

2016 年福建省宁德市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，满分 40 分．每小题只有一个正确的选项，请用 2B 铅笔在答题卡的相应位置填涂）

1. (4 分) 2 的相反数是 ()

- A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

2. (4 分) 下列运算正确的是 ()

- A. $a+a^2=a^3$ B. $a^2 \cdot a^3=a^6$ C. $a^5 \div a^3=a^2$ D. $(a^2)^3=a^5$

3. (4 分) 根据央视报道，去年我国汽车尾气排放总量大约为 47 000 000 吨．将 47 000 000 用科学记数法表示为 ()

- A. 0.47×10^8 B. 4.7×10^7 C. 47×10^7 D. 4.7×10^6

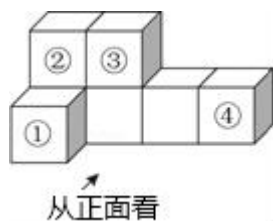
4. (4 分) 已知袋中有若干个球，其中只有 2 个红球，它们除颜色外其它都相同．若随机从中摸出一个，摸到红球的概率是 $\frac{1}{4}$ ，则袋中球的总个数是 ()

- A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

5. (4 分) 下列分解因式正确的是 ()

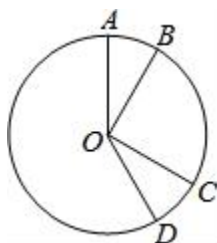
- A. $-ma - m = -m(a - 1)$ B. $a^2 - 1 = (a - 1)^2$
C. $a^2 - 6a + 9 = (a - 3)^2$ D. $a^2 + 3a + 9 = (a + 3)^2$

6. (4 分) 如图，是由 7 个大小相同的小正方体堆砌而成的几何体，若从标有①、②、③、④的四个小正方体中取走一个后，余下几何体与原几何体的主视图相同，则取走的正方体是 ()



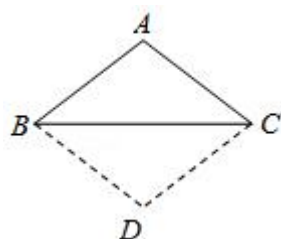
- A. ① B. ② C. ③ D. ④

7. (4 分) 如图， $\odot O$ 的半径为 3，点 A, B, C, D 在 $\odot O$ 上， $\angle AOB = 30^\circ$ ，将扇形 AOB 绕点 O 顺时针旋转 120° 后恰好与扇形 COD 重合，则 $\widehat{AD}$ 的长为 ()



- A. $\frac{5\pi}{4}$ B. $\frac{5\pi}{2}$ C. 2π D. $\frac{15\pi}{2}$

8. (4分) 如图, 已知 $\triangle ABC$, $AB=AC$, 将 $\triangle ABC$ 沿边 BC 翻转, 得到的 $\triangle DBC$ 与原 $\triangle ABC$ 拼成四边形 $ABDC$, 则能直接判定四边形 $ABDC$ 是菱形的依据是 ()



- A. 一组邻边相等的平行四边形是菱形
B. 四条边相等的四边形是菱形
C. 对角线互相垂直的平行四边形是菱形
D. 对角线互相垂直的平分四边形是菱形

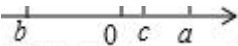
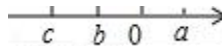
9. (4分) 如图, 用十字形方框从日历表中框出 5 个数, 已知这 5 个数的和为 $5a-5$, a 是方框①, ②, ③, ④中的一个数, 则数 a 所在的方框是 ()

日	一	二	三	四	五	六
		①				
	②	A	③			
		④				

- A. ① B. ② C. ③ D. ④

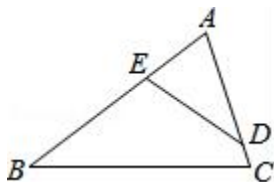
10. (4分) 已知三个数 a 、 b 、 c 的平均数是 0, 则这三个数在数轴上表示的位置不可能是 ()

- A. B.

C.  D. 

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 满分 24 分. 请将答案用黑色签字笔填入答题卡的相应位置)

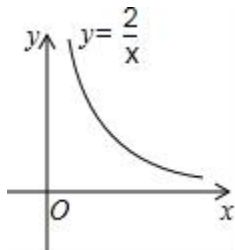
11. (4 分) 如图, 已知 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$, 若 $\angle ADE = 37^\circ$, 则 $\angle B = \underline{\quad}^\circ$.



12. (4 分) 一次艺术节演出, 5 位评委给某个节目打分如下: 9.3 分, 8.9 分, 8.7 分, 9.3 分, 9.1 分, 则该节目得分的中位数是 $\underline{\quad}$ 分.

13. (4 分) 方程 $\frac{1}{2x} = \frac{1}{x+1}$ 的解是 $\underline{\quad}$.

14. (4 分) 已知点 A $(1, y_1)$, B $(2, y_2)$ 是如图所示的反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 图象上两点, 则 $y_1 \underline{\quad} y_2$ (填“>”, “<”或“=”).

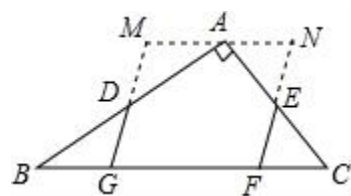


15. (4 分) 如图是一枚“八一”建军节纪念章, 其外轮廓是一个正五边形, 则图中 $\angle 1$ 的大小为 $\underline{\quad}^\circ$.



16. (4 分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = 4$, $AC = 3$, 点 D、E 分别是 AB、AC 的中点, 点 G、F 在 BC 边上 (均不与端点重合), $DG \parallel EF$. 将 $\triangle BDG$ 绕点 D 顺时针旋转 180° , 将 $\triangle CEF$ 绕点 E 逆时针旋转 180° , 拼成四边形 MGFN,

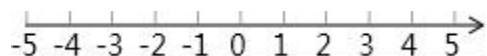
则四边形 MGFN 周长 l 的取值范围是_____.



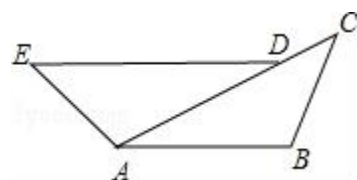
三、解答题 (本大题共 9 小题, 满分 86 分. 请将解答过程用黑色签字笔写在答题卡的相应位置. 作图或添辅助线用铅笔画完, 再用黑色签字笔描黑)

17. (7 分) 计算: $\sqrt{12} + (\pi - 3)^0 - 2\cos 30^\circ$.

18. (7 分) 解不等式 $\frac{x}{2} - 1 \leq \frac{7-x}{3}$, 并把解集在数轴上表示出来.

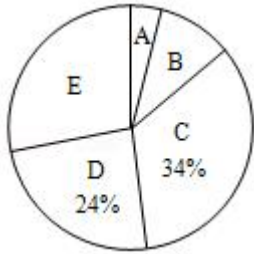


19. (8 分) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DAE$, D 是 AC 上一点, $AD=AB$, $DE \parallel AB$, $DE=AC$. 求证: $AE=BC$.



20. (8 分) 某市第三中学组织学生参加生命安全知识网络测试. 小明对九年 2 班全体学生的测试成绩进行统计, 并绘制了如图不完整的频数分布表和扇形统计图.

组别	分数段 (x)	频数
A	$0 \leq x < 60$	2
B	$60 \leq x < 70$	5
C	$70 \leq x < 80$	17
D	$80 \leq x < 90$	a
E	$90 \leq x \leq 100$	b



根据图表中的信息解答下列问题:

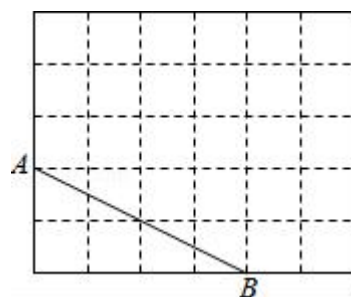
- (1) 求九年 2 班学生的人数;
- (2) 写出频数分布表中 a, b 的值;
- (3) 已知该市共有 80 000 名中学生参加这次安全知识测试, 若规定 80 分以上 (含 80 分) 为优秀, 估计该市本次测试成绩达到优秀的人数;
- (4) 小明通过该市教育网站搜索发现, 全市参加本次测试的中学生中, 成绩达到优秀有 56 320 人. 请你用所学统计知识简要说明实际优秀人数与估计人数出现较大偏差的原因.

21. (10 分) 如图, 在边长为 1 的正方形组成的 6×5 方格中, 点 A, B 都在格点上.

(1) 在给定的方格中将线段 AB 平移到 CD, 使得四边形 ABDC 是矩形, 且点 C, D 都落在格点上. 画出四边形 ABDC, 并叙述线段 AB 的平移过程;

(2) 在方格中画出 $\triangle ACD$ 关于直线 AD 对称的 $\triangle AED$;

(3) 直接写出 AB 与 DE 的交点 P 到线段 BE 的距离.



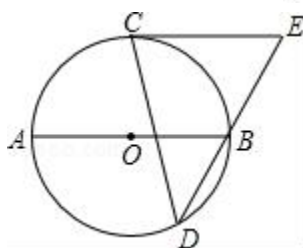
22. (10 分) 解古算题: “今有甲、乙二人持钱不知其数. 甲得乙半而钱四十八, 乙得甲太半而亦钱四十八. 甲、乙持钱各几何?”

题目大意是: 甲、乙两人各带了若干钱. 如果甲得到乙所有钱的一半, 那么甲共有钱 48, 如果乙得到甲所有钱的 $\frac{2}{3}$, 那么乙也共有钱 48. 问甲、乙两人各带了多少钱?

23. (10 分) 如图, 已知 AB 是 $\odot O$ 的直径, C, D 是 $\odot O$ 上两点, $\angle CDB=45^\circ$. 过点 C 作 $CE \parallel AB$ 交 DB 的延长线于点 E .

(1) 求证: CE 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $\cos \angle CED = \frac{1}{3}$, $BD=6$, 求 $\odot O$ 的直径.

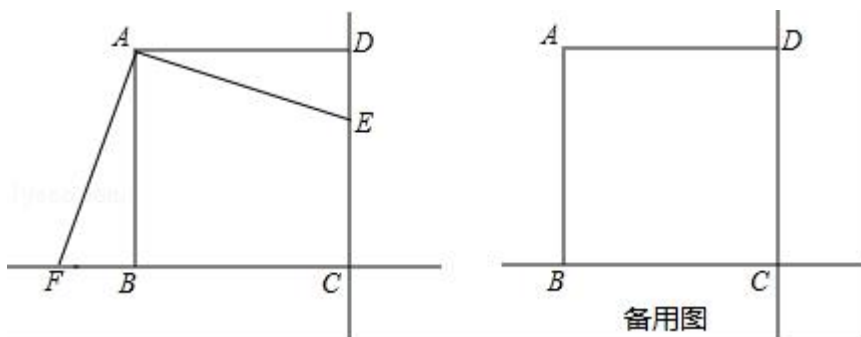


24. (13 分) 已知正方形 $ABCD$, 点 E 在直线 CD 上.

(1) 若 F 是直线 BC 上一点, 且 $AF \perp AE$, 求证: $AF=AE$; (请利用图 1 所给的图形加以证明)

(2) 写出 (1) 中命题的逆命题, 并画出一个图形说明该逆命题是假命题;

(3) 若点 G 在直线 BC 上, 且 AG 平分 $\angle BAE$, 探索线段 BG 、 DE 、 AE 之间的数量关系, 并说明理由.

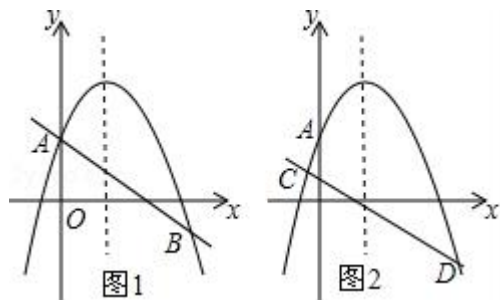


25. (13 分) 如图 1, 已知抛物线 $l_1: y = -\frac{1}{2}x^2 + x + 3$ 与 y 轴交于点 A , 过点 A 的直线 $l_2: y = kx + b$ 与抛物线 l_1 交于另一点 B , 点 A, B 到直线 $x=2$ 的距离相等.

(1) 求直线 l_2 的表达式;

(2) 将直线 l_2 向下平移 $\frac{5}{2}$ 个单位, 平移后的直线 l_3 与抛物线 l_1 交于点 C, D (如图 2), 判断直线 $x=2$ 是否平分线段 CD , 并说明理由;

(3) 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 为常数) 和直线 $y = 3x + m$ 有两个交点 M, N , 对于任意满足条件的 m , 线段 MN 都能被直线 $x=h$ 平分, 请直接写出 h 与 a, b 之间的数量关系.



2016 年福建省宁德市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，满分 40 分．每小题只有一个正确的选项，请用 2B 铅笔在答题卡的相应位置填涂）

1. 2 的相反数是（ ）

- A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

【考点】相反数.

【分析】根据相反数的定义求解即可.

【解答】解：2 的相反数为：-2.

故选：B.

【点评】本题考查了相反数的知识，属于基础题，掌握相反数的定义是解题的关键.

2. 下列运算正确的是（ ）

- A. $a+a^2=a^3$ B. $a^2 \cdot a^3=a^6$ C. $a^5 \div a^3=a^2$ D. $(a^2)^3=a^5$

【考点】同底数幂的除法；合并同类项；同底数幂的乘法；幂的乘方与积的乘方.

【分析】分别利用合并同类项法则以及同底数幂的乘除运算法则、幂的乘方运算法则分析得出答案.

【解答】解：A、 $a+a^2$ 无法计算，故此选项错误；

B、 $a^2 \cdot a^3=a^5$ ，故此选项错误；

C、 $a^5 \div a^3=a^2$ ，正确；

D、 $(a^2)^3=a^6$ ，故此选项错误；

故选：C.

【点评】此题主要考查了合并同类项以及同底数幂的乘除运算、幂的乘方运算等知识，正确应用相关运算法则是解题关键.

3. 根据央视报道，去年我国汽车尾气排放总量大约为 47 000 000 吨．将 47 000 000 用科学记数法表示为（ ）

- A. 0.47×10^8 B. 4.7×10^7 C. 47×10^7 D. 4.7×10^6

【考点】科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

【解答】解: 47 000 000 用科学记数法表示为 4.7×10^7 ,

故选: B.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

4. 已知袋中有若干个球, 其中只有 2 个红球, 它们除颜色外其它都相同. 若随机从中摸出一个, 摸到红球的概率是 $\frac{1}{4}$, 则袋中球的总个数是 ()

A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

【考点】概率公式.

【分析】根据概率公式结合取出红球的概率即可求出袋中球的总个数.

【解答】解: 袋中球的总个数是: $2 \div \frac{1}{4} = 8$ (个).

故选 D.

【点评】本题考查了概率公式, 根据概率公式算出球的总个数是解题的关键.

5. 下列分解因式正确的是 ()

A. $-ma - m = -m(a - 1)$ B. $a^2 - 1 = (a - 1)^2$ C. $a^2 - 6a + 9 = (a - 3)^2$
D. $a^2 + 3a + 9 = (a + 3)^2$

【考点】提公因式法与公式法的综合运用.

【分析】利用提取公因式或者公式法即可求出答案.

【解答】解: (A) 原式 $= -m(a + 1)$, 故 A 错误;

(B) 原式 $= (a + 1)(a - 1)$, 故 B 错误;

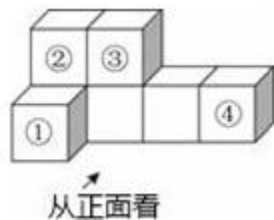
(C) 原式 $= (a - 3)^2$, 故 C 正确;

(D) 该多项式不能因式分解, 故 D 错误,

故选 (C)

【点评】本题考查因式分解, 注意应用公式法时, 要严格按照公式进行分解.

6. 如图，是由 7 个大小相同的小正方体堆砌而成的几何体，若从标有①、②、③、④的四个小正方体中取走一个后，余下几何体与原几何体的主视图相同，则取走的正方体是（ ）

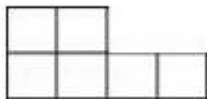


- A. ① B. ② C. ③ D. ④

【考点】简单组合体的三视图.

【分析】根据题意得到原几何体的主视图，结合主视图选择.

【解答】解：原几何体的主视图是：

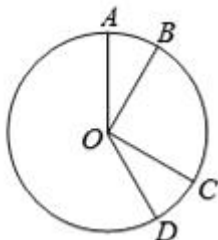


故取走的正方体是①.

故选：A.

【点评】本题考查了简单组合体的三视图. 视图中每一个闭合的线框都表示物体上的一个平面，而相连的两个闭合线框常不在一个平面上.

7. 如图， $\odot O$ 的半径为 3，点 A，B，C，D 在 $\odot O$ 上， $\angle AOB=30^\circ$ ，将扇形 AOB 绕点 O 顺时针旋转 120° 后恰好与扇形 COD 重合，则 $\widehat{AD}$ 的长为（ ）



- A. $\frac{5\pi}{4}$ B. $\frac{5\pi}{2}$ C. 2π D. $\frac{15\pi}{2}$

【考点】弧长的计算.

【分析】根据题意可得 $\angle AOD=150^\circ$ ，然后再利用弧长公式： $l=\frac{n\pi R}{180}$ （弧长为 l，圆心角度数为 n，圆的半径为 R）进行计算.

【解答】解： $\because \angle AOB=30^\circ$ ，将扇形 AOB 绕点 O 顺时针旋转 120° 后恰好与扇形 COD 重合，

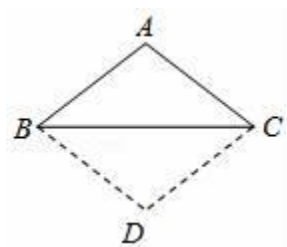
$$\therefore \angle AOD = 120^\circ + 30^\circ = 150^\circ,$$

$$\therefore \widehat{AD} = \frac{150\pi \times 3}{180} = \frac{5\pi}{2},$$

故选：B.

【点评】此题主要考查了弧长计算，关键是掌握弧长计算公式.

8. 如图，已知 $\triangle ABC$ ， $AB=AC$ ，将 $\triangle ABC$ 沿边 BC 翻转，得到的 $\triangle DBC$ 与原 $\triangle ABC$ 拼成四边形 $ABDC$ ，则能直接判定四边形 $ABDC$ 是菱形的依据是（ ）



- A. 一组邻边相等的平行四边形是菱形
- B. 四条边相等的四边形是菱形
- C. 对角线互相垂直的平行四边形是菱形
- D. 对角线互相垂直的平分四边形是菱形

【考点】菱形的判定.

【分析】根据翻折得出 $AB=BD$ ， $AC=CD$ ，推出 $AB=BD=CD=AC$ ，根据菱形的判定推出即可.

【解答】解：如图所示；

$\because$ 将 $\triangle ABC$ 延底边 BC 翻折得到 $\triangle DBC$,

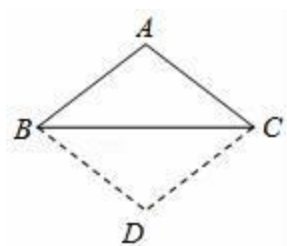
$\therefore AB=BD$ ， $AC=CD$,

$\because AB=AC$,

$\therefore AB=BD=CD=AC$,

$\therefore$ 四边形 $ABDC$ 是菱形；

故选 B.



【点评】本题考查了菱形的判定和翻折变换的应用，解此题的关键是求出 $AB=BD=CD=AC$ ，题目比较典型，难度不大.

9. 如图，用十字形方框从日历表中框出 5 个数，已知这 5 个数的和为 $5a - 5$ ， a 是方框①，②，③，④中的一个数，则数 a 所在的方框是 ()

日	一	二	三	四	五	六
		①				
	②	A	③			
		④				

A. ① B. ② C. ③ D. ④

【考点】一元一次方程的应用.

【专题】计算题；应用题；一次方程（组）及应用.

【分析】先假定一个方框中的数为 a ，再根据日历上的数据规律写出其他方框中的数，相加是否得 $5a - 5$ ，即可作出判断.

【解答】解：解法一：设中间位置的数为 A ，则①位置数为： $A - 7$ ，④位置为： $A + 7$ ，左②位置为： $A - 1$ ，右③位置为： $A + 1$ ，其和为 $5A = 5a - 5$ ，

$$\therefore a = A + 1,$$

即 a 为③位置的数；

解法二：A、若方框①表示的数为 a ，则② $a + 6$ ，③ $a + 8$ ，④ $a + 14$ ，A： $a + 7$ ，

则这 5 个数的和： $a + a + 8 + a + 6 + a + 14 + a + 7 = 5a + 35$ ，

所以方框①表示的数不是 a ，

B、若方框②表示的数为 a ，则① $a - 6$ ，③ $a + 2$ ，④ $a + 8$ ，A： $a + 1$ ，

则这 5 个数的和： $a + a - 6 + a + 2 + a + 8 + a + 1 = 5a + 5$ ，

所以方框②表示的数不是 a ，

C、若方框③表示的数为 a ，则① $a - 8$ ，② $a - 2$ ，④ $a + 6$ ，A： $a - 1$ ，

则这 5 个数的和： $a + a - 8 + a - 2 + a + 6 + a - 1 = 5a - 5$ ，

所以方框③表示的数是 a ，

D、若方框④表示的数为 a ，则① $a - 14$ ，③ $a - 6$ ，② $a - 8$ ，A： $a - 7$ ，

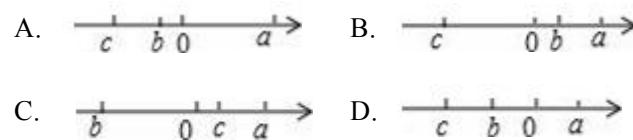
则这 5 个数的和： $a + a - 14 + a - 6 + a - 8 + a - 7 = 5a - 35$ ，

所以方框④表示的数不是 a ,

故选 C.

【点评】 本题是日历上的数, 明确日历上的规律是关键: 上下两数的差为 7, 左右两数的差为 1; 解答时要细心表示方框中的数, 容易书写错误.

10. 已知三个数 a 、 b 、 c 的平均数是 0, 则这三个数在数轴上表示的位置不可能是 ()



【考点】 数轴.

【专题】 数形结合.

【分析】 根据平均数为 0 可判断三个数中一定有一个正数和一个负数, 讨论: 若第三个数为负数, 根据绝对值的意义得到两负数表示的点到原点的距离等于正数到原点的距离; 若第三个数为正数, 则两正数表示的点到原点的距离等于负数到原点的距离, 然后利用此特征对各选项进行判断.

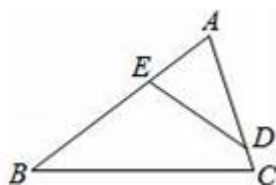
【解答】 解: 因为三个数 a 、 b 、 c 的平均数是 0,
所以三个数中一定有一个正数和一个负数, 若第三个数为负数, 则两负数表示的点到原点的距离等于正数到原点的距离; 若第三个数为正数, 则两正数表示的点到原点的距离等于负数到原点的距离.

故选 D.

【点评】 本题考查了数轴: 记住数轴的三要素: 原点, 单位长度, 正方向.

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 满分 24 分. 请将答案用黑色签字笔填入答题卡的相应位置)

11. 如图, 已知 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$, 若 $\angle ADE = 37^\circ$, 则 $\angle B = \underline{37}^\circ$.



【考点】 相似三角形的性质.

【分析】 根据相似三角形的对应角相等，可得答案.

【解答】 解：由 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ ，若 $\angle ADE = 37^\circ$ ，得

$$\angle B = \angle ADE = 37^\circ,$$

故答案为：37.

【点评】 本题考查了相似三角形的性质，熟记相似三角形的性质是解题关键.

12. 一次艺术节演出，5 位评委给某个节目打分如下：9.3 分，8.9 分，8.7 分，9.3 分，9.1 分，则该节目得分的中位数是 9.1 分.

【考点】 中位数.

【分析】 先把数据按从小到大排列，然后根据中位数的定义求解.

【解答】 解：数据按从小到大排列为：8.7 分，8.9 分，9.1 分，9.3 分，9.3 分的中位数为 9.1 分.

故答案为 9.1.

【点评】 本题考查了中位数：将一组数据按照从小到大（或从大到小）的顺序排列，如果数据的个数是奇数，则处于中间位置的数就是这组数据的中位数. 如果这组数据的个数是偶数，则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数.

13. 方程 $\frac{1}{2x} = \frac{1}{x+1}$ 的解是 $x=1$.

【考点】 解分式方程.

【专题】 计算题.

【分析】 解分式方程的步骤：①去分母；②求出整式方程的解；③检验；④得出结论，据此求出方程 $\frac{1}{2x} = \frac{1}{x+1}$ 的解是多少即可.

【解答】 解：去分母得： $x+1=2x$,

解得 $x=1$,

经检验 $x=1$ 是分式方程的解,

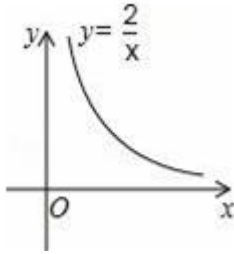
$\therefore$ 方程 $\frac{1}{2x} = \frac{1}{x+1}$ 的解是 $x=1$.

故答案为： $x=1$.

【点评】 此题主要考查了解分式方程，要熟练掌握解分式方程的步骤：①去分母；②求出

整式方程的解；③检验；④得出结论.

14. 已知点 A (1, y_1) , B (2, y_2) 是如图所示的反比例函数 $y=\frac{2}{x}$ 图象上两点, 则 y_1 > y_2 (填“>”, “<”或“=”) .



【考点】反比例函数图象上点的坐标特征.

【分析】先确定 k 的值为 2, 得在每一分支上, y 随 x 的增大而减小, 通过判断 x 的大小来确定 y 的值.

【解答】解: $\because k=2>0$,

$\therefore$ 在每一分支上, y 随 x 的增大而减小,

$\because 1<2$,

$\therefore y_1>y_2$,

故答案为: > .

【点评】本题考查了反比例函数的增减性, 当 $k>0$ 时, 在每一分支上, y 随 x 的增大而减小; 当 $k<0$ 时, 在每一分支上, y 随 x 的增大而增大; 本题也可以将 x 的值代入计算求出对应 y 的值来判断大小关系.

15. 如图是一枚“八一”建军节纪念章, 其外轮廓是一个正五边形, 则图中 $\angle 1$ 的大小为 108 $^{\circ}$.



【考点】多边形内角与外角.

【专题】计算题; 正多边形与圆.

【分析】所求角即为正五边形的内角，利用多边形的内角和定理求出即可．

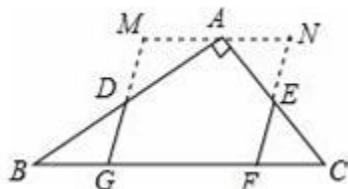
【解答】解：∵正五边形的内角和为 $(5-2) \times 180^\circ = 540^\circ$ ，

$$\therefore \angle 1 = 540^\circ \div 5 = 108^\circ,$$

故答案为：108

【点评】此题考查了多边形的内角和外角，熟练掌握多边形的内角和定理是解本题的关键．

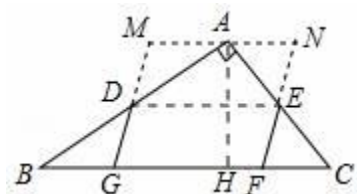
16. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle BAC=90^\circ$ ， $AB=4$ ， $AC=3$ ，点 D 、 E 分别是 AB 、 AC 的中点，点 G 、 F 在 BC 边上（均不与端点重合）， $DG \parallel EF$ ．将 $\triangle BDG$ 绕点 D 顺时针旋转 180° ，将 $\triangle CEF$ 绕点 E 逆时针旋转 180° ，拼成四边形 $MGFN$ ，则四边形 $MGFN$ 周长 l 的取值范围是 $\frac{49}{5} \leq l < 13$ ．



【考点】旋转的性质；勾股定理；图形的剪拼．

【分析】如图，连接 DE ，作 $AH \perp BC$ 于 H ．首先证明 $GF=DE=\frac{5}{2}$ ，要求四边形 $MNFG$ 周长的取值范围，只要求出 MG 的最大值和最小值即可．

【解答】解：如图，连接 DE ，作 $AH \perp BC$ 于 H ．



在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\because \angle BAC=90^\circ$ ， $AB=4$ ， $AC=3$ ，

$$\therefore BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 5,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AH,$$

$$\therefore AH = \frac{12}{5},$$

$$\because AD=DB, AE=EC,$$

$$\therefore DE \parallel CB, DE = \frac{1}{2}BC = \frac{5}{2},$$

$$\because DG \parallel EF,$$

∴ 四边形 DGFE 是平行四边形,

$$\therefore GF=DE=\frac{5}{2},$$

由题意 $MN \parallel BC$, $GM \parallel FN$,

∴ 四边形 MNFG 是平行四边形,

$$\therefore \text{当 } MG=NF=AH \text{ 时, 可得四边形 MNFG 周长的最小值} = 2 \times \frac{12}{5} + 2 \times \frac{5}{2} = \frac{49}{5},$$

当 G 与 B 重合时可得周长的最大值为 13,

∴ G 不与 B 重合,

$$\therefore \frac{49}{5} \leq l < 13.$$

故答案为 $\frac{49}{5} \leq l < 13$.

【点评】 本题考查旋转变换、勾股定理、平行四边形的性质、三角形中位线定理等知识, 解题的关键是灵活运用所学知识解决问题, 学会取特殊点解决问题, 属于中考常考题型.

三、解答题 (本大题共 9 小题, 满分 86 分. 请将解答过程用黑色签字笔写在答题卡的相应位置. 作图或添辅助线用铅笔画完, 再用黑色签字笔描黑)

17. 计算: $\sqrt{12} + (\pi - 3)^0 - 2\cos 30^\circ$.

【考点】 实数的运算; 零指数幂; 特殊角的三角函数值.

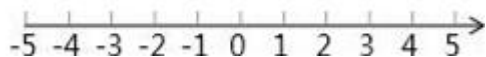
【专题】 计算题.

【分析】 根据零指数幂的意义和特殊角的三角函数值得到原式 $= 2\sqrt{3} + 1 - 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$, 然后进行乘法运算后合并即可.

【解答】 解: 原式 $= 2\sqrt{3} + 1 - 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $= 2\sqrt{3} + 1 - \sqrt{3}$
 $= \sqrt{3} + 1.$

【点评】 本题考查了二次根式的计算: 先把各二次根式化为最简二次根式, 再进行二次根式的乘除运算, 然后合并同类二次根式. 在二次根式的混合运算中, 如能结合题目特点, 灵活运用二次根式的性质, 选择恰当的解题途径, 往往能事半功倍.

18. 解不等式 $\frac{x}{2} - 1 \leq \frac{7-x}{3}$, 并把解集在数轴上表示出来.



【考点】解一元一次不等式；在数轴上表示不等式的解集.

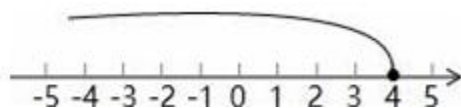
【分析】利用解一元一次不等式的方法解出不等式的解集，再将其表示在数轴上即可得出结论.

【解答】解：不等式两边同时 $\times 6$ 得： $3x - 6 \leq 14 - 2x$,

移项得： $5x \leq 20$,

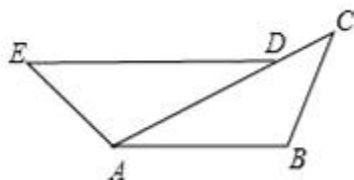
解得： $x \leq 4$.

将其在数轴上表示出来如图所示.



【点评】本题考查了解一元一次不等式以及在数轴上表示不等式的解集，熟练掌握解一元一次不等式的方法是解题的关键.

19. 如图，已知 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DAE$ ， D 是 AC 上一点， $AD=AB$ ， $DE \parallel AB$ ， $DE=AC$. 求证： $AE=BC$.



【考点】全等三角形的判定与性质.

【分析】根据平行线的性质找出 $\angle ADE = \angle BAC$ ，借助全等三角形的判定定理 SAS 证出 $\triangle ADE \cong \triangle BAC$ ，由此即可得出 $AE=BC$.

【解答】证明： $\because DE \parallel AB$,

$\therefore \angle ADE = \angle BAC$.

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle BAC$ 中，
$$\begin{cases} AD=BA \\ \angle ADE=\angle BAC \\ DE=AC \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle BAC$ (SAS) ,

$\therefore AE=BC$.

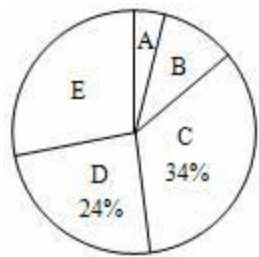
【点评】本题考查了全等三角形的判定与性质，熟练掌握全等三角形的判定定理是解题的关键.

20. 某市第三中学组织学生参加生命安全知识网络测试. 小明对九年 2 班全体学生的测试成绩进行统计, 并绘制了如图不完整的频数分布表和扇形统计图.

根据图表中的信息解答下列问题:

- (1) 求九年 2 班学生的人数;
- (2) 写出频数分布表中 a, b 的值;
- (3) 已知该市共有 80 000 名中学生参加这次安全知识测试, 若规定 80 分以上 (含 80 分) 为优秀, 估计该市本次测试成绩达到优秀的人数;
- (4) 小明通过该市教育网站搜索发现, 全市参加本次测试的中学生中, 成绩达到优秀有 56 320 人. 请你用所学统计知识简要说明实际优秀人数与估计人数出现较大偏差的原因.

组别	分数段 (x)	频数
A	$0 \leq x < 60$	2
B	$60 \leq x < 70$	5
C	$70 \leq x < 80$	17
D	$80 \leq x < 90$	a
E	$90 \leq x \leq 100$	b



【考点】 扇形统计图; 用样本估计总体; 频数 (率) 分布表.

【分析】 (1) 根据数据总数= $\frac{\text{频数}}{\text{百分比}}$ 代入计算, 求出九年 2 班学生的人数;

(2) a 是 D 组的频数=百分比×总数; b 是 E 组的频数=50 - 各组频数;

(3) 先计算优秀的百分比, 再与 80000 相乘即可;

(4) 取的样本不足以代表全市总中学的总体情况.

【解答】 解: (1) $17 \div 34\% = 50$ (人),

答: 九年 2 班学生的人数为 50 人;

(2) $a = 24\% \times 50 = 12$,

$$b=50-2-5-17-12=14,$$

$$(3) E: 14 \div 50 = 28\%,$$

$$(28\% + 24\%) \times 80000 = 52 \times 800 = 41600 \text{ (人)},$$

答：估计该市本次测试成绩达到优秀的人数为 41600 人；

(4) 全市参加本次测试的中学生中，成绩达到优秀有 56 320 人；而样本中估计该市本次测试成绩达到优秀的人数为 41600 人，原因是：小明对第三中学九年 2 班全体学生的测试成绩取的样本不足以代表全市总中学的总体情况，所以会出现较大偏差。

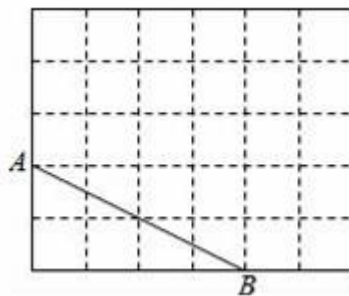
【点评】 此题考查了数据的收集与整理，根据频数分布表和扇形统计图可以将大量数据分类，结果清晰，一目了然地表达出来，熟练掌握公式是做好本题的关键：数据总数 = $\frac{\text{频数}}{\text{百分比}}$ ，各组频数和 = 总数据；属于基础题，比较简单。

21. 如图，在边长为 1 的正方形组成的 6×5 方格中，点 A，B 都在格点上。

(1) 在给定的方格中将线段 AB 平移到 CD，使得四边形 ABDC 是矩形，且点 C，D 都落在格点上。画出四边形 ABDC，并叙述线段 AB 的平移过程；

(2) 在方格中画出 $\triangle ACD$ 关于直线 AD 对称的 $\triangle AED$ ；

(3) 直接写出 AB 与 DE 的交点 P 到线段 BE 的距离。

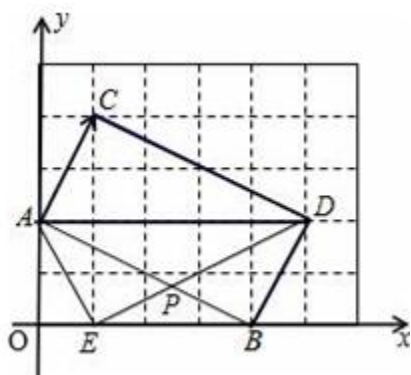


【考点】 作图-轴对称变换；作图-平移变换。

【分析】 (1)、(2) 根据题意作出图象；

(3) 建立坐标系，求出直线 AB、DE 所在直线解析式，再求出两直线交点坐标可得。

【解答】 解：(1) 如图所示，将线段 AB 沿 AC 方向平移即可；



(2) 如图所示, $\triangle AED$ 即为所求;

(3) 建立如图所示坐标系,

设 AB 所在直线解析式为 $y=kx+b$,

将 A (0, 2)、B (4, 0) 代入, 得: $\begin{cases} b=2 \\ 4k+b=0 \end{cases}$,

解得: $\begin{cases} k=-\frac{1}{2} \\ b=2 \end{cases}$,

$\therefore$ AB 所在直线解析式为 $y=-\frac{1}{2}x+2$,

设 DE 所在直线解析式为 $y=mx+n$,

将点 D (5, 2)、E (1, 0) 代入, 得: $\begin{cases} 5m+n=2 \\ m+n=0 \end{cases}$,

解得: $\begin{cases} m=\frac{1}{2} \\ n=-\frac{1}{2} \end{cases}$,

$\therefore$ DE 所在直线解析式为 $y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$,

根据题意, $\begin{cases} y=-\frac{1}{2}x+2 \\ y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2} \end{cases}$,

解得: $\begin{cases} x=\frac{5}{2} \\ y=\frac{3}{4} \end{cases}$,

$\therefore$ 点 E 的坐标为 $(\frac{5}{2}, \frac{3}{4})$,

故 AB 与 DE 的交点 P 到线段 BE 的距离 $\frac{3}{4}$.

【点评】 本题主要考查平移变换和轴对称变换及两直线相交问题，建立坐标系后待定系数求函数解析式是解题的关键.

22. 解古算题：“今有甲、乙二人持钱不知其数. 甲得乙半而钱四十八，乙得甲太半而亦钱四十八. 甲、乙持钱各几何？”

题目大意是：甲、乙两人各带了若干钱. 如果甲得到乙所有钱的一半，那么甲共有钱 48，如果乙得到甲所有钱的 $\frac{2}{3}$ ，那么乙也共有钱 48. 问甲、乙两人各带了多少钱？

【考点】 二元一次方程组的应用.

【分析】 设甲原有 x 元钱，乙原有 y 元钱，根据题意可得，甲的钱+乙的钱的一半=48 元，乙的钱+甲所有钱的 $\frac{2}{3}$ =48 元，据此列方程组，求解即可.

【解答】 解：设甲原有 x 元钱，乙原有 y 元钱，根据题意，得

$$\begin{cases} x + \frac{1}{2}y = 48 \\ \frac{2}{3}x + y = 48 \end{cases},$$

解得： $\begin{cases} x = 36 \\ y = 24 \end{cases}$,

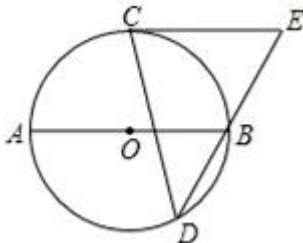
答：甲、乙两人各带了 36 元和 24 元钱.

【点评】 本题考查了二元一次方程组的应用，解答本题的关键是读懂题意，设出未知数，找出合适的等量关系，列方程组求解.

23. 如图，已知 AB 是 $\odot O$ 的直径， C, D 是 $\odot O$ 上两点， $\angle CDB = 45^\circ$. 过点 C 作 $CE \parallel AB$ 交 DB 的延长线于点 E .

(1) 求证： CE 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 若 $\cos \angle CED = \frac{1}{3}$ ， $BD = 6$ ，求 $\odot O$ 的直径.



【考点】 切线的判定；圆周角定理；解直角三角形.

(2) 要求 $\odot O$ 的直径, 根据 $CE \parallel AB$, $\cos \angle CED = \frac{1}{3}$, $BD=6$, 可以求得 AB 的长, 本题得以解决.

(2) 连接 AD, 如右上图所示,

$\therefore CE \parallel AB,$

$\therefore \angle CED = \angle ABD,$

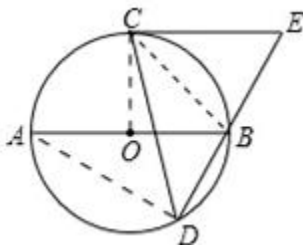
$\therefore \cos \angle CED = \frac{1}{3},$ BD=6, AB 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle ADB = 90^\circ, \cos \angle ABD = \frac{1}{3},$

$\therefore \frac{BD}{AB} = \frac{1}{3},$

$\therefore AB = 18,$

即 $\odot O$ 的直径是 18.

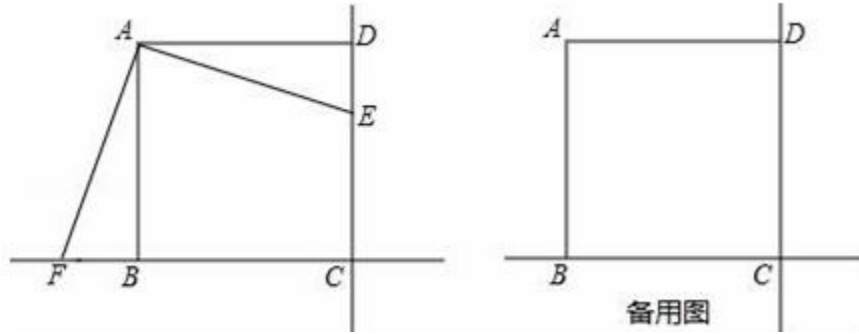


24. 已知正方形 ABCD, 点 E 在直线 CD 上.

(1) 若 F 是直线 BC 上一点, 且 $AF \perp AE$, 求证: $AF=AE$; (请利用图 1 所给的图形加以证明)

(2) 写出 (1) 中命题的逆命题, 并画出一个图形说明该逆命题是假命题;

(3) 若点 G 在直线 BC 上, 且 AG 平分 $\angle BAE$, 探索线段 BG、DE、AE 之间的数量关系, 并说明理由.



【考点】 四边形综合题.

【专题】 压轴题.

【分析】 (1) 如图 1, 利用 ASA 证明 $\triangle ABF \cong \triangle ADE$, 可以直接得出 $AE=AF$;

(2) 如图 2 所示, 如果 $AF=AE$ 时, AE 与 AF 不一定垂直;

(3) 分三种情况:

①当 E 在线段 CD 上时, 满足 $AE=BG+DE$, 如图 3, 作辅助线, 利用 (1) 的结论得: $\triangle ABF \cong \triangle ADE$, 得 $AE=AF$, $DE=BF$, 再证明 $AF=FG$, 利用等量代换和线段的和得出结论.

②当 E 在 CD 的延长线上时, 满足 $BG=DE+AE$, ③当 E 在 DC 的延长线上时, 满足 $AE=DE+BG$; 同理分别得出相应结论.

【解答】 证明: (1) 如图 1, $\because$ 四边形 ABCD 是正方形,

$$\therefore AB=AD, \angle ABC=\angle ADC=\angle BAD=90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABF=\angle ADC=90^\circ, \angle DAE+\angle BAE=90^\circ,$$

$$\therefore AE \perp AF,$$

$$\therefore \angle EAF=90^\circ,$$

$$\therefore \angle FAB+\angle BAE=90^\circ,$$

$$\therefore \angle DAE=\angle BAF,$$

$$\therefore \triangle ABF \cong \triangle ADE,$$

$\therefore AE=AF$;

(2) 若 F 是直线 BC 上一点, 且 $AF=AE$, 则 $AF \perp AE$;

如图 2 所示, 当 $AF=AE$ 时, 则 AF 与 AE 不一定垂直, 所以“若 F 是直线 BC 上一点, 且 $AF=AE$, 则 $AF \perp AE$ ”是假命题;

(3) 分三种情况:

①当 E 在线段 CD 上时, 满足 $AE=BG+DE$, 理由是:

如图 3, 过 A 作 $AF \perp AE$, 与直线 CB 交于点 F,

由 (1) 得: $\triangle ABF \cong \triangle ADE$,

$\therefore AE=AF$, $DE=BF$,

$\therefore FG=BF+BG=BG+DE$,

$\therefore AG$ 平分 $\angle BAE$,

$\therefore \angle BAG=\angle EAG$,

$\therefore \angle BAF=\angle DAE$,

$\therefore \angle BAF+\angle BAG=\angle EAG+\angle DAE$,

$\therefore \angle FAG=\angle DAG$,

$\therefore AD \parallel BC$,

$\therefore \angle DAG=\angle AGF$,

$\therefore \angle AGF=\angle FAG$,

$\therefore AF=FG$,

$\therefore AE=FG=BG+DE$.

②当 E 在 CD 的延长线上时, 满足 $BG=DE+AE$, 理由是:

如图 4,

过 A 作 $AF \perp AE$, 与直线 CB 交于点 F,

由 (1) 得: $\triangle ABF \cong \triangle ADE$,

$\therefore AE=AF$, $DE=BF$, $\angle BAF=\angle DAE$,

$\therefore AG$ 平分 $\angle BAE$,

$\therefore \angle BAG=\angle EAG$,

$\therefore \angle BAG-\angle BAF=\angle EAG-\angle DAE$,

$\therefore \angle FAG=\angle GAD$,

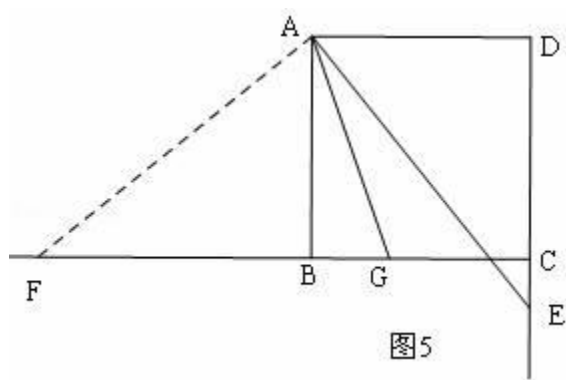
$\because AD \parallel BC$,
 $\therefore \angle DAG = \angle AGF$,
 $\therefore \angle AGF = \angle FAG$,
 $\therefore AF = FG$,
 $\therefore AE = FG = AF$,
 $\therefore BG = BF + FG = DE + AE$;

③当 E 在 DC 的延长线上时, 满足 $AE = DE + BG$, 理由是:

如图 5, 过 A 作 $AF \perp AE$, 与直线 CB 交于点 F,

同理得: $\triangle ABF \cong \triangle ADE$,

$\therefore AE = AF$, $DE = BF$,
 $\therefore FG = BF + BG = BG + DE$,
 $\therefore AG$ 平分 $\angle BAE$,
 $\therefore \angle BAG = \angle EAG$,
 $\therefore \angle BAF = \angle DAE$,
 $\therefore \angle BAF + \angle BAG = \angle EAG + \angle DAE$
 $\therefore \angle FAG = \angle DAG$,
 $\because AD \parallel BC$,
 $\therefore \angle DAG = \angle AGF$,
 $\therefore \angle AGF = \angle FAG$,
 $\therefore AF = FG$,
 $\therefore AE = FG = BG + DE$.



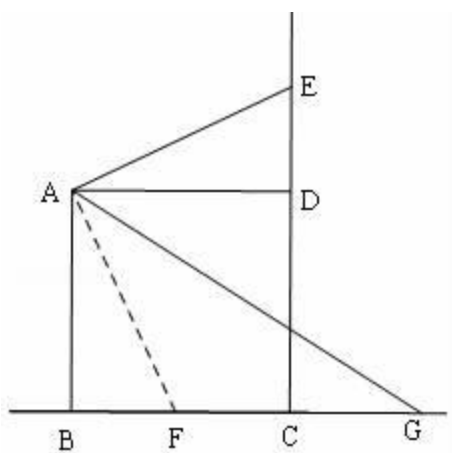


图4

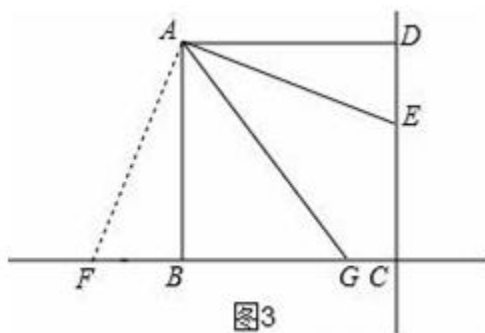


图3

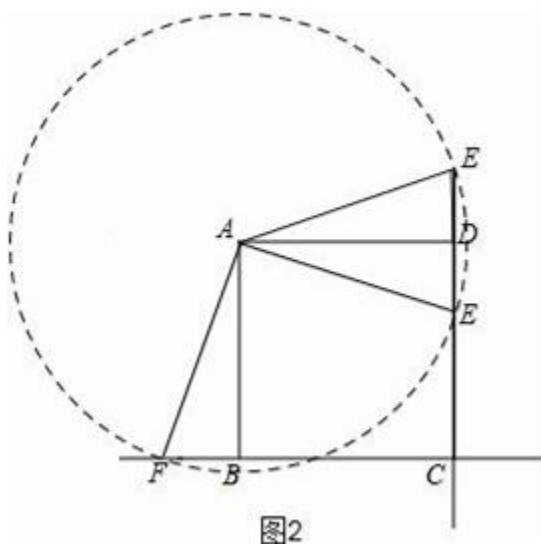


图2

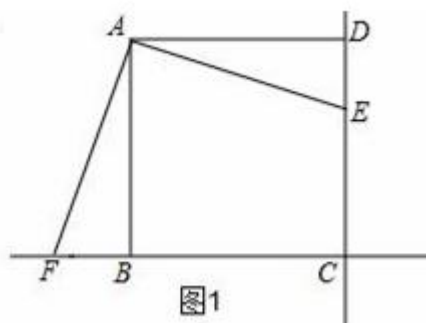


图1

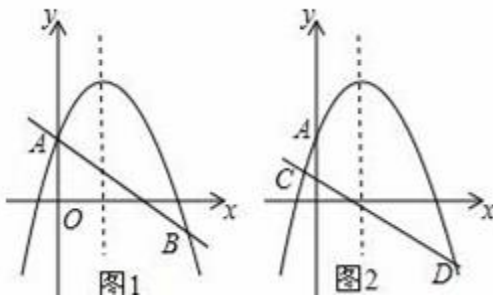
【点评】本题是四边形的综合题，考查了正方形、全等三角形的性质和判定；正方形的各边相等且每个角都等于 90° ，在全等的证明中常利用同角的余角相等证明两个角相等，这一方法要熟练掌握；对于第三问中线段的和差问题，常利用全等三角形对应边相等作等量代换，得出结论.

25. 如图 1，已知抛物线 $l_1: y = -\frac{1}{2}x^2 + x + 3$ 与 y 轴交于点 A，过点 A 的直线 $l_2: y = kx + b$ 与抛物线 l_1 交于另一点 B，点 A，B 到直线 $x=2$ 的距离相等.

(1) 求直线 l_2 的表达式；

(2) 将直线 l_2 向下平移 $\frac{5}{2}$ 个单位，平移后的直线 l_3 与抛物线 l_1 交于点 C，D（如图 2），判断直线 $x=2$ 是否平分线段 CD，并说明理由；

(3) 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ （ a, b, c 为常数）和直线 $y = 3x + m$ 有两个交点 M，N，对于任意满足条件的 m ，线段 MN 都能被直线 $x=h$ 平分，请直接写出 h 与 a, b 之间的数量关系.



【考点】二次函数综合题.

【分析】(1) 先根据抛物线的解析式求出抛物线与 y 轴的交点 A 的坐标，再根据点 A，B 到直线 $x=2$ 的距离相等，求出点 B 的横坐标为 4，因为 B 也在抛物线上，当 $x=4$ 代入抛物线的解析式求出 y 的值，即是点 B 的坐标，再利用待定系数法求直线 l_2 的表达式；

(2) 根据平移规律写出直线 l_3 表达式，计算出直线 l_3 与直线 $x=2$ 的交点坐标 $(2, -1.5)$ ，根据二次函数和直线 l_3 的解析式列方程组求出 C、D 两点的坐标，由中点坐标公式计算 CD 的中点坐标，恰好与直线 l_3 与直线 $x=2$ 的交点重合，所以直线 $x=2$ 平分线段 CD；

(3) 先设 $M(x_1, y_1)$ ， $N(x_2, y_2)$ ，根据 M、N 是抛物线和直线 $y=3x+m$ 的交点，列方程组得： $x_1 + x_2 = -\frac{b-3}{a}$ ，由中点坐标公式列式可得结论.

【解答】解：(1) 当 $x=0$ 时， $y=3$ ，

$\therefore A(0, 3)$ ，

∴ A 到直线 $x=2$ 的距离为 2,

∴ 点 A, B 到直线 $x=2$ 的距离相等,

∴ B 到直线 $x=2$ 的距离为 2,

∴ B 的横坐标为 4,

当 $x=4$ 时, $y=-\frac{1}{2}\times 4^2+4+3=-1$,

∴ B (4, -1),

把 A (0, 3) 和 B (4, -1) 代入 $y=kx+b$ 中得: $\begin{cases} b=3 \\ 4k+b=-1 \end{cases}$

解得: $\begin{cases} k=-1 \\ b=3 \end{cases}$,

∴ 直线 l_2 的表达式为: $y=-x+3$;

(2) 直线 $x=2$ 平分线段 CD, 理由是:

直线 l_3 表达式为: $y=-x+3-\frac{5}{2}=-x+0.5$,

当 $x=2$ 时, $y=-2+0.5=-1.5$,

$$\begin{cases} y=-x+0.5 \\ y=-\frac{1}{2}x^2+x+3 \end{cases}$$

解得: $\begin{cases} x_1=5 \\ y_1=-4.5 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x_2=-1 \\ y_2=1.5 \end{cases}$,

∴ C (-1, 1.5)、D (5, -4.5),

∴ 线段 CD 的中点坐标为: $x=\frac{-1+5}{2}=2$, $y=\frac{1.5-4.5}{2}=-1.5$,

则直线 $x=2$ 平分线段 CD;

$$(3) \begin{cases} y=ax^2+bx+c \\ y=3x+m \end{cases}$$

$$ax^2+(b-3)x+c-m=0,$$

则 x_1 、 x_2 是此方程的两个根,

$$x_1+x_2=-\frac{b-3}{a},$$

∴ 线段 MN 都能被直线 $x=h$ 平分,

设线段 MN 的中点为 P, 则 P 的横坐标为 h,

根据中点坐标公式得: $h=\frac{x_1+x_2}{2}=-\frac{b-3}{2a}$.

【点评】本题是二次函数的综合题，考查了二次函数与一次函数的交点问题，与方程组相结合，理解上有难度；要熟知中点坐标公式：若 A (a, b) , B (m, n) , 则 AB 的中点坐标 $x=\frac{a+m}{2}$, $y=\frac{b+n}{2}$ ；两函数图象的交点就是两函数解析式所列方程组的解.