40^\circ$, 则 $\angle 2 =$ _____ $^\circ$.



15. 如图, $\triangle ABC$ 是等边三角形, BD 平分 $\angle ABC$, 点 E 在 BC 的延长线上, 且 $CE=1$, $\angle E=30^\circ$, 则 $BC =$ _____.



16. 如图 1~4, 在直角边分别为 3 和 4 的直角三角形中, 每多作一条斜边上的高就增加一个三角形的内切圆, 依此类推, 图 10 中有 10 个直角三角形的内切圆, 它们的面积分别记为 $S_1, S_2, S_3, \dots, S_{10}$, 则 $S_1+S_2+S_3+\dots+S_{10}=\underline{\hspace{2cm}}$.



三. 解答题 (本大题共 9 小题, 共 92 题)

17. 计算: $\sqrt{12}+|\sqrt{3}-3|-2\sin 60^{\circ}-(\sqrt{3})^2+2016^0$.

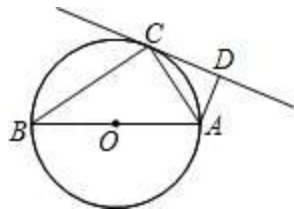
18. 先化简再求值: $(x+1-\frac{3}{x-1})\cdot\frac{x-1}{x-2}$, 其中 $x=2+\sqrt{2}$.

19. 解不等式组:
$$\begin{cases} 3x+3 \geq 2x+7, \dots \textcircled{1} \\ \frac{2x+4}{3} < 3-x, \dots \textcircled{2} \end{cases}$$
 并把解集在数轴上表示出来.

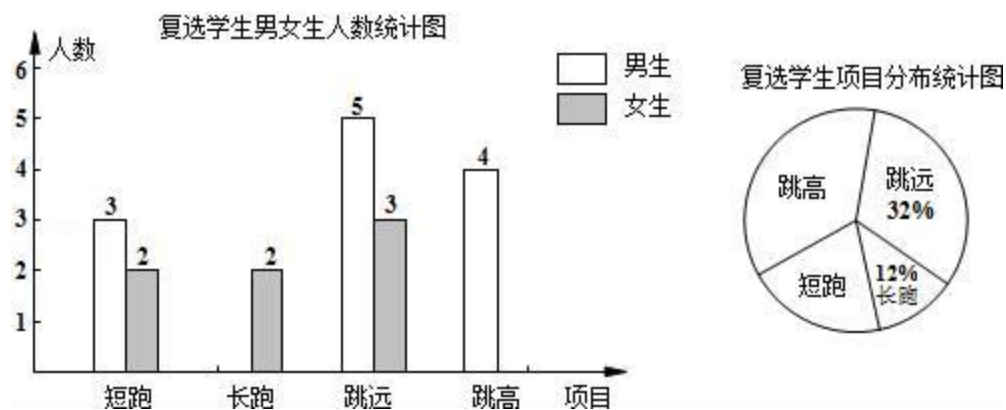
20. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, C 是 $\odot O$ 上一点, $\angle ACD = \angle B$, $AD \perp CD$.

(1) 求证: CD 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $AD=1$, $OA=2$, 求 AC 的值.



21. 某中学需在短跑、长跑、跳远、跳高四类体育项目中各选拔一名同学参加市中学生运动会. 根据平时成绩, 把各项目进入复选的学生情况绘制成如下不完整的统计图:

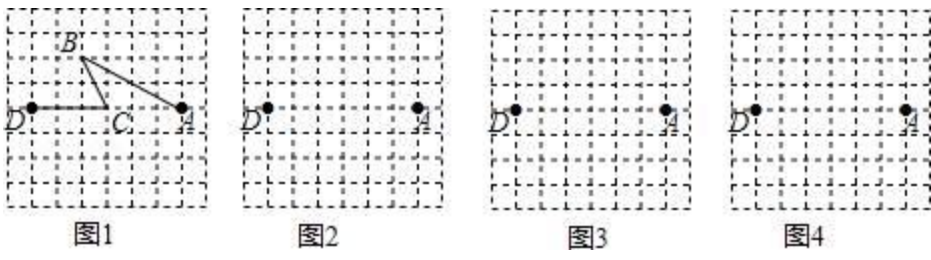


(1) 参加复选的学生总人数为_____人, 扇形统计图中短跑项目所对应圆心角的度数为_____°;

(2) 补全条形统计图, 并标明数据;

(3) 求在跳高项目中男生被选中的概率.

22. 图 1 是某公交公司 1 路车从起点站 A 站途经 B 站和 C 站，最终到达终点站 D 站的格点站路线图. (8×8 的格点图是由边长为 1 的小正方形组成)



- (1) 求 1 路车从 A 站到 D 站所走的路程 (精确到 0.1);
- (2) 在图 2、图 3 和图 4 的网格中各画出一一种从 A 站到 D 站的路线图. (要求: ①与图 1 路线不同、路程相同; ②途中必须经过两个格点站; ③所画路线图不重复)

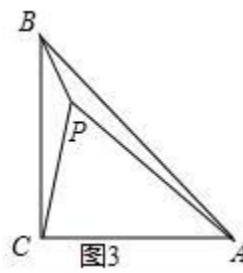
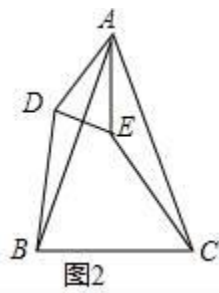
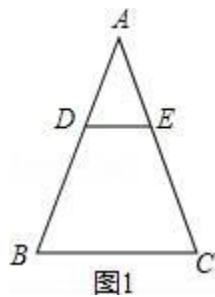
23. 某网店尝试用单价随天数而变化的销售模式销售一种商品，利用 30 天的时间销售一种成本为 10 元/件的商品售后，经过统计得到此商品单价在第 x 天 (x 为正整数) 销售的相关信息，如表所示:

销售量 n (件)	$n=50-x$
销售单价 m (元/件)	当 $1\leq x\leq 20$ 时, $m=20+\frac{1}{2}x$
	当 $21\leq x\leq 30$ 时, $m=10+\frac{420}{x}$

- (1) 请计算第几天该商品单价为 25 元/件?
- (2) 求网店销售该商品 30 天里所获利润 y (元) 关于 x (天) 的函数关系式;
- (3) 这 30 天中第几天获得的利润最大? 最大利润是多少?

24. 已知 $\triangle ABC$ 是等腰三角形, $AB=AC$.

- (1) 特殊情形: 如图 1, 当 $DE \parallel BC$ 时, 有 DB _____ EC . (填“ $>$ ”, “ $<$ ”或“ $=$ ”)
- (2) 发现探究: 若将图 1 中的 $\triangle ADE$ 绕点 A 顺时针旋转 α ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$) 到图 2 位置, 则 (1) 中的结论还成立吗? 若成立, 请给予证明; 若不成立, 请说明理由.
- (3) 拓展运用: 如图 3, P 是等腰直角三角形 ABC 内一点, $\angle ACB=90^\circ$, 且 $PB=1$, $PC=2$, $PA=3$, 求 $\angle BPC$ 的度数.

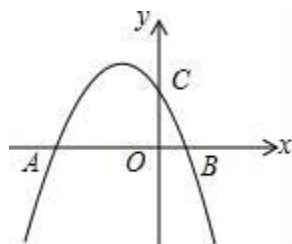


25. 已知抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 与 y 轴交于点 C ，与 x 轴的两个交点分别为 $A(-4, 0)$ ， $B(1, 0)$ 。

(1) 求抛物线的解析式；

(2) 已知点 P 在抛物线上，连接 PC ， PB ，若 $\triangle PBC$ 是以 BC 为直角边的直角三角形，求点 P 的坐标；

(4) 已知点 E 在 x 轴上，点 F 在抛物线上，是否存在以 A ， C ， E ， F 为顶点的四边形是平行四边形？若存在，请直接写出点 E 的坐标；若不存在，请说明理由。



2016 年福建省龙岩市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分

1. $(-2)^3 =$ ()

A. -6 B. 6 C. -8 D. 8

【考点】有理数的乘方.

【分析】原式利用乘方的意义计算即可得到结果.

【解答】解：原式 $= -8$,

故选 C

2. 下列四个实数中最小的是 ()

A. $\sqrt{3}$ B. 2 C. $\sqrt{2}$ D. 1.4

【考点】实数大小比较.

【分析】正实数都大于 0，负实数都小于 0，正实数大于一切负实数，两个负实数绝对值大的反而小，据此判断即可.

【解答】解：根据实数比较大小的方法，可得

$$1.4 < \sqrt{2} < \sqrt{3} < 2,$$

$\therefore$ 四个实数中最小的是 1.4.

故选：D.

3. 与 $-\sqrt{5}$ 是同类二次根式的是 ()

A. $\sqrt{10}$ B. $\sqrt{15}$ C. $\sqrt{20}$ D. $\sqrt{25}$

【考点】同类二次根式.

【分析】根据化成最简二次根式后，被开方数相同的二次根式叫做同类二次根式.

【解答】解：A、 $\sqrt{10}$ 与 $-\sqrt{5}$ 的被开方数不同，故 A 错误；

B、 $\sqrt{15}$ 与 $-\sqrt{5}$ 的被开方数不同，故 B 错误；

C、 $\sqrt{20}=2\sqrt{5}$ 与 $-\sqrt{5}$ 的被开方数相同，故 C 正确；

D、 $\sqrt{25}=5$ 与 $-\sqrt{5}$ 的被开方数不同，故 D 错误；

故选：C

4. 下列命题是假命题的是 ()

A. 若 $|a|=|b|$ ，则 $a=b$

B. 两直线平行，同位角相等

C. 对顶角相等

D. 若 $b^2 - 4ac > 0$ ，则方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 有两个不等的实数根

【考点】命题与定理.

【分析】分析是否为真命题，需要分别分析各题设是否能推出结论，从而利用排除法得出答案.

【解答】解：A、若 $|a|=|b|$ ，则 $a - b = 0$ 或 $a + b = 0$ ，故 A 错误；

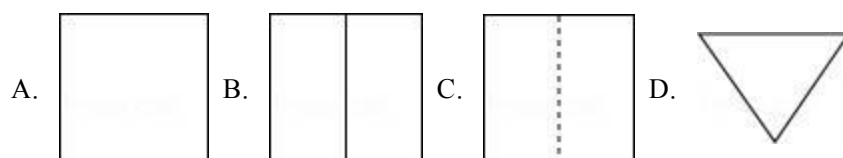
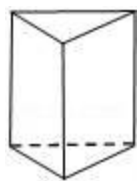
B、两直线平行，同位角相等，故 B 正确；

C、对顶角相等，故 C 正确；

D、若 $b^2 - 4ac > 0$ ，则方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 有两个不等的实数根，故 D 正确；

故选：A.

5. 如图所示正三棱柱的主视图是 ()



【考点】简单几何体的三视图.

【分析】找到从正面看所得到的图形即可.

【解答】解：如图所示正三棱柱的主视图是平行排列的两个矩形，故选 B.

6. 在 2016 年龙岩市初中体育中考中, 随意抽取某校 5 位同学一分钟跳绳的次数分别为: 158, 160, 154, 158, 170, 则由这组数据得到的结论错误的是 ()

A. 平均数为 160 B. 中位数为 158 C. 众数为 158 D. 方差为 20.3

【考点】方差; 算术平均数; 中位数; 众数.

【分析】分别利用平均数、中位数、众数及方差的定义求解后即可判断正误.

【解答】解：A、平均数为 $\div 5 = 160$, 正确, 故本选项不符合题意;

B、按照从小到大的顺序排列为 154, 158, 158, 160, 170, 位于中间位置的数为 158, 故中位数为 158, 正确, 故本选项不符合题意;

C、数据 158 出现了 2 次, 次数最多, 故众数为 158, 正确, 故本选项不符合题意;

D、这组数据的方差是 $S^2 = \frac{1}{5} [2 + 2 \times 2^2 + 2^2] = 28.8$, 错误, 故本选项符合题意.

故选 D.

7. 反比例函数 $y = -\frac{3}{x}$ 的图象上有 $P_1(x_1, -2)$, $P_2(x_2, -3)$ 两点, 则 x_1 与 x_2 的大小关系是 ()

A. $x_1 > x_2$ B. $x_1 = x_2$ C. $x_1 < x_2$ D. 不确定

【考点】反比例函数图象上点的坐标特征.

【分析】直接利用反比例函数的增减性进而分析得出答案.

【解答】解：∵ 反比例函数 $y = -\frac{3}{x}$ 的图象上有 $P_1(x_1, -2)$, $P_2(x_2, -3)$ 两点,

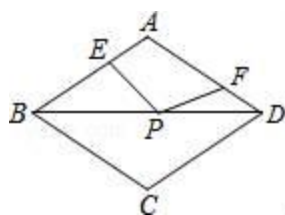
∴ 每个分支上 y 随 x 的增大而增大,

∵ $-2 > -3$,

∴ $x_1 > x_2$,

故选：A.

8. 如图, 在周长为 12 的菱形 ABCD 中, $AE=1$, $AF=2$, 若 P 为对角线 BD 上一动点, 则 EP+FP 的最小值为 ()



A. 1B. 2C. 3D. 4

【考点】菱形的性质；轴对称-最短路线问题.

【分析】作F点关于BD的对称点F'，则PF=PF'，由两点之间线段最短可知当E、P、F'在一条直线上时，EP+FP有最小值，然后求得EF'的长度即可.

【解答】解：作F点关于BD的对称点F'，则PF=PF'，连接EF'交BD于点P.

$\therefore EP+FP=EP+F'P$.

由两点之间线段最短可知：当E、P、F'在一条直线上时，EP+FP的值最小，此时EP+FP=EP+F'P=EF'.

$\because$ 四边形ABCD为菱形，周长为12，

$\therefore AB=BC=CD=DA=3$ ， $AB \parallel CD$ ，

$\because AF=2$ ， $AE=1$ ，

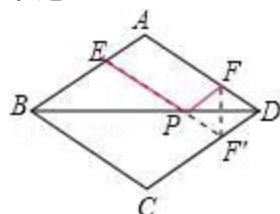
$\therefore DF=AE=1$ ，

$\therefore$ 四边形AEF'D是平行四边形，

$\therefore EF'=AD=3$.

$\therefore EP+FP$ 的最小值为3.

故选：C.



9. 在一个密闭不透明的袋子里有若干个白球. 为估计白球个数，小何向其中投入8个黑球，搅拌均匀后随机摸出一个球，记下颜色，再把它放入袋中，不断重复摸球400次，其中88次摸到黑球，则估计袋中大约有白球（ ）

A. 18个 B. 28个 C. 36个 D. 42个

【考点】用样本估计总体.

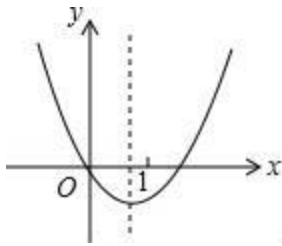
【分析】根据摸到黑球的概率和黑球的个数，可以求出袋中放入黑球后总的个数，然后再减去黑球个数，即可得到白球的个数.

【解答】解：由题意可得，

白球的个数大约为： $8 \div \frac{88}{400} - 8 \approx 28$ ，

故选 B.

10. 已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示，则 $|a-b+c|+|2a+b| = (\quad)$



A. $a+b$ B. $a-2b$ C. $a-b$ D. $3a$

【考点】二次函数图象与系数的关系.

【分析】观察函数图象找出“ $a > 0$, $c = 0$, $-2a < b < 0$ ”, 由此即可得出 $|a - b + c| = a - b$, $|2a + b| = 2a + b$, 根据整式的加减法运算即可得出结论.

【解答】解: 观察函数图象, 发现:

图象过原点, $c = 0$;

抛物线开口向上, $a > 0$;

抛物线的对称轴 $0 < -\frac{b}{2a} < 1$, $-2a < b < 0$.

$\therefore |a - b + c| = a - b$, $|2a + b| = 2a + b$,

$\therefore |a - b + c| + |2a + b| = a - b + 2a + b = 3a$.

故选 D.

二、填空题: 本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分

11. 因式分解: $a^2 - 6a + 9 = \underline{(a-3)^2}$.

【考点】因式分解-运用公式法.

【分析】本题是一个二次三项式, 且 a^2 和 9 分别是 a 和 3 的平方, $6a$ 是它们二者积的两倍, 符合完全平方公式的结构特点, 因此可用完全平方公式进行因式分解.

【解答】解: $a^2 - 6a + 9 = (a - 3)^2$.

12. 截止 2016 年 4 月 28 日, 电影《美人鱼》的累计票房达到大约 3390000000 元, 数据 3390000000 用科学记数法表示为 $\underline{3.39 \times 10^9}$.

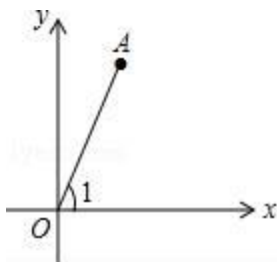
【考点】科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

【解答】解: $3390000000 = 3.39 \times 10^9$,

故答案为: 3.39×10^9

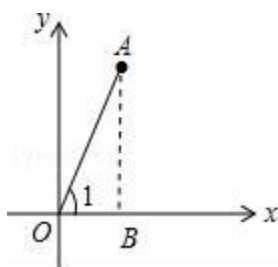
13. 如图, 若点 A 的坐标为 $(1, \sqrt{3})$, 则 $\sin \angle 1 = \underline{\frac{\sqrt{3}}{2}}$.



【考点】锐角三角函数的定义; 坐标与图形性质.

【分析】根据勾股定理，可得 OA 的长，根据正弦是对边比斜边，可得答案.

【解答】解：如图，



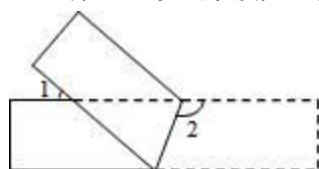
由勾股定理，得

$$OA = \sqrt{OB^2 + AB^2} = 2.$$

$$\sin \angle 1 = \frac{AB}{OA} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

故答案为： $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

14. 将一矩形纸条按如图所示折叠，若 $\angle 1 = 40^\circ$ ，则 $\angle 2 = \underline{110}^\circ$.



【考点】平行线的性质.

【分析】根据平行线的性质得到 $\angle 3 = \angle 1 = 40^\circ$ ， $\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$ ，由折叠的性质得到 $\angle 4 = \angle 5$ ，即可得到结论.

【解答】解： $\because AB \parallel CD$,

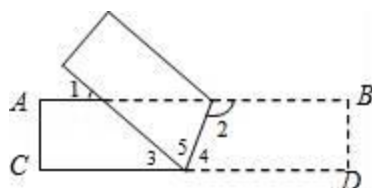
$$\therefore \angle 3 = \angle 1 = 40^\circ, \quad \angle 2 + \angle 4 = 180^\circ,$$

$$\because \angle 4 = \angle 5,$$

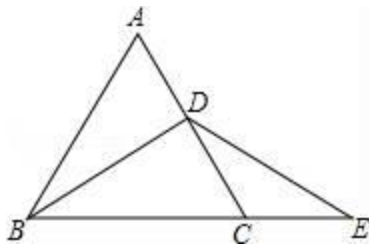
$$\therefore \angle 4 = \angle 5 = \frac{1}{2} = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 110^\circ,$$

故答案为： 110° .



15. 如图， $\triangle ABC$ 是等边三角形， BD 平分 $\angle ABC$ ，点 E 在 BC 的延长线上，且 $CE = 1$ ， $\angle E = 30^\circ$ ，则 $BC = \underline{2}$.



【考点】等边三角形的性质.

【分析】先证明 $BC=2CD$ ，证明 $\triangle CDE$ 是等腰三角形即可解决问题.

【解答】解： $\because \triangle ABC$ 是等边三角形，

$\therefore \angle ABC = \angle ACB = 60^\circ$ ， $BA = BC$ ，

$\because BD$ 平分 $\angle ABC$ ，

$\therefore \angle DBC = \angle E = 30^\circ$ ， $BD \perp AC$ ，

$\therefore \angle BDC = 90^\circ$ ，

$\therefore BC = 2DC$ ，

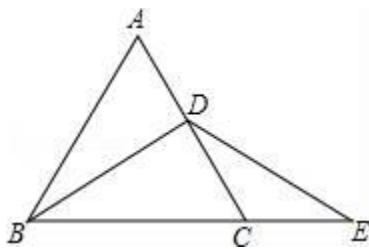
$\because \angle ACB = \angle E + \angle CDE$ ，

$\therefore \angle CDE = \angle E = 30^\circ$ ，

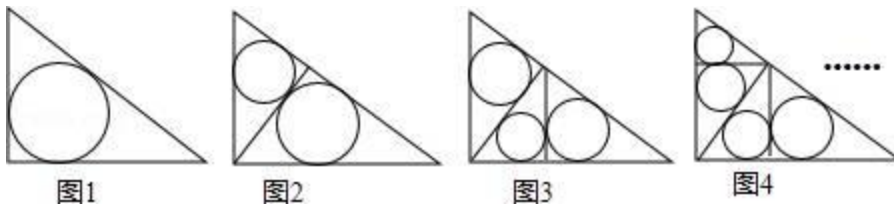
$\therefore CD = CE = 1$ ，

$\therefore BC = 2CD = 2$ ，

故答案为 2



16. 如图 1~4，在直角边分别为 3 和 4 的直角三角形中，每多作一条斜边上的高就增加一个三角形的内切圆，依此类推，图 10 中有 10 个直角三角形的内切圆，它们的面积分别记为 $S_1, S_2, S_3, \dots, S_{10}$ ，则 $S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{10} = \pi$ 。



【考点】三角形的内切圆与内心；规律型：图形的变化类.

【分析】(1) 图 1，作辅助线构建正方形 $OECF$ ，设圆 O 的半径为 r ，根据切线长定理表示出 AD 和 BD 的长，利用 $AD + BD = 5$ 列方程求出半径 $r = \frac{a+b-c}{2}$ (a, b 是直角边， c 为斜边)，运用圆面积公式 $=\pi r^2$ 求出面积 $=\pi$ ；

(2) 图 2，先求斜边上的高 CD 的长，再由勾股定理求出 AD 和 BD ，利用半径 $r = \frac{a+b-c}{2}$ (a, b 是直角边， c 为斜边) 求两个圆的半径，从而求出两圆的面积和 $=\pi$ ；

(3) 图 3, 继续求高 DM 和 CM、BM, 利用半径 $r = \frac{a+b-c}{2}$ (a、b 是直角边, c 为斜边)

求三个圆的半径, 从而求出三个圆的面积和 $= \pi$;

综上所述: 发现 $S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{10} = \pi$.

【解答】解: (1) 图 1, 过点 O 做 $OE \perp AC$, $OF \perp BC$, 垂足为 E、F, 则 $\angle OEC = \angle OFC = 90^\circ$

$\because \angle C = 90^\circ$

$\therefore$ 四边形 OECF 为矩形

$\because OE = OF$

$\therefore$ 矩形 OECF 为正方形

设圆 O 的半径为 r, 则 $OE = OF = r$, $AD = AE = 3 - r$, $BD = 4 - r$

$$\therefore 3 - r + 4 + r = 5, \quad r = \frac{3+4-5}{2} = 1$$

$$\therefore S_1 = \pi \times 1^2 = \pi$$

$$(2) \text{ 图 2, 由 } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = \frac{1}{2} \times 5 \times CD$$

$$\therefore CD = \frac{12}{5}$$

$$\text{由勾股定理得: } AD = \sqrt{3^2 - \left(\frac{12}{5}\right)^2} = \frac{9}{5}, \quad BD = 5 - \frac{9}{5} = \frac{16}{5}$$

$$\text{由 (1) 得: } \odot O \text{ 的半径} = \frac{\frac{9}{5} + \frac{12}{5} - 3}{2} = \frac{3}{5}, \quad \odot E \text{ 的半径} = \frac{\frac{12}{5} + \frac{16}{5} - 4}{2} = \frac{4}{5}$$

$$\therefore S_1 + S_2 = \pi \times \left(\frac{3}{5}\right)^2 + \pi \times \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \pi$$

$$(3) \text{ 图 3, 由 } S_{\triangle CDB} = \frac{1}{2} \times \frac{12}{5} \times \frac{16}{5} = \frac{1}{2} \times 4 \times MD$$

$$\therefore MD = \frac{48}{25}$$

$$\text{由勾股定理得: } CM = \sqrt{\left(\frac{12}{5}\right)^2 - \left(\frac{48}{25}\right)^2} = \frac{36}{25}, \quad MB = 4 - \frac{36}{25} = \frac{64}{25}$$

$$\text{由 (1) 得: } \odot O \text{ 的半径} = \frac{3}{5}, \quad \odot E \text{ 的半径} = \frac{\frac{48}{25} + \frac{36}{25} - \frac{12}{5}}{2} = \frac{12}{25}, \quad \odot F \text{ 的半径}$$

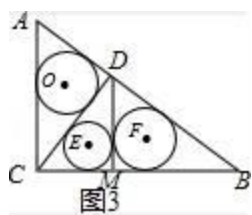
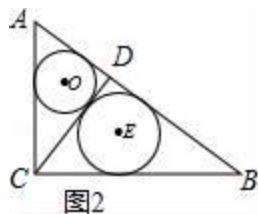
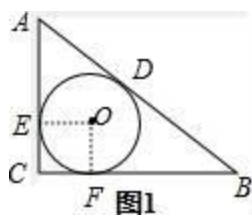
$$= \frac{\frac{48}{25} + \frac{64}{25} - \frac{16}{5}}{2} = \frac{16}{25}$$

$$\therefore S_1 + S_2 + S_3 = \pi \times \left(\frac{3}{5}\right)^2 + \pi \times \left(\frac{12}{25}\right)^2 + \pi \times \left(\frac{16}{25}\right)^2 = \pi$$

$\therefore$ 图 4 中的 $S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = \pi$

则 $S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{10} = \pi$

故答案为: π .



三. 解答题 (本大题共 9 小题, 共 92 题)

17. 计算: $\sqrt{12} + |\sqrt{3} - 3| - 2\sin 60^\circ - (\sqrt{3})^2 + 2016^0$.

【考点】 实数的运算; 零指数幂; 特殊角的三角函数值.

【分析】 原式利用二次根式性质, 绝对值的代数意义, 零指数幂法则, 以及平方根定义计算即可得到结果.

【解答】 解: 原式 $= 2\sqrt{3} + 3 - \sqrt{3} - \sqrt{3} - 3 + 1 = 1$.

18. 先化简再求值: $(x+1 - \frac{3}{x-1}) \cdot \frac{x-1}{x-2}$, 其中 $x=2+\sqrt{2}$.

【考点】 分式的化简求值.

【分析】 直接将括号里面进行通分运算, 进而利用分式乘法运算法则求出答案.

【解答】 解: 原式 $= \frac{x^2 - 1 - 3}{x-1} \cdot \frac{x-1}{x-2}$
 $= \frac{(x+2)(x-2)}{x-1} \cdot \frac{x-1}{x-2}$
 $= x+2$,
 当 $x=2+\sqrt{2}$ 时,
 原式 $= 2+\sqrt{2}+2=4+\sqrt{2}$.

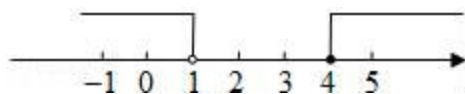
19. 解不等式组: $\begin{cases} 3x+3 \geq 2x+7, \dots \textcircled{1} \\ \frac{2x+4}{3} < 3-x, \dots \textcircled{2} \end{cases}$, 并把解集在数轴上表示出来.

【考点】 解一元一次不等式; 在数轴上表示不等式的解集.

【分析】 首先解每个不等式, 两个不等式的解集的公共部分就是不等式的解集.

【解答】 解: 由 $\textcircled{1}$ 得 $x \geq 4$,

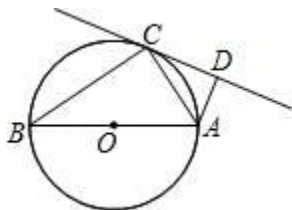
由②得 $x < 1$,
 $\therefore$ 原不等式组无解,



20. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, C 是 $\odot O$ 上一点, $\angle ACD = \angle B$, $AD \perp CD$.

(1) 求证: CD 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $AD=1$, $OA=2$, 求 AC 的值.



【考点】切线的判定.

【分析】(1) 连接 OC , 由圆周角定理得出 $\angle ACB = 90^\circ$, 由等腰三角形的性质得出 $\angle B = \angle BCO$, 证出 $\angle OCD = \angle OCA + \angle BCO = \angle ACB = 90^\circ$, 即可得出结论;

(2) 证明 $\triangle ACB \sim \triangle ADC$, 得出 $AC^2 = AD \cdot AB$, 即可得出结果.

【解答】(1) 证明: 连接 OC , 如图所示:

$\because AB$ 是 $\odot O$ 直径,

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$,

$\because OB = OC$,

$\therefore \angle B = \angle BCO$,

又 $\because \angle ACD = \angle B$,

$\therefore \angle OCD = \angle OCA + \angle ACD = \angle OCA + \angle BCO = \angle ACB = 90^\circ$,

即 $OC \perp CD$,

$\therefore CD$ 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 解: $\because AD \perp CD$,

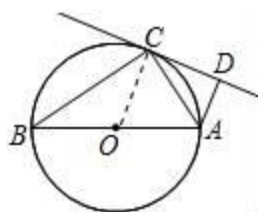
$\therefore \angle ADC = \angle ACB = 90^\circ$,

又 $\because \angle ACD = \angle B$,

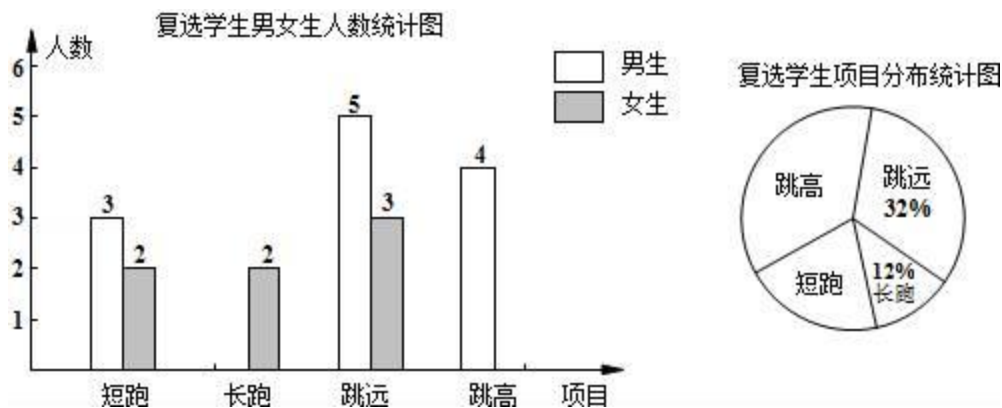
$\therefore \triangle ACB \sim \triangle ADC$,

$\therefore AC^2 = AD \cdot AB = 1 \times 4 = 4$,

$\therefore AC = 2$.



21. 某中学需在短跑、长跑、跳远、跳高四类体育项目中各选拔一名同学参加市中学生运动会. 根据平时成绩, 把各项目进入复选的学生情况绘制成如下不完整的统计图:



(1) 参加复选的学生总人数为 25 人, 扇形统计图中短跑项目所对应圆心角的度数为 72°;

(2) 补全条形统计图, 并标明数据;

(3) 求在跳高项目中男生被选中的概率.

【考点】 概率公式; 扇形统计图; 条形统计图.

【分析】 (1) 利用条形统计图以及扇形统计图得出跳远项目的人数和所占比例, 即可得出参加复选的学生总人数; 用短跑项目的人数除以总人数得到短跑项目所占百分比, 再乘以 360° 即可求出短跑项目所对应圆心角的度数;

(2) 先求出长跑项目的人数, 减去女生人数, 得出长跑项目的男生人数, 根据总人数为 25 求出跳高项目的女生人数, 进而补全条形统计图;

(3) 用跳高项目中的男生人数除以跳高总人数即可.

【解答】 解: (1) 由扇形统计图和条形统计图可得:

参加复选的学生总人数为: $(5+3) \div 32\% = 25$ (人);

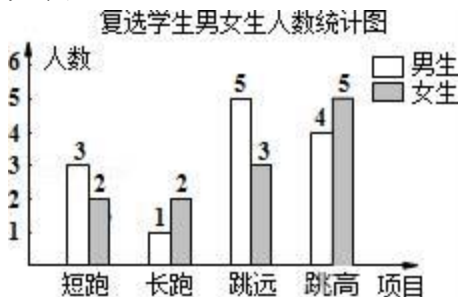
扇形统计图中短跑项目所对应圆心角的度数为: $\frac{3+2}{25} \times 360^\circ = 72^\circ$.

故答案为: 25, 72;

(2) 长跑项目的男生人数为: $25 \times 12\% - 2 = 1$,

跳高项目的女生人数为: $25 - 3 - 2 - 1 - 2 - 5 - 3 - 4 = 5$.

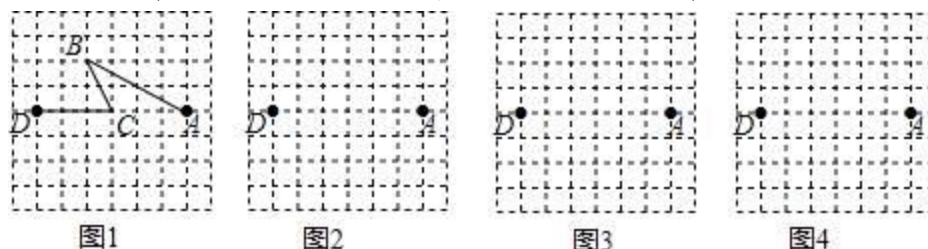
如下图:



(3) $\because$ 复选中的跳高总人数为 9 人,
跳高项目中的男生共有 4 人,

$\therefore$ 跳高项目中男生被选中的概率 $= \frac{4}{9}$.

22. 图 1 是某公交公司 1 路车从起点站 A 站途经 B 站和 C 站，最终到达终点站 D 站的格点站路线图. (8×8 的格点图是由边长为 1 的小正方形组成)



- (1) 求 1 路车从 A 站到 D 站所走的路程 (精确到 0.1);
- (2) 在图 2、图 3 和图 4 的网格中各画出一一种从 A 站到 D 站的路线图. (要求: ①与图 1 路线不同、路程相同; ②途中必须经过两个格点站; ③所画路线图不重复)

【考点】 作图—应用与设计作图; 勾股定理的应用.

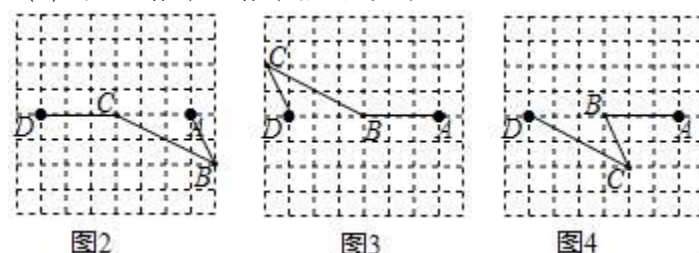
【分析】 (1) 先根据网格求得 AB、BC、CD 三条线段的长, 再相加求得所走的路程的近似值;

(2) 根据轴对称、平移或中心对称等图形的变换进行作图即可.

【解答】 解: (1) 根据图 1 可得: $AB = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$, $BC = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$, $CD = 3$

$\therefore$ A 站到 B 站的路程 $= AB + BC + CD = 2\sqrt{5} + \sqrt{5} + 3 = 3 + 3\sqrt{5} \approx 9.7$;

(2) 从 A 站到 D 站的路线图如下:



23. 某网店尝试用单价随天数而变化的销售模式销售一种商品, 利用 30 天的时间销售一种成本为 10 元/件的商品售后, 经过统计得到此商品单价在第 x 天 (x 为正整数) 销售的相关信息, 如表所示:

销售量 n (件)	$n = 50 - x$
销售单价 m (元/件)	当 $1 \leq x \leq 20$ 时, $m = 20 + \frac{1}{2}x$
	当 $21 \leq x \leq 30$ 时, $m = 10 + \frac{420}{x}$

- (1) 请计算第几天该商品单价为 25 元/件?
- (2) 求网店销售该商品 30 天里所获利润 y (元) 关于 x (天) 的函数关系式;
- (3) 这 30 天中第几天获得的利润最大? 最大利润是多少?

【考点】 二次函数的应用.

【分析】 (1) 分两种情形分别代入解方程即可.

(2) 分两种情形写出所获利润 y (元) 关于 x (天) 的函数关系式即可.

(3) 分两种情形根据函数的性质解决问题即可.

【解答】 解: (1) 分两种情况

①当 $1 \leq x \leq 20$ 时, 将 $m=25$ 代入 $m=20+\frac{1}{2}x$, 解得 $x=10$

②当 $21 \leq x \leq 30$ 时, $25=10+\frac{420}{x}$, 解得 $x=28$

经检验 $x=28$ 是方程的解

$\therefore x=28$

答: 第 10 天或第 28 天时该商品为 25 元/件.

(2) 分两种情况

①当 $1 \leq x \leq 20$ 时, $y = (m - 10) n = (20 + \frac{1}{2}x - 10) (50 - x) = -\frac{1}{2}x^2 + 15x + 500$,

②当 $21 \leq x \leq 30$ 时, $y = (10 + \frac{420}{x} - 10) (50 - x) = \frac{21000}{x} - 420$

综上所述: $y = \begin{cases} -\frac{1}{2}x^2 + 15x + 500 & (1 \leq x \leq 20) \\ \frac{21000}{x} - 420 & (21 \leq x \leq 30) \end{cases}$

(3) ①当 $1 \leq x \leq 20$ 时

由 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 15x + 500 = -\frac{1}{2}(x - 15)^2 + \frac{775}{2}$,

$\because a = -\frac{1}{2} < 0$,

$\therefore$ 当 $x=15$ 时, y 最大值 $= \frac{1125}{2}$,

②当 $21 \leq x \leq 30$ 时

由 $y = \frac{21000}{x} - 420$, 可知 y 随 x 的增大而减小

$\therefore$ 当 $x=21$ 时, y 最大值 $= \frac{21000}{21} - 420 = 580$ 元

$\therefore 580 < \frac{1125}{2}$

$\therefore$ 第 15 天时获得利润最大, 最大利润为 612.5 元.

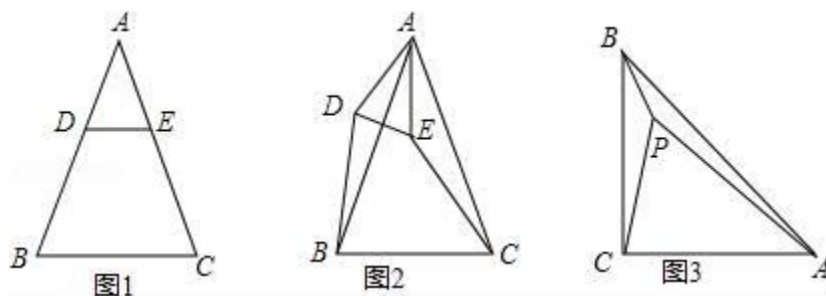
24. 已知 $\triangle ABC$ 是等腰三角形, $AB=AC$.

(1) 特殊情形: 如图 1, 当 $DE \parallel BC$ 时, 有 $DB = EC$. (填“>”, “<”或“=”)

(2) 发现探究: 若将图 1 中的 $\triangle ADE$ 绕点 A 顺时针旋转 α ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$) 到图 2 位置, 则

(1) 中的结论还成立吗? 若成立, 请给予证明; 若不成立, 请说明理由.

(3) 拓展运用: 如图 3, P 是等腰直角三角形 ABC 内一点, $\angle ACB=90^\circ$, 且 $PB=1$, $PC=2$, $PA=3$, 求 $\angle BPC$ 的度数.



【考点】几何变换综合题.

【分析】(1) 由 $DE \parallel BC$, 得到 $\frac{DB}{AB} = \frac{EC}{AC}$, 结合 $AB=AC$, 得到 $DB=EC$;

(2) 由旋转得到的结论判断出 $\triangle DAB \cong \triangle EAC$, 得到 $DB=CE$;

(3) 由旋转构造出 $\triangle CPB \cong \triangle CEA$, 再用勾股定理计算出 PE , 然后用勾股定理逆定理判断出 $\triangle PEA$ 是直角三角形, 在简单计算即可.

【解答】解: (1) $\because DE \parallel BC$,

$$\therefore \frac{DB}{AB} = \frac{EC}{AC},$$

$$\because AB=AC,$$

$$\therefore DB=EC,$$

故答案为=,

(2) 成立.

证明: 由①易知 $AD=AE$,

$\therefore$ 由旋转性质可知 $\angle DAB = \angle EAC$,

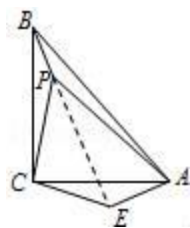
在 $\triangle DAB$ 和 $\triangle EAC$ 中

$$\begin{cases} AD=AE \\ \angle DAB = \angle EAC \\ AB=AC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle DAB \cong \triangle EAC,$$

$$\therefore DB=CE,$$

(3) 如图,



将 $\triangle CPB$ 绕点 C 旋转 90° 得 $\triangle CEA$, 连接 PE ,

$$\therefore \triangle CPB \cong \triangle CEA,$$

$$\therefore CE=CP=2, AE=BP=1, \angle PCE=90^\circ,$$

$$\therefore \angle CEP = \angle CPE = 45^\circ,$$

在 $\text{Rt}\triangle PCE$ 中, 由勾股定理可得, $PE=2\sqrt{2}$,

$$\text{在 } \triangle PEA \text{ 中, } PE^2 = (2\sqrt{2})^2 = 8, AE^2 = 1^2 = 1, PA^2 = 3^2 = 9,$$

$$\therefore PE^2 + AE^2 = AP^2,$$

$\therefore \triangle PEA$ 是直角三角形

$$\therefore \angle PEA = 90^\circ,$$

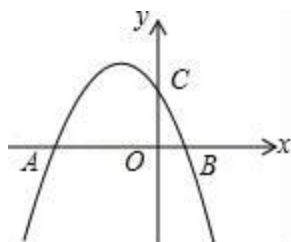
$\therefore \angle CEA = 135^\circ$,
 又 $\because \triangle CPB \cong \triangle CEA$
 $\therefore \angle BPC = \angle CEA = 135^\circ$.

25. 已知抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 与 y 轴交于点 C , 与 x 轴的两个交点分别为 $A(-4, 0)$, $B(1, 0)$.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 已知点 P 在抛物线上, 连接 PC , PB , 若 $\triangle PBC$ 是以 BC 为直角边的直角三角形, 求点 P 的坐标;

(4) 已知点 E 在 x 轴上, 点 F 在抛物线上, 是否存在以 A, C, E, F 为顶点的四边形是平行四边形? 若存在, 请直接写出点 E 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



【考点】 二次函数综合题.

【分析】 (1) 因为抛物线经过点 $A(-4, 0)$, $B(1, 0)$, 所以可以设抛物线为 $y = -\frac{1}{2}(x+4)(x-1)$, 展开即可解决问题.

(2) 先证明 $\angle ACB = 90^\circ$, 点 A 就是所求的点 P , 求出直线 AC 解析式, 再求出过点 B 平行 AC 的直线的解析式, 利用方程组即可解决问题.

(3) 分 AC 为平行四边形的边, AC 为平行四边形的对角线两种切线讨论即可解决问题.

【解答】 解: (1) 抛物线的解析式为 $y = -\frac{1}{2}(x+4)(x-1)$, 即 $y = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 2$;

(2) 存在.

当 $x=0$, $y = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 2 = 2$, 则 $C(0, 2)$,

$\therefore OC=2$,

$\because A(-4, 0)$, $B(1, 0)$,

$\therefore OA=4$, $OB=1$, $AB=5$,

当 $\angle PCB = 90^\circ$ 时,

$\because AC^2 = 4^2 + 2^2 = 20$, $BC^2 = 2^2 + 1^2 = 5$, $AB^2 = 5^2 = 25$

$\therefore AC^2 + BC^2 = AB^2$

$\therefore \triangle ACB$ 是直角三角形, $\angle ACB = 90^\circ$,

$\therefore$ 当点 P 与点 A 重合时, $\triangle PBC$ 是以 BC 为直角边的直角三角形, 此时 P 点坐标为 $(-4, 0)$;

当 $\angle PBC = 90^\circ$ 时, $PB \parallel AC$, 如图 1,

设直线 AC 的解析式为 $y = mx + n$,

把 $A(-4, 0)$, $C(0, 2)$ 代入得 $\begin{cases} -4m+n=0 \\ n=2 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} m=\frac{1}{2} \\ n=2 \end{cases}$,

∴ 直线 AC 的解析式为 $y = \frac{1}{2}x + 2$,

∵ $BP \parallel AC$,

∴ 直线 BP 的解析式为 $y = \frac{1}{2}x + p$,

把 B (1, 0) 代入得 $\frac{1}{2} + p = 0$, 解得 $p = -\frac{1}{2}$,

∴ 直线 BP 的解析式为 $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$,

$$\text{解方程组 } \begin{cases} y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} \\ y = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 2 \end{cases} \text{ 得 } \begin{cases} x=1 \\ y=0 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=-5 \\ y=-3 \end{cases}, \text{ 此时 P 点坐标为 } (-5, -3);$$

综上所述, 满足条件的 P 点坐标为 (-4, 0), $P_2 (-5, -3)$;

(3) 存在点 E, 设点 E 坐标为 (m, 0), $F (n, -\frac{1}{2}n^2 - \frac{3}{2}n + 2)$

① 当 AC 为边, $CF_1 \parallel AE_1$, 易知 $CF_1 = 3$, 此时 E_1 坐标 (-7, 0),

② 当 AC 为边时, $AC \parallel EF$, 易知点 F 纵坐标为 -2,

∴ $-\frac{1}{2}n^2 - \frac{3}{2}n + 2 = -2$, 解得 $n = \frac{-3 \pm \sqrt{41}}{2}$, 得到 $F_2 (\frac{-3 - \sqrt{41}}{2}, -2)$, $F_3 (\frac{-3 + \sqrt{41}}{2}, -2)$,

根据中点坐标公式得到: $\frac{-4+m}{2} = \frac{0 + \frac{-3 - \sqrt{41}}{2}}{2}$ 或 $\frac{-4+m}{2} = \frac{0 + \frac{-3 + \sqrt{41}}{2}}{2}$,

解得 $m = \frac{5 - \sqrt{41}}{2}$ 或 $\frac{5 + \sqrt{41}}{2}$,

此时 $E_2 (\frac{5 - \sqrt{41}}{2}, 0)$, $E_3 (\frac{5 + \sqrt{41}}{2}, 0)$,

③ 当 AC 为对角线时, $AE_4 = CF_1 = 3$, 此时 $E_4 (-1, 0)$,

综上所述满足条件的点 E 为 (-7, 0) 或 (-1, 0) 或 $(\frac{5 - \sqrt{41}}{2}, -2)$ 或 $(\frac{5 + \sqrt{41}}{2}, -2)$.

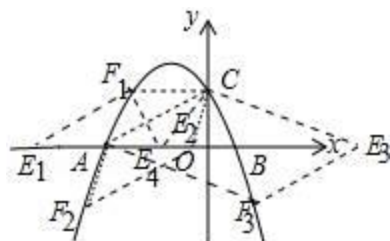
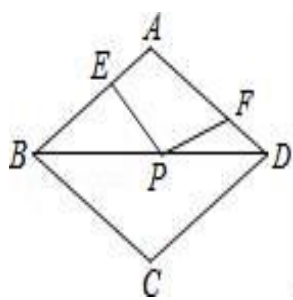


图2



2016 年 7 月 13 日