

2015 年福建省三明市中考数学试卷

一、选择题（共 10 题，每题 4 分，满分 40 分，每题只有一个正确选项）

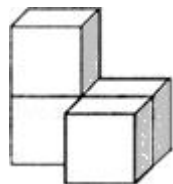
1. (4 分) (2015•福建) 下列各数中，绝对值最大的数是 ()

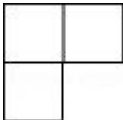
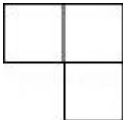
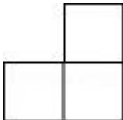
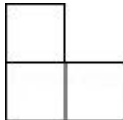
- A. 5 B. -3 C. 0 D. -2

2. (4 分) (2015•福建) 一个正常人的心跳平均每分 70 次，一天大约跳 100800 次，将 100800 用科学记数法表示为 ()

- A. 0.1008×10^6 B. 1.008×10^6 C. 1.008×10^5 D. 10.08×10^4

3. (4 分) (2015•福建) 如图是由 4 个完全相同的小正方形组成的几何体，这个几何体的主视图是 ()



- A.  B.  C.  D. 

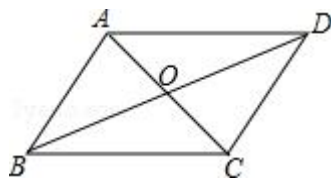
4. (4 分) (2015•福建) 下列计算正确的是 ()

- A. $2^2=4$ B. $2^0=0$ C. $2^{-1}=-2$ D. $\sqrt{4}=\pm 2$

5. (4 分) (2015•福建) 在九 (1) 班的一次体育测试中，某小组 7 位女生的一分钟跳绳次数分别是：162，167，158，165，175，142，167，这组数据的中位数是 ()

- A. 156 B. 162 C. 165 D. 167

6. (4 分) (2015•福建) 如图，在 $\square ABCD$ 中，O 是对角线 AC，BD 的交点，下列结论错误的是 ()



- A. $AB \parallel CD$ B. $AB=CD$ C. $AC=BD$ D. $OA=OC$

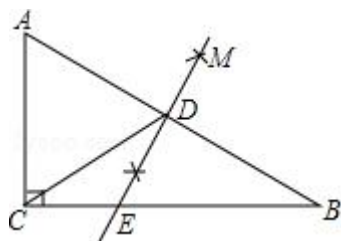
7. (4 分) (2015•福建) 在一个不透明的盒子里装有 3 个黑球和 1 个白球，每个球除颜色外都相同，从中任意摸出 2 个球，下列事件中，不可能事件是 ()

- A. 摸出的 2 个球都是白球 B. 摸出的 2 个球有一个是白球
C. 摸出的 2 个球都是黑球 D. 摸出的 2 个球有一个黑球

8. (4 分) (2015•福建) 在半径为 6 的 $\odot O$ 中, 60° 圆心角所对的弧长是 ()

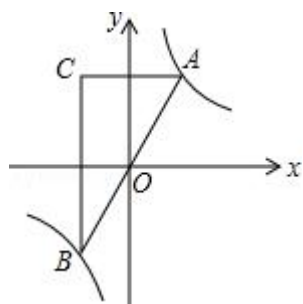
- A. π B. 2π C. 4π D. 6π

9. (4 分) (2015•福建) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, 分别以点 A 和 B 为圆心, 以相同的长 (大于 $\frac{1}{2}AB$) 为半径作弧, 两弧相交于点 M 和 N, 作直线 MN 交 AB 于点 D, 交 BC 于点 E, 连接 CD, 下列结论错误的是 ()



- A. $AD=BD$ B. $BD=CD$ C. $\angle A=\angle BED$ D. $\angle ECD=\angle EDC$

10. (4 分) (2015•福建) 如图, 已知点 A 是双曲线 $y=\frac{2}{x}$ 在第一象限的分支上的一个动点, 连接 AO 并延长交另一分支于点 B, 过点 A 作 y 轴的垂线, 过点 B 作 x 轴的垂线, 两垂线交于点 C, 随着点 A 的运动, 点 C 的位置也随之变化. 设点 C 的坐标为 (m, n), 则 m, n 满足的关系式为 ()

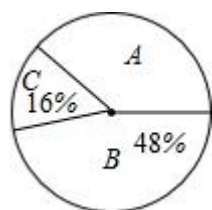


- A. $n=-2m$ B. $n=-\frac{2}{\pi}$ C. $n=-4m$ D. $n=-\frac{4}{\pi}$

二、填空题 (共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

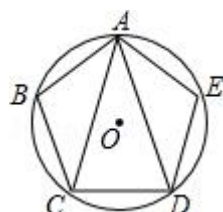
11. (4 分) (2015•福建) 化简: $\frac{x+1}{x^2-1} =$ _____.

12. (4分) (2015•福建) 某班数学老师想了解学生对数学的喜欢程度, 对全班 50 名学生进行调查, 根据调查结果绘制了扇形统计图 (如图所示), 其中 A 表示“很喜欢”, B 表示“一般”, C 表示“不喜欢”, 则该班“很喜欢”数学的学生有_____人.



13. (4分) (2015•福建) 在一次函数 $y=kx+3$ 中, y 的值随着 x 值的增大而增大, 请你写出符合条件的 k 的一个值: _____.

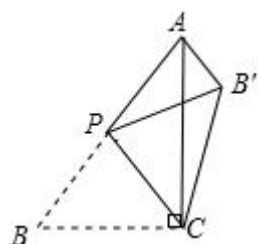
14. (4分) (2015•福建) 如图, 正五边形 ABCDE 内接于 $\odot O$, 则 $\angle CAD=$ _____度.



15. (4分) (2015•福建) 观察下列图形的构成规律, 依照此规律, 第 10 个图形中共有_____个



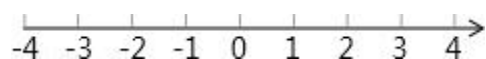
16. (4分) (2015•福建) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AB=5$, $BC=3$, P 是 AB 边上的动点 (不与点 B 重合), 将 $\triangle BCP$ 沿 CP 所在的直线翻折, 得到 $\triangle B'CP$, 连接 $B'A$, 则 $B'A$ 长度的最小值是_____.



三、解答题 (共 9 题, 满分 86 分)

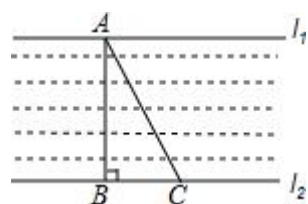
17. (8 分) (2015•福建) 先化简, 再求值: $(x-1)^2 + x(x+2)$, 其中 $x=\sqrt{2}$.

18. (8 分) (2015•福建) 解不等式组 $\begin{cases} 2x+5 \geq 3 \\ 3(x-2) < 2x-4 \end{cases}$, 并把解集在数轴上表示出来.



19. (8 分) (2015•福建) 如图, 一条河的两岸 l_1 , l_2 互相平行, 在一次综合实践活动中, 小颖去测量这条河的宽度, 先在对岸 l_1 上选取一个点 A, 然后在河岸 l_2 时选择点 B, 使得 AB 与河岸垂直, 接着沿河岸 l_2 走到点 C 处, 测得 $BC=60$ 米, $\angle BCA=62^\circ$, 请你帮小颖算出河宽 AB (结果精确到 1 米). (参考数据:

$\sin 62^\circ \approx 0.88$, $\cos 62^\circ \approx 0.47$, $\tan 62^\circ \approx 1.88$)



20. (8 分) (2015•福建) 某校开展校园“美德少年”评选活动, 共有“助人为乐”, “自强自立”, “孝老爱亲”, “诚实守信”四种类别, 每位同学只能参评其中一类,

评选后，把最终入选的 20 位校园“美德少年”分类统计，制作了如下统计表，后来发现，统计表中前两行的数据都是正确的，后两行的数据中有一个是错误的.

类别	频数	频率
助人为乐美德少年	a	0.20
自强自立美德少年	3	b
孝老爱亲美德少年	7	0.35
诚实守信美德少年	6	0.32

根据以上信息，解答下列问题：

- (1) 统计表中的 $a=$ _____， $b=$ _____；
- (2) 统计表后两行错误的的数据是_____，该数据的正确值是_____；
- (3) 校园小记者决定从 A，B，C 三位“自强自立美德少年”中随机采访两位，用画树状图或列表的方法，求 A，B 都被采访到的概率.

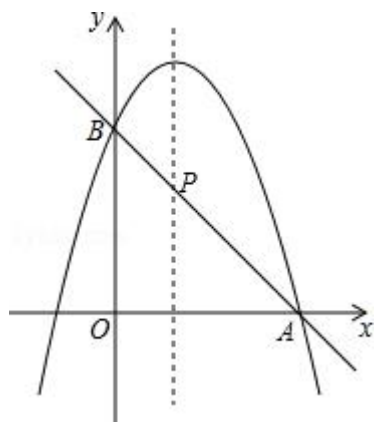
21. (8 分) (2015•福建) 某一天，蔬菜经营户老李用了 145 元从蔬菜批发市场批发一些黄瓜和茄子，到菜市场去卖，黄瓜和茄子当天的批发价与零售价如下表所示：

品名	黄瓜	茄子
批发价 (元/千克)	3	4
零售价 (元/千克)	4	7

当天他卖完这些黄瓜和茄子共赚了 90 元，这天他批发的黄瓜和茄子分别是多少千克？

22. (10 分) (2015•福建) 已知二次函数 $y=-x^2+2x+m$.

- (1) 如果二次函数的图象与 x 轴有两个交点，求 m 的取值范围；
- (2) 如图，二次函数的图象过点 $A(3, 0)$ ，与 y 轴交于点 B ，直线 AB 与这个二次函数图象的对称轴交于点 P ，求点 P 的坐标.

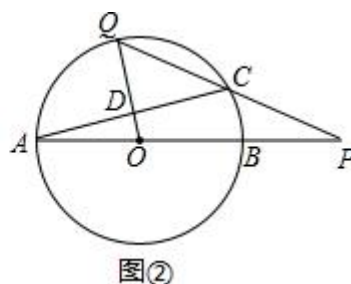
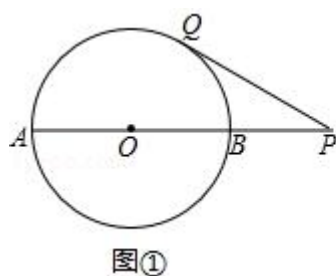


23. (10 分) (2015•福建) 已知: AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 P 在线段 AB 的延长线上, $BP=OB=2$, 点 Q 在 $\odot O$ 上, 连接 PQ .

- (1) 如图①, 线段 PQ 所在的直线与 $\odot O$ 相切, 求线段 PQ 的长;
- (2) 如图②, 线段 PQ 与 $\odot O$ 还有一个公共点 C , 且 $PC=CQ$, 连接 OQ , AC 交于点 D .

①判断 OQ 与 AC 的位置关系, 并说明理由;

②求线段 PQ 的长.

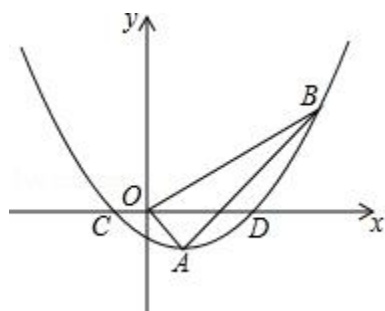


24. (12 分) (2015•福建) 如图, 在平面直角坐标系中, 顶点为 $A(1, -1)$ 的抛物线经过点 $B(5, 3)$, 且与 x 轴交于 C, D 两点 (点 C 在点 D 的左侧).

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 求点 O 到直线 AB 的距离;

(3) 点 M 在第二象限内的抛物线上, 点 N 在 x 轴上, 且 $\angle MND = \angle OAB$, 当 $\triangle DMN$ 与 $\triangle OAB$ 相似时, 请你直接写出点 M 的坐标.



25. (14 分) (2015•福建) 在正方形 $ABCD$ 中, 点 E, F 分别在边 BC, CD 上, 且 $\angle EAF = \angle CEF = 45^\circ$.

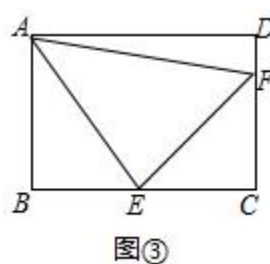
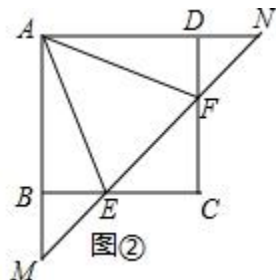
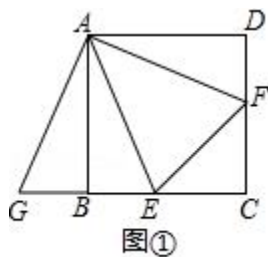
(1) 将 $\triangle ADF$ 绕着点 A 顺时针旋转 90° , 得到 $\triangle ABG$ (如图①), 求证:

$$\triangle AEG \cong \triangle AEF;$$

(2) 若直线 EF 与 AB, AD 的延长线分别交于点 M, N (如图②), 求证:

$$EF^2 = ME^2 + NF^2;$$

(3) 将正方形改为长与宽不相等的矩形, 若其余条件不变 (如图③), 请你直接写出线段 EF, BE, DF 之间的数量关系.



2015 年福建省三明市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 10 题，每题 4 分，满分 40 分，每题只有一个正确选项）

1. (4 分) (2015•福建) 下列各数中，绝对值最大的数是 ()

A. 5 B. -3 C. 0 D. -2

考点：有理数大小比较；绝对值.

分析：根据绝对值的概念，可得出距离原点越远，绝对值越大，可直接得出答案.

解答：解： $|5|=5$ ， $|-3|=3$ ， $|0|=0$ ， $|-2|=2$ ，

$\therefore 5 > 3 > 2 > 0$ ，

$\therefore$ 绝对值最大的数是 5，

故选：A.

点评：本题考查了实数的大小比较，以及绝对值的概念，解决本题的关键是求出各数的绝对值.

2. (4 分) (2015•福建) 一个正常人的心跳平均每分 70 次，一天大约跳 100800 次，将 100800 用科学记数法表示为 ()

A. 0.1008×10^6 B. 1.008×10^6 C. 1.008×10^5 D. 10.08×10^4

考点：科学记数法—表示较大的数.

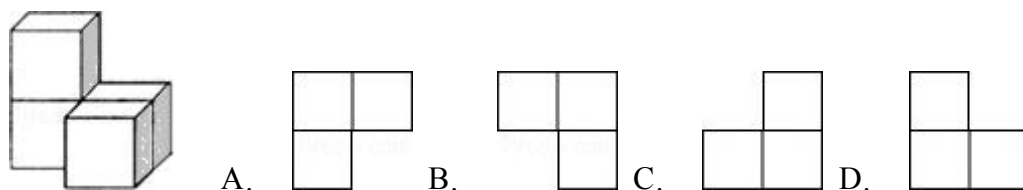
分析：科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

解答：解： $100800 = 1.008 \times 10^5$.

故故选 C.

点评： 此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

3. (4 分) (2015•福建) 如图是由 4 个完全相同的小正方形组成的几何体, 这个几何体的主视图是 ()



考点： 简单组合体的三视图.

分析： 主视图是从正面看到的图形, 是这个几何体从正面照射的正投影, 据此求解.

解答： 解: 观察该几何体发现: 其主视图的第一层有两个正方形, 上面有一个正方形, 且位于左侧, 故选 D.

点评： 本题考查了简单组合体的三视图, 解题的关键是了解主视图的定义, 难度不大.

4. (4 分) (2015•福建) 下列计算正确的是 ()

- A. $2^2=4$ B. $2^0=0$ C. $2^{-1}=-2$ D. $\sqrt{4}=\pm 2$

考点： 负整数指数幂; 有理数的乘方; 算术平方根; 零指数幂.

分析： A: 根据有理数的乘方的运算方法判断即可.

B: 根据零指数幂的运算方法判断即可.

C: 根据负整数指数幂的运算方法判断即可.

D: 根据算术平方根的含义和求法判断即可.

解答： 解: $\because 2^2=4$,

$\therefore$ 选项 A 正确;

$\because 2^0=1$,

∴选项 B 不正确;

$$\because 2^{-1} = \frac{1}{2},$$

∴选项 C 不正确;

$$\because \sqrt{4} = 2,$$

∴选项 D 不正确.

故选: A.

点评: (1) 此题主要考查了负整数指数幂的运算, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确: ① $a^{-p} = \frac{1}{a^p}$ ($a \neq 0$, p 为正整数); ②计算负整数指数幂时, 一定要根据负整数指数幂的意义计算; ③当底数是分数时, 只要把分子、分母颠倒, 负指数就可变为正指数.

(2) 此题还考查了零指数幂的运算, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确:

$$\text{① } a^0 = 1 \ (a \neq 0); \text{ ② } 0^0 \neq 1.$$

(3) 此题还考查了有理数的乘方的运算方法, 以及算术平方根的含义和求法, 要熟练掌握.

5. (4 分) (2015•福建) 在九 (1) 班的一次体育测试中, 某小组 7 位女生的一分钟跳绳次数分别是: 162, 167, 158, 165, 175, 142, 167, 这组数据的中位数是 ()

A. 156 B. 162 C. 165 D. 167

考点: 中位数.

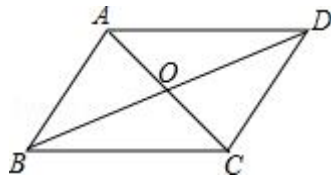
分析: 找中位数要把数据按从小到大的顺序排列, 位于最中间的一个数 (或两个数的平均数) 为中位数.

解答: 解: 这组数据按照从小到大的顺序排列为: 142, 158, 162, 165, 167, 167, 175, 第四个数为 165, 则中位数为: 165.

故选 C.

点评: 本题考查了中位数的知识, 将一组数据按照从小到大 (或从大到小) 的顺序排列, 如果数据的个数是奇数, 则处于中间位置的数就是这组数据的中位数; 如果这组数据的个数是偶数, 则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数.

6. (4 分) (2015•福建) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, O 是对角线 AC , BD 的交点, 下列结论错误的是 ()



- A. $AB \parallel CD$ B. $AB=CD$ C. $AC=BD$ D. $OA=OC$

考点: 平行四边形的性质.

分析: 根据平行四边形的性质推出即可.

解答: 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AB \parallel CD$, $AB=CD$, $OA=OC$,

但是 AC 和 BD 不一定相等,

故选 C.

点评: 本题考查了平行四边形的性质的应用, 能熟记平行四边形的性质是解此题的关键, 注意: 平行四边形的对边相等且平行, 平行四边形的对角线互相平分.

7. (4 分) (2015•福建) 在一个不透明的盒子里装有 3 个黑球和 1 个白球, 每个球除颜色外都相同, 从中任意摸出 2 个球, 下列事件中, 不可能事件是 ()

- A. 摸出的 2 个球都是白球 B. 摸出的 2 个球有一个是白球
C. 摸出的 2 个球都是黑球 D. 摸出的 2 个球有一个黑球

考点: 随机事件.

分析: 根据必然事件、不可能事件、随机事件的概念可区别各类事件.

解答: 解: A、只有一个白球, 故 A 是不可能事件, 故 A 正确;

B、摸出的 2 个球有一个是白球是随机事件, 故 B 错误;

C、摸出的 2 个球都是黑球是随机事件，故 C 错误；

D、摸出的 2 个球有一个黑球是随机事件，故 D 错误；

故选：A.

点评： 本题考查了可能性的大小，解决本题需要正确理解必然事件、不可能事件、随机事件的概念. 必然事件指在一定条件下一定发生的事件. 不可能事件是指在一定条件下，一定不发生的事件. 不确定事件即随机事件是指在一定条件下，可能发生也可能不发生的事件.

8. (4 分) (2015•福建) 在半径为 6 的 $\odot O$ 中， 60° 圆心角所对的弧长是 ()

- A. π B. 2π C. 4π D. 6π

考点： 弧长的计算.

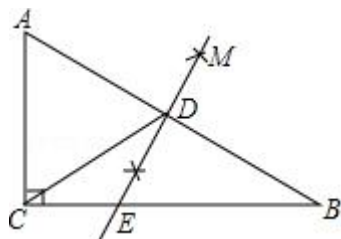
分析： 根据弧长的计算公式 $l = \frac{n\pi r}{180}$ 计算即可.

解答： 解： $l = \frac{n\pi r}{180} = \frac{60 \times \pi \times 6}{180} = 2\pi$.

故选：B.

点评： 本题考查的是弧长的计算，掌握弧长的计算公式： $l = \frac{n\pi r}{180}$ 是解题的关键.

9. (4 分) (2015•福建) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，分别以点 A 和 B 为圆心，以相同的长 (大于 $\frac{1}{2}AB$) 为半径作弧，两弧相交于点 M 和 N，作直线 MN 交 AB 于点 D，交 BC 于点 E，连接 CD，下列结论错误的是 ()



- A. $AD = BD$ B. $BD = CD$ C. $\angle A = \angle BED$ D. $\angle ECD = \angle EDC$

考点： 作图—基本作图；线段垂直平分线的性质；直角三角形斜边上的中线.

分析： 由题意可知：MN 为 AB 的垂直平分线，可以得出 $AD = BD$ ；CD 为直角三角形 ABC 斜边上的中线，得出 $CD = BD$ ；利用三角形的内角和得出 $\angle A = \angle BED$ ；

因为 $\angle A \neq 60^\circ$ ，得不出 $AC=AD$ ，无法得出 $EC=ED$ ，则 $\angle ECD=\angle EDC$ 不成立；
由此选择答案即可.

解答： 解： $\because MN$ 为 AB 的垂直平分线，

$$\therefore AD=BD, \quad \angle BDE=90^\circ;$$

$$\because \angle ACB=90^\circ,$$

$$\therefore CD=BD;$$

$$\because \angle A + \angle B = \angle B + \angle BED = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle A = \angle BED;$$

$$\because \angle A \neq 60^\circ, \quad AC \neq AD,$$

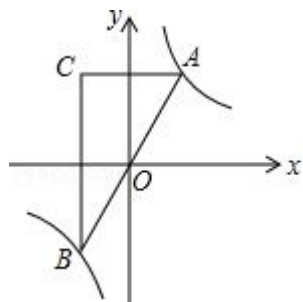
$$\therefore EC \neq ED,$$

$$\therefore \angle ECD \neq \angle EDC.$$

故选：D.

点评： 此题考查了线段垂直平分线的性质以及直角三角形的性质. 注意垂直平分线上任意一点，到线段两端点的距离相等.

10. (4分) (2015•福建) 如图，已知点 A 是双曲线 $y=\frac{2}{x}$ 在第一象限的分支上的一个动点，连接 AO 并延长交另一分支于点 B ，过点 A 作 y 轴的垂线，过点 B 作 x 轴的垂线，两垂线交于点 C ，随着点 A 的运动，点 C 的位置也随之变化. 设点 C 的坐标为 (m, n) ，则 m, n 满足的关系式为 ()



A. $n = -2m$

B. $n = -\frac{2}{\pi}$

C. $n = -4m$

D. $n = -\frac{4}{\pi}$

考点：反比例函数图象上点的坐标特征.

分析：首先根据点 C 的坐标为 (m, n) ，分别求出点 A 的坐标、点 B 的坐标；然后根据 AO、BO 所在的直线的斜率相同，求出 m, n 满足的关系式即可.

解答：解：∵点 C 的坐标为 (m, n) ，

∴点 A 的纵坐标是 n ，横坐标是： $\frac{2}{n}$ ，

∴点 A 的坐标为 $(\frac{2}{n}, n)$ ，

∵点 C 的坐标为 (m, n) ，

∴点 B 的横坐标是 m ，纵坐标是： $\frac{2}{m}$ ，

∴点 B 的坐标为 $(m, \frac{2}{m})$ ，

又∵ $\frac{n}{\frac{2}{n}} = \frac{\frac{2}{m}}{m}$ ，

∴ $mn = \frac{2}{m} \cdot \frac{2}{n}$

∴ $m^2n^2 = 4$ ，

又∵ $m < 0, n > 0$ ，

∴ $mn = -2$ ，

∴ $n = -\frac{2}{m}$

故选：B.

点评：此题主要考查了反比例函数的图象上点的坐标的特征，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：①图象上的点 (x, y) 的横纵坐标的积是定值 k ，即 $xy=k$ ；②双曲线是关于原点对称的，两个分支上的点也是关于原点对称；③在 $xy=k$ 图象中任取一点，过这一个点向 x 轴和 y 轴分别作垂线，与坐标轴围成的矩形的面积是定值 $|k|$.

二、填空题（共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

11. (4 分) (2015•福建) 化简: $\frac{x+1}{x^2-1} - \frac{1}{x-1}$.

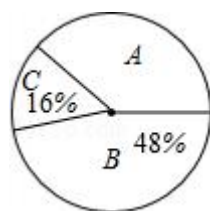
考点: 约分.

分析: 将分母分解因式, 然后再约分、化简.

解答: 解: 原式 = $\frac{x+1}{(x+1)(x-1)} - \frac{1}{x-1}$.

点评: 利用分式的性质变形时必须注意所乘的 (或所除的) 整式不为零.

12. (4 分) (2015•福建) 某班数学老师想了解学生对数学的喜欢程度, 对全班 50 名学生进行调查, 根据调查结果绘制了扇形统计图 (如图所示), 其中 A 表示“很喜欢”, B 表示“一般”, C 表示“不喜欢”, 则该班“很喜欢”数学的学生有 18 人.



考点: 扇形统计图.

专题: 计算题.

分析: 根据扇形统计图求出 A 占的百分比, 由调查的总人数 50 计算即可得到结果.

解答: 解: 根据题意得: $(1 - 16\% - 48\%) \times 50 = 18$ (人),

则该班“很喜欢”数学的学生有 18 人.

故答案为: 18

点评: 此题考查了扇形统计图, 弄清图形中的数据是解本题的关键.

13. (4 分) (2015•福建) 在一次函数 $y=kx+3$ 中, y 的值随着 x 值的增大而增大, 请你写出符合条件的 k 的一个值: 2.

考点: 一次函数的性质.

专题: 开放型.

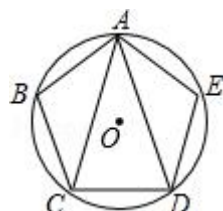
分析： 直接根据一次函数的性质进行解答即可.

解答： 解：当在一次函数 $y=kx+3$ 中， y 的值随着 x 值的增大而增大时， $k>0$ ，则符合条件的 k 的值可以是 1，2，3，4，5...

故答案是：2.

点评： 本题考查了一次函数的性质. 在直线 $y=kx+b$ 中，当 $k>0$ 时， y 随 x 的增大而增大；当 $k<0$ 时， y 随 x 的增大而减小.

14. (4 分) (2015•福建) 如图，正五边形 $ABCDE$ 内接于 $\odot O$ ，则 $\angle CAD = \underline{36}$ 度.



考点： 圆周角定理；正多边形和圆.

分析： 圆内接正五边形 $ABCDE$ 的顶点把圆五等分，即可求得五条弧的度数，根据圆周角的度数等于所对的弧的度数的一半即可求解.

解答： 解： $\because$ 五边形 $ABCDE$ 是正五边形，

$$\therefore \widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{CD} = \widehat{DE} = \widehat{EA} = 72^\circ,$$

$$\therefore \angle ADB = \frac{1}{2} \times 72^\circ = 36^\circ.$$

故答案为 36.

点评： 本题考查了正多边形的计算，理解正五边形的顶点是圆的五等分点是关键.

15. (4 分) (2015•福建) 观察下列图形的构成规律，依照此规律，第 10 个图形中共有 111 个“•”.



考点： 规律型：图形的变化类.

分析： 观察图形可知前 4 个图形中分别有：3，7，13，21 个“•”，所以可得规律为：第 n 个图形中共有 $[n(n+1)+1]$ 个“•”. 再将 $n=10$ 代入计算即可.

解答： 解：由图形可知：

$n=1$ 时，“•”的个数为： $1 \times 2 + 1 = 3$,

$n=2$ 时，“•”的个数为： $2 \times 3 + 1 = 7$,

$n=3$ 时，“•”的个数为： $3 \times 4 + 1 = 13$,

$n=4$ 时，“•”的个数为： $4 \times 5 + 1 = 21$,

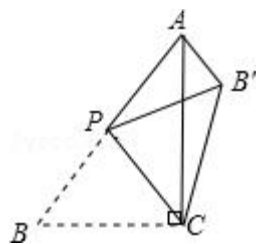
所以 $n=n$ 时，“•”的个数为： $n(n+1)+1$,

$n=10$ 时，“•”的个数为： $10 \times 11 + 1 = 111$.

故答案为 111.

点评： 本题主要考查了规律型：图形的变化类，关键在观察、分析已知数据，寻找它们之间的相互联系，探寻其规律，难度适中.

16. (4 分) (2015•福建) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AB=5$ ， $BC=3$ ， P 是 AB 边上的动点（不与点 B 重合），将 $\triangle BCP$ 沿 CP 所在的直线翻折，得到 $\triangle B'CP$ ，连接 $B'A$ ，则 $B'A$ 长度的最小值是 1.



考点： 翻折变换（折叠问题）.

分析： 首先由勾股定理求得 AC 的长度，由轴对称的性质可知 $BC=CB'=3$ ，当 $B'A$ 有最小值时，即 $AB'+CB'$ 有最小值，由两点之间线段最短可知当 A 、 B' 、 C 三点在一条直线上时， AB' 有最小值.

解答： 解：在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，由勾股定理可知： $AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$ ，

由轴对称的性质可知： $BC = CB' = 3$ ，

$\therefore CB'$ 长度固定不变，

$\therefore$ 当 $AB' + CB'$ 有最小值时， AB' 的长度有最小值.

根据两点之间线段最短可知： A 、 B' 、 C 三点在一条直线上时， AB' 有最小值，

$\therefore AB' = AC - B'C = 4 - 3 = 1$.

故答案为： 1.

点评： 本题主要考查的是轴对称的性质、勾股定理和线段的性质，将求 $B'A$ 的最小值转化为求 $AB' + CB'$ 的最小值是解题的关键.

三、解答题（共 9 题，满分 86 分）

17. (8 分) (2015•福建) 先化简，再求值： $(x-1)^2 + x(x+2)$ ，其中 $x = \sqrt{2}$.

考点： 整式的混合运算—化简求值.

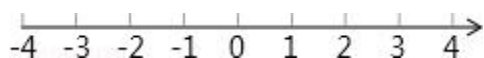
分析： 原式第一项利用完全平方公式化简，第二项利用单项式乘多项式法则计算，去括号合并得到最简结果，将 x 的值代入计算即可求出值.

解答： 解：原式 $= x^2 - 2x + 1 + x^2 + 2x = 2x^2 + 1$ ，

当 $x = \sqrt{2}$ 时，原式 $= 4 + 1 = 5$.

点评： 此题考查了整式的混合运算—化简求值，涉及的知识有：完全平方公式，平方差公式，多项式除单项式，去括号法则，以及合并同类项法则，熟练掌握公式及法则是解本题的关键.

18. (8 分) (2015•福建) 解不等式组 $\begin{cases} 2x+5 \geq 3 \\ 3(x-2) < 2x-4 \end{cases}$ ，并把解集在数轴上表示出来.



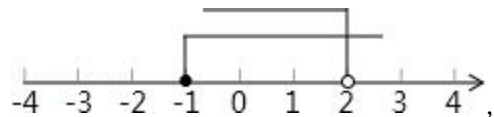
考点： 解一元一次不等式组；在数轴上表示不等式的解集.

分析： 先求出不等式组中每一个不等式的解集，然后把不等式的解集表示在数轴上，再表示出它们的公共部分即可.

解答： 解：
$$\begin{cases} 2x+5 \geq 3 \cdots \textcircled{1} \\ 3(x-2) < 2x-4 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

解①得： $x \geq -1$,

解②得： $x < 2$.

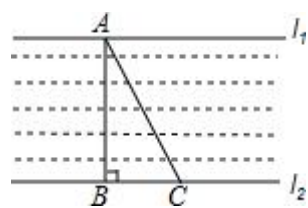


不等式组的解集是： $-1 \leq x < 2$.

点评： 本题考查的是一元一次不等式组的解，解此类题目常常要结合数轴来判断. 要注意 x 是否取得到，若取得到则 x 在该点是实心的. 反之 x 在该点是空心的.

19. (8 分) (2015•福建) 如图，一条河的两岸 l_1 , l_2 互相平行，在一次综合实践活动中，小颖去测量这条河的宽度，先在对岸 l_1 上选取一个点 A ，然后在河岸 l_2 时选择点 B ，使得 AB 与河岸垂直，接着沿河岸 l_2 走到点 C 处，测得 $BC=60$ 米， $\angle BCA=62^\circ$ ，请你帮小颖算出河宽 AB (结果精确到 1 米). (参考数据：

$\sin 62^\circ \approx 0.88$, $\cos 62^\circ \approx 0.47$, $\tan 62^\circ \approx 1.88$)



考点： 解直角三角形的应用.

专题： 应用题.

分析： 在直角三角形 ABC 中，利用锐角三角函数定义求出 AB 的长即可.

解答： 解：在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $BC=60$ 米， $\angle BCA=62^\circ$,

可得 $\tan \angle BCA = \frac{AB}{BC}$, 即 $AB = BC \cdot \tan \angle BCA = 60 \times 1.88 \approx 113$ (米),

则河宽 AB 为 113 米.

点评： 此题考查了解直角三角形的应用，熟练掌握锐角三角函数定义是解本题的关键.

20. (8 分) (2015•福建) 某校开展校园“美德少年”评选活动，共有“助人为乐”，“自强自立”、“孝老爱亲”，“诚实守信”四种类别，每位同学只能参评其中一类，评选后，把最终入选的 20 位校园“美德少年”分类统计，制作了如下统计表，后来发现，统计表中前两行的数据都是正确的，后两行的数据中有一个是错误的.

类别	频数	频率
助人为乐美德少年	a	0.20
自强自立美德少年	3	b
孝老爱亲美德少年	7	0.35
诚实守信美德少年	6	0.32

根据以上信息，解答下列问题：

- (1) 统计表中的 $a=4$ ， $b=0.15$ ；
- (2) 统计表后两行错误的数据是 0.32 ，该数据的正确值是 0.30 ；
- (3) 校园小记者决定从 A，B，C 三位“自强自立美德少年”中随机采访两位，用画树状图或列表的方法，求 A，B 都被采访到的概率.

考点： 列表法与树状图法；频数（率）分布表.

- 分析：**
- (1) 根据频率= $\frac{\text{频数}}{\text{样本总数}}$ 直接求得 a、b 的值即可；
 - (2) 用频数除以样本总数看是否等于已知的频率即可；
 - (3) 列表将所有等可能的结果列举出来，利用概率公式求解即可.

解答： 解：(1) 由题意得： $a=20\times 0.20=4$ ， $b=3\div 20=0.15$ ；

(2) $\because 6\div 20=0.3\neq 0.32$ ，
 $\therefore$ 最后一行数据错误，正确的值为 0.30；

(3) 列表得：

A B C

A AB AC

B BA BC

C CA CB

∴ 共有 6 种等可能的结果，A、B 都被选中的情况有 2 种，

$$\therefore P(A, B \text{ 都被采访到}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

点评： 本题考查了频数分布表及列表或树形图求概率的知识，解题的关键是能够正确的列表将所有等可能的结果列举出来，难度不大.

21. (8 分) (2015•福建) 某一天，蔬菜经营户老李用了 145 元从蔬菜批发市场批发一些黄瓜和茄子，到菜市场去卖，黄瓜和茄子当天的批发价与零售价如下表所示：

品名	黄瓜	茄子
批发价 (元/千克)	3	4
零售价 (元/千克)	4	7

当天他卖完这些黄瓜和茄子共赚了 90 元，这天他批发的黄瓜和茄子分别是多少千克？

考点： 二元一次方程组的应用.

分析： 设批发的黄瓜是 x 千克，茄子是 y 千克，根据“用了 145 元从蔬菜批发市场批发一些黄瓜和茄子，卖完这些黄瓜和茄子共赚了 90 元，”列出方程组解答即可.

解答： 解：设批发的黄瓜是 x 千克，茄子是 y 千克，由题意得

$$\begin{cases} 3x+4y=145 \\ (4-3)x+(7-4)y=90 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} x=15 \\ y=25 \end{cases}$$

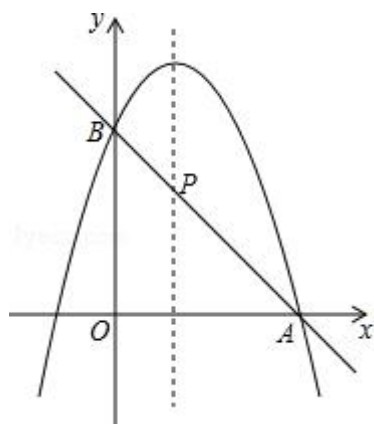
答：这天他批发的黄瓜 15 千克，茄子是 25 千克.

点评： 此题考查二元一次方程组的实际运用，找出题目蕴含的数量关系是解决问题的关键.

22. (10 分) (2015•福建) 已知二次函数 $y = -x^2 + 2x + m$.

(1) 如果二次函数的图象与 x 轴有两个交点, 求 m 的取值范围;

(2) 如图, 二次函数的图象过点 $A(3, 0)$, 与 y 轴交于点 B , 直线 AB 与这个二次函数图象的对称轴交于点 P , 求点 P 的坐标.



考点: 抛物线与 x 轴的交点; 二次函数的性质.

分析: (1) 由二次函数的图象与 x 轴有两个交点, 得到 $\Delta = 2^2 + 4m > 0$ 于是得到 $m > -1$;

(2) 把点 $A(3, 0)$ 代入二次函数的解析式得到 $m=3$, 于是确定二次函数的解析式为: $y = -x^2 + 2x + 3$, 求得 $B(0, 3)$, 得到直线 AB 的解析式为: $y = -x + 3$, 把对称轴方程 $x=1$, 直线 $y = -x + 3$ 即可得到结果.

解答: 解: (1) $\because$ 二次函数的图象与 x 轴有两个交点,

$$\therefore \Delta = 2^2 + 4m > 0$$

$$\therefore m > -1;$$

(2) $\because$ 二次函数的图象过点 $A(3, 0)$,

$$\therefore 0 = -9 + 6 + m$$

$$\therefore m = 3,$$

$\therefore$ 二次函数的解析式为: $y = -x^2 + 2x + 3$,

令 $x=0$, 则 $y=3$,

$\therefore B(0, 3),$

设直线 AB 的解析式为: $y=kx+b,$

$$\therefore \begin{cases} 0=3k+b, \\ 3=b \end{cases},$$

解得: $\begin{cases} k=-1 \\ b=3 \end{cases},$

$\therefore$ 直线 AB 的解析式为: $y=-x+3,$

$\therefore$ 抛物线 $y=-x^2+2x+3,$ 的对称轴为: $x=1,$

$\therefore$ 把 $x=1$ 代入 $y=-x+3$ 得 $y=2,$

$\therefore P(1, 2).$

点评: 本题考查了二次函数与 x 轴的交点问题, 求函数的解析式, 知道抛物线的对称轴与直线 AB 的交点即为点 P 的坐标是解题的关键.

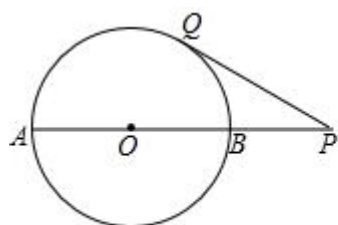
23. (10 分) (2015•福建) 已知: AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 P 在线段 AB 的延长线上, $BP=OB=2,$ 点 Q 在 $\odot O$ 上, 连接 PQ.

(1) 如图①, 线段 PQ 所在的直线与 $\odot O$ 相切, 求线段 PQ 的长;

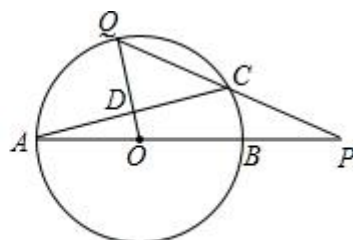
(2) 如图②, 线段 PQ 与 $\odot O$ 还有一个公共点 C, 且 $PC=CQ,$ 连接 OQ, AC 交于点 D.

①判断 OQ 与 AC 的位置关系, 并说明理由;

②求线段 PQ 的长.



图①



图②

考点: 圆的综合题.

分析: (1) 如图①, 连接 OQ. 利用切线的性质和勾股定理来求 PQ 的长度.

(2) 如图②, 连接 BC. 利用三角形中位线的判定与性质得到 $BC \parallel OQ$. 根据圆周角定理推知 $BC \perp AC$, 所以, $OQ \perp AC$.

(3) 利用割线定理来求 PQ 的长度即可.

解答: 解: (1) 如图①, 连接 OQ.

$\because$ 线段 PQ 所在的直线与 $\odot O$ 相切, 点 Q 在 $\odot O$ 上,

$\therefore OQ \perp OP$.

又 $\because BP=OB=OQ=2$,

$\therefore PQ = \sqrt{OP^2 - OQ^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}$, 即 $PQ=2\sqrt{3}$;

(2) $OQ \perp AC$. 理由如下:

如图②, 连接 BC.

$\because BP=OB$,

$\therefore$ 点 B 是 OP 的中点,

又 $\because PC=CQ$,

$\therefore$ 点 C 是 PQ 的中点,

$\therefore BC$ 是 $\triangle PQO$ 的中位线,

$\therefore BC \parallel OQ$.

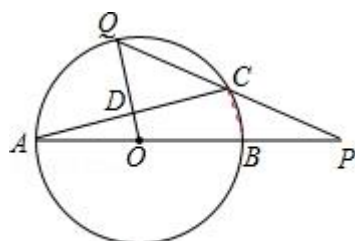
又 $\because AB$ 是直径,

$\therefore \angle ACB=90^\circ$, 即 $BC \perp AC$,

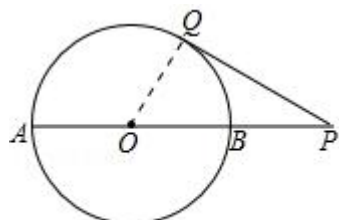
$\therefore OQ \perp AC$.

(3) 如图②, $PC \cdot PQ = PB \cdot PA$, 即 $\frac{1}{2}PQ^2 = 2 \times 6$,

解得 $PQ=2\sqrt{6}$.



图②



图①

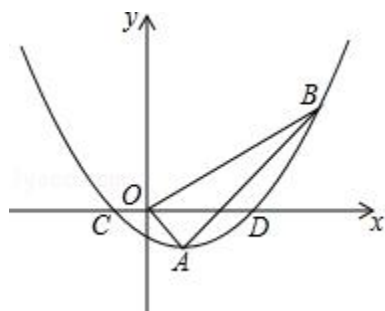
点评： 本题考查了圆的综合题．掌握圆周角定理，三角形中位线定理，平行线的性质，熟练利用割线定理进行几何计算．

24. (12 分) (2015•福建) 如图，在平面直角坐标系中，顶点为 $A(1, -1)$ 的抛物线经过点 $B(5, 3)$ ，且与 x 轴交于 C, D 两点 (点 C 在点 D 的左侧)．

(1) 求抛物线的解析式；

(2) 求点 O 到直线 AB 的距离；

(3) 点 M 在第二象限内的抛物线上，点 N 在 x 轴上，且 $\angle MND = \angle OAB$ ，当 $\triangle DMN$ 与 $\triangle OAB$ 相似时，请你直接写出点 M 的坐标．



考点： 二次函数综合题．

分析： (1) 根据待定系数法，可得抛物线的解析式；

(2) 根据勾股定理，可得 OA^2 、 OB^2 、 AB^2 的长，根据勾股定理的逆定理，可得 $\angle OAB$ 的度数，根据点到直线的距离的定义，可得答案；

(3) 根据抛物线上的点满足函数解析式, 可得方程②, 根据相似三角形的性质, 可得方程①③, 根据解方程组, 可得 M 点的坐标.

解答: 解: (1) 设抛物线的解析式为 $y=a(x-1)^2-1$,

将 B 点坐标代入函数解析式, 得

$$(5-1)^2a-1=3,$$

$$\text{解得 } a=\frac{1}{4}.$$

$$\text{故抛物线的解析式为 } y=\frac{1}{4}(x-1)^2-1;$$

$$(2) \text{ 由勾股定理, 得 } OA^2=1^2+1^2=2, OB^2=5^2+3^2=34, AB^2=(5-1)^2+(3+1)^2=32, \\ OA^2+AB^2=OB^2,$$

$$\therefore \angle OAB=90^\circ,$$

$$O \text{ 到直线 } AB \text{ 的距离是 } OA=\sqrt{2};$$

$$(3) \text{ 设 } M(a, b), N(a, 0)$$

$$\text{当 } y=0 \text{ 时, } \frac{1}{4}(x-1)^2-1=0,$$

$$\text{解得 } x_1=3, x_2=-1,$$

$$D(3, 0), DN=3-a.$$

$$\text{①当 } \triangle MND \sim \triangle OAB \text{ 时, } \frac{NM}{OA} = \frac{DN}{AB}, \text{ 即 } \frac{b}{\sqrt{2}} = \frac{3-a}{4\sqrt{2}},$$

$$\text{化简, 得 } 4b=a-3 \quad \text{①}$$

$$M \text{ 在抛物线上, 得 } b=\frac{1}{4}(a-1)^2-1 \quad \text{②}$$

$$\text{联立①②, 得 } \begin{cases} 4b=3-a \\ b=\frac{1}{4}(a-1)^2-1 \end{cases},$$

$$\text{解得 } a_1=3 \text{ (不符合题意, 舍)}, a_2=-2, b=\frac{5}{4},$$

$$M_1(-2, \frac{5}{4}),$$

$$\text{当 } \triangle MND \sim \triangle BAO \text{ 时, } \frac{MN}{BA} = \frac{ND}{OA}, \text{ 即 } \frac{b}{4\sqrt{2}} = \frac{3-a}{\sqrt{2}},$$

$$\text{化简, 得 } b=12-4a \quad \text{③},$$

联立②③，得
$$\begin{cases} b=12-4a \\ b=\frac{1}{4}(a-1)^2-1 \end{cases}$$

解得 $a_1=3$ (不符合题意，舍)， $a_2=-17$ ， $b=12-4\times(-17)=80$ ，

$M_2(-17, 80)$ 。

综上所述：当 $\triangle DMN$ 与 $\triangle OAB$ 相似时，点M的坐标 $(-2, \frac{5}{4})$ ， $(-17, 80)$ 。

点评： 本题考查了二次函数综合题，(1) 设成顶点式的解析式是解题关键，(2) 利用了勾股定理及勾股定理的逆定理，点到直线的距离；(3) 利用了相似三角形的性质，图象上的点满足函数解析式得出方程组是解题关键，要分类讨论，以防遗漏。

25. (14分) (2015•福建) 在正方形ABCD中，点E，F分别在边BC，CD上，且 $\angle EAF=\angle CEF=45^\circ$ 。

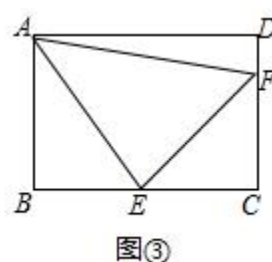
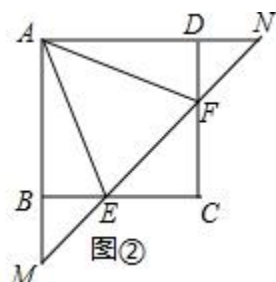
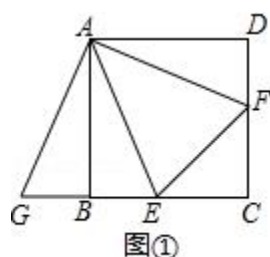
(1) 将 $\triangle ADF$ 绕着点A顺时针旋转 90° ，得到 $\triangle ABG$ (如图①)，求证：

$\triangle AEG \cong \triangle AEF$ ；

(2) 若直线EF与AB，AD的延长线分别交于点M，N (如图②)，求证：

$EF^2=ME^2+NF^2$ ；

(3) 将正方形改为长与宽不相等的矩形，若其余条件不变 (如图③)，请你直接写出线段EF，BE，DF之间的数量关系。



考点： 四边形综合题。

分析： (1) 根据旋转的性质可知 $AF=AG$ ， $\angle EAF=\angle GAE=45^\circ$ ，故可证

$\triangle AEG \cong \triangle AEF$ ；

(2) 将 $\triangle ADF$ 绕着点A顺时针旋转 90° ，得到 $\triangle ABG$ ，连结GM. 由(1)知 $\triangle AEG \cong \triangle AEF$ ，则 $EG=EF$. 再由 $\triangle BME$ 、 $\triangle DNF$ 、 $\triangle CEF$ 均为等腰直角三角形，得出 $CE=CF$ ， $BE=BM$ ， $NF=\sqrt{2}DF$ ，然后证明 $\angle GME=90^\circ$ ， $MG=NF$ ，利用勾股定理得出 $EG^2=ME^2+MG^2$ ，等量代换即可证明 $EF^2=ME^2+NF^2$ ；

(3) 将 $\triangle ADF$ 绕着点A顺时针旋转 90° ，得到 $\triangle ABG$ ，根据旋转的性质可以得到 $\triangle ADF \cong \triangle ABG$ ，则 $DF=BG$ ，再证明 $\triangle AEG \cong \triangle AEF$ ，得出 $EG=EF$ ，由 $EG=BG+BE$ ，等量代换得到 $EF=BE+DF$.

解答： (1) 证明： $\because \triangle ADF$ 绕着点A顺时针旋转 90° ，得到 $\triangle ABG$ ，

$$\therefore AF=AG, \angle FAG=90^\circ,$$

$$\therefore \angle EAF=45^\circ,$$

$$\therefore \angle GAE=45^\circ,$$

在 $\triangle AGE$ 与 $\triangle AFE$ 中，

$$\begin{cases} AG=AF \\ \angle GAE=\angle FAE=45^\circ \\ AE=AE \end{cases},$$

$$\therefore \triangle AGE \cong \triangle AFE \text{ (SAS)};$$

(2) 证明：设正方形ABCD的边长为a.

将 $\triangle ADF$ 绕着点A顺时针旋转 90° ，得到 $\triangle ABG$ ，连结GM.

则 $\triangle ADF \cong \triangle ABG$ ， $DF=BG$.

由(1)知 $\triangle AEG \cong \triangle AEF$ ，

$$\therefore EG=EF.$$

$$\therefore \angle CEF=45^\circ,$$

$\therefore \triangle BME$ 、 $\triangle DNF$ 、 $\triangle CEF$ 均为等腰直角三角形，

$$\therefore CE=CF, BE=BM, NF=\sqrt{2}DF,$$

$$\therefore a - BE = a - DF,$$

$$\therefore BE = DF,$$

$$\therefore BE = BM = DF = BG,$$

$$\therefore \angle BMG = 45^\circ,$$

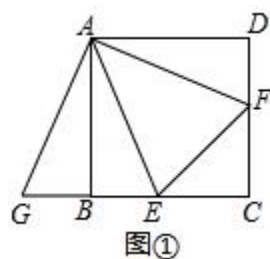
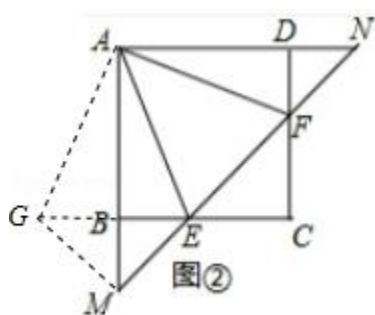
$$\therefore \angle GME = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ,$$

$$\therefore EG^2 = ME^2 + MG^2,$$

$$\because EG = EF, \quad MG = \sqrt{2}BM = \sqrt{2}DF = NF,$$

$$\therefore EF^2 = ME^2 + NF^2;$$

(3) 解: $EF^2 = 2BE^2 + 2DF^2$.



点评: 本题是四边形综合题, 其中涉及到正方形的性质, 旋转的性质, 全等三角形的判定与性质, 等腰直角三角形的判定与性质, 矩形的性质, 勾股定理. 准确作出辅助线利用数形结合及类比思想是解题的关键.