

2015 年福建省莆田市中考数学试卷

一、选择题（共 10 小题，每小题 4 分，满分 40 分）

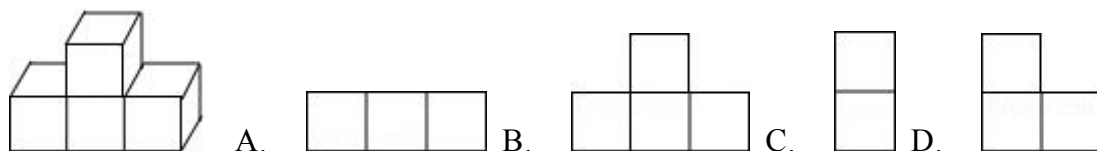
1. (4 分) (2015•莆田) -2 的相反数是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. 2 C. $-\frac{1}{2}$ D. -2

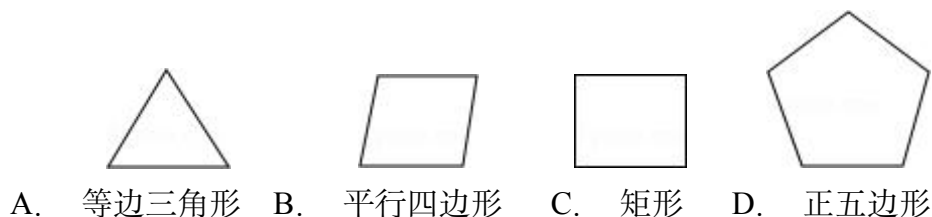
2. (4 分) (2015•莆田) 下列运算正确的是 ()

- A. $(a^2)^3 = a^5$ B. $a^2 + a^4 = a^6$ C. $a^3 \div a^3 = 1$ D. $(a^3 - a) \div a = a^2$

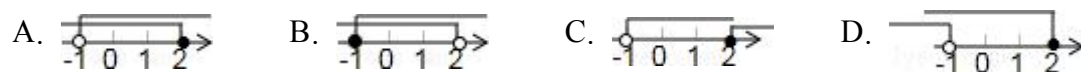
3. (4 分) (2015•莆田) 右边几何体的俯视图是 ()



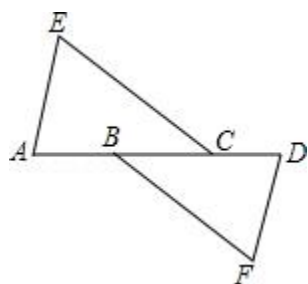
4. (4 分) (2015•莆田) 下列图形中，既是轴对称图形，又是中心对称图形的是 ()



5. (4 分) (2015•莆田) 不等式组 $\begin{cases} x+2 > 1 \\ \frac{1}{2}x \leq 1 \end{cases}$ 的解集在数轴上可表示为 ()



6. (4 分) (2015•莆田) 如图， $AE \parallel DF$ ， $AE = DF$ ，要使 $\triangle EAC \cong \triangle FDB$ ，需要添加下列选项中的 ()

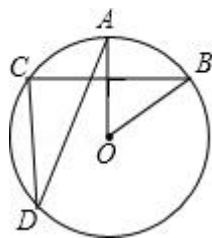


- A. $AB = CD$ B. $EC = BF$ C. $\angle A = \angle D$ D. $AB = BC$

7. (4分) (2015•莆田) 在一次定点投篮训练中, 五位同学投中的个数分别为 3, 4, 4, 6, 8, 则关于这组数据的说法不正确的是 ()

- A. 平均数是 5 B. 中位数是 6 C. 众数是 4 D. 方差是 3.2

8. (4分) (2015•莆田) 如图, 在 $\odot O$ 中, $\widehat{AB} = \widehat{AC}$, $\angle AOB = 50^\circ$, 则 $\angle ADC$ 的度数是 ()



- A. 50° B. 40° C. 30° D. 25°

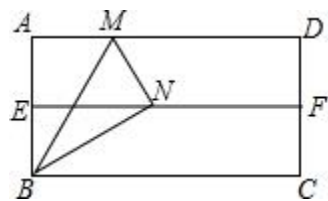
9. (4分) (2015•莆田) 命题“关于 x 的一元二次方程 $x^2 + bx + 1 = 0$, 必有实数解.”是假命题. 则在下列选项中, 可以作为反例的是 ()

- A. $b = -3$ B. $b = -2$ C. $b = -1$ D. $b = 2$

10. (4分) (2015•莆田) 数学兴趣小组开展以下折纸活动:

- (1) 对折矩形 $ABCD$, 使 AD 和 BC 重合, 得到折痕 EF , 把纸片展平;
(2) 再一次折叠纸片, 使点 A 落在 EF 上, 并使折痕经过点 B , 得到折痕 BM , 同时得到线段 BN .

观察, 探究可以得到 $\angle ABM$ 的度数是 ()



- A. 25° B. 30° C. 36° D. 45°

二、细心填一填 (共 6 小题, 每小题 4 分, 满分 24 分)

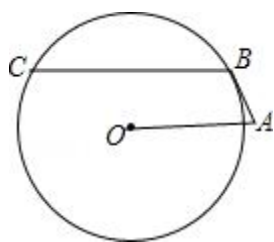
11. (4分) (2015•莆田) 要了解一批炮弹的杀伤力情况, 适宜采取_____ (选填“全面调查”或“抽样调查”).

12. (4分) (2015•莆田) 八边形的外角和是_____.

13. (4分) (2015•莆田) 中国的陆地面积约为 $9\,600\,000\text{km}^2$, 把 $9\,600\,000$ 用科学记数法表示为_____.

14. (4分) (2015•莆田) 用一根长为 32cm 的铁丝围成一个矩形, 则围成矩形面积的最大值是_____ cm^2 .

15. (4分) (2015•莆田) 如图, AB 切 $\odot O$ 于点 B , $OA=2\sqrt{3}$, $\angle BAO=60^\circ$, 弦 $BC \parallel OA$, 则 $\widehat{BC}$ 的长为_____ (结果保留 π).



16. (4分) (2015•莆田) 谢尔宾斯基地毯, 最早是由波兰数学家谢尔宾斯基制作出来的: 把一个正三角形分成全等的 4 个小正三角形, 挖去中间的一个小三角形; 对剩下的 3 个小正三角形再分别重复以上做法...将这种做法继续进行下去, 就得到小格子越来越多的谢尔宾斯基地毯 (如图). 若图 1 中的阴影三角形面积为 1, 则图 5 中的所有阴影三角形的面积之和是_____.



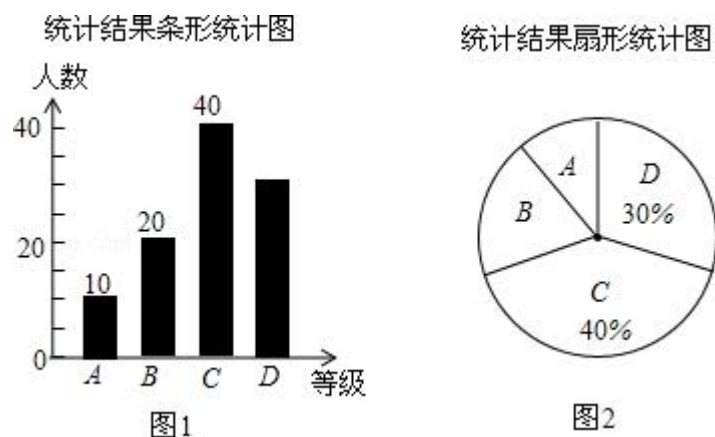
三、耐心做一做 (共 10 小题, 满分 86 分)

17. (7分) (2015•莆田) 计算: $|2 - \sqrt{2}| - \sqrt{9} + (-1)^0$.

18. (7分) (2015•莆田) 解分式方程: $\frac{2}{x} - \frac{3}{x+2}$.

19. (8分) (2015•莆田) 先化简, 再求值: $\frac{a^2 - 2ab}{a - b} - \frac{b^2}{b - a}$, 其中 $a = 1 + \sqrt{3}$, $b = -1 + \sqrt{3}$.

20. (10分) (2015•莆田) 为建设“书香校园”, 某校开展读书月活动, 现随机抽取了一部分学生的日人均阅读时间 x (单位: 小时) 进行统计, 统计结果分为四个等级, 分别记为 A, B, C, D, 其中: A: $0 \leq x < 0.5$, B: $0.5 \leq x < 1$, C: $1 \leq x < 1.5$, D: $1.5 \leq x < 2$, 根据统计结果绘制了如图两个尚不完整的统计图.

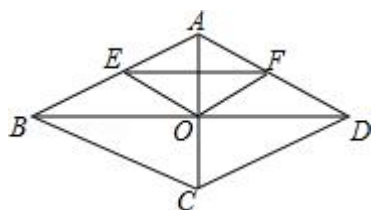


- (1) 本次统计共随机抽取了_____名学生;
- (2) 扇形统计图中等级 B 所占的圆心角是_____;
- (3) 从参加统计的学生中, 随机抽取一个人, 则抽到“日人均阅读时间大于或等于 1 小时”的学生的概率是_____;
- (4) 若该校有 1200 名学生, 请估计“日人均阅读时间大于或等于 0.5 小时”的学生共有_____人.

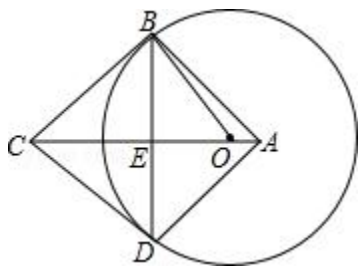
21. (8分) (2015•莆田) 如图, 菱形 ABCD 的对角线 AC, BD 相交于点 O, 点 E, F 分别是边 AB, AD 的中点.

- (1) 请判断 $\triangle OEF$ 的形状, 并证明你的结论;

(2) 若 $AB=13$, $AC=10$, 请求出线段 EF 的长.



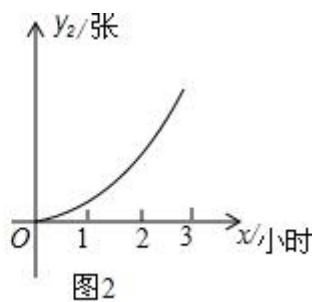
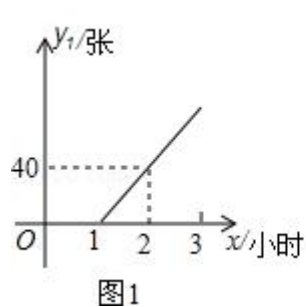
22. (8 分) (2015•莆田) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB=AD$, 对角线 AC , BD 交于点 E , 点 O 在线段 AE 上, $\odot O$ 过 B , D 两点, 若 $OC=5$, $OB=3$, 且 $\cos \angle BOE = \frac{3}{5}$. 求证: CB 是 $\odot O$ 的切线.



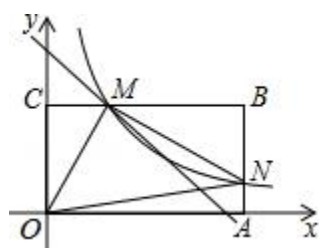
23. (8 分) (2015•莆田) 某动车站在原有的普通售票窗口外新增了无人售票窗口, 普通售票窗口从上午 8 点开放, 而无人售票窗口从上午 7 点开放, 某日从上午 7 点到 10 点, 每个普通售票窗口售出的车票数 y_1 (张) 与售票时间 x (小时) 的变化趋势如图 1, 每个无人售票窗口售出的车票数 y_2 (张) 与售票时间 x (小时) 的变化趋势是以原点为顶点的抛物线的一部分, 如图 2, 若该日截至上午 9 点, 每个普通售票窗口与每个无人售票窗口售出的车票数恰好相同.

(1) 求图 2 中所确定抛物线的解析式;

(2) 若该日共开放 5 个无人售票窗口, 截至上午 10 点, 两种窗口共售出的车票数不少于 900 张, 则至少需要开放多少个普通售票窗口?



24. (8 分) (2015•莆田) 如图, 矩形 $OABC$, 点 A , C 分别在 x 轴, y 轴正半轴上, 直线 $y = -x + 6$ 交边 BC 于点 $M(m, n)$ ($m < n$), 并把矩形 $OABC$ 分成面积相等的两部分, 过点 M 的双曲线 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 交边 AB 于点 N . 若 $\triangle OAN$ 的面积是 4, 求 $\triangle OMN$ 的面积.



25. (10 分) (2015•莆田) 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$, 若 a , b , c 满足 $b = a + c$, 则称抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 为“恒定”抛物线.

(1) 求证: “恒定”抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 必过 x 轴上的一个定点 A ;

(2) 已知“恒定”抛物线 $y=\sqrt{3}x^2-\sqrt{3}$ 的顶点为 P，与 x 轴另一个交点为 B，是否存在以 Q 为顶点，与 x 轴另一个交点为 C 的“恒定”抛物线，使得以 PA，CQ 为边的四边形是平行四边形？若存在，求出抛物线解析式；若不存在，请说明理由.

26. (12 分) (2015•莆田) 在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 和 $\text{Rt}\triangle AEF$ 中， $\angle ACB=\angle AEF=90^\circ$ ，若点 P 是 BF 的中点，连接 PC，PE.

特殊发现:

如图 1，若点 E，F 分别落在边 AB，AC 上，则结论：PC=PE 成立 (不要求证明).

问题探究:

把图 1 中的 $\triangle AEF$ 绕着点 A 顺时针旋转.

(1) 如图 2，若点 E 落在边 CA 的延长线上，则上述结论是否成立？若成立，请给予证明；若不成立，请说明理由；

(2) 如图 3，若点 F 落在边 AB 上，则上述结论是否仍然成立？若成立，请给予证明；若不成立，请说明理由；

(3) 记 $\frac{AC}{BC}=k$ ，当 k 为何值时， $\triangle CPE$ 总是等边三角形？(请直接写出 k 的值，不必说明理由)

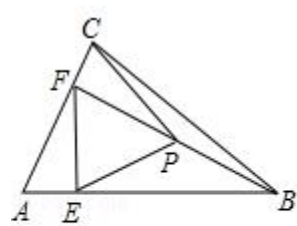


图 1

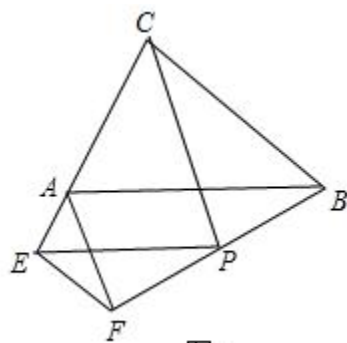


图 2

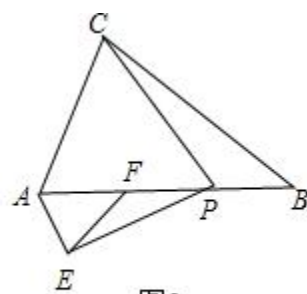


图 3

2015 年福建省莆田市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 10 小题，每小题 4 分，满分 40 分）

1. (4 分) (2015•莆田) -2 的相反数是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. 2 C. $-\frac{1}{2}$ D. -2

考点： 相反数.

分析： 根据只有符号不同的两个数互为相反数，可得一个数的相反数.

解答： 解： -2 的相反数是 2 ,

故选： B.

点评： 本体考查了相反数，在一个数的前面加上负号就是这个数的相反数.

2. (4 分) (2015•莆田) 下列运算正确的是 ()

- A. $(a^2)^3=a^5$ B. $a^2+a^4=a^6$ C. $a^3 \div a^3=1$ D. $(a^3-a) \div a=a^2$

考点： 同底数幂的除法；合并同类项；幂的乘方与积的乘方；整式的除法.

分析： 利用幂的有关性质、合并同类型及整式的除法分别运算后即可确定正确的选项.

解答： 解： A、 $(a^2)^3=a^6$ ，故错误；

B、 a^2+a^4 不能进行运算，因为二者不是同类项；

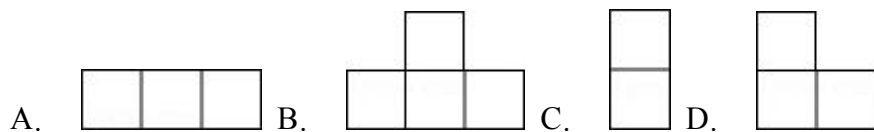
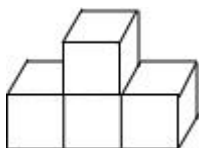
C、 $a^3 \div a^3=1$ ，正确；

D、 $(a^3-a) \div a=a^2-1$ ，故错误，

故选 C.

点评： 本题考查了幂的有关性质、合并同类型及整式的除法，解题的关键是能够熟练掌握有关幂的运算性质，难度不大.

3. (4 分) (2015•莆田) 右边几何体的俯视图是 ()



考点：简单组合体的三视图.

分析：找到从上面看所得到的图形即可，注意所有的看到的棱都应表现在俯视图中.

解答：解：从上往下看，易得三个并排的长方形.

故选 A.

点评：本题考查了三视图的知识，俯视图是从上向下得到的物体的正视图.

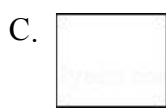
4. (4 分) (2015•莆田) 下列图形中，既是轴对称图形，又是中心对称图形的是 ()



等边三角形



平行四边形



矩形



正五边形

考点：中心对称图形；轴对称图形.

分析：根据轴对称图形和中心对称图形的概念求解.

解答：解：A、是轴对称图形，不是中心对称图形. 故错误；

B、不是轴对称图形，是中心对称图形. 故错误；

C、是轴对称图形，也是中心对称图形. 故正确；

D、是轴对称图形，不是中心对称图形. 故错误.

故选 C.

点评：本题考查了中心对称图形与轴对称图形的概念：轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合；中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后两部分重合.

5. (4分) (2015•莆田) 不等式组 $\begin{cases} x+2>1 \\ \frac{1}{2}x\leq 1 \end{cases}$ 的解集在数轴上可表示为 ()



考点： 在数轴上表示不等式的解集；解一元一次不等式组.

分析： 分别求出两个不等式的解集，即可作出判断.

解答： 解：解不等式 $x+2>1$ 得： $x>-1$ ；

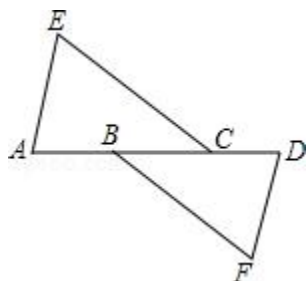
解不等式 $\frac{1}{2}x\leq 1$ 得： $x\leq 2$ ，

所以次不等式的解集为： $-1<x\leq 2$.

故选 A.

点评： 本题主要考查对不等式的性质，解一元一次不等式 (组)，在数轴上表示不等式的解集等知识点的理解和掌握，能根据不等式的解集找出不等式组的解集是解此题的关键.

6. (4分) (2015•莆田) 如图， $AE\parallel DF$ ， $AE=DF$ ， 要使 $\triangle EAC\cong\triangle FDB$ ， 需要添加下列选项中的 ()



- A. $AB=CD$ B. $EC=BF$ C. $\angle A=\angle D$ D. $AB=BC$

考点： 全等三角形的判定.

分析： 添加条件 $AB=CD$ 可证明 $AC=BD$ ， 然后再根据 $AE\parallel FD$ ， 可得 $\angle A=\angle D$ ， 再利用 SAS 定理证明 $\triangle EAC\cong\triangle FDB$ 即可.

解答： 解： $\because AE\parallel FD$ ，

$\therefore \angle A=\angle D$ ，

$\because AB=CD$ ，

$$\therefore AC=BD,$$

在 $\triangle AEC$ 和 $\triangle DFB$ 中,

$$\begin{cases} AE=DF \\ \angle A=\angle D, \\ AC=DB \end{cases}$$

$$\therefore \triangle EAC \cong \triangle FDB \text{ (SAS)},$$

故选: A.

点评: 此题主要考查了三角形全等的判定方法, 判定两个三角形全等的一般方法有: SSS、SAS、ASA、AAS、HL.

注意: AAA、SSA 不能判定两个三角形全等, 判定两个三角形全等时, 必须有边的参与, 若有两边一角对应相等时, 角必须是两边的夹角.

7. (4分) (2015•莆田) 在一次定点投篮训练中, 五位同学投中的个数分别为 3, 4, 4, 6, 8, 则关于这组数据的说法不正确的是 ()

A. 平均数是 5 B. 中位数是 6 C. 众数是 4 D. 方差是 3.2

考点: 方差; 加权平均数; 中位数; 众数.

分析: 根据平均数、中位数、众数以及方差的定义判断各选项正误即可.

解答: 解: A、平均数 $= \frac{3+4+4+6+8}{5} = 5$, 此选项正确;

B、3, 4, 4, 6, 8 中位数是 4, 此选项错误;

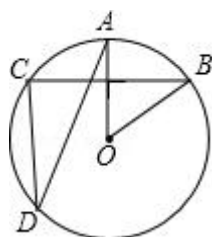
C、3, 4, 4, 6, 8 众数是 4, 此选项正确;

D、方差 $S^2 = \frac{1}{5} [(3-5)^2 + (4-5)^2 + \dots + (8-5)^2] = 3.2$, 此选项正确;

故选 B.

点评: 本题主要考查了方差、平均数、中位数以及众数的知识, 解答本题的关键是熟练掌握各个知识点的定义以及计算公式, 此题难度不大.

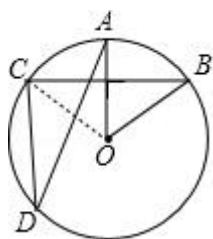
8. (4分) (2015•莆田) 如图, 在 $\odot O$ 中, $\widehat{AB} = \widehat{AC}$, $\angle AOB = 50^\circ$, 则 $\angle ADC$ 的度数是 ()



- A. 50° B. 40° C. 30° D. 25°

考点： 圆周角定理；垂径定理.

分析： 先求出 $\angle AOC = \angle AOB = 50^\circ$ ，再由圆周角定理即可得出结论.



解答： 解：

$\because$ 在 $\odot O$ 中， $\widehat{AB} = \widehat{AC}$,

$\therefore \angle AOC = \angle AOB$,

$\because \angle AOB = 50^\circ$,

$\therefore \angle AOC = 50^\circ$,

$\therefore \angle ADC = \frac{1}{2} \angle AOC = 25^\circ$,

故选 D.

点评： 本题考查的是圆周角定理，熟知在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，都等于这条弧所对的圆心角的一半是解答此题的关键.

9. (4 分) (2015•莆田) 命题“关于 x 的一元二次方程 $x^2 + bx + 1 = 0$ ，必有实数解.”

是假命题. 则在下列选项中，可以作为反例的是 ()

- A. $b = -3$ B. $b = -2$ C. $b = -1$ D. $b = 2$

考点： 命题与定理；根的判别式.

专题： 计算题.

分析： 由方程有实数根，得到根的判别式大于等于 0，求出 b 的范围即可做出判断.

解答：解：∵方程 $x^2+bx+1=0$ ，必有实数解，

$$\therefore \Delta=b^2-4\geq 0,$$

解得： $b\leq -2$ 或 $b\geq 2$ ，

则命题“关于 x 的一元二次方程 $x^2+bx+1=0$ ，必有实数解。”是假命题。则在下列选项中，可以作为反例的是 $b=-1$ ，

故选 C

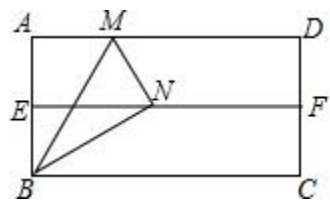
点评：此题考查了命题与定理，以及根的判别式，熟练掌握举反例说明命题为假命题的方法是解本题的关键。

10. (4 分) (2015•莆田) 数学兴趣小组开展以下折纸活动：

(1) 对折矩形 ABCD，使 AD 和 BC 重合，得到折痕 EF，把纸片展平；

(2) 再一次折叠纸片，使点 A 落在 EF 上，并使折痕经过点 B，得到折痕 BM，同时得到线段 BN。

观察，探究可以得到 $\angle ABM$ 的度数是 ()



A. 25°

B. 30°

C. 36°

D. 45°

考点：翻折变换（折叠问题）。

分析：连接 AN，根据折叠的性质得到 $\triangle ABN$ 为等边三角形，可得 $\angle ABN=60^\circ$ ，

于是得到 $\angle ABM=\angle NBM=30^\circ$ 。

解答：解：连接 AN，

∵EF 垂直平分 AB，

∴AN=BN，

由折叠知 AB=BN，

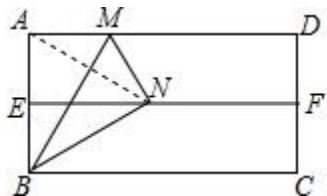
∴AN=AB=BN，

$\therefore \triangle ABN$ 为等边三角形,

$\therefore \angle ABN=60^\circ$,

$\therefore \angle ABM=\angle NBM=30^\circ$.

故选 B.



点评: 本题考查了翻折变换, 等边三角形的性质, 翻折前后对应角相等; 对应边相等; 注意特殊角及三角函数的应用.

二、细心填一填 (共 6 小题, 每小题 4 分, 满分 24 分)

11. (4 分) (2015•莆田) 要了解一批炮弹的杀伤力情况, 适宜采取 抽样调查

(选填“全面调查”或“抽样调查”).

考点: 全面调查与抽样调查.

专题: 计算题.

分析: 了解炮弹的杀伤力情况, 不可能全面调查, 炮弹全部用完没有意义, 即可得到结果.

解答: 解: 要了解一批炮弹的杀伤力情况, 适宜采取抽样调查.

故答案为: 抽样调查

点评: 此题考查了全面调查与抽样调查, 选择普查还是抽样调查要根据所要考查的对象的特征灵活选用, 一般来说, 对于具有破坏性的调查、无法进行普查、普查的意义或价值不大, 应选择抽样调查, 对于精确度要求高的调查, 事关重大的调查往往选用普查.

12. (4 分) (2015•莆田) 八边形的外角和是 360° .

考点: 多边形内角与外角.

分析: 任何凸多边形的外角和都是 360° 度.

解答： 解：八边形的外角和是 360 度.

故答案为：360°.

点评： 本题考查了多边形的内角与外角的知识，多边形的外角和是 360 度，不随着边数的变化而变化.

13. (4 分) (2015•莆田) 中国的陆地面积约为 9 600 000km²，把 9 600 000 用科学记数法表示为 9.6×10⁶.

考点： 科学记数法—表示较大的数.

分析： 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

解答： 解：将 9600000 用科学记数法表示为 9.6×10^6 .

故答案为 9.6×10^6 .

点评： 本题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

14. (4 分) (2015•莆田) 用一根长为 32cm 的铁丝围成一个矩形，则围成矩形面积的最大值是 64 cm².

考点： 二次函数的最值.

分析： 设矩形的一边长是 x cm，则邻边的长是 $(16 - x)$ cm，则矩形的面积 S 即可表示成 x 的函数，根据函数的性质即可求解.

解答： 解：设矩形的一边长是 x cm，则邻边的长是 $(16 - x)$ cm.

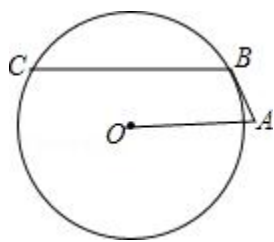
则矩形的面积 $S = x(16 - x)$ ，即 $S = -x^2 + 16x$,

当 $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{16}{-2} = 8$ 时， S 有最大值是：64.

故答案是：64.

点评： 本题考查了二次函数的性质，求最值得问题常用的思路是转化为函数问题，利用函数的性质求解.

15. (4分) (2015•莆田) 如图, AB 切 $\odot O$ 于点 B, $OA=2\sqrt{3}$, $\angle BAO=60^\circ$, 弦 $BC \parallel OA$, 则 $\widehat{BC}$ 的长为 2π (结果保留 π).



考点： 切线的性质；弧长的计算.

专题： 计算题.

分析： 连接 OB, OC, 由 AB 为圆的切线, 利用切线的性质得到 AB 与 OB 垂直, 在直角三角形 AOB 中, 利用 30 度所对的直角边等于斜边的一半求出 OA 的长, 利用勾股定理求出 OB 的长, 即为圆的半径, 由 BC 与 OA 平行, 利用两直线平行内错角相等得到一对角相等, 再由 $OB=OC$, 利用等边对等角得到一对角相等, 进而求出 $\angle BOC$ 度数, 利用弧长公式即可求出弧 BC 的长.

解答： 解: 连接 OB, OC,

$\because$ AB 为圆 O 的切线,

$\therefore OB \perp AB$,

在 $\triangle AOB$ 中, $OA=2\sqrt{3}$, $\angle BAO=60^\circ$,

$\therefore \angle AOB=30^\circ$, 即 $AB=\sqrt{3}$,

根据勾股定理得: $OB=3$,

$\because BC \parallel OA$,

$\therefore \angle OBC=\angle AOB=30^\circ$,

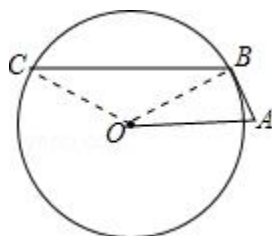
$\because OB=OC$,

$\therefore \angle OBC=\angle OCB=30^\circ$,

$\therefore \angle BOC = 120^\circ$,

则 $\widehat{BC}$ 的长 $l = \frac{120\pi \times 3}{180} = 2\pi$,

故答案为: 2π



点评: 此题考查了切线的性质, 以及弧长公式, 熟练掌握切线的性质是解本题的关键.

16. (4 分) (2015•莆田) 谢尔宾斯基地毯, 最早是由波兰数学家谢尔宾斯基制作出来的: 把一个正三角形分成全等的 4 个小正三角形, 挖去中间的一个小三角形; 对剩下的 3 个小正三角形再分别重复以上做法...将这种做法继续进行下去, 就得到小格子越来越多的谢尔宾斯基地毯 (如图). 若图 1 中的阴影三角形面积为 1, 则图 5 中的所有阴影三角形的面积之和是 $\frac{81}{256}$.



考点: 规律型: 图形的变化类.

分析: 根据题意, 每次挖去等边三角形的面积的 $\frac{1}{4}$, 剩下的阴影部分面积等于原阴影部分面积的 $\frac{3}{4}$, 然后根据有理数的乘方列式计算即可得解.

解答: 解: 图 2 阴影部分面积 $= 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$,

图 3 阴影部分面积 $= \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \left(\frac{3}{4}\right)^2$,

图 4 阴影部分面积 $= \frac{3}{4} \times \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^3$,

图 5 阴影部分面积 $= \frac{3}{4} \times \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \left(\frac{3}{4}\right)^4 = \frac{81}{256}$.

故答案为: $\frac{81}{256}$.

点评: 本题是对图形变化规律的考查, 观察出每次挖出后剩下的阴影部分面积等于原阴影部分面积的 $\frac{3}{4}$ 是解题的关键.

三、耐心做一做 (共 10 小题, 满分 86 分)

17. (7 分) (2015•莆田) 计算: $|2 - \sqrt{2}| - \sqrt{9} + (-1)^0$.

考点: 实数的运算; 零指数幂.

分析: 本题涉及绝对值, 零指数幂、二次根式化简三个考点. 针对每个考点分别进行计算, 然后根据实数的运算法则求得计算结果.

解答: 解: $|2 - \sqrt{2}| - \sqrt{9} + (-1)^0$
 $= 2 - \sqrt{2} - 3 + 1$
 $= -\sqrt{2}$.

点评: 本题考查实数的综合运算能力, 是各地中考题中常见的计算题型. 解决此类题目的关键是熟练掌握零指数幂、二次根式、绝对值等考点的运算.

18. (7 分) (2015•莆田) 解分式方程: $\frac{2}{x} = \frac{3}{x+2}$.

考点: 解分式方程.

分析: 先去分母, 把分式方程转化成整式方程, 求出整式方程的解, 最后进行检验即可.

解答: 解: 方程两边都乘以 $x(x+2)$ 得: $2(x+2) = 3x$,
解得: $x=4$,

检验: 把 $x=4$ 代入 $x(x+2) \neq 0$,

所以 $x=4$ 是原方程的解,

即原方程的解为 $x=4$.

点评: 本题考查了解分式方程的应用, 解此题的关键是能把分式方程转化成整式方程, 难度适中.

19. (8分) (2015•莆田) 先化简, 再求值: $\frac{a^2-2ab}{a-b} - \frac{b^2}{b-a}$, 其中 $a=1+\sqrt{3}$, $b=-1+\sqrt{3}$.

考点: 分式的化简求值.

专题: 计算题.

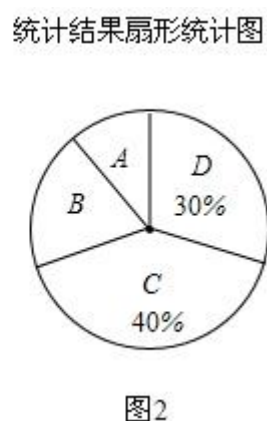
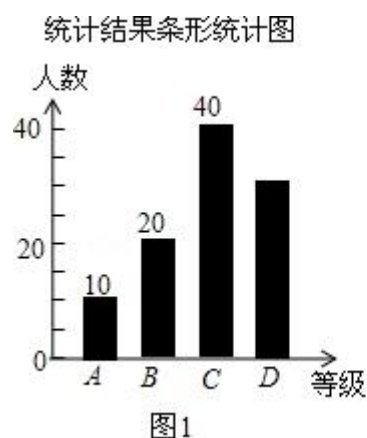
分析: 原式变形后, 利用同分母分式的加法法则计算, 约分得到最简结果, 把 a 与 b 的值代入计算即可求出值.

解答: 解: 原式 $= \frac{a^2-2ab+b^2}{a-b} = \frac{(a-b)^2}{a-b} = a-b$,

当 $a=1+\sqrt{3}$, $b=-1+\sqrt{3}$ 时, 原式 $=2$.

点评: 此题考查了分式的化简求值, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

20. (10分) (2015•莆田) 为建设“书香校园”, 某校开展读书月活动, 现随机抽取了一部分学生的日人均阅读时间 x (单位: 小时) 进行统计, 统计结果分为四个等级, 分别记为 A, B, C, D, 其中: A: $0 \leq x < 0.5$, B: $0.5 \leq x < 1$, C: $1 \leq x < 1.5$, D: $1.5 \leq x < 2$, 根据统计结果绘制了如图两个尚不完整的统计图.



- (1) 本次统计共随机抽取了 100 名学生;
- (2) 扇形统计图中等级 B 所占的圆心角是 72° ;
- (3) 从参加统计的学生中, 随机抽取一个人, 则抽到“日人均阅读时间大于或等于 1 小时”的学生的概率是 0.7;

(4) 若该校有 1200 名学生，请估计“日人均阅读时间大于或等于 0.5 小时”的学生共有 1080 人.

考点： 条形统计图；用样本估计总体；扇形统计图；概率公式.

分析： (1) 利用扇形统计图和条形统计图得出 C 组的人数为 40，在扇形统计图中占 40%，进而求出即可；

(2) 利用等级 B 在样本中所占比例，进而求出所占的圆心角；

(3) 利用“日人均阅读时间大于或等于 1 小时”的学生所占比例，得出概率；

(4) 利用“日人均阅读时间大于或等于 0.5 小时”所占比例求出答案.

解答： 解：(1) 由 C 组的人数为 40，在扇形统计图中占 40%，

故本次统计共随机抽取了： $40 \div 40\% = 100$ (名)，

故答案为：100；

(2) 由题意可得： $20 \times 100 \times 360^\circ = 72^\circ$.

故答案为： 72° ；

(3) $\because$ D 组所占比例为：30%，C 组所占比例为：40%，

$\therefore$ “日人均阅读时间大于或等于 1 小时”的学生的所占比例为：70%，

$\therefore$ 抽到“日人均阅读时间大于或等于 1 小时”的学生的概率是：0.7；

故答案为：0.7；

(4) $\because$ 样本中日人均阅读时间小于 0.5 小时的有 10 人，所占样本数据的

$$\frac{10}{100} \times 100\% = 10\%,$$

$\therefore$ 该校有 1200 名学生，“日人均阅读时间大于或等于 0.5 小时”的学生共有： $1200 \times$

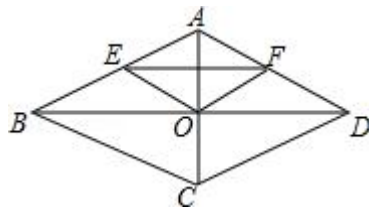
$$(1 - 10\%) = 1080 \text{ (人)}.$$

故答案为：1080.

点评： 此题主要考查了条形统计图与扇形统计图的应用，根据题意得出正确信息是解题关键.

21. (8分) (2015•莆田) 如图，菱形 ABCD 的对角线 AC, BD 相交于点 O, 点 E, F 分别是边 AB, AD 的中点.

- (1) 请判断 $\triangle OEF$ 的形状，并证明你的结论；
- (2) 若 $AB=13$, $AC=10$, 请求出线段 EF 的长.



考点： 菱形的性质；勾股定理；三角形中位线定理.

分析： (1) 利用菱形的性质结合直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半，进而求出即可；

(2) 利用勾股定理得出 BO 的长再利用三角形中位线定理得出 EF 的长.

解答： 解：(1) $\triangle OEF$ 是等腰三角形，

理由： $\because$ 四边形 ABCD 是菱形，

$$\therefore AB=AD, AC \perp BD,$$

$\because$ 点 E, F 分别是边 AB, AD 的中点，

$$\therefore EO = \frac{1}{2}AB, OF = \frac{1}{2}AD,$$

$$\therefore EO=FO,$$

$\therefore \triangle OEF$ 是等腰三角形；

(2) $\because$ 四边形 ABCD 是菱形， $AC=10$,

$$\therefore AO=5, \angle AOB=90^\circ,$$

$$\therefore BO = \sqrt{AB^2 - AO^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12,$$

$$\therefore BD=24,$$

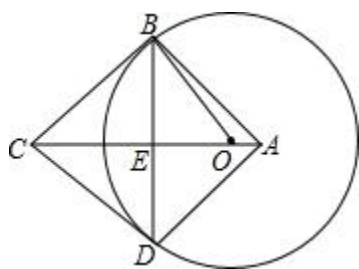
$\because$ 点 E, F 分别是边 AB, AD 的中点,

$$\therefore EF \parallel \frac{1}{2}BD,$$

$$\therefore EF=12.$$

点评: 此题主要考查了菱形的性质以及勾股定理和三角形中位线定理等知识, 熟练应用菱形的性质是解题关键.

22. (8 分) (2015•莆田) 如图, 在四边形 ABCD 中, $AB=AD$, 对角线 AC, BD 交于点 E, 点 O 在线段 AE 上, $\odot O$ 过 B, D 两点, 若 $OC=5$, $OB=3$, 且 $\cos \angle BOE = \frac{3}{5}$. 求证: CB 是 $\odot O$ 的切线.



考点: 切线的判定.

专题: 证明题.

分析: 连接 OD, 可得 $OB=OD$, 由 $AB=AD$, 得到 AE 垂直平分 BD, 在直角三角形 BOE 中, 利用锐角三角函数定义求出 OE 的长, 根据勾股定理求出 BE 的长, 由 $OC - OE$ 求出 CE 的长, 再利用勾股定理求出 BC 的长, 利用勾股定理逆定理判断得到 BC 与 OB 垂直, 即可确定出 BC 为圆 O 的切线.

解答: 证明: 连接 OD, 可得 $OB=OD$,

$$\because AB=AD,$$

$$\therefore AE \text{ 垂直平分 } BD,$$

在 $Rt\triangle BOE$ 中, $OB=3$, $\cos \angle BOE = \frac{3}{5}$,

$$\therefore OE = \frac{9}{5},$$

根据勾股定理得： $BE = \sqrt{BO^2 - OE^2} = \frac{12}{5}$, $CE = OC - OE = \frac{16}{5}$,

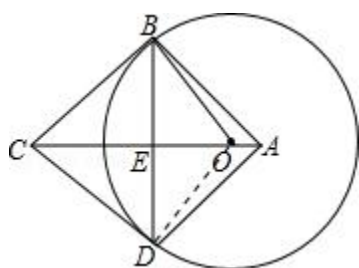
在 $Rt\triangle CEB$ 中, $BC = \sqrt{CE^2 + BE^2} = 4$,

$\because OB=3, BC=4, OC=5$,

$\therefore OB^2 + BC^2 = OC^2$,

$\therefore \angle OBC = 90^\circ$, 即 $BC \perp OB$,

则 BC 为圆 O 的切线.



点评： 此题考查了切线的判定，勾股定理及逆定理，熟练掌握切线的判定方法是解本题的关键.

23. (8分) (2015•莆田) 某动车站在原有的普通售票窗口外新增了无人售票窗口，普通售票窗口从上午 8 点开放，而无人售票窗口从上午 7 点开放，某日从上午 7 点到 10 点，每个普通售票窗口售出的车票数 y_1 (张) 与售票时间 x (小时) 的变化趋势如图 1，每个无人售票窗口售出的车票数 y_2 (张) 与售票时间 x (小时) 的变化趋势是以原点为顶点的抛物线的一部分，如图 2，若该日截至上午 9 点，每个普通售票窗口与每个无人售票窗口售出的车票数恰好相同.

(1) 求图 2 中所确定抛物线的解析式；

(2) 若该日共开放 5 个无人售票窗口，截至上午 10 点，两种窗口共售出的车票数不少于 900 张，则至少需要开放多少个普通售票窗口？

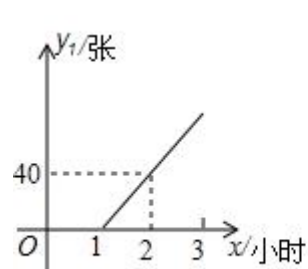


图1

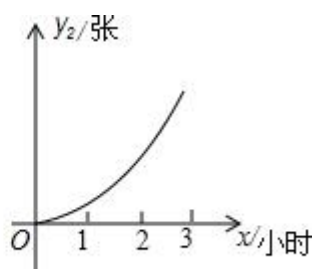


图2

考点： 二次函数的应用.

分析： (1) 设 $y_2 = ax^2$, 当 $x=2$ 时, $y_1=y_2=40$, 利用待定系数法即可解答;

(2) 设 $y_1=kx+b$ ($1 \leq x \leq 3$), 把 $(1, 0)$, $(2, 40)$ 分别代入 $y_1=kx+b$, 求得 $y_2=40x-40$, 当 $x=3$ 时, $y_1=80$, $y_2=90$, 设需要开放 m 个普通售票窗口, 所以 $80m+90 \times 5 \geq 900$, 解得 $m \geq 5\frac{5}{8}$, 因为 m 取整数, 所以 $m \geq 6$, 即可解答.

解答： 解：(1) 设 $y_2 = ax^2$,

当 $x=2$ 时, $y_1=y_2=40$,

把 $(2, 40)$ 代入 $y_2 = ax^2$,

$$4a=40,$$

解得: $a=10$,

$$\therefore y_2 = 10x^2.$$

(2) 设 $y_1=kx+b$ ($1 \leq x \leq 3$),

把 $(1, 0)$, $(2, 40)$ 分别代入 $y_1=kx+b$ 得:

$$\begin{cases} k+b=0 \\ 2k+b=40 \end{cases}$$

解得: $\begin{cases} k=40 \\ b=-40 \end{cases}$,

$$\therefore y_2 = 40x - 40,$$

当 $x=3$ 时, $y_1=80$, $y_2=90$,

设需要开放 m 个普通售票窗口,

$$\therefore 80m+90 \times 5 \geq 900,$$

$$\therefore m \geq 5\frac{5}{8},$$

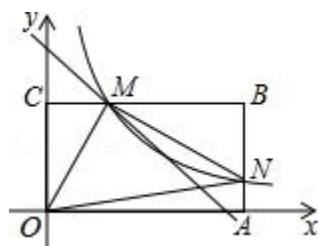
$\therefore m$ 取整数,

$$\therefore m \geq 6.$$

答: 至少需要开放 6 个普通售票窗口.

点评： 本题考查了一次函数的应用, 解决本题的关键是利用待定系数法求函数解析式.

24. (8分) (2015•莆田) 如图, 矩形 OABC, 点 A, C 分别在 x 轴, y 轴正半轴上, 直线 $y = -x + 6$ 交边 BC 于点 M (m, n) ($m < n$), 并把矩形 OABC 分成面积相等的两部分, 过点 M 的双曲线 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 交边 AB 于点 N. 若 $\triangle OAN$ 的面积是 4, 求 $\triangle OMN$ 的面积.



考点: 反比例函数与一次函数的交点问题.

分析: 由反比例函数性质求出 $S_{\triangle OCM} = S_{\triangle OAN} = 4$, 得到 $mn = 8$, 根据点 M (m, n) 在直线 $y = -x + 6$ 上, 得到 $-m + 6 = n$, 联立解方程组, 得 m, n 的值, 再根据直线 $y = -x + 6$ 分矩形 OABC 面积成相等的两部分, 求出点 B 的坐标, 进而求出 $OA = BC = 8$, $AB = OC = 4$, $BM = 6$, $BN = 3$, 由 $S_{\triangle OMN} = S_{\text{矩形 OABC}} - S_{\triangle OCM} - S_{\triangle BMN} - S_{\triangle OAN}$ 计算即可.

解答: 解: $\because$ 点 M、N 在双曲线 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 上,

$$\therefore S_{\triangle OCM} = S_{\triangle OAN} = 4,$$

$$\therefore \frac{1}{2}mn = 4,$$

$$\therefore mn = 8,$$

$\because$ 点 M (m, n) 在直线 $y = -x + 6$ 上,

$$\therefore -m + 6 = n,$$

$$\therefore \begin{cases} mn = 8 \\ -m + 6 = n \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} m = 2 \\ n = 4 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} m = 4 \\ n = 2 \end{cases} \text{ (舍去)}$$

$\therefore$ 直线 $y = -x + 6$ 分矩形 OABC 面积成相等的两部分,

∴直线 $y = -x + 6$ 过矩形 OABC 的中心,

设 B (a, 4)

∴E ($\frac{a}{2}$, 2)

∴ $-\frac{a}{2} + 6 = 2$

∴a=8,

∴OA=BC=8, AB=OC=4, BM=6, BN=3,

∴ $S_{\triangle OMN} = S_{\text{矩形 OABC}} - S_{\triangle OCM} - S_{\triangle BMN} - S_{\triangle OAN} = 32 - 4 - 9 - 4 = 15$.

点评: 本题主要考查了反比例函数的性质、一次函数与反比例函数的综合运用、待定系数法以及数形结合思想, 求出 m、n 的值以及点 B 的坐标是解决问题的关键.

25. (10 分) (2015•莆田) 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$, 若 a, b, c 满足 $b = a + c$, 则称抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 为“恒定”抛物线.

(1) 求证: “恒定”抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 必过 x 轴上的一个定点 A;

(2) 已知“恒定”抛物线 $y = \sqrt{3}x^2 - \sqrt{3}$ 的顶点为 P, 与 x 轴另一个交点为 B, 是否存在以 Q 为顶点, 与 x 轴另一个交点为 C 的“恒定”抛物线, 使得以 PA, CQ 为边的四边形是平行四边形? 若存在, 求出抛物线解析式; 若不存在, 请说明理由.

考点: 二次函数综合题.

专题: 综合题.

分析: (1) 由“恒定”抛物线 $y = ax^2 + bx + c$, 得到 $b = a + c$, 即 $a - b + c = 0$, 即可确定出抛物线恒过定点 $(-1, 0)$;

(2) 先求出抛物线 $y = \sqrt{3}x^2 - \sqrt{3}$ 的顶点坐标和 B 的坐标, 由题意得出 $PA \parallel CQ$, $PA = CQ$; 存在两种情况:

①作 $QM \perp AC$ 于 M , 则 $QM=OP=\sqrt{3}$, 证明 $Rt\triangle QMC \cong Rt\triangle POA$, $MC=OA=1$, 得出点 Q 的坐标, 设抛物线的解析式为 $y=a(x+2)^2 - \sqrt{3}$, 把点 A 坐标代入求出 a 的值即可;

②顶点 Q 在 y 轴上, 此时点 C 与点 B 重合; 证明 $\triangle OQC \cong \triangle OPA$, 得出 $OQ=OP=\sqrt{3}$, 得出点 Q 坐标, 设抛物线的解析式为 $y=ax^2 + \sqrt{3}$, 把点 C 坐标代入求出 a 的值即可.

解答: (1) 证明: 由“恒定”抛物线 $y=ax^2+bx+c$,

得: $b=a+c$,

即 $a-b+c=0$,

$\therefore$ 抛物线 $y=ax^2+bx+c$,

当 $x=-1$ 时, $y=0$,

$\therefore$ “恒定”抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 必过 x 轴上的一个定点 $A(-1, 0)$;

(2) 解: 存在; 理由如下:

$\therefore$ “恒定”抛物线 $y=\sqrt{3}x^2 - \sqrt{3}$,

当 $y=0$ 时, $\sqrt{3}x^2 - \sqrt{3}=0$,

解得: $x=\pm 1$,

$\therefore A(-1, 0)$,

$\therefore B(1, 0)$;

$\therefore x=0$ 时, $y=-\sqrt{3}$,

$\therefore$ 顶点 P 的坐标为 $(0, -\sqrt{3})$,

以 PA , CQ 为边的平行四边形, PA 、 CQ 是对边,

$\therefore PA \parallel CQ$, $PA=CQ$,

$\therefore$ 存在两种情况:

①如图 1 所示: 作 $QM \perp AC$ 于 M ,

则 $QM=OP=\sqrt{3}$, $\angle QMC=90^\circ=\angle POA$,

在 $\text{Rt}\triangle QMC$ 和 $\text{Rt}\triangle POA$ 中,

$$\begin{cases} CQ=PA \\ QM=OP \end{cases},$$

$\therefore \text{Rt}\triangle QMC \cong \text{Rt}\triangle POA$ (HL),

$\therefore MC=OA=1$,

$\therefore OM=2$,

$\therefore$ 点 A 和点 C 是抛物线上的对称点,

$\therefore AM=MC=1$,

$\therefore$ 点 Q 的坐标为 $(-2, -\sqrt{3})$,

设以 Q 为顶点, 与 x 轴另一个交点为 C 的“恒定”抛物线的解析式为 $y=a(x+2)^2 - \sqrt{3}$,

把点 A $(-1, 0)$ 代入得: $a=\sqrt{3}$,

$\therefore$ 抛物线的解析式为: $y=\sqrt{3}(x+2)^2 - \sqrt{3}$,

即 $y=\sqrt{3}x^2+4\sqrt{3}x+3\sqrt{3}$;

②如图 2 所示: 顶点 Q 在 y 轴上, 此时点 C 与点 B 重合,

$\therefore$ 点 C 坐标为 $(1, 0)$,

$\therefore CQ \parallel PA$,

$\therefore \angle OQC = \angle OPA$,

在 $\triangle OQC$ 和 $\triangle OPA$ 中,

$$\begin{cases} \angle OQC = \angle OPA \\ \angle COQ = \angle AOP \\ CQ = PA \end{cases},$$

$\therefore \triangle OQC \cong \triangle OPA$ (AAS),

$\therefore OQ=OP=\sqrt{3}$,

$\therefore$ 点 Q 坐标为 $(0, \sqrt{3})$,

设以 Q 为顶点，与 x 轴另一个交点为 C 的“恒定”抛物线的解析式为 $y=ax^2+\sqrt{3}$,

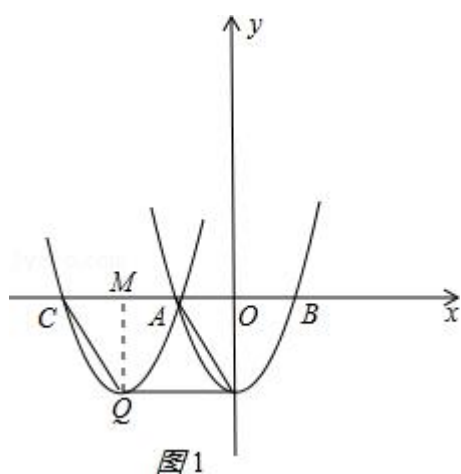
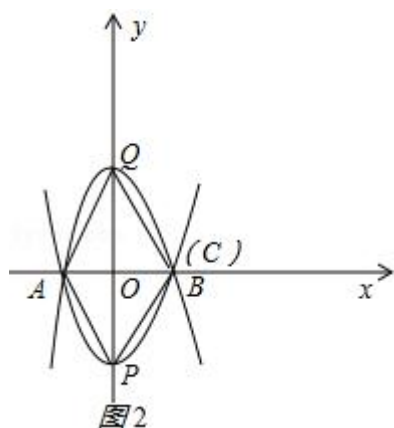
把点 C (1, 0) 代入得: $a=-\sqrt{3}$,

$\therefore$ 抛物线的解析式为: $y=-\sqrt{3}x^2+\sqrt{3}$;

综上所述: 存在以 Q 为顶点，与 x 轴另一个交点为 C 的“恒定”抛物线，使得以

PA, CQ 为边的四边形是平行四边形,

抛物线的解析式为: $y=\sqrt{3}x^2+4\sqrt{3}x+3\sqrt{3}$, 或 $y=-\sqrt{3}x^2+\sqrt{3}$.



点评: 本题是二次函数综合题目，考查了新定义“恒定”抛物线、用待定系数法求抛物线的解析式、全等三角形的判定与性质、抛物线的对称性、坐标与图形性质等知识；本题难度较大，综合性强，特别是（2）中，需要作辅助线证明三角形全等求出点的坐标才能得出抛物线的解析式.

26. (12 分) (2015•莆田) 在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 和 $\text{Rt}\triangle AEF$ 中, $\angle ACB = \angle AEF = 90^\circ$, 若点 P 是 BF 的中点, 连接 PC , PE .

特殊发现:

如图 1, 若点 E , F 分别落在边 AB , AC 上, 则结论: $PC = PE$ 成立 (不要求证明).

问题探究:

把图 1 中的 $\triangle AEF$ 绕着点 A 顺时针旋转.

(1) 如图 2, 若点 E 落在边 CA 的延长线上, 则上述结论是否成立? 若成立, 请给予证明; 若不成立, 请说明理由;

(2) 如图 3, 若点 F 落在边 AB 上, 则上述结论是否仍然成立? 若成立, 请给予证明; 若不成立, 请说明理由;

(3) 记 $\frac{AC}{BC} = k$, 当 k 为何值时, $\triangle CPE$ 总是等边三角形? (请直接写出 k 的值, 不必说明理由)

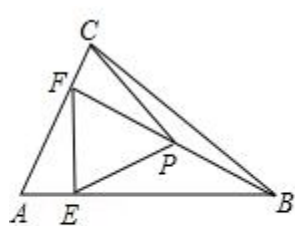


图1

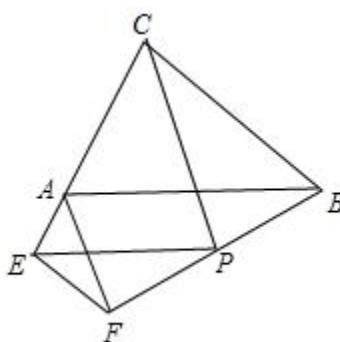


图2

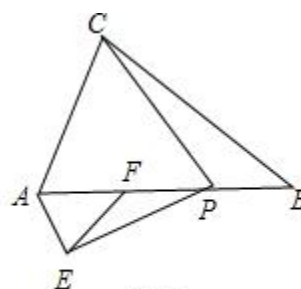


图3

考点: 几何变换综合题.

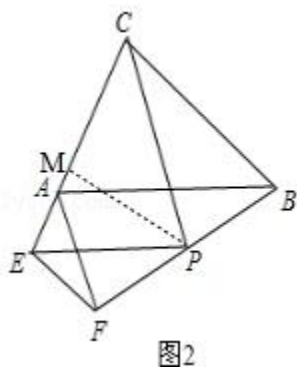
分析: (1) 首先过点 P 作 $PM \perp CE$ 于点 M , 然后根据 $EF \perp AE$, $BC \perp AC$, 可得 $EF \parallel MP \parallel CB$, 推得 $\frac{EM}{MC} = \frac{FP}{PB}$, 再根据点 P 是 BF 的中点, 可得 $EM = MC$, 据此推得 $PC = PE$ 即可.

(2) 首先过点 F 作 $FD \perp AC$ 于点 D , 过点 P 作 $PM \perp AC$ 于点 M , 连接 PD , 然后根据全等三角形判定的方法, 判断出 $\triangle DAF \cong \triangle EAF$, 即可判断出 $AD = AE$; 再判断出 $\triangle DAP \cong \triangle EAP$, 即可判断出 $PD = PE$; 最后根据 $FD \perp AC$, $BC \perp AC$,

PM ⊥ AC, 可得 FD // BC // PM, 再根据点 P 是 BF 的中点, 推得 PC=PD, 再根据 PD=PE, 即可推得 PC=PE.

(3) 首先根据△CPE 总是等边三角形, 可得∠CEP=60°, 再推得∠CAB=60°; 然后根据∠ACB=90°, 求出∠CBA=30°; 最后根据 $\frac{AC}{BC}=k$, $\frac{AC}{BC}=\tan 30^\circ$, 求出当△CPE 总是等边三角形时, k 的值是多少即可.

解答: 解: (1) 如图 2, 过点 P 作 PM ⊥ CE 于点 M,



PC=PE 成立, 理由如下:

∵ EF ⊥ AE, BC ⊥ AC,

∴ EF // MP // CB,

∴ $\frac{EM}{MC} = \frac{FP}{PB}$,

∵ 点 P 是 BF 的中点,

∴ EM=MC,

又 ∵ PM ⊥ CE,

∴ PC=PE.

(2) 如图 3, 过点 F 作 FD ⊥ AC 于点 D, 过点 P 作 PM ⊥ AC 于点 M, 连接 PD,

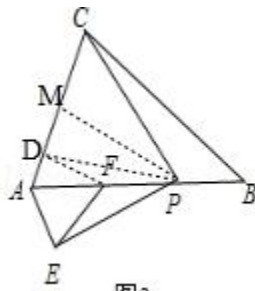


图3

PC=PE 成立，理由如下：

$$\because \angle DAF = \angle EAF, \quad \angle FDA = \angle FEA = 90^\circ,$$

在 $\triangle DAF$ 和 $\triangle EAF$ 中，

$$\begin{cases} \angle DAF = \angle EAF \\ \angle FDA = \angle FEA, \\ AF = AF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle DAF \cong \triangle EAF \quad (\text{AAS}),$$

在 $\triangle DAP$ 和 $\triangle EAP$ 中，

$$\begin{cases} AD = AE \\ \angle DAP = \angle EAP, \\ AP = AP \end{cases}$$

$$\therefore \triangle DAP \cong \triangle EAP \quad (\text{SAS}),$$

$$\therefore PD = PE,$$

$$\because FD \perp AC, \quad BC \perp AC, \quad PM \perp AC,$$

$$\therefore FD \parallel BC \parallel PM,$$

$$\therefore \frac{DM}{MC} = \frac{FP}{PB},$$

$\because$ 点 P 是 BF 的中点，

$$\therefore DM = MC,$$

又 $\because PM \perp AC$,

$$\therefore PC = PD,$$

又 $\because PD = PE$,

$\therefore PC=PE$.

(3) 如图 4,

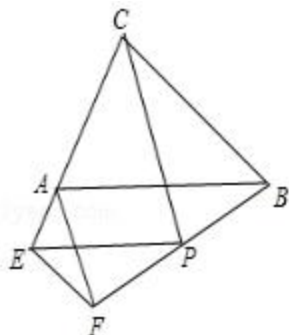


图4

$\because \triangle CPE$ 总是等边三角形,

$\therefore \angle CEP=60^\circ$,

$\therefore \angle CAB=60^\circ$,

$\because \angle ACB=90^\circ$,

$\therefore \angle CBA=90^\circ - \angle CAB=90^\circ - 60^\circ=30^\circ$,

$\because \frac{AC}{BC}=k, \frac{AC}{BC}=\tan 30^\circ$,

$\therefore k=\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}$,

$\therefore$ 当 k 为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 时, $\triangle CPE$ 总是等边三角形.

点评: (1) 此题主要考查了几何变换综合题, 考查了分析推理能力, 考查了数形结合思想的应用, 要熟练掌握.

(2) 此题还考查了全等三角形判定和性质的应用, 以及直角三角形的性质和应用, 要熟练掌握.