

2015 年福建省泉州市中考数学试卷

一、选择题（共 7 小题，每小题 3 分，满分 21 分）

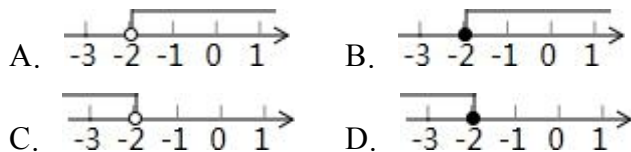
1. (3 分) (2015•泉州) -7 的倒数是 ()

- A. 7 B. -7 C. $\frac{1}{7}$ D. $-\frac{1}{7}$

2. (3 分) (2015•泉州) 计算: $(ab^2)^3 =$ ()

- A. $3ab^2$ B. ab^6 C. a^3b^6 D. a^3b^2

3. (3 分) (2015•泉州) 把不等式 $x+2 \leq 0$ 的解集在数轴上表示出来, 则正确的是 ()



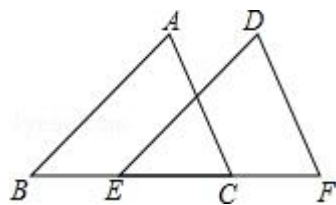
4. (3 分) (2015•泉州) 甲、乙、丙、丁四人参加训练, 近期的 10 次百米测试平均成绩都是 13.2 秒, 方差如表

选手	甲	乙	丙	丁
方差 (秒 ²)	0.020	0.019	0.021	0.022

则这四人中发挥最稳定的是 ()

- A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

5. (3 分) (2015•泉州) 如图, $\triangle ABC$ 沿着由点 B 到点 E 的方向, 平移到 $\triangle DEF$, 已知 $BC=5$, $EC=3$, 那么平移的距离为 ()

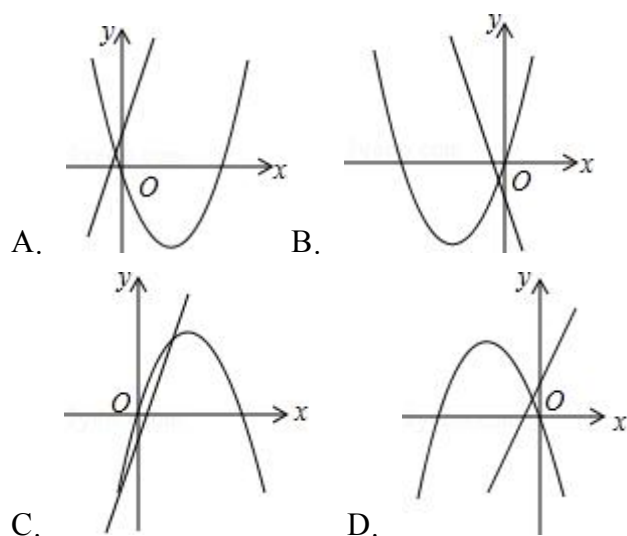


- A. 2 B. 3 C. 5 D. 7

6. (3 分) (2015•泉州) 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB=6$, $BC=4$, 那么边 AC 的长可能是下列哪个值 ()

- A. 11 B. 5 C. 2 D. 1

7. (3分) (2015•泉州) 在同一平面直角坐标系中, 函数 $y=ax^2+bx$ 与 $y=bx+a$ 的图象可能是 ()



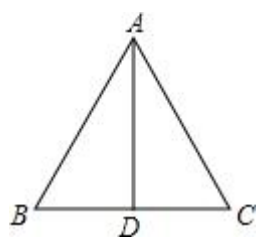
二、填空题 (共 10 小题, 每小题 4 分, 满分 40 分)

8. (4分) (2015•泉州) 比较大小: 4 _____ $\sqrt{15}$ (填“>”或“<”)

9. (4分) (2015•泉州) 因式分解: $x^2 - 49 =$ _____.

10. (4分) (2015•泉州) 声音在空气中每小时约传播 1200 千米, 将 1200 用科学记数法表示为 _____.

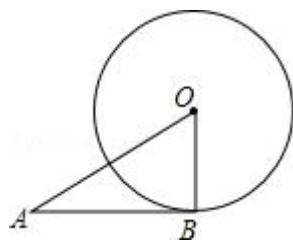
11. (4分) (2015•泉州) 如图, 在正三角形 ABC 中, $AD \perp BC$ 于点 D, 则 $\angle BAD =$ _____°.



12. (4分) (2015•泉州) 方程 $x^2=2$ 的解是 _____.

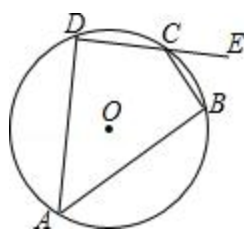
13. (4分) (2015•泉州) 计算: $\frac{2a-1}{a} + \frac{1}{a} =$ _____.

14. (4分) (2015•泉州) 如图, AB 和 $\odot O$ 切于点 B, $AB=5$, $OB=3$, 则 $\tan A =$ _____.



15. (4 分) (2015•泉州) 方程组 $\begin{cases} x - y = 4 \\ 2x + y = -1 \end{cases}$ 的解是_____.

16. (4 分) (2015•泉州) 如图, 在 $\odot O$ 的内接四边形 ABCD 中, 点 E 在 DC 的延长线上. 若 $\angle A = 50^\circ$, 则 $\angle BCE =$ _____.



17. (4 分) (2015•泉州) 在以 O 为圆心 3cm 为半径的圆周上, 依次有 A、B、C 三个点, 若四边形 OABC 为菱形, 则该菱形的边长等于_____cm; 弦 AC 所对的弧长等于_____cm.

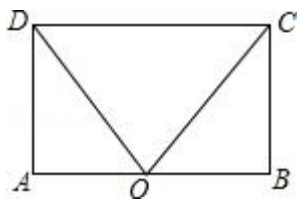
三、解答题 (共 9 小题, 满分 89 分)

18. (9 分) (2015•泉州) 计算: $|-4| + (2 - \pi)^0 - 8 \times 4^{-1} + \sqrt{18} \div \sqrt{2}$.

19. (9 分) (2015•泉州) 先化简, 再求值: $(x - 2)(x + 2) + x^2(x - 1)$, 其中 $x = -1$.

20. (9分) (2015•泉州) 如图, 在矩形 ABCD 中, 点 O 在边 AB 上,

$\angle AOC = \angle BOD$. 求证: $AO = OB$.

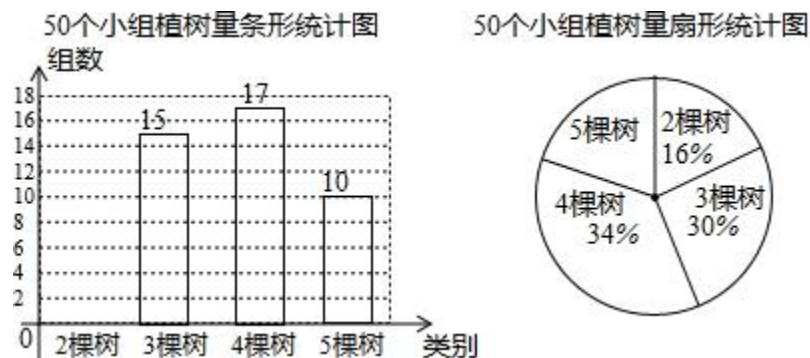


21. (9分) (2015•泉州) 为弘扬“东亚文化”, 某单位开展了“东亚文化之都”演讲比赛, 在安排 1 位女选手和 3 位男选手的出场顺序时, 采用随机抽签方式.

(1) 请直接写出第一位出场是女选手的概率;

(2) 请你用画树状图或列表的方法表示第一、二位出场选手的所有等可能结果, 并求出他们都是男选手的概率.

22. (9分) (2015•泉州) 清明期间, 某校师生组成 200 个小组参加“保护环境, 美化家园”植树活动. 综合实际情况, 校方要求每小组植树量为 2 至 5 棵, 活动结束后, 校方随机抽查了其中 50 个小组, 根据他们的植树量绘制出如图所示的两幅不完整统计图. 请根据图中提供的信息, 解答下面的问题:



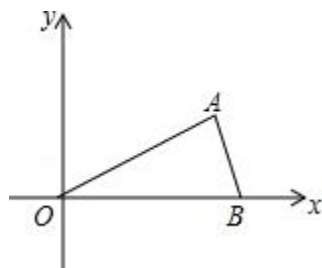
(1) 请把条形统计图补充完整，并算出扇形统计图中，植树量为“5 棵树”的圆心角是_____°.

(2) 请你帮学校估算此次活动共种多少棵树.

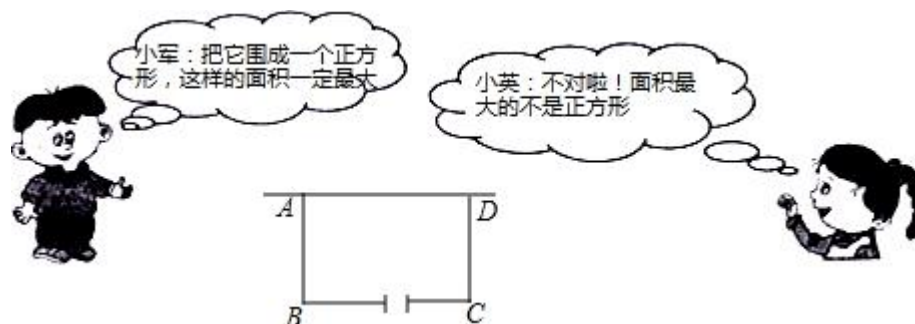
23. (9 分) (2015•泉州) 如图，在平面直角坐标系中，点 A ($\sqrt{3}$, 1)、B (2, 0)、O (0, 0)，反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 图象经过点 A.

(1) 求 k 的值;

(2) 将 $\triangle AOB$ 绕点 O 逆时针旋转 60° ，得到 $\triangle COD$ ，其中点 A 与点 C 对应，试判断点 D 是否在该反比例函数的图象上?



24. (9 分) (2015•泉州) 某校在基地参加社会实践活动中，带队老师考问学生：基地计划新建一个矩形的生物园地，一边靠旧墙（墙足够长），另外三边用总长 69 米的不锈钢栅栏围成，与墙平行的一边留一个宽为 3 米的出入口，如图所示，如何设计才能使园地的面积最大？下面是两位学生争议的情境：



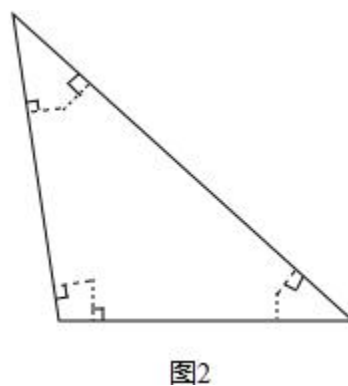
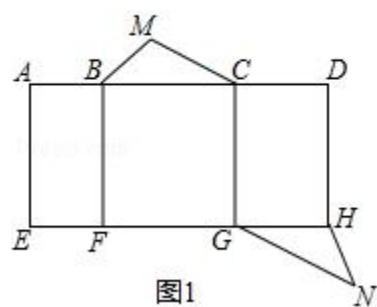
请根据上面的信息，解决问题：

- (1) 设 $AB=x$ 米 ($x>0$)，试用含 x 的代数式表示 BC 的长；
- (2) 请你判断谁的说法正确，为什么？

25. (13 分) (2015•泉州) (1) 如图 1 是某个多面体的表面展开图.

- ①请你写出这个多面体的名称，并指出图中哪三个字母表示多面体的同一点；
- ②如果沿 BC 、 GH 将展开图剪成三块，恰好拼成一个矩形，那么 $\triangle BMC$ 应满足什么条件？（不必说理）

(2) 如果将一个三棱柱的表面展开图剪成四块，恰好拼成一个三角形，如图 2，那么该三棱柱的侧面积与表面积的比值是多少？为什么？（注：以上剪拼中所有接缝均忽略不计）



26. (13 分) (2015•泉州) 阅读理解

抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2$ 上任意一点到点 $(0, 1)$ 的距离与到直线 $y = -1$ 的距离相等, 你可以利用这一性质解决问题.

问题解决

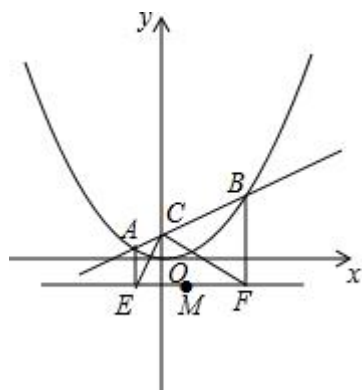
如图, 在平面直角坐标系中, 直线 $y = kx + 1$ 与 y 轴交于 C 点, 与函数 $y = \frac{1}{4}x^2$ 的图象交于 A, B 两点, 分别过 A, B 两点作直线 $y = -1$ 的垂线, 交于 E, F 两点.

(1) 写出点 C 的坐标, 并说明 $\angle ECF = 90^\circ$;

(2) 在 $\triangle PEF$ 中, M 为 EF 中点, P 为动点.

①求证: $PE^2 + PF^2 = 2(PM^2 + EM^2)$;

②已知 $PE = PF = 3$, 以 EF 为一条对角线作平行四边形 $CEDF$, 若 $1 < PD < 2$, 试求 CP 的取值范围.



2015 年福建省泉州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 7 小题，每小题 3 分，满分 21 分）

1. (3 分) (2015•泉州) -7 的倒数是 ()

A. 7 B. -7 C. $\frac{1}{7}$ D. $-\frac{1}{7}$

【考点】倒数.

【分析】根据乘积是 1 的两个数互为倒数，可得一个数的倒数.

【解答】解： -7 的倒数是 $-\frac{1}{7}$,

故选：D.

【点评】本题考查了倒数，分子分母交换位置是求一个数的倒数的关键.

2. (3 分) (2015•泉州) 计算： $(ab^2)^3 =$ ()

A. $3ab^2$ B. ab^6 C. a^3b^6 D. a^3b^2

【考点】幂的乘方与积的乘方.

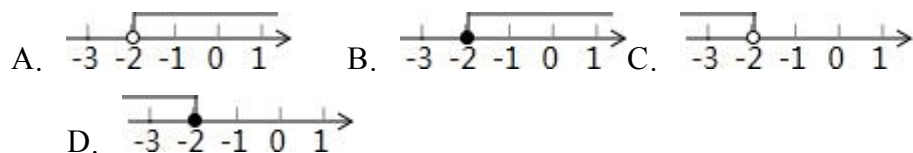
【分析】根据积的乘方，等于把积的每一个因式分别乘方，再把所得的幂相乘，幂的乘方，底数不变指数相乘解答.

【解答】解： $(ab^2)^3$,
 $=a^3 (b^2)^3$,
 $=a^3 b^6$

故选 C.

【点评】主要考查积的乘方的性质，熟练掌握运算性质是解题的关键，要注意符号的运算.

3. (3 分) (2015•泉州) 把不等式 $x+2 \leq 0$ 的解集在数轴上表示出来，则正确的是 ()



【考点】在数轴上表示不等式的解集；解一元一次不等式.

【分析】先解的不等式，然后在数轴上表示出来.

【解答】解：解不等式 $x+2 \leq 0$ ，得

$$x \leq -2.$$

表示在数轴上为：

故选：D.

【点评】本题考查了解一元一次不等式、在数轴上表示不等式的解集. 把每个不等式的解集在数轴上表示出来（ $>$ ， $\geq$ 向右画； $<$ ， $\leq$ 向左画），数轴上的点把数轴分成若干段，如果数轴的某一段上面表示解集的线的条数与不等式的个数一样，那么这段就是不等式组的解集. 有几个就要几个. 在表示解集时“ $\geq$ ”，“ $\leq$ ”要用实心圆点表示；“ $<$ ”，“ $>$ ”要用空心圆点表示.

4. (3分) (2015•泉州) 甲、乙、丙、丁四人参加训练，近期的10次百米测试平均成绩都是13.2秒，方差如表

选手	甲	乙	丙	丁
方差 (秒 ²)	0.020	0.019	0.021	0.022

则这四人中发挥最稳定的是 ()

A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

【考点】方差.

【分析】根据方差是用来衡量一组数据波动大小的量，方差越小，表明这组数据分布越稳定进行比较即可.

【解答】解： $\because 0.019 < 0.020 < 0.021 < 0.022$,

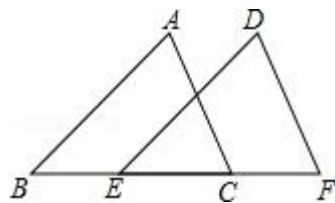
$\therefore$ 乙的方差最小,

$\therefore$ 这四人中乙发挥最稳定,

故选：B.

【点评】 本题考查方差的意义. 方差是用来衡量一组数据波动大小的量, 方差越大, 表明这组数据偏离平均数越大, 即波动越大, 数据越不稳定; 反之, 方差越小, 表明这组数据分布比较集中, 各数据偏离平均数越小, 即波动越小, 数据越稳定.

5. (3 分) (2015•泉州) 如图, $\triangle ABC$ 沿着由点 B 到点 E 的方向, 平移到 $\triangle DEF$, 已知 $BC=5$, $EC=3$, 那么平移的距离为 ()



A. 2 B. 3 C. 5 D. 7

【考点】 平移的性质.

【分析】 观察图象, 发现平移前后, B、E 对应, C、F 对应, 根据平移的性质, 易得平移的距离 $= BE = 5 - 3 = 2$, 进而可得答案.

【解答】 解: 根据平移的性质,
易得平移的距离 $= BE = 5 - 3 = 2$,
故选 A.

【点评】 本题考查平移的性质, 经过平移, 对应点所连的线段平行且相等, 对应线段平行且相等, 对应角相等, 本题关键要找到平移的对应点.

6. (3 分) (2015•泉州) 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB=6$, $BC=4$, 那么边 AC 的长可能是下列哪个值 ()

A. 11 B. 5 C. 2 D. 1

【考点】 三角形三边关系.

【分析】 根据在三角形中任意两边之和大于第三边, 任意两边之差小于第三边列出不等式即可.

【解答】 解: 根据三角形的三边关系,

$$6 - 4 < AC < 6 + 4,$$

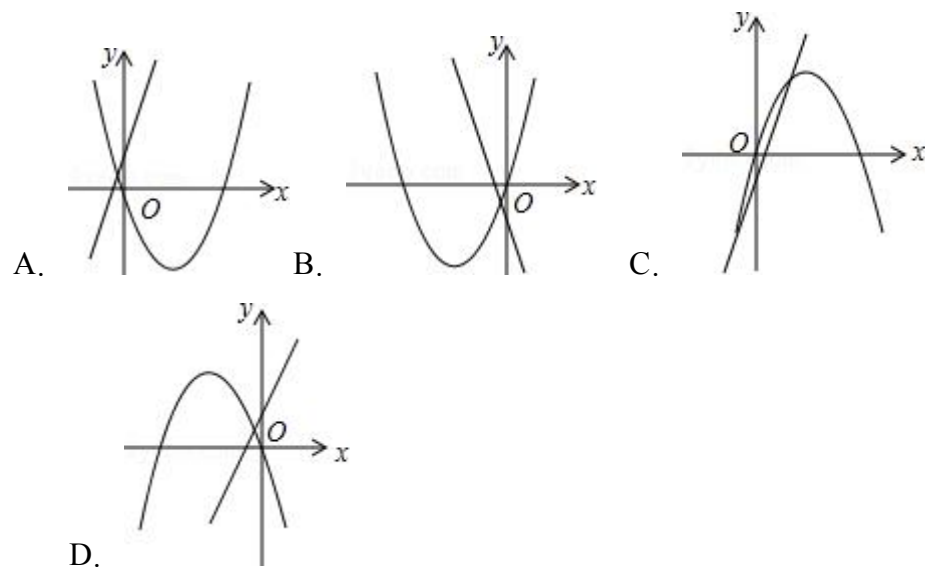
$$\text{即 } 2 < AC < 10,$$

符合条件的只有 5,

故选: B.

【点评】 本题考查的是三角形的三边关系, 掌握三角形形成的条件: 任意两边之和大于第三边, 任意两边之差小于第三边是解题的关键.

7. (3 分) (2015•泉州) 在同一平面直角坐标系中, 函数 $y=ax^2+bx$ 与 $y=bx+a$ 的图象可能是 ()



【考点】 二次函数的图象; 一次函数的图象.

【专题】 压轴题.

【分析】 首先根据图形中给出的一次函数图象确定 a 、 b 的符号, 进而运用二次函数的性质判断图形中给出的二次函数的图象是否符合题意, 根据选项逐一讨论解析, 即可解决问题.

【解答】 解: A、对于直线 $y=bx+a$ 来说, 由图象可以判断, $a > 0$, $b > 0$; 而对于抛物线 $y=ax^2+bx$ 来说, 对称轴 $x = -\frac{b}{2a} < 0$, 应在 y 轴的左侧, 故不合题意, 图形错误.

B、对于直线 $y=bx+a$ 来说, 由图象可以判断, $a < 0$, $b < 0$; 而对于抛物线 $y=ax^2+bx$ 来说, 图象应开口向下, 故不合题意, 图形错误.

C、对于直线 $y=bx+a$ 来说，由图象可以判断， $a < 0$ ， $b > 0$ ；而对于抛物线 $y=ax^2+bx$ 来说，图象开口向下，对称轴 $x=-\frac{b}{2a}$ 位于 y 轴的右侧，故符合题意，

D、对于直线 $y=bx+a$ 来说，由图象可以判断， $a > 0$ ， $b > 0$ ；而对于抛物线 $y=ax^2+bx$ 来说，图象开口向下， $a < 0$ ，故不合题意，图形错误.

故选：C.

【点评】此主要考查了一次函数、二次函数图象的性质及其应用问题；解题的方法是首先根据其中一次函数图象确定 a 、 b 的符号，进而判断另一个函数的图象是否符合题意；解题的关键是灵活运用一次函数、二次函数图象的性质来分析、判断、解答.

二、填空题（共 10 小题，每小题 4 分，满分 40 分）

8. (4 分) (2015•泉州) 比较大小：4 > $\sqrt{15}$ (填“>”或“<”)

【考点】实数大小比较；二次根式的性质与化简.

【专题】推理填空题.

【分析】根据二次根式的性质求出 $\sqrt{16}=4$ ，比较 $\sqrt{16}$ 和 $\sqrt{15}$ 的值即可.

【解答】解： $4=\sqrt{16}$,

$$\sqrt{16} > \sqrt{15},$$

$$\therefore 4 > \sqrt{15},$$

故答案为：>.

【点评】本题考查了二次根式的性质和实数的大小比较等知识点，关键是知道 $4=\sqrt{16}$ ，题目较好，难度也不大.

9. (4 分) (2015•泉州) 因式分解： $x^2 - 49 = \underline{(x+7)(x-7)}$.

【考点】因式分解-运用公式法.

【分析】利用平方差公式直接进行分解即可.

【解答】解： $x^2 - 49 = (x - 7)(x + 7)$,

故答案为： $(x - 7)(x + 7)$.

【点评】 此题主要考查了平方差公式，关键是掌握平方差公式： $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$.

10. (4 分) (2015•泉州) 声音在空气中每小时约传播 1200 千米，将 1200 用科学记数法表示为 1.2×10^3 .

【考点】 科学记数法—表示较大的数.

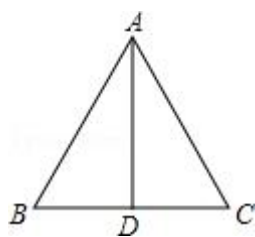
【分析】 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】 解： $1200 = 1.2 \times 10^3$,

故答案为： 1.2×10^3 .

【点评】 此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

11. (4 分) (2015•泉州) 如图，在正三角形 ABC 中， $AD \perp BC$ 于点 D ，则 $\angle BAD =$ 30° $^\circ$.



【考点】 等边三角形的性质.

【分析】 根据正三角形 ABC 得到 $\angle BAC = 60^\circ$ ，因为 $AD \perp BC$ ，根据等腰三角形的三线合一得到 $\angle BAD$ 的度数.

【解答】 解： $\because \triangle ABC$ 是等边三角形，

$$\therefore \angle BAC = 60^\circ,$$

$$\because AB = AC, AD \perp BC,$$

$$\therefore \angle BAD = \frac{1}{2} \angle BAC = 30^\circ,$$

故答案为： 30° .

【点评】 本题考查的是等边三角形的性质，掌握等边三角形的三个内角都是 60° 和等腰三角形的三线合一解题的关键.

12. (4 分) (2015•泉州) 方程 $x^2=2$ 的解是 $\pm\sqrt{2}$.

【考点】 解一元二次方程-直接开平方法.

【分析】 利用直接开平方法求解即可.

【解答】 解： $x^2=2$,

$$x = \pm\sqrt{2}.$$

故答案为 $\pm\sqrt{2}$.

【点评】 本题考查了解一元二次方程 - 直接开平方法，注意：

(1) 用直接开方法求一元二次方程的解的类型有： $x^2=a$ ($a \geq 0$)； $ax^2=b$ (a, b 同号且 $a \neq 0$)； $(x+a)^2=b$ ($b \geq 0$)； $a(x+b)^2=c$ (a, c 同号且 $a \neq 0$)。法则：要把方程化为“左平方，右常数，先把系数化为 1，再开平方取正负，分开求得方程解”。

(2) 运用整体思想，会把被开方数看成整体。

(3) 用直接开方法求一元二次方程的解，要仔细观察方程的特点。

13. (4 分) (2015•泉州) 计算： $\frac{2a-1}{a} + \frac{1}{a} = 2$.

【考点】 分式的加减法.

【专题】 计算题.

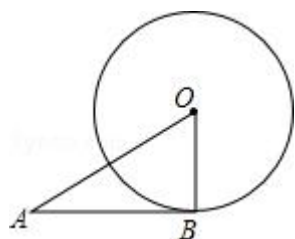
【分析】 原式利用同分母分式的加法法则计算，约分即可得到结果.

【解答】 解： 原式 $= \frac{2a-1+1}{a} = \frac{2a}{a} = 2$,

故答案为：2

【点评】此题考查了分式的加减法，熟练掌握运算是解本题的关键.

14. (4分) (2015•泉州) 如图, AB 和 $\odot O$ 切于点 B, $AB=5$, $OB=3$, 则 $\tan A = \frac{3}{5}$.



【考点】切线的性质.

【分析】由于直线 AB 与 $\odot O$ 相切于点 B, 则 $\angle OBA=90^\circ$, $AB=5$, $OB=3$, 根据三角函数定义即可求出 $\tan A$.

【解答】解: $\because$ 直线 AB 与 $\odot O$ 相切于点 B,

则 $\angle OBA=90^\circ$.

$\because AB=5$, $OB=3$,

$$\therefore \tan A = \frac{OB}{AB} = \frac{3}{5}.$$

故答案为: $\frac{3}{5}$.

【点评】本题主要考查了利用切线的性质和锐角三角函数的概念解直角三角形的问题.

15. (4分) (2015•泉州) 方程组 $\begin{cases} x-y=4 \\ 2x+y=-1 \end{cases}$ 的解是 $\begin{cases} x=1 \\ y=-3 \end{cases}$.

【考点】解二元一次方程组.

【专题】计算题.

【分析】方程组利用加减消元法求出解即可.

【解答】解: $\begin{cases} x-y=4 \text{ ①} \\ 2x+y=-1 \text{ ②} \end{cases}$,

①+②得: $3x=3$, 即 $x=1$,

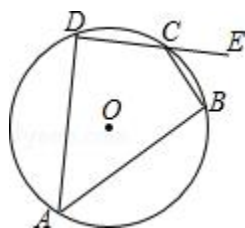
把 $x=1$ 代入①得: $y=-3$,

则方程组的解为 $\begin{cases} x=1 \\ y=-3 \end{cases}$,

故答案为: $\begin{cases} x=1 \\ y=-3 \end{cases}$

【点评】此题考查了解二元一次方程组, 利用了消元的思想, 消元的方法有: 代入消元法与加减消元法.

16. (4分) (2015•泉州) 如图, 在 $\odot O$ 的内接四边形ABCD中, 点E在DC的延长线上. 若 $\angle A=50^\circ$, 则 $\angle BCE=$ 50° .



【考点】圆内接四边形的性质.

【专题】计算题.

【分析】根据圆内接四边形的任意一个外角等于它的内对角求解.

【解答】解: $\because$ 四边形ABCD内接于 $\odot O$,

$\therefore \angle BCE = \angle A = 50^\circ$.

故答案为 50° .

【点评】本题考查了圆内接四边形的性质: 圆内接四边形的对角互补; 圆内接四边形的任意一个外角等于它的内对角.

17. (4分) (2015•泉州) 在以O为圆心3cm为半径的圆周上, 依次有A、B、C三个点, 若四边形OABC为菱形, 则该菱形的边长等于 3 cm; 弦AC所对的弧长等于 2π 或 4π cm.

【考点】菱形的性质；等边三角形的判定与性质；弧长的计算.

【专题】压轴题；分类讨论.

【分析】连接 OB 和 AC 交于点 D，根据菱形及直角三角形的性质先求出 AC 的长及 $\angle AOC$ 的度数，然后求出 $\angle AOC$ ，根据弧长公式的计算计算即可.

【解答】解：连接 OB 和 AC 交于点 D，

$\because$ 四边形 OABC 为菱形，

$\therefore OA=AB=BC=OC$ ，

$\because \odot O$ 半径为 3cm，

$\therefore OA=OC=3\text{cm}$ ，

$\because OA=OB$ ，

$\therefore \triangle OAB$ 为等边三角形，

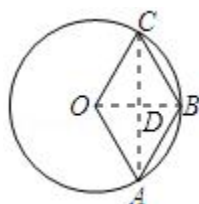
$\therefore \angle AOB=60^\circ$ ，

$\therefore \angle AOC=120^\circ$ ，

$\therefore \widehat{AC}=\frac{120 \cdot \pi \times 3}{180}=2\pi$ ，

$\therefore \text{优弧 } \widehat{AC}=\frac{240 \pi \times 3}{180}=4\pi$ ，

故答案为 3， 2π 或 4π .



【点评】本题考查了弧长的计算，菱形的性质，等边三角形的判定和性质，解题关键是熟练掌握弧长公式 $l=\frac{n\pi r}{180}$ ，有一定的难度.

三、解答题（共 9 小题，满分 89 分）

18. (9 分) (2015•泉州) 计算： $|-4|+(2-\pi)^0-8 \times 4^{-1}+\sqrt{18} \div \sqrt{2}$.

【考点】实数的运算；零指数幂；负整数指数幂.

【专题】计算题.

【分析】原式第一项利用绝对值的代数意义化简,第二项利用零指数幂法则计算,第三项利用负整数指数幂法则计算,最后一项利用二次根式的除法法则变形,计算即可得到结果.

【解答】解: 原式 $=4+1-2+3=6$.

【点评】此题考查了实数的运算,熟练掌握运算法则是解本题的关键.

19. (9分) (2015•泉州) 先化简,再求值: $(x-2)(x+2)+x^2(x-1)$, 其中 $x=-1$.

【考点】整式的混合运算—化简求值.

【专题】计算题.

【分析】原式第一项利用平方差公式化简,第二项利用单项式乘以多项式法则计算,去括号合并得到最简结果,把 x 的值代入计算即可求出值.

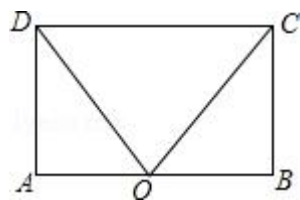
【解答】解: 原式 $=x^2-4+x^3-x^2=x^3-4$,

当 $x=-1$ 时, 原式 $=-5$.

【点评】此题考查了整式的混合运算—化简求值,熟练掌握运算法则是解本题的关键.

20. (9分) (2015•泉州) 如图, 在矩形 ABCD 中, 点 O 在边 AB 上,

$\angle AOC=\angle BOD$. 求证: $AO=OB$.



【考点】矩形的性质；全等三角形的判定与性质.

【专题】证明题.

【分析】 首先根据矩形的性质得到 $\angle A = \angle B = 90^\circ$, $AD = BC$, 利用角角之间的数量关系得到 $\angle AOD = \angle BOC$, 利用 AAS 证明 $\triangle AOD \cong \triangle BOC$, 即可得到 $AO = OB$.

【解答】 解: $\because$ 四边形 ABCD 是矩形,

$$\therefore \angle A = \angle B = 90^\circ, AD = BC,$$

$$\therefore \angle AOC = \angle BOD,$$

$$\therefore \angle AOC - \angle DOC = \angle BOD - \angle DOC,$$

$$\therefore \angle AOD = \angle BOC,$$

在 $\triangle AOD$ 和 $\triangle BOC$ 中,

$$\begin{cases} \angle A = \angle B \\ \angle AOD = \angle BOC, \\ AD = BC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AOD \cong \triangle BOC,$$

$$\therefore AO = OB.$$

【点评】 本题主要考查了矩形的性质的知识, 解答本题的关键是证明 $\triangle AOD \cong \triangle BOC$, 此题难度不大.

21. (9 分) (2015•泉州) 为弘扬“东亚文化”, 某单位开展了“东亚文化之都”演讲比赛, 在安排 1 位女选手和 3 位男选手的出场顺序时, 采用随机抽签方式.

- (1) 请直接写出第一位出场是女选手的概率;
- (2) 请你用画树状图或列表的方法表示第一、二位出场选手的所有等可能结果, 并求出他们都是男选手的概率.

【考点】 列表法与树状图法.

【专题】 计算题.

【分析】 (1) 根据 4 位选手中女选手只有 1 位, 求出第一位出场是女选手的概率即可;

(2) 列表得出所有等可能的情况数，找出第一、二位出场都为男选手的情况数，即可求出所求的概率.

【解答】解：(1) P (第一位出场是女选手) $=\frac{1}{4}$;

(2) 列表得：

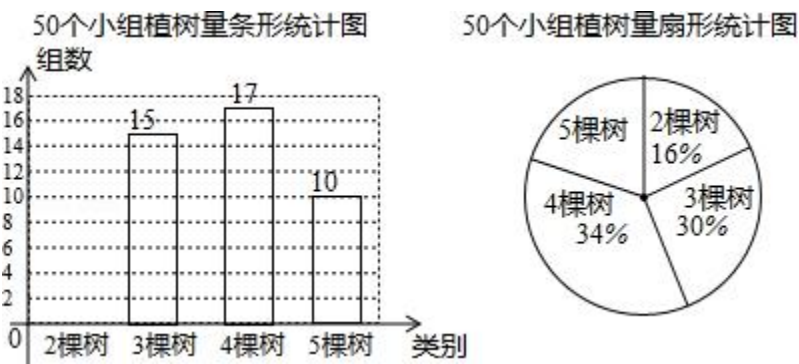
	女	男	男	男
女	— — —	(男, 女)	(男, 女)	(男, 女)
男	(女, 男)	— — —	(男, 男)	(男, 男)
男	(女, 男)	(男, 男)	— — —	(男, 男)
男	(女, 男)	(男, 男)	(男, 男)	— — —

所有等可能的情况有 12 种，其中第一、二位出场都是男选手的情况有 6 种，

则 P (第一、二位出场都是男选手) $=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$.

【点评】此题考查了列表法与树状图法，用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比.

22. (9 分) (2015•泉州) 清明期间，某校师生组成 200 个小组参加“保护环境，美化家园”植树活动. 综合实际情况，校方要求每小组植树量为 2 至 5 棵，活动结束后，校方随机抽查了其中 50 个小组，根据他们的植树量绘制出如图所示的两幅不完整统计图. 请根据图中提供的信息，解答下面的问题：



(1) 请把条形统计图补充完整，并算出扇形统计图中，植树量为“5 棵树”的圆心角是 72 °.

(2) 请你帮学校估算此次活动共种多少棵树.

【考点】 条形统计图；用样本估计总体；扇形统计图.

【分析】 (1) 利用 360° 乘以对应的比例即可求解;

(2) 先求出抽查的 50 个组植树平均数, 然后乘以 200 即可求解.

【解答】 解: (1) 植树量为“5 棵树”的圆心角是: $360^\circ \times \frac{10}{50} = 72^\circ$,

故答案是: 72;

(2) 每个小组的植树棵树: $\frac{1}{50} (2 \times 8 + 3 \times 15 + 4 \times 17 + 5 \times 10) = \frac{179}{50}$ (棵),

则此次活动植树的总棵树是: $\frac{179}{50} \times 200 = 716$ (棵).

答: 此次活动约植树 716 棵.

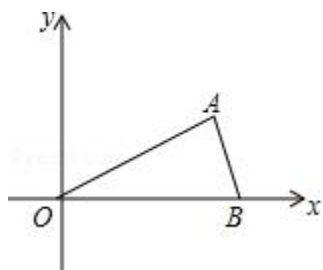
【点评】 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用, 读懂统计图, 从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据; 扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小.

23. (9 分) (2015·泉州) 如图, 在平面直角坐标系中, 点 A ($\sqrt{3}$, 1)、B (2, 0)、O (0, 0), 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 图象经过点 A.

(1) 求 k 的值;

(2) 将 $\triangle AOB$ 绕点 O 逆时针旋转 60° , 得到 $\triangle COD$, 其中点 A 与点 C 对应,

试判断点 D 是否在该反比例函数的图象上?



【考点】 反比例函数图象上点的坐标特征; 坐标与图形变化-旋转.

【分析】 (1) 根据函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象过点 A ($\sqrt{3}$, 1), 直接求出 k 的值;

(2) 过点 D 作 $DE \perp x$ 轴于点 E, 根据旋转的性质求出 $OD=OB=2$, $\angle BOD=60^\circ$, 利用解三角形求出 OE 和 OD 的长, 进而得到点 D 的坐标, 即可作出判断点 D 是否在该反比例函数的图象上.

【解答】 解: (1) $\because$ 函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象过点 A $(\sqrt{3}, 1)$,

$$\therefore k=xy=\sqrt{3} \times 1=\sqrt{3};$$

(2) $\because B(2, 0)$,

$$\therefore OB=2,$$

$\because \triangle AOB$ 绕点 O 逆时针旋转 60° 得到 $\triangle COD$,

$$\therefore OD=OB=2, \angle BOD=60^\circ,$$

如图, 过点 D 作 $DE \perp x$ 轴于点 E,

$$DE=OD \cdot \sin 60^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3},$$

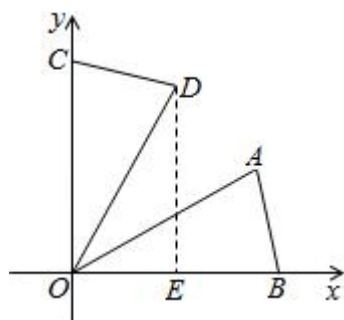
$$OE=OD \cdot \cos 60^\circ = 2 \times \frac{1}{2} = 1,$$

$$\therefore D(1, \sqrt{3}),$$

由 (1) 可知 $y=\frac{\sqrt{3}}{x}$,

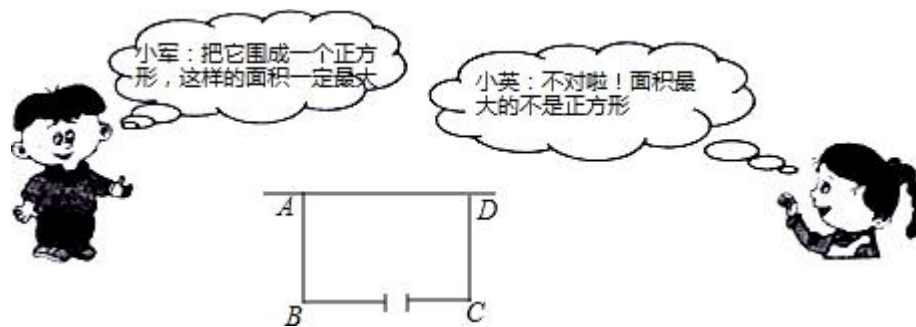
$$\therefore \text{当 } x=1 \text{ 时, } y=\frac{\sqrt{3}}{1}=\sqrt{3},$$

$\therefore D(1, \sqrt{3})$ 在反比例函数 $y=\frac{\sqrt{3}}{x}$ 的图象上.



【点评】 本题主要考查了反比例函数图象上点的坐标特征以及图形的旋转的知识, 解答本题的关键掌握旋后的两个图形对应边相等, 对应角相等, 此题难度不大.

24. (9分) (2015•泉州) 某校在基地参加社会实践活动中, 带队老师考问学生: 基地计划新建一个矩形的生物园地, 一边靠旧墙 (墙足够长), 另外三边用总长 69 米的不锈钢栅栏围成, 与墙平行的一边留一个宽为 3 米的出入口, 如图所示, 如何设计才能使园地的面积最大? 下面是两位学生争议的情境:



请根据上面的信息, 解决问题:

- (1) 设 $AB=x$ 米 ($x>0$), 试用含 x 的代数式表示 BC 的长;
- (2) 请你判断谁的说法正确, 为什么?

【考点】 二次函数的应用.

【分析】 (1) 设 $AB=x$ 米, 根据等式 $x+x+BC=69+3$, 可以求出 BC 的表达式;
(2) 得出面积关系式, 根据所求关系式进行判断即可.

【解答】 解: (1) 设 $AB=x$ 米, 可得 $BC=69+3-2x=72-2x$;

(2) 小英说法正确;

$$\text{矩形面积 } S=x(72-2x)=-2(x-18)^2+648,$$

$$\because 72-2x>0,$$

$$\therefore x<36,$$

$$\therefore 0<x<36,$$

$\therefore$ 当 $x=18$ 时, S 取最大值,

此时 $x \neq 72-2x$,

$\therefore$ 面积最大的不是正方形.

【点评】 本题主要考查二次函数的应用, 借助二次函数解决实际问题. 其中在确定自变量取值范围时要结合题目中的图形和长 $>$ 宽的原则, 找到关于 x 的不等式.

25. (13 分) (2015•泉州) (1) 如图 1 是某个多面体的表面展开图.

①请你写出这个多面体的名称, 并指出图中哪三个字母表示多面体的同一点;

②如果沿 BC、GH 将展开图剪成三块, 恰好拼成一个矩形, 那么 $\triangle BMC$ 应满足什么条件? (不必说理)

(2) 如果将一个三棱柱的表面展开图剪成四块, 恰好拼成一个三角形, 如图 2, 那么该三棱柱的侧面积与表面积的比值是多少? 为什么? (注: 以上剪拼中所有接缝均忽略不计)

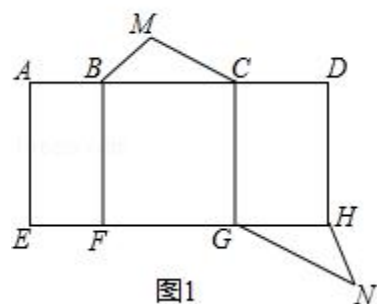


图1

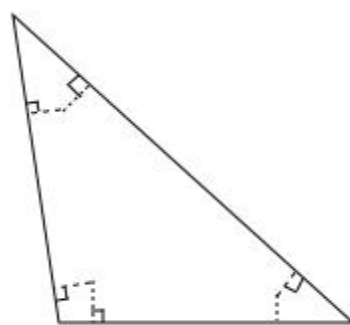


图2

【考点】 几何变换综合题.

【专题】 压轴题.

【分析】 (1) ①根据这个多面体的表面展开图, 可得这个多面体是直三棱柱, 点 A、M、D 三个字母表示多面体的同一点, 据此解答即可.

②根据图示, 要使沿 BC、GH 将展开图剪成三块, 恰好拼成一个矩形, 则 $\triangle BMC$ 应满足两个条件: $\triangle BMC$ 中的三个内角有一个是直角; $\triangle BMC$ 中的一条直角边和 DH 的长度相等, 据此解答即可.

(2) 首先判断出矩形 ACKL、BIJC、AGHB 为棱柱的三个侧面, 且四边形 DGAL、EIBH、FKCJ 须拼成与底面 $\triangle ABC$ 全等的另一个底面的三角形, $AC=LK$, 且 $AC=DL+FK$, $\frac{AC}{DF}=\frac{1}{2}$, 同理, 可得 $\frac{AB}{DE}=\frac{BC}{EF}=\frac{AC}{DF}=\frac{1}{2}$, 据此判断出 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$, 即可判断出 $S_{\triangle DEF}=4S_{\triangle ABC}$; 然后求出该三棱柱的侧面积与表面积的比值是多少即可.

【解答】解：(1) ①根据这个多面体的表面展开图，可得
这个多面体是直三棱柱，
点 A、M、D 三个字母表示多面体的同一点.

② $\triangle BMC$ 应满足的条件是：

a、 $\angle BMC=90^\circ$ ，且 $BM=DH$ ，或 $CM=DH$ ；

b、 $\angle MBC=90^\circ$ ，且 $BM=DH$ ，或 $BC=DH$ ；

c、 $\angle BCM=90^\circ$ ，且 $BC=DH$ ，或 $CM=DH$ ；

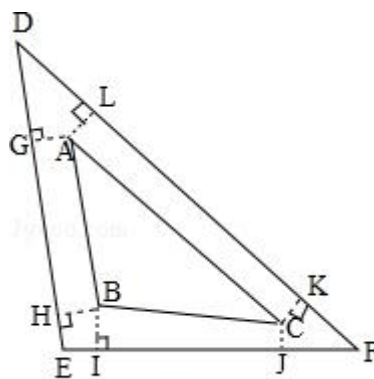


图2

(2) 如图 2，连接 AB、BC、CA，
 $\because \triangle DEF$ 是由一个三棱柱表面展开图剪拼而成，
 $\therefore$ 矩形 ACKL、BIJC、AGHB 为棱柱的三个侧面，
且四边形 DGAL、EIBH、FKCJ 须拼成与底面 $\triangle ABC$ 全等的另一个底面的三角形，

$\therefore AC=LK$ ，且 $AC=DL+FK$ ，

$$\therefore \frac{AC}{DF} = \frac{1}{2},$$

同理，可得

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF} = \frac{1}{2},$$

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DEF$,

$$\therefore \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle DEF}} = \frac{1}{4},$$

即 $S_{\triangle DEF} = 4S_{\triangle ABC}$,

$$\therefore \frac{S_{\text{侧面积}}}{S_{\text{表面积}}} = \frac{S_{\triangle DEF} - 2S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle DEF}} = \frac{2S_{\triangle ABC}}{4S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{2},$$

即该三棱柱的侧面积与表面积的比值是 $\frac{1}{2}$.

【点评】 (1) 此题主要考查了几何变换综合题，考查了分析推理能力，考查了空间想象能力，考查了数形结合方法的应用，要熟练掌握.

(2) 此题还考查了相似三角形的判定和性质的应用，要熟练掌握.

(3) 此题还考查了直三棱柱的表面展开图的特征和应用，要熟练掌握.

26. (13 分) (2015•泉州) 阅读理解

抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2$ 上任意一点到点 $(0, 1)$ 的距离与到直线 $y = -1$ 的距离相等，你可以利用这一性质解决问题.

问题解决

如图，在平面直角坐标系中，直线 $y = kx + 1$ 与 y 轴交于 C 点，与函数 $y = \frac{1}{4}x^2$ 的图象交于 A, B 两点，分别过 A, B 两点作直线 $y = -1$ 的垂线，交于 E, F 两点.

(1) 写出点 C 的坐标，并说明 $\angle ECF = 90^\circ$;

(2) 在 $\triangle PEF$ 中， M 为 EF 中点， P 为动点.

①求证: $PE^2 + PF^2 = 2(PM^2 + EM^2)$;

②已知 $PE = PF = 3$ ，以 EF 为一条对角线作平行四边形 $CEDF$ ，若 $1 < PD < 2$ ，试求 CP 的取值范围.

$$\because AE \perp EF, CO \perp EF,$$

$$\therefore AE \parallel CO,$$

$$\therefore \angle AEC = \angle OCE,$$

$$\therefore \angle ACE = \angle OCE.$$

同理可得: $\angle OCF = \angle BCF$.

$$\because \angle ACE + \angle OCE + \angle OCF + \angle BCF = 180^\circ,$$

$$\therefore 2\angle OCE + 2\angle OCF = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle OCE + \angle OCF = 90^\circ, \text{ 即 } \angle ECF = 90^\circ;$$

(2) ①过点 P 作 $PH \perp EF$ 于 H,

I. 若点 H 在线段 EF 上, 如图 2①.

$\because M$ 为 EF 中点,

$$\therefore EM = FM = \frac{1}{2}EF.$$

根据勾股定理可得:

$$\begin{aligned} PE^2 + PF^2 - 2PM^2 &= PH^2 + EH^2 + PH^2 + HF^2 - 2PM^2 \\ &= 2PH^2 + EH^2 + HF^2 - 2(PH^2 + MH^2) \\ &= EH^2 - MH^2 + HF^2 - MH^2 \\ &= (EH + MH)(EH - MH) + (HF + MH)(HF - MH) \\ &= EM(EH + MH) + MF(HF - MH) \\ &= EM(EH + MH) + EM(HF - MH) \\ &= EM(EH + MH + HF - MH) \\ &= EM \cdot EF = 2EM^2, \end{aligned}$$

$$\therefore PE^2 + PF^2 = 2(PM^2 + EM^2);$$

II. 若点 H 在线段 EF 的延长线 (或反向延长线) 上, 如图 2②.

同理可得: $PE^2+PF^2=2(PM^2+EM^2)$.

综上所述: 当点 H 在直线 EF 上时, 都有 $PE^2+PF^2=2(PM^2+EM^2)$;

②连接 CD、PM, 如图 3.

$\because \angle ECF=90^\circ$,

$\therefore \square CEDF$ 是矩形,

$\because M$ 是 EF 的中点,

$\therefore M$ 是 CD 的中点, 且 $MC=EM$.

由①中的结论可得:

在 $\triangle PEF$ 中, 有 $PE^2+PF^2=2(PM^2+EM^2)$,

在 $\triangle PCD$ 中, 有 $PC^2+PD^2=2(PM^2+CM^2)$.

$\because MC=EM$,

$\therefore PC^2+PD^2=PE^2+PF^2$.

$\because PE=PF=3$,

$\therefore PC^2+PD^2=18$.

$\because 1 < PD < 2$,

$\therefore 1 < PD^2 < 4$,

$\therefore 1 < 18 - PC^2 < 4$,

$\therefore 14 < PC^2 < 17$.

$\because PC > 0$,

$\therefore \sqrt{14} < PC < \sqrt{17}$.

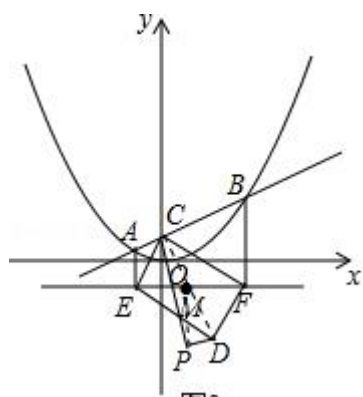


图3

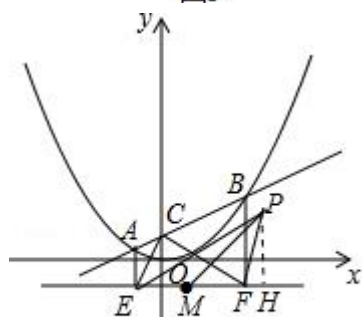


图2②

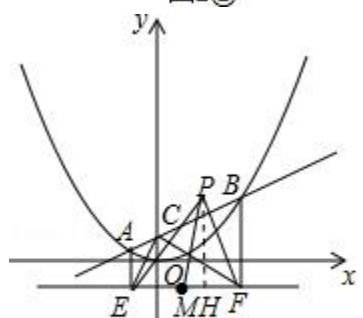


图2①

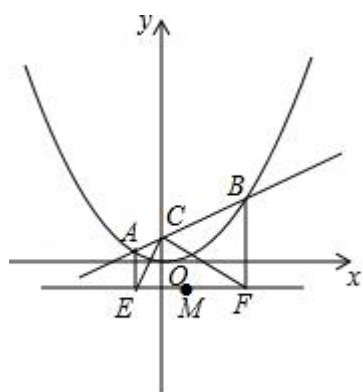


图1

【点评】 本题主要考查了二次函数的性质、等腰三角形的性质、平行线的性质、平角的定义、矩形的判定与性质、勾股定理、解不等式、平方差公式等知识，还

考查了阅读理解能力、运用已有经验解决问题的能力，第 (2) 小题中，运用勾股定理是解决第①小题的关键，运用①中的结论是解决第②小题的关键.

参与本试卷答题和审题的老师有：2300680618；fangcao；dbz1018；1286697702；
1987483819；妮子；zjx111；sd2011；HJJ；sks；HLing；gsls；张其铎；733599；
zhjh；放飞梦想；1160374（排名不分先后）

菁优网

2015 年 12 月 17 日