

二〇一四年福州市初中毕业会考、高级中等学校招生考试

数 学 试 卷

(全卷共 4 页, 三大题, 22 小题, 满分 150 分; 考试时间 120 分钟)

友情提示: 所有答案都必须填涂在答题卡相应的位置上, 答在本试卷上一律无效。

毕业学校_____姓名_____考生号_____

一、选择题 (共 10 小题, 每题 4 分, 满分 40 分; 每小题只有一个正确的选项, 请在答题卡的相应位置填涂)

1. -5 的相反数是

A. -5

B. 5

C. $\frac{1}{5}$

D. $-\frac{1}{5}$

2. 地球绕太阳公转的速度约是 110000 千米/时, 将 110000 用科学记数法表示为

A. 11×10^4

B. 1.1×10^5

C. 1.1×10^4

D. 0.11×10^6

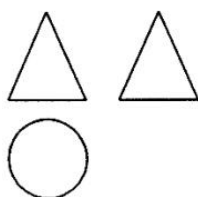
3. 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体是

A. 三棱柱

B. 长方体

C. 圆柱

D. 圆锥



(第 3 题)

4. 下列计算正确的是

A. $x^4 \cdot x^4 = x^{16}$

B. $(a^3)^2 = a^5$

C. $(ab^2)^3 = ab^6$

D. $a+2a=3a$

5. 若 7 名学生的体重 (单位: kg) 分别是: 40, 42, 43, 45, 47, 47, 58, 则这组数据的平均数是

A. 44

B. 45

C. 46

D. 47

6. 下列命题中, 假命题是

A. 对顶角相等

B. 三角形两边的和小于第三边

C. 菱形的四条边都相等

D. 多边形的外角和等于 360°

7. 若 $(m-1)^2 + \sqrt{n+2} = 0$, 则 $m+n$ 的值是

A. -1

B. 0

C. 1

D. 2

8. 某工厂现在平均每天比原计划多生产 50 台机器, 现在生产 600 台机器所需时间与原计划生产 450 台机器所需时间相同. 设原计划平均每天生产 x 台机器, 根据题意, 下面所列方程正确的是

A. $\frac{600}{x+50} = \frac{450}{x}$

B. $\frac{600}{x-50} = \frac{450}{x}$

C. $\frac{600}{x} = \frac{450}{x+50}$

D. $\frac{600}{x} = \frac{450}{x-50}$

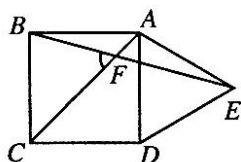
9. 如图, 在正方形 $ABCD$ 外侧, 作等边三角形 ADE , AC , BE 相交于点 F , 则 $\angle BFC$ 为

A. 45°

B. 55°

C. 60°

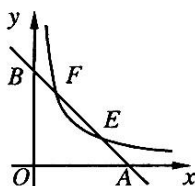
D. 75°



(第9题)

10. 如图, 已知直线 $y = -x + 2$ 分别与 x 轴, y 轴交于 A, B 两点, 与双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 交于 E, F 两点, 若 $AB = 2EF$, 则 k 的值是

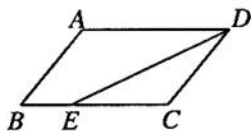
A. -1 B. 1 C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{4}$



(第10题)

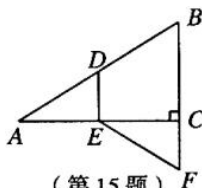
二、填空题 (共 5 小题, 每题 4 分, 满分 20 分; 请将正确答案填在答题卡相应位置)

11. 分解因式: $ma + mb =$ _____.
12. 若 5 件外观相同的产品中有 1 件不合格, 现从中任意抽取 1 件进行检测, 则抽到不合格产品的概率是 _____.
13. 计算: $(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1) =$ _____.
14. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, DE 平分 $\angle ADC$, $AD = 6$, $BE = 2$, 则 $\square ABCD$ 的周长是 _____.



(第14题)

15. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, 点 D, E 分别是边 AB, AC 的中点, 延长 BC 到点 F , 使 $CF = \frac{1}{2}BC$. 若 $AB = 10$, 则 EF 的长是 _____.



(第15题)

三、解答题 (满分 90 分; 请将正确答案及解答过程填在答题卡相应位置. 作图或添加辅助线用铅笔画完, 再用黑色签字笔描黑)

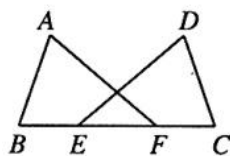
16. (每小题 7 分, 共 14 分)

(1) 计算: $\sqrt{9} + \left(\frac{1}{2014}\right)^0 + |-1|$.

(2) 先化简, 再求值: $(x+2)^2 + x(2-x)$, 其中 $x = \frac{1}{3}$.

17. (每小题 7 分, 共 14 分)

- (1) 如图, 点 E, F 在 BC 上, $BE=CF$, $AB=DC$, $\angle B=\angle C$. 求证: $\angle A=\angle D$.

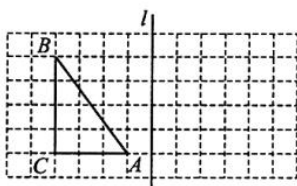


(第17(1)题)

- (2) 如图, 在边长为 1 个单位长度的小正方形所组成的网格中, $\triangle ABC$ 的顶点均在格点上.

① $\sin B$ 的值是_____;

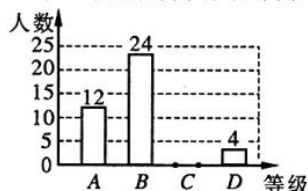
② 画出 $\triangle ABC$ 关于直线 l 对称的 $\triangle A_1B_1C_1$ (A 与 A_1 , B 与 B_1 , C 与 C_1 相对应). 连接 AA_1 , BB_1 , 并计算梯形 AA_1B_1B 的面积.



(第17(2)题)

18. (满分 12 分) 设中学生体质健康综合评定成绩为 x 分, 满分为 100 分. 规定: $85 \leq x \leq 100$ 为 A 级, $75 \leq x < 85$ 为 B 级, $60 \leq x < 75$ 为 C 级, $x < 60$ 为 D 级. 现随机抽取福海中学部分学生的综合评定成绩, 整理绘制成如下两幅不完整的统计图. 请根据图中的信息, 解答下列问题:

综合评定成绩条形统计图



综合评定成绩扇形统计图



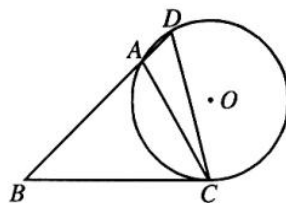
- (1) 在这次调查中, 一共抽取了_____名学生, $a=$ _____%;
- (2) 补全条形统计图;
- (3) 扇形统计图中 C 级对应的圆心角为_____度;
- (4) 若该校共有 2000 名学生, 请你估计该校 D 级学生有多少名?

19. (满分 12 分) 现有 A, B 两种商品, 买 2 件 A 商品和 1 件 B 商品用了 90 元, 买 3 件 A 商品和 2 件 B 商品共用了 160 元.

(1) 求 A, B 两种商品每件多少元?

(2) 如果小亮准备购买 A, B 两种商品共 10 件, 总费用不超过 350 元, 且不低于 300 元, 问有几种购买方案, 哪种方案费用最低?

20. (满分 11 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B=45^\circ$, $\angle ACB=60^\circ$, $AB=3\sqrt{2}$, 点 D 为 BA 延长线上的一点, 且 $\angle D=\angle ACB$, $\odot O$ 为 $\triangle ACD$ 的外接圆.
- (1) 求 BC 的长;
- (2) 求 $\odot O$ 的半径.



(第 20 题)

21. (满分 13 分) 如图 1, 点 O 在线段 AB 上, $AO=2$, $OB=1$, OC 为射线, 且 $\angle BOC=60^\circ$, 动点 P 以每秒 2 个单位长度的速度从点 O 出发, 沿射线 OC 做匀速运动, 设运动时间为 t 秒.

- (1) 当 $t=\frac{1}{2}$ 秒时, 则 $OP=$ _____, $S_{\triangle ABP}=$ _____;
- (2) 当 $\triangle ABP$ 是直角三角形时, 求 t 的值;
- (3) 如图 2, 当 $AP=AB$ 时, 过点 A 作 $AQ \parallel BP$, 并使得 $\angle QOP=\angle B$, 求证: $AQ \cdot BP=3$.

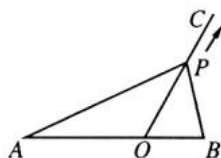
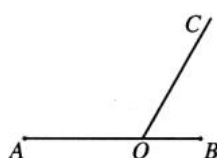


图 1



备用图

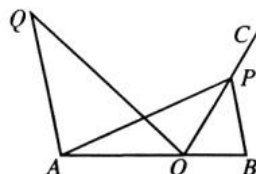
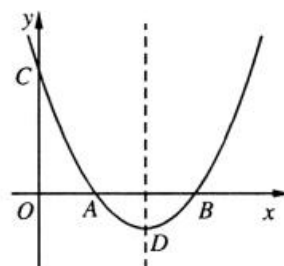
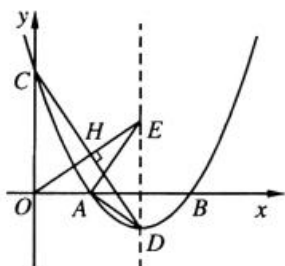


图 2

(第 21 题)

22. (满分 14 分) 如图, 抛物线 $y=\frac{1}{2}(x-3)^2-1$ 与 x 轴交于 A, B 两点 (点 A 在点 B 的左侧), 与 y 轴交于点 C , 顶点为 D 了.

- (1) 求点 A, B, D 的坐标;
- (2) 连接 CD , 过原点 O 作 $OE \perp CD$, 垂足为 H , OE 与抛物线的对称轴交于点 E , 连接 AE, AD . 求证: $\angle AEO=\angle ADC$;
- (3) 以 (2) 中的点 E 为圆心, 1 为半径画圆, 在对称轴右侧的抛物线上有一动点 P , 过点 P 作 $\odot E$ 的切线, 切点为 Q , 当 PQ 的长最小时, 求点 P 的坐标, 并直接写出点 Q 的坐标.



(第 22 题)

数学试卷参考答案

1. B
2. B
3. D
4. D
5. C
6. B
7. A
8. A
9. C
10. D
11. $m(a+b)$

12. $\frac{1}{5}$

13. 1

14. 20

15. 5

16. (1) 解: 原式 $=3+1+1=5$.

(2) 解: 原式 $=x^2+4x+4+2x-x^2$
 $=6x+4$.

当 $x=\frac{1}{3}$ 时,

原式 $=6\times\frac{1}{3}+4=6$.

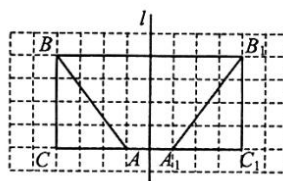
17. (1) 证明: $\because BE=CF$,
 $\therefore BE+EF=CF+EF$
 即 $BF=CE$.
 又 $\because AB=DC$, $\angle B=\angle C$,
 $\therefore \triangle ABF \cong \triangle DCE$.
 $\therefore \angle A=\angle E$.

(2) 【答案】① $\frac{3}{5}$;

②如图所示.

由轴对称的性质可得, $AA_1=2$, $BB_1=8$, 高是 4.

$\therefore S_{\text{梯形}AA_1B_1B} = \frac{1}{2}(AA_1+BB_1)\times 4=20$.

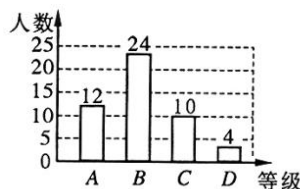


18. 解: (1) 50, 24;

(2) 如图所示;

(3) 72;

(4) 该校 D 级学生有: $2000 \times \frac{4}{50} = 160$ 人.



19. 解: (1) 设 A 商品每件 x 元, B 商品每件 y 元.

依题意, 得
$$\begin{cases} 2x + y = 90, \\ 3x + 2y = 160. \end{cases}$$

解得
$$\begin{cases} x = 20, \\ y = 50. \end{cases}$$

答: A 商品每件 20 元, B 商品每件 50 元.

(2) 设小亮准备购买 A 商品 a 件, 则购买 B 商品 $(10-a)$ 件.

依题意, 得
$$\begin{cases} 20a + 50(10-a) \geq 300, \\ 20a + 50(10-a) \leq 350. \end{cases}$$

解得 $5 \leq a \leq 6\frac{2}{3}$.

根据题意, a 的值应为整数, 所以 $a=5$ 或 $a=6$.

方案一: 当 $a=5$ 时, 购买费用为 $20 \times 5 + 50 \times (10-5) = 350$ 元;

方案二: 当 $a=6$ 时, 购买费用为 $20 \times 6 + 50 \times (10-6) = 320$ 元.

$\therefore 350 > 320$,

$\therefore$ 购买 A 商品 6 件, B 商品 4 件的费用最低.

答: 有两种购买方案, 方案一: 购买 A 商品 5 件, B 商品 5 件; 方案二: 购买 A 商品 6 件, B 商品 4 件. 其中方案二费用最低.

20. 解: (1) 过点 A 作 $AE \perp BC$, 垂足为 E.

$\therefore \angle AEB = \angle AEC = 90^\circ$.

在 $Rt\triangle ABE$ 中, $\therefore \sin B = \frac{AE}{AB}$,

$\therefore AE = AB \cdot \sin B = 3\sqrt{2} \cdot \sin 45^\circ = 3\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 3$.

$\therefore \angle B = 45^\circ$,

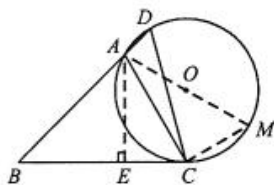
$\therefore \angle BAE = 45^\circ$.

$\therefore BE = AE = 3$.

在 $Rt\triangle ACE$ 中, $\therefore \tan \angle ACB = \frac{AE}{EC}$,

$\therefore EC = \frac{AE}{\tan \angle ACB} = \frac{3}{\tan 60^\circ} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$.

$$\therefore BC=BE+EC=3+\sqrt{3}.$$



(2) 由 (1) 得, 在 $\text{Rt}\triangle ACE$ 中, $\therefore \angle EAC=30^\circ$, $EC=\sqrt{3}$,

$$\therefore AC=2\sqrt{3}.$$

解法一: 连接 AO 并延长交 $\odot O$ 于 M , 连接 CM .

$\therefore AM$ 为直径,

$\therefore \angle ACM=90^\circ$.

在 $\text{Rt}\triangle ACM$ 中, $\therefore \angle M=\angle D=\angle ACB=60^\circ$, $\sin M=\frac{AC}{AM}$,

$$\therefore AM=\frac{AC}{\sin M}=\frac{2\sqrt{3}}{\sin 60^\circ}=4.$$

$\therefore \odot O$ 的半径为 2.

解法二: 连接 OA , OC , 过点 O 作 $OF \perp AC$, 垂足为 F ,

$$\text{则 } AF=\frac{1}{2}AC=\sqrt{3}.$$

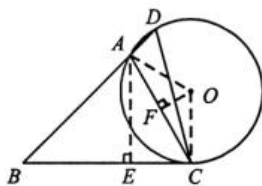
$\therefore \angle D=\angle ACB=60^\circ$,

$\therefore \angle AOC=120^\circ$.

$\therefore \angle AOF=\frac{1}{2}\angle AOC=60^\circ$.

在 $\text{Rt}\triangle OAF$ 中, $\sin \angle AOF=\frac{AF}{AO}$,

$$\therefore AO=\frac{AF}{\sin \angle AOF}=2, \text{ 即 } \odot O \text{ 的半径为 } 2.$$



21. 解: (1) $1, \frac{3\sqrt{3}}{4}$;

(2) ① $\therefore \angle A < \angle BOC=60^\circ$,

$\therefore \angle A$ 不可能是直角.

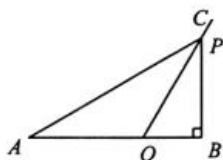
② 当 $\angle ABP=90^\circ$ 时,

$\therefore \angle BOC=60^\circ$,

$\therefore \angle OPB=30^\circ$.

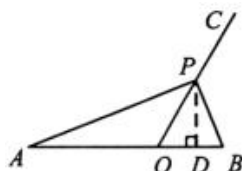
$\therefore OP=2OB$, 即 $2t=2$.

$\therefore t=1$.



③当 $\angle APB=90^\circ$ 时, 作 $PD \perp AB$, 垂足为 D , 则 $\angle ADP=\angle PDB=90^\circ$.
 $\therefore OP=2t$,

$\therefore OD=t$, $PD=\sqrt{3}t$, $AD=2+t$, $BD=1-t$ ($\triangle BOP$ 是锐角三角形).



解法一: $\therefore BP^2 = (1-t)^2 + 3t^2$, $AP^2 = (2+t)^2 + 3t^2$.

$\therefore BP^2 + AP^2 = AB^2$,

$\therefore (1-t)^2 + 3t^2 + (2+t)^2 + 3t^2 = 9$,

即 $4t^2 + t - 2 = 0$.

解得 $t_1 = \frac{-1+\sqrt{33}}{8}$, $t_2 = \frac{-1-\sqrt{33}}{8}$ (舍去).

解法二: $\therefore \angle APD + \angle BPD = 90^\circ$, $\angle B + \angle BPD = 90^\circ$,

$\therefore \angle APD = \angle B$.

$\therefore \triangle APD \sim \triangle PBD$.

$\therefore \frac{AD}{PD} = \frac{PD}{BD}$.

$\therefore PD^2 = AD \cdot BD$.

于是 $(\sqrt{3}t)^2 = (2+t)(1-t)$, 即 $4t^2 + t - 2 = 0$.

解得 $t_1 = \frac{-1+\sqrt{33}}{8}$, $t_2 = \frac{-1-\sqrt{33}}{8}$ (舍去).

综上, 当 $\triangle ABP$ 为直角三角形时, $t=1$ 或 $\frac{-1+\sqrt{33}}{8}$.

(3) 解法一: $\therefore AP=AB$,

$\therefore \angle APB = \angle B$.

作 $OE \parallel AP$, 交 BP 于点 E ,

$\therefore \angle OEB = \angle APB = \angle B$.

$\therefore AQ \parallel BP$,

$\therefore \angle QAB + \angle B = 180^\circ$.

又 $\therefore \angle 3 + \angle OEB = 180^\circ$,

$\therefore \angle 3 = \angle QAB$.

又 $\therefore \angle AOC = \angle 2 + \angle B = \angle 1 + \angle QOP$,

已知 $\angle B = \angle QOP$,

$\therefore \angle 1 = \angle 2$.

$\therefore \triangle QAO \sim \triangle OEP$.

$$\therefore \frac{AQ}{EO} = \frac{AO}{EP}, \text{ 即 } AQ \cdot EP = EO \cdot AO.$$

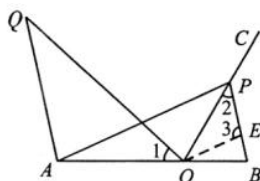
$$\because OE \parallel AP,$$

$$\therefore \triangle OBE \sim \triangle ABP.$$

$$\therefore \frac{OE}{AP} = \frac{BE}{BP} = \frac{BO}{BA} = \frac{1}{3}.$$

$$\therefore OE = \frac{1}{3}AP = 1, \quad BP = \frac{3}{2}EP.$$

$$\therefore AQ \cdot BP = AQ \cdot \frac{3}{2}EP = \frac{3}{2}AO \cdot OE = \frac{3}{2} \times 2 \times 1 = 3.$$



解法二：连接 PQ ，设 AP 与 OQ 相交于点 F 。

$$\because AQ \parallel BP,$$

$$\therefore \angle QAP = \angle APB.$$

$$\because AP = AB,$$

$$\therefore \angle APB = \angle B.$$

$$\therefore \angle QAP = \angle B.$$

$$\text{又} \because \angle QOP = \angle B,$$

$$\therefore \angle QAP = \angle QOP.$$

$$\therefore \angle QFA = \angle PFO,$$

$$\therefore \triangle QFA \sim \triangle PFO.$$

$$\therefore \frac{FQ}{FP} = \frac{FA}{FO}, \text{ 即 } \frac{FQ}{FA} = \frac{FP}{FO}.$$

$$\text{又} \because \angle PFQ = \angle OFA,$$

$$\therefore \triangle PFQ \sim \triangle OFA.$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 1.$$

$$\therefore \angle AOC = \angle 2 + \angle B = \angle 1 + \angle QOP,$$

$$\text{已知 } \angle B = \angle QOP,$$

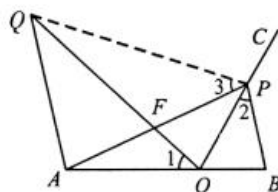
$$\therefore \angle 1 = \angle 2.$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 3.$$

$$\therefore \triangle APQ \sim \triangle BPO.$$

$$\therefore \frac{AQ}{BO} = \frac{AP}{BP}.$$

$$\therefore AQ \cdot BP = AP \cdot BO = 3 \times 1 = 3.$$



22.

【答案】(1) 顶点 D 的坐标为 $(3, -1)$.

令 $y=0$, 得 $\frac{1}{2}(x-3)^2-1=0$,

解得 $x_1=3+\sqrt{2}$, $x_2=3-\sqrt{2}$.

$\therefore$ 点 A 在点 B 的左侧,

$\therefore A$ 点坐标 $(3-\sqrt{2}, 0)$, B 点坐标 $(3+\sqrt{2}, 0)$.

(2) 过 D 作 $DG \perp y$ 轴, 垂足为 G .

则 $G(0, -1)$, $GD=3$.

令 $x=0$, 则 $y=\frac{7}{2}$, $\therefore C$ 点坐标为 $(0, \frac{7}{2})$.

$\therefore GC=\frac{7}{2}-(-1)=\frac{9}{2}$.

设对称轴交 x 轴于点 M .

$\therefore OE \perp CD$,

$\therefore \angle GCD + \angle COH = 90^\circ$.

$\therefore \angle MOE + \angle COH = 90^\circ$,

$\therefore \angle MOE = \angle GCD$.

又 $\therefore \angle CGD = \angle OMN = 90^\circ$,

$\therefore \triangle DCG \sim \triangle EOM$.

$\therefore \frac{CG}{OM} = \frac{DG}{EM}$, 即 $\frac{\frac{9}{2}}{3} = \frac{3}{EM}$.

$\therefore EM=2$, 即点 E 坐标为 $(3, 2)$, $ED=3$.

由勾股定理, 得 $AE^2=6$, $AD^2=3$,

$\therefore AE^2+AD^2=6+3=9=ED^2$.

$\therefore \triangle AED$ 是直角三角形, 即 $\angle DAE=90^\circ$.

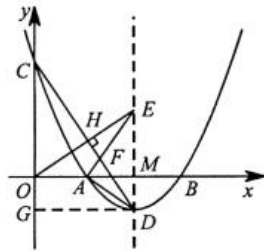
设 AE 交 CD 于点 F .

$\therefore \angle ADC + \angle AFD = 90^\circ$.

又 $\therefore \angle AEO + \angle HFE = 90^\circ$,

$\therefore \angle AFD = \angle HFE$,

$\therefore \angle AEO = \angle ADC$.



(3) 由 $\odot E$ 的半径为 1, 根据勾股定理, 得 $PQ^2=EP^2-1$.

要使切线长 PQ 最小, 只需 EP 长最小, 即 EP^2 最小.

设 P 坐标为 (x, y) , 由勾股定理, 得 $EP^2=(x-3)^2+(y-2)^2$.

$$\therefore y = \frac{1}{2}(x-3)^2 - 1,$$

$$\therefore (x-3)^2 = 2y+2.$$

$$\begin{aligned}\therefore EP^2 &= 2y+2+y^2-4y+4 \\ &= (y-1)^2+5.\end{aligned}$$

当 $y=1$ 时, EP^2 最小值为 5.

把 $y=1$ 代入 $y = \frac{1}{2}(x-3)^2 - 1$, 得 $\frac{1}{2}(x-3)^2 - 1 = 1$,

解得 $x_1=1$, $x_2=5$.

又 $\because$ 点 P 在对称轴右侧的抛物线上,

$\therefore x_1=1$ 舍去.

$\therefore$ 点 P 坐标为 $(5, 1)$.

此时 Q 点坐标为 $(3, 1)$ 或 $(\frac{19}{5}, \frac{13}{5})$.

