

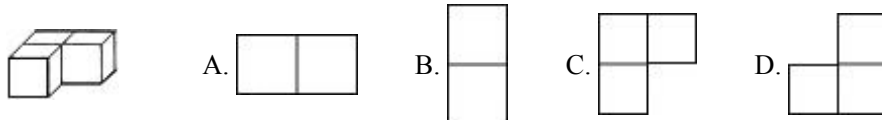
2016 年福建省福州市中考数学试卷

一、选择题

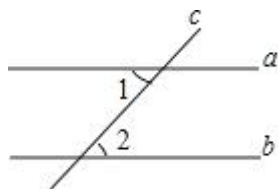
1. (2016•福州) 下列实数中的无理数是 ()

- A. 0.7 B. $\frac{1}{2}$ C. π D. -8

2. (2016•福州) 如图是 3 个相同的小正方体组合而成的几何体, 它的俯视图是 ()



3. (2016•福州) 如图, 直线 a , b 被直线 c 所截, $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 的位置关系是 ()



- A. 同位角 B. 内错角 C. 同旁内角 D. 对顶角

4. (2016•福州) 下列算式中, 结果等于 a^6 的是 ()

- A. $a^4 + a^2$ B. $a^2 + a^2 + a^2$ C. $a^2 \cdot a^3$ D. $a^2 \cdot a^2 \cdot a^2$

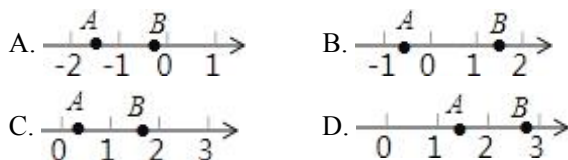
5. (2016•福州) 不等式组 $\begin{cases} x + 1 > 0 \\ x - 3 > 0 \end{cases}$ 的解集是 ()

- A. $x > -1$ B. $x > 3$ C. $-1 < x < 3$ D. $x < 3$

6. (2016•福州) 下列说法中, 正确的是 ()

- A. 不可能事件发生的概率为 0
B. 随机事件发生的概率为 $\frac{1}{2}$
C. 概率很小的事件不可能发生
D. 投掷一枚质地均匀的硬币 100 次, 正面朝上的次数一定为 50 次

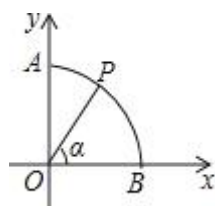
7. (2016•福州) A, B 是数轴上两点, 线段 AB 上的点表示的数中, 有互为相反数的是 ()



8. (2016•福州) 平面直角坐标系中, 已知 $\square ABCD$ 的三个顶点坐标分别是 A (m, n), B (2, -1), C (-m, -n), 则点 D 的坐标是 ()

- A. (-2, 1) B. (-2, -1) C. (-1, -2) D. (-1, 2)

9. (2016•福州) 如图, 以圆 O 为圆心, 半径为 1 的弧交坐标轴于 A, B 两点, P 是 $\widehat{AB}$ 上一点 (不与 A, B 重合), 连接 OP , 设 $\angle POB = \alpha$, 则点 P 的坐标是 ()

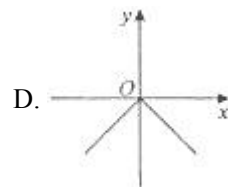
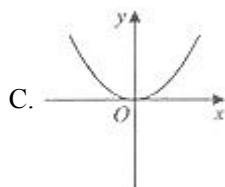
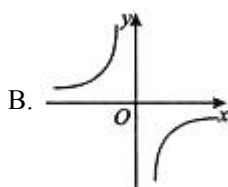
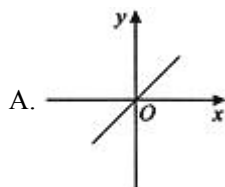


- A. $(\sin\alpha, \sin\alpha)$ B. $(\cos\alpha, \cos\alpha)$ C. $(\cos\alpha, \sin\alpha)$ D. $(\sin\alpha, \cos\alpha)$
10. (2016•福州) 下表是某校合唱团成员年龄分布

年龄/岁	13	14	15	16
频数	5	15	x	$10 - x$

对于不同的 x , 下列关于年龄的统计量不会发生改变的是 ()

- A. 平均数、中位数 B. 众数、中位数
C. 平均数、方差 D. 中位数、方差
11. (2016•福州) 已知点 $A(-1, m)$, $B(1, m)$, $C(2, m+1)$ 在同一个函数图象上, 这个函数图象可以是 ()



12. (2016•福州) 下列选项中, 能使关于 x 的一元二次方程 $ax^2 - 4x + c = 0$ 一定有实数根的是 ()

- A. $a > 0$ B. $a = 0$ C. $c > 0$ D. $c = 0$

二、填空题 (共 6 小题, 每小题 4 分, 满分 24 分)

13. (2016•福州) 分解因式: $x^2 - 4 =$ _____.

14. (2016•福州) 若二次根式 $\sqrt{x+7}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围是_____.

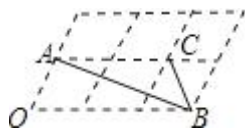
15. (2016•福州) 已知四个点的坐标分别是 $(-1, 1)$, $(2, 2)$, $(\frac{2}{3}, \frac{3}{2})$, $(-5, -\frac{1}{5})$, 从中随机选取一个点, 在反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ 图象上的概率是_____.

16. (2016•福州) 如图所示的两段弧中, 位于上方的弧半径为 $r_{\text{上}}$, 下方的弧半径为 $r_{\text{下}}$, 则 $r_{\text{上}}$ _____ $r_{\text{下}}$. (填“<”“=”“>”)



17. (2016•福州) 若 $x+y=10$, $xy=1$, 则 x^3y+xy^3 的值是_____.

18. (2016•福州) 如图, 6 个形状、大小完全相同的菱形组成网格, 菱形的顶点称为格点. 已知菱形的一个角 ($\angle O$) 为 60° , A , B , C 都在格点上, 则 $\tan \angle ABC$ 的值是_____.

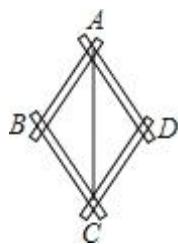


三、解答题 (共 9 小题, 满分 90 分)

19. (2016•福州) 计算: $|-1| - \sqrt[3]{8} + (-2016)^0$.

20. (2016•福州) 化简: $a - b - \frac{(a+b)^2}{a+b}$.

21. (2016•福州) 一个平分角的仪器如图所示, 其中 $AB=AD$, $BC=DC$. 求证: $\angle BAC = \angle DAC$.

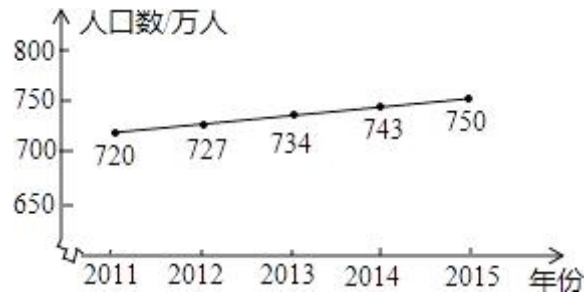


22. (2016•福州) 列方程 (组) 解应用题:

某班去看演出, 甲种票每张 24 元, 乙种票每张 18 元. 如果 35 名学生购票恰好用去 750 元, 甲乙两种票各买了多少张?

23. (2016•福州) 福州市 2011 - 2015 年常住人口数统计如图所示.

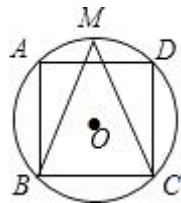
根据图中提供的信息, 回答下列问题:



- (1) 福州市常住人口数, 2015 年比 2014 年增加了_____万人;
- (2) 与上一年相比, 福州市常住人口数增加最多的年份是_____;
- (3) 预测 2016 年福州市常住人口数大约为多少万人? 请用所学的统计知识说明理由.

24. (2016•福州) 如图, 正方形 ABCD 内接于 $\odot O$, M 为 $\widehat{AD}$ 中点, 连接 BM, CM.

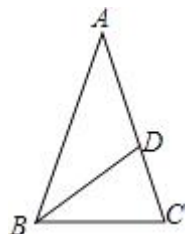
- (1) 求证: $BM=CM$;
- (2) 当 $\odot O$ 的半径为 2 时, 求 $\widehat{BM}$ 的长.



25. (2016•福州) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC=1$, $BC=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$, 在 AC 边上截取 $AD=BC$, 连接 BD .

(1) 通过计算, 判断 AD^2 与 $AC \cdot CD$ 的大小关系;

(2) 求 $\angle ABD$ 的度数.

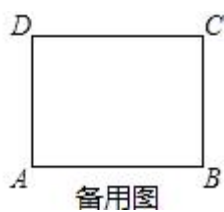
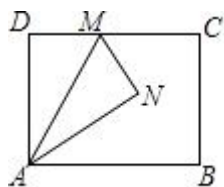


26. (2016•福州) 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB=4$, $AD=3$, M 是边 CD 上一点, 将 $\triangle ADM$ 沿直线 AM 对折, 得到 $\triangle ANM$.

(1) 当 AN 平分 $\angle MAB$ 时, 求 DM 的长;

(2) 连接 BN , 当 $DM=1$ 时, 求 $\triangle ABN$ 的面积;

(3) 当射线 BN 交线段 CD 于点 F 时, 求 DF 的最大值.



27. (2016•福州) 已知, 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 经过原点, 顶点为 A (h, k) ($h \neq 0$) .

(1) 当 $h=1, k=2$ 时, 求抛物线的解析式;

(2) 若抛物线 $y=tx^2$ ($t \neq 0$) 也经过 A 点, 求 a 与 t 之间的关系式;

(3) 当点 A 在抛物线 $y=x^2-x$ 上, 且 $-2 \leq h < 1$ 时, 求 a 的取值范围.

2016 年福建省福州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题

1. (2016•福州) 下列实数中的无理数是 ()

- A. 0.7 B. $\frac{1}{2}$ C. π D. -8

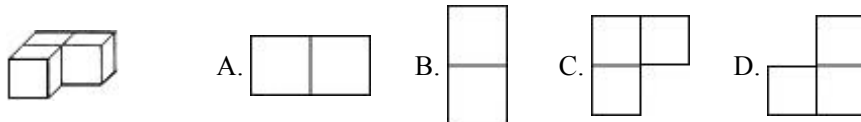
【答案】C

【考点】无理数的认识

【解答】解：∵无理数就是无限不循环小数，且 0.7 为有限小数， $\frac{1}{2}$ 为有限小数，-8 为整数，都属于有理数，
 π 为无限不循环小数，
∴ π 为无理数.
故选：C.

【分析】 无理数就是无限不循环小数，最典型就是 π ，选出答案即可. 题目考查了无理数的定义，题目整体较简单，是要熟记无理数的性质，即可解决此类问题.

2. (2016•福州) 如图是 3 个相同的小正方体组合而成的几何体，它的俯视图是 ()



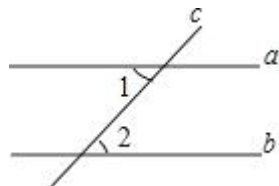
【答案】C

【考点】简单组合体的三视图

【解答】解：人站在几何体的正面，从上往下看，正方形个数从左到右依次为 2，1，
故选：C.

【分析】 根据从上边看得到的图形是俯视图，可得答案. 本题考查了三视图的知识，主视图是从物体的正面看得到的视图.

3. (2016•福州) 如图，直线 a, b 被直线 c 所截， $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 的位置关系是 ()



- A. 同位角 B. 内错角 C. 同旁内角 D. 对顶角

【答案】B

【考点】对顶角、邻补角，同位角、内错角、同旁内角

【解答】解：直线 a, b 被直线 c 所截， $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是内错角.

故选 B.

【分析】根据内错角的定义求解. 本题考查了同位角、内错角、同旁内角：三线八角中的某两个角是不是同位角、内错角或同旁内角，完全由那两个角在图形中的相对位置决定. 在复杂的图形中判别三类角时，应从角的两边入手，具有上述关系的角必有两边在同一直线上，此直线即为截线，而另外不在同一直线上的两边，它们所在的直线即为被截的线.

4. (2016•福州) 下列算式中，结果等于 a^6 的是 ()

- A. a^4+a^2 B. $a^2+a^2+a^2$ C. $a^2 \cdot a^3$ D. $a^2 \cdot a^2 \cdot a^2$

【答案】D

【考点】同底数幂的乘法

【解答】解： $\because a^4+a^2 \neq a^6$ ，

$\therefore$ 选项 A 的结果不等于 a^6 ;

$\because a^2+a^2+a^2=3a^2$ ，

$\therefore$ 选项 B 的结果不等于 a^6 ;

$\because a^2 \cdot a^3 = a^5$ ，

$\therefore$ 选项 C 的结果不等于 a^6 ;

$\because a^2 \cdot a^2 \cdot a^2 = a^6$ ，

$\therefore$ 选项 D 的结果等于 a^6 .

故选：D.

【分析】

A: $a^4+a^2 \neq a^6$ ，据此判断即可.

B: 根据合并同类项的方法，可得 $a^2+a^2+a^2=3a^2$.

C: 根据同底数幂的乘法法则，可得 $a^2 \cdot a^3 = a^5$.

D: 根据同底数幂的乘法法则，可得 $a^2 \cdot a^2 \cdot a^2 = a^6$.

(1) 此题主要考查了同底数幂的乘法法则：同底数幂相乘，底数不变，指数相加，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：①底数必须相同；②按照运算性质，只有相乘时才是底数不变，指数相加. (2) 此题还考查了合并同类项的方法，要熟练掌握.

5. (2016•福州) 不等式组 $\begin{cases} x+1 > 0 \\ x-3 > 0 \end{cases}$ 的解集是 ()

- A. $x > -1$ B. $x > 3$ C. $-1 < x < 3$ D. $x < 3$

【答案】B

【考点】解一元一次不等式组

【解答】解： $\begin{cases} x+1 > 0 (1) \\ x-3 > 0 (2) \end{cases}$

解不等式(1)，得

$x > -1$,

解不等式(2), 得

$$x > 3,$$

由(1)(2)可得, $x > 3$,

故原不等式组的解集是 $x > 3$.

故选 B.

【分析】 根据解不等式组的方法可以求得原不等式组的解集. 本题考查解一元一次不等式组, 解题的关键是明确解一元一次不等式组的方法.

6. (2016•福州) 下列说法中, 正确的是 ()

- A. 不可能事件发生的概率为 0 B. 随机事件发生的概率为 $\frac{1}{2}$
C. 概率很小的事件不可能发生 D. 投掷一枚质地均匀的硬币 100 次, 正面朝上的次数一定为 50 次

【答案】 A

【考点】 概率的意义

【解答】 解: A、不可能事件发生的概率为 0, 所以 A 选项正确;

B、随机事件发生的概率在 0 与 1 之间, 所以 B 选项错误;

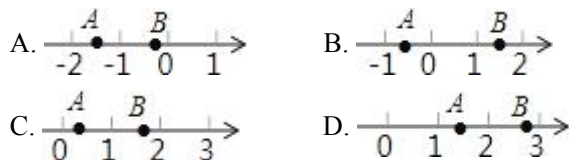
C、概率很小的事件不是不可能发生, 而是发生的机会较小, 所以 C 选项错误;

D、投掷一枚质地均匀的硬币 100 次, 正面朝上的次数可能为 50 次, 所以 D 选项错误.

故选 A.

【分析】 根据概率的意义和必然发生的事件的概率 $P(A) = 1$ 、不可能发生事件的概率 $P(A) = 0$ 对 A、B、C 进行判定; 根据频率与概率的区别对 D 进行判定. 本题考查了概率的意义: 一般地, 在大量重复实验中, 如果事件 A 发生的频率 $\frac{m}{n}$ 会稳定在某个常数 p 附近, 那么这个常数 p 就叫做事件 A 的概率, 记为 $P(A) = p$; 概率是频率 (多个) 的波动稳定值, 是对事件发生可能性大小的量的表现. 必然发生的事件的概率 $P(A) = 1$; 不可能发生事件的概率 $P(A) = 0$.

7. (2016•福州) A, B 是数轴上两点, 线段 AB 上的点表示的数中, 有互为相反数的是 ()



【答案】 B

【考点】 数轴及有理数在数轴上的表示, 相反数及有理数的相反数

【解答】 解: 表示互为相反数的点, 必须要满足在数轴原点 0 的左右两侧,

从四个答案观察发现, 只有 B 选项的线段 AB 符合, 其余答案的线段都在原点 0 的同一侧, 所以可以得出答案为 B.

故选: B

【分析】 数轴上互为相反数的点到原点的距离相等, 通过观察线段 AB 上的点与原点的距

离就可以做出判断. 本题考查了互为相反数的概念, 解题关键是要熟悉互为相反数概念, 数形结合观察线段 AB 上的点与原点的距离.

8. (2016•福州) 平面直角坐标系中, 已知 $\square ABCD$ 的三个顶点坐标分别是 A (m, n), B (2, -1), C (-m, -n), 则点 D 的坐标是 ()

- A. (-2, 1) B. (-2, -1)
C. (-1, -2) D. (-1, 2)

【答案】A

【考点】坐标与图形性质, 平行四边形的性质

【解答】解: $\because A(m, n), C(-m, -n)$,

$\therefore$ 点 A 和点 C 关于原点对称,

$\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形,

$\therefore$ D 和 B 关于原点对称,

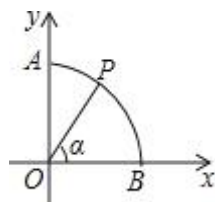
$\because B(2, -1)$,

$\therefore$ 点 D 的坐标是 (-2, 1).

故选: A.

【分析】由点的坐标特征得出点 A 和点 C 关于原点对称, 由平行四边形的性质得出 D 和 B 关于原点对称, 即可得出点 D 的坐标. 本题考查了平行四边形的性质、关于原点对称的点的坐标特征; 熟练掌握平行四边形的性质, 得出 D 和 B 关于原点对称是解决问题的关键.

9. (2016•福州) 如图, 以圆 O 为圆心, 半径为 1 的弧交坐标轴于 A, B 两点, P 是 $\widehat{AB}$ 上一点 (不与 A, B 重合), 连接 OP, 设 $\angle POB = \alpha$, 则点 P 的坐标是 ()



- A. $(\sin \alpha, \sin \alpha)$ B. $(\cos \alpha, \cos \alpha)$ C. $(\cos \alpha, \sin \alpha)$ D. $(\sin \alpha, \cos \alpha)$

【答案】C

【考点】坐标与图形性质, 解直角三角形

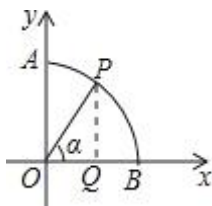
【解答】解: 过 P 作 $PQ \perp OB$, 交 OB 于点 Q,

在 $Rt\triangle OPQ$ 中, $OP=1$, $\angle POQ=\alpha$,

$$\therefore \sin \alpha = \frac{PQ}{OP}, \cos \alpha = \frac{OQ}{OP}, \text{ 即 } PQ = \sin \alpha, OQ = \cos \alpha,$$

则 P 的坐标为 $(\cos \alpha, \sin \alpha)$,

故选 C.



【分析】 过 P 作 $PQ \perp OB$ ，交 OB 于点 Q ，在直角三角形 OPQ 中，利用锐角三角函数定义表示出 OQ 与 PQ ，即可确定出 P 的坐标．此题考查了解直角三角形，以及坐标与图形性质，熟练掌握锐角三角函数定义是解本题的关键．

10. (2016•福州) 下表是某校合唱团成员年龄分布

年龄/岁	13	14	15	16
频数	5	15	x	$10 - x$

对于不同的 x ，下列关于年龄的统计量不会发生改变的是 ()

- A. 平均数、中位数
- B. 众数、中位数
- C. 平均数、方差
- D. 中位数、方差

【答案】 B

【考点】 频数 (率) 分布表，常用统计量的选择

【解答】 解：由表可知，年龄为 15 岁与年龄为 16 岁的频数和为 $x + 10 - x = 10$ ，
则总人数为： $5 + 15 + 10 = 30$ ，

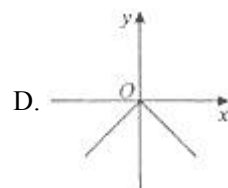
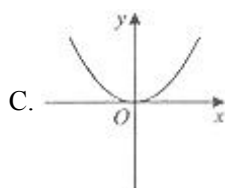
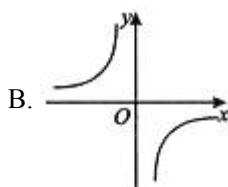
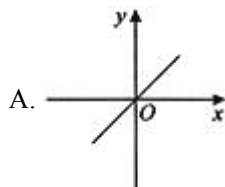
故该组数据的众数为 14 岁，中位数为： $\frac{14+14}{2} = 14$ 岁，

即对于不同的 x ，关于年龄的统计量不会发生改变的是众数和中位数，

故选： B.

【分析】 由频数分布表可知后两组的频数和为 10，即可得知总人数，结合前两组的频数知出现次数最多的数据及第 15、16 个数据的平均数，可得答案．本题主要考查频数分布表及统计量的选择，由表中数据得出数据的总数是根本，熟练掌握平均数、中位数、众数及方差的定义和计算方法是解题的关键．

11. (2016•福州) 已知点 $A(-1, m)$ ， $B(1, m)$ ， $C(2, m+1)$ 在同一个函数图象上，这个函数图象可以是 ()



【答案】 C

【考点】坐标确定位置，函数的图象

【解答】解：∵点 A (- 1, m) , B (1, m) ,

∴A 与 B 关于 y 轴对称，故 A, B 错误；

∵B (1, m) , C (2, m+1) ,

∴当 $x > 0$ 时，y 随 x 的增大而增大，故 C 正确，D 错误.

故选 C.

【分析】 由点 A (- 1, m) , B (1, m) , C (2, m+1) 在同一个函数图象上，可得 A 与 B 关于 y 轴对称，当 $x > 0$ 时，y 随 x 的增大而增大，继而求得答案. 此题考查了函数的图象. 注意掌握排除法在选择题中的应用是解此题的关键.

12. (2016•福州) 下列选项中，能使关于 x 的一元二次方程 $ax^2 - 4x + c = 0$ 一定有实数根的是 ()

A. $a > 0$

B. $a = 0$

C. $c > 0$

D. $c = 0$

【答案】D

【考点】根的判别式

【解答】解：∵一元二次方程有实数根，

∴ $\Delta = (-4)^2 - 4ac = 16 - 4ac \geq 0$ ，且 $a \neq 0$ ，

∴ $ac \leq 4$ ，且 $a \neq 0$ ；

A、若 $a > 0$ ，当 $a = 1$ 、 $c = 5$ 时， $ac = 5 > 4$ ，此选项错误；

B、 $a = 0$ 不符合一元二次方程的定义，此选项错误；

C、若 $c > 0$ ，当 $a = 1$ 、 $c = 5$ 时， $ac = 5 > 4$ ，此选项错误；

D、若 $c = 0$ ，则 $ac = 0 \leq 4$ ，此选项正确；

故选：D.

【分析】 根据方程有实数根可得 $ac \leq 4$ ，且 $a \neq 0$ ，对每个选项逐一判断即可. 本题主要考查根的判别式，一元二次方程根的情况与判别式 Δ 的关系：(1) $\Delta > 0 \Rightarrow$ 方程有两个不相等的实数根；(2) $\Delta = 0 \Rightarrow$ 方程有两个相等的实数根；(3) $\Delta < 0 \Rightarrow$ 方程没有实数根.

二、填空题 (共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分)

13. (2016•福州) 分解因式： $x^2 - 4 =$ _____.

【答案】 $(x+2)(x-2)$

【考点】因式分解 - 运用公式法

【解答】解： $x^2 - 4 = (x+2)(x-2)$.

故答案为： $(x+2)(x-2)$.

【分析】 直接利用平方差公式进行因式分解即可. 本题考查了平方差公式因式分解. 能用平方差公式进行因式分解的式子的特点是：两项平方项，符号相反.

14. (2016•福州) 若二次根式 $\sqrt{x+1}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是_____.

【答案】 $x \geq -1$

【考点】二次根式有意义的条件

【解答】解：若二次根式 $\sqrt{x+1}$ 在实数范围内有意义，则： $x+1 \geq 0$ ，解得 $x \geq -1$ 。

故答案为： $x \geq -1$ 。

【分析】根据二次根式的性质可求出 x 的取值范围。主要考查了二次根式的意义和性质：

概念：式子 $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 叫二次根式；

性质：二次根式中的被开方数必须是非负数，否则二次根式无意义。

15. (2016•福州) 已知四个点的坐标分别是 $(-1, 1)$ ， $(2, 2)$ ， $(\frac{2}{3}, \frac{3}{2})$ ， $(-5, -\frac{1}{5})$ ，从中随机选取一个点，在反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ 图象上的概率是_____。

【答案】 $\frac{1}{2}$

【考点】概率公式，反比例函数图象上点的坐标特征

【解答】解： $\because -1 \times 1 = -1$ ，

$2 \times 2 = 4$ ，

$\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = 1$ ， $(-5) \times (-\frac{1}{5}) = 1$ ， $\therefore 2$ 个点的坐标在反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ 图象上， $\therefore$ 在反比

例函数 $y = \frac{1}{x}$ 图象上的概率是 $2 \div 4 = \frac{1}{2}$ 。

故答案为： $\frac{1}{2}$ 。

【分析】先判断四个点的坐标是否在反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ 图象上，再让在反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ 图

象上点的个数除以点的总数即为在反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ 图象上的概率，依此即可求解。考查了

概率公式，用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比。

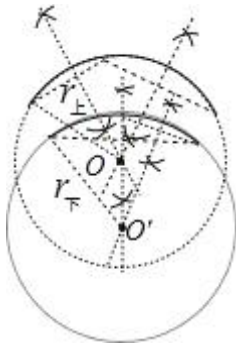
16. (2016•福州) 如图所示的两段弧中，位于上方的弧半径为 $r_{上}$ ，下方的弧半径为 $r_{下}$ ，则 $r_{上}$ _____ $r_{下}$ 。（填“<”“=”“>”）



【答案】 <

【考点】弧长的计算

【解答】解：如图， $r_{上} < r_{下}$ 。



故答案为 <.

【分析】 利用垂径定理，分别作出两段弧所在圆的圆心，然后比较两个圆的半径即可. 本题考查了弧长公式：圆周长公式： $C=2\pi R$ (2) 弧长公式： $l=\frac{n \cdot \pi \cdot R}{180}$ (弧长为 l ，圆心角度数为 n ，圆的半径为 R)；正确区分弧、弧的度数、弧长三个概念，度数相等的弧，弧长不一定相等，弧长相等的弧不一定是等弧，只有在同圆或等圆中，才有等弧的概念，才是三者的统一.

17. (2016•福州) 若 $x+y=10$, $xy=1$, 则 x^3y+xy^3 的值是_____.

【答案】 98

【考点】 代数式求值，因式分解-提公因式法

【解答】 解： x^3y+xy^3

$$=xy(x^2+y^2)$$

$$=xy[(x+y)^2-2xy]$$

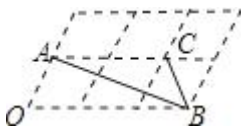
$$=1 \times (10^2 - 2 \times 1)$$

$$=98.$$

故答案为：98.

【分析】 可将该多项式分解为 $xy(x^2+y^2)$ ，又因为 $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$ ，然后将 $x+y$ 与 xy 的值代入即可. 本题考查了因式分解和代数式变形. 解决本类问题的一般方法：若已知 $x+y$ 与 xy 的值，则 $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$ ，再将 $x+y$ 与 xy 的值代入即可.

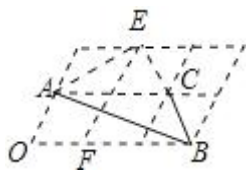
18. (2016•福州) 如图，6 个形状、大小完全相同的菱形组成网格，菱形的顶点称为格点. 已知菱形的一个角 ($\angle O$) 为 60° ，A，B，C 都在格点上，则 $\tan \angle ABC$ 的值是_____.



【答案】 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

【考点】 菱形的性质，解直角三角形

【解答】解：如图，



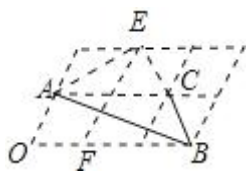
连接 EA, EC, 设菱形的边长为 a , 由题意得 $\angle AEF=30^\circ$, $\angle BEF=60^\circ$, $AE=\sqrt{3}a$, $EB=2a$

$\therefore \angle AEB=90^\circ$,

$$\therefore \tan \angle ABC = \frac{AE}{BE} = \frac{\sqrt{3}a}{2a} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

故答案为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

【分析】如图，



连接 EA、EB, 先证明 $\angle AEB=90^\circ$, 根据 $\tan \angle ABC = \frac{AE}{EB}$, 求出 AE、EB 即可解决问题. 本题考查菱形的性质, 三角函数、特殊三角形边角关系等知识, 解题的关键是添加辅助线构造直角三角形解决问题, 属于中考常考题型.

三、解答题 (共 9 小题, 满分 90 分)

19. (2016•福州) 计算: $|-1| - \sqrt[3]{8} + (-2016)^0$.

【答案】解: $|-1| - \sqrt[3]{8} + (-2016)^0$

$$= 1 - 2 + 1$$

$$= 0.$$

【考点】有理数的混合运算, 立方根, 零指数幂

【分析】直接利用绝对值的性质以及立方根的定义和零指数幂的性质化简求出答案. 此题主要考查了有理数的混合运算, 正确化简各数是解题关键.

20. (2016•福州) 化简: $a - b - \frac{(a+b)^2}{a+b}$.

【答案】解: 原式 $= a - b - (a+b)$

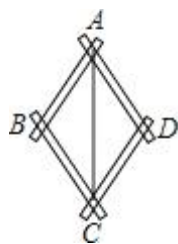
$$= a - b - a - b$$

$$= -2b.$$

【考点】分式的加减法

【分析】先约分, 再去括号, 最后合并同类项即可. 此题考查了分式的加减法, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

21. (2016•福州) 一个平分角的仪器如图所示, 其中 $AB=AD$, $BC=DC$. 求证: $\angle BAC=\angle DAC$.



【答案】证明: 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADC$ 中, 有
$$\begin{cases} AB=AD \\ BC=DC \\ AC=AC \end{cases},$$

所以 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ (SSS),

所以 $\angle BAC=\angle DAC$.

【考点】全等三角形的性质

【分析】在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADC$ 中, 由三组对边分别相等可通过全等三角形的判定定理 (SSS) 证得 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$, 再由全等三角形的性质即可得出结论. 本题考查了全等三角形的判定及性质, 解题的关键是证出 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$. 本题属于基础题, 难度不大, 解决该题型题目时, 根据全等三角形的判定定理证出两三角形全等是关键.

22. (2016•福州) 列方程 (组) 解应用题:

某班去看演出, 甲种票每张 24 元, 乙种票每张 18 元. 如果 35 名学生购票恰好用去 750 元, 甲乙两种票各买了多少张?

【答案】解: 设甲种票买了 x 张, 乙种票买了 y 张.

根据题意得:
$$\begin{cases} x+y=35 \\ 24x+18y=750 \end{cases}.$$

解得:
$$\begin{cases} x=20 \\ y=15 \end{cases}.$$

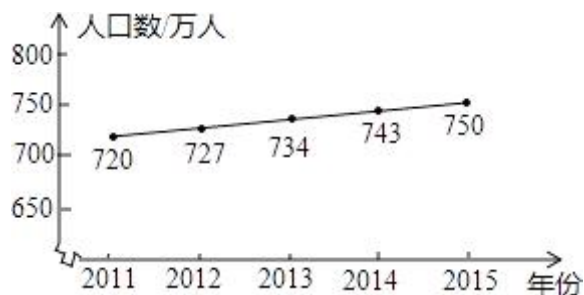
答: 甲种票买了 20 张, 乙种票买了 15 张

【考点】二元一次方程组的实际应用-鸡兔同笼问题

【分析】设甲种票买了 x 张, 乙种票买了 y 张. 然后根据购票总张数为 35 张, 总费用为 750 元列方程求解即可. 本题主要考查的是二元一次方程组的应用, 根据题意列出方程组是解题的关键.

23. (2016•福州) 福州市 2011 - 2015 年常住人口数统计如图所示.

根据图中提供的信息, 回答下列问题:



(1) 福州市常住人口数, 2015 年比 2014 年增加了_____万人;

(2) 与上一年相比, 福州市常住人口数增加最多的年份是_____;

(3) 预测 2016 年福州市常住人口数大约为多少万人? 请用所学的统计知识说明理由.

【答案】 (1) 7

(2) 2014

(3) 解: 预测 2016 年福州市常住人口数大约为 757 万人,

理由: 从统计图可知, 福州市常住人口每年增加的数量众数是 7 万人, 由此可以预测 2016 年福州市常住人口数大约为 757 万人

【考点】折线统计图

【解答】解: (1) 福州市常住人口数, 2015 年比 2014 年增加了 $750 - 743 = 7$ (万人); (2)

由图可知 2012 年增加: $\frac{727-720}{720} \times 100\% \approx 0.98\%$, 2013 年增加: $\frac{734-727}{727} \times 100\% \approx 0.97\%$,

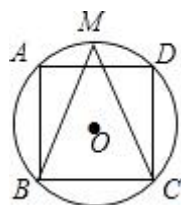
2014 年增加: $\frac{743-734}{734} \times 100\% \approx 1.2\%$, 2015 年增加: $\frac{750-743}{743} \times 100\% \approx 0.94\%$,

故与上一年相比, 福州市常住人口数增加最多的年份是 2014 年;

故答案为: (1) 7; (2) 2014.

【分析】 (1) 将 2015 年人数减去 2014 年人数即可; (2) 计算出每年与上一年相比, 增加的百分率即可得知; (3) 可从每年人口增加的数量加以预测. 本题主要考查条形统计图, 从条形图中读出每年人口的数量及增加的幅度是解题的关键.

24. (2016•福州) 如图, 正方形 ABCD 内接于 $\odot O$, M 为 $\widehat{AD}$ 中点, 连接 BM, CM.



(1) 求证: $BM = CM$;

(2) 当 $\odot O$ 的半径为 2 时, 求 $\widehat{BM}$ 的长.

【答案】 (1) 证明: $\because$ 四边形 ABCD 是正方形,

$\therefore AB = CD$,

$\therefore \widehat{AB} = \widehat{CD}$, $\because M$ 为 $\widehat{AD}$ 中点,

$\therefore \widehat{AM} = \widehat{DM}$,

$\therefore \widehat{AB} + \widehat{AM} = \widehat{CD} + \widehat{DM}$, 即 $\widehat{BM} = \widehat{CM}$,

$\therefore BM = CM$;

(2) 解: $\because \odot O$ 的半径为 2,

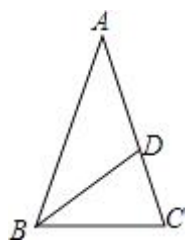
$\therefore \odot O$ 的周长为 4π ,

$$\therefore \overset{\frown}{BM} \text{ 的长} = \frac{3}{8} \times 4\pi = \frac{3}{2}\pi$$

【考点】 正方形的性质, 圆内接四边形的性质

【分析】 (1) 根据圆心距、弦、弧之间的关系定理解答即可; (2) 根据弧长公式计算. 本题考查的是正方形的性质、弧长的计算、圆心距、弦、弧之间的关系, 掌握弧长的计算公式、圆心距、弦、弧之间的关系定理是解题的关键.

25. (2016•福州) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC=1$, $BC=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$, 在 AC 边上截取 $AD=BC$, 连接 BD .



(1) 通过计算, 判断 AD^2 与 $AC \cdot CD$ 的大小关系;

(2) 求 $\angle ABD$ 的度数.

【答案】 (1) 解: $\because AB=BC=1$, $BC=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$,

$$\therefore AD=\frac{\sqrt{5}-1}{2}, \quad DC=1-\frac{\sqrt{5}-1}{2}=\frac{3-\sqrt{5}}{2}.$$

$$\therefore AD^2=\frac{5+1-2\sqrt{5}}{4}=\frac{3-\sqrt{5}}{2}, \quad AC \cdot CD=1 \times \frac{3-\sqrt{5}}{2}=\frac{3-\sqrt{5}}{2}.$$

$$\therefore AD^2=AC \cdot CD$$

(2) 解: $\because AD=BD$, $AD^2=AC \cdot CD$,

$$\therefore BD^2=AC \cdot CD, \quad \text{即} \quad \frac{BD}{AC}=\frac{CD}{BD}.$$

又 $\because \angle C=\angle C$,

$$\therefore \triangle BCD \sim \triangle ABC.$$

$$\therefore \frac{AB}{AC}=\frac{BD}{CB}=1, \quad \angle DBC=\angle A.$$

$$\therefore DB=CB=AD.$$

$$\therefore \angle A=\angle ABD, \quad \angle C=\angle D.$$

设 $\angle A=x$, 则 $\angle ABD=x$, $\angle DBC=x$, $\angle C=2x$.

$$\because \angle A+\angle ABC+\angle C=180^\circ,$$

$$\therefore x+2x+2x=180^\circ.$$

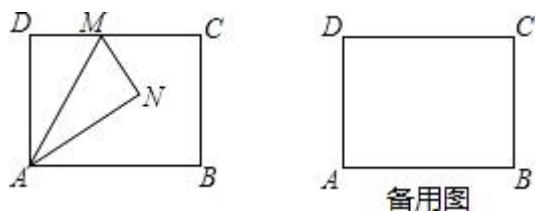
解得: $x=36^\circ$.

$$\therefore \angle ABD=36^\circ$$

【考点】相似三角形的判定

【分析】 (1) 先求得 AD、CD 的长，然后再计算出 AD^2 与 $AC \cdot CD$ 的值，从而可得到 AD^2 与 $AC \cdot CD$ 的关系； (2) 由 (1) 可得到 $BD^2 = AC \cdot CD$ ，然后依据对应边成比例且夹角相等的两三角形相似证明 $\triangle BCD \sim \triangle ABC$ ，依据相似三角形的性质可知 $\angle DBC = \angle A$ ， $DB = CB$ ，然后结合等腰三角形的性质和三角形的内角和定理可求得 $\angle ABD$ 的度数. 本题主要考查的是相似三角形的性质和判定、等腰三角形的性质、三角形内角和定理的应用，证得 $\triangle BCD \sim \triangle ABC$ 是解题的关键.

26. (2016•福州) 如图，矩形 ABCD 中，AB=4，AD=3，M 是边 CD 上一点，将 $\triangle ADM$ 沿直线 AM 对折，得到 $\triangle ANM$.



- (1) 当 AN 平分 $\angle MAB$ 时，求 DM 的长；
- (2) 连接 BN，当 DM=1 时，求 $\triangle ABN$ 的面积；
- (3) 当射线 BN 交线段 CD 于点 F 时，求 DF 的最大值.

【答案】 (1) 由折叠性质得: $\triangle ANM \cong \triangle ADM$,

$$\therefore \angle MAN = \angle DAM,$$

$$\because AN \text{ 平分 } \angle MAB, \angle MAN = \angle NAB,$$

$$\therefore \angle DAM = \angle MAN = \angle NAB,$$

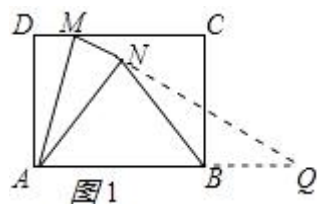
$\because$ 四边形 ABCD 是矩形,

$$\therefore \angle DAB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DAM = 30^\circ,$$

$$\therefore DM = AD \cdot \tan \angle DAM = 3 \times \tan 30^\circ = 3 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$$

(2) 延长 MN 交 AB 延长线于点 Q，如图 1 所示:



$\because$ 四边形 ABCD 是矩形,

$$\therefore AB \parallel DC,$$

$$\therefore \angle DMA = \angle MAQ,$$

由折叠性质得: $\triangle ANM \cong \triangle ADM$,

$$\therefore \angle DMA = \angle AMQ, AN = AD = 3, MN = MD = 1,$$

$$\therefore \angle MAQ = \angle AMQ,$$

$$\therefore MQ = AQ,$$

设 $NQ=x$ ，则 $AQ=MQ=1+x$ ，

$$\because \angle ANM=90^\circ,$$

$$\therefore \angle ANQ=90^\circ,$$

在 $Rt\triangle ANQ$ 中，由勾股定理得： $AQ^2=AN^2+NQ^2$ ，

$$\therefore (x+1)^2=3^2+x^2,$$

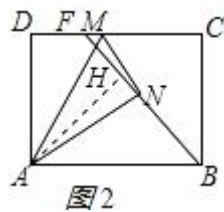
解得： $x=4$ ，

$$\therefore NQ=4, AQ=5,$$

$$\because AB=4, AQ=5,$$

$$\therefore S_{\triangle NAB} = \frac{4}{5} S_{\triangle NAQ} = \frac{4}{5} \times \frac{1}{2} AN \cdot NQ = \frac{4}{5} \times \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = \frac{24}{5};$$

(3) 过点 A 作 $AH \perp BF$ 于点 H，如图 2 所示：



$\because$ 四边形 ABCD 是矩形，

$$\therefore AB \parallel DC,$$

$$\therefore \angle HBA = \angle BFC,$$

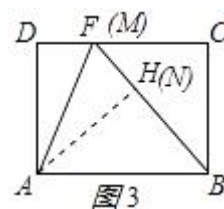
$$\because \angle AHB = \angle BCF = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle ABH \sim \triangle BFC,$$

$$\therefore \frac{BH}{AH} = \frac{CF}{BC},$$

$$\because AH \leq AN = 3, AB = 4,$$

$\therefore$ 当点 N、H 重合（即 $AH=AN$ ）时，AH 最大，BH 最小，CF 最小，DF 最大，此时点 M、F 重合，B、N、M 三点共线，如图 3 所示：



由折叠性质得： $AD=AH$ ，

$$\because AD=BC,$$

$$\therefore AH=BC,$$

$$\angle HBA = \angle BFC$$

在 $\triangle ABH$ 和 $\triangle BFC$ 中， $\begin{cases} \angle AHB = \angle BCF, \\ AH = BC \end{cases}$

$$\therefore \triangle ABH \cong \triangle BFC \text{ (AAS)},$$

$$\therefore CF=BH,$$

由勾股定理得：BH= $\sqrt{AB^2 - AH^2} = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7}$ ，

∴CF= $\sqrt{7}$ ，

∴DF 的最大值=DC - CF=4 - $\sqrt{7}$

【考点】角平分线的性质，矩形的性质

【分析】 (1) 由折叠性质得 $\angle MAN = \angle DAM$ ，证出 $\angle DAM = \angle MAN = \angle NAB$ ，由三角函数得出 $DM = AD \cdot \tan \angle DAM = \sqrt{3}$ 即可； (2) 延长 MN 交 AB 延长线于点 Q，由矩形的性质得出 $\angle DMA = \angle MAQ$ ，由折叠性质得出 $\angle DMA = \angle AMQ$ ，AN=AD=3，MN=MD=1，得出 $\angle MAQ = \angle AMQ$ ，证出 MQ=AQ，设 NQ=x，则 AQ=MQ=1+x，证出 $\angle ANQ = 90^\circ$ ，在 Rt△ANQ 中，由勾股定理得出方程，解方程求出 NQ=4，AQ=5，即可求出△ABN 的面积； (3) 过点 A 作 AH⊥BF 于点 H，证明△ABH∽△BFC，得出对应边成比例 $\frac{BH}{AH} = \frac{CF}{BC}$ ，得出当点 N、H 重合（即 AH=AN）时，AH 最大，BH 最小，CF 最小，DF 最大，此时点 M、F 重合，B、N、M 三点共线，由折叠性质得：AD=AH，由 AAS 证明△ABH≌△BFC，得出 CF=BH，由勾股定理求出 BH，得出 CF，即可得出结果。本题考查了矩形的性质、折叠的性质、相似三角形的判定与性质、全等三角形的判定与性质、勾股定理等知识；本题综合性强，难度较大，熟练掌握矩形和折叠的性质，证明三角形相似和三角形全等是解决问题的关键。

27. (2016•福州) 已知，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 经过原点，顶点为 A (h, k) ($h \neq 0$)。

(1) 当 $h=1$ ， $k=2$ 时，求抛物线的解析式；

(2) 若抛物线 $y = tx^2$ ($t \neq 0$) 也经过 A 点，求 a 与 t 之间的关系式；

(3) 当点 A 在抛物线 $y = x^2 - x$ 上，且 $-2 \leq h < 1$ 时，求 a 的取值范围。

【答案】 (1) ∵ 顶点为 A (1, 2)，设抛物线为 $y = a(x - 1)^2 + 2$ ，

∵ 抛物线经过原点，

∴ $0 = a(0 - 1)^2 + 2$ ，

∴ $a = -2$ ，

∴ 抛物线解析式为 $y = -2x^2 + 4x$

(2) ∵ 抛物线经过原点，

∴ 设抛物线为 $y = ax^2 + bx$ ，

∵ $h = -\frac{b}{2a}$ ，

∴ $b = -2ah$ ，

∴ $y = ax^2 - 2ahx$ ，

∵ 顶点 A (h, k)，

∴ $k = ah^2 - 2ah$ ，

抛物线 $y = tx^2$ 也经过 A (h, k)，

∴ $k = th^2$ ，

$$\therefore th^2 = ah^2 - 2ah^2,$$

$$\therefore t = -a,$$

(3) $\because$ 点 A 在抛物线 $y = x^2 - x$ 上,

$$\therefore k = h^2 - h, \text{ 又 } k = ah^2 - 2ah^2,$$

$$\therefore h = \frac{1}{1+a},$$

$$\therefore -2 \leq h < 1,$$

$$\therefore -2 \leq \frac{1}{1+a} < 1,$$

$$\text{①当 } 1+a > 0 \text{ 时, 即 } a > -1 \text{ 时, } \begin{cases} \frac{1}{1+a} < 1 \\ \frac{1}{1+a} \geq -2 \end{cases}, \text{ 解得 } a > 0,$$

$$\text{②当 } 1+a < 0 \text{ 时, 即 } a < -1 \text{ 时, } \begin{cases} \frac{1}{1+a} < 1 \\ \frac{1}{1+a} \geq -2 \end{cases} \text{ 解得 } a \leq -\frac{3}{2},$$

综上所述, a 的取值范围 $a > 0$ 或 $a \leq -\frac{3}{2}$

【考点】 抛物线与 x 轴的交点, 二次函数的应用

【分析】 (1) 用顶点式解决这个问题, 设抛物线为 $y = a(x-1)^2 + 2$, 原点代入即可. (2)

设抛物线为 $y = ax^2 + bx$, 则 $h = -\frac{b}{2a}$, $b = -2ah$ 代入抛物线解析式, 求出 k (用 a 、 h 表示),

又抛物线 $y = tx^2$ 也经过 A (h , k), 求出 k , 列出方程即可解决. (3) 根据条件列出关于 a 的不等式即可解决问题. 本题考查二次函数综合题、不等式等知识, 解题的关键是学会用参数解决问题, 题目比较难参数比较多, 第三个问题解不等式要注意讨论, 属于中考压轴题.