

2014 年福建省泉州市中考数学试卷

一、选择题（每小题有四个答案，其中有且只有一个答案是正确的，请在答题卡题目区域内作答答对的得 3 分，答错或不答一律得 0 分.）

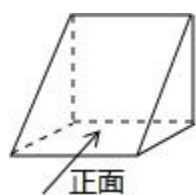
1. (3 分) (2014•泉州) 2014 的相反数是 ()

- A. 2014 B. -2014 C. $\frac{1}{2014}$ D. $-\frac{1}{2014}$

2. (3 分) (2014•泉州) 下列运算正确的是 ()

- A. $a^3+a^3=a^6$ B. $2(a+1)=2a+1$ C. $(ab)^2=a^2b^2$ D. $a^6 \div a^3=a^2$

3. (3 分) (2014•泉州) 如图的立体图形的左视图可能是 ()



- A.  B.  C.  D. 

4. (3 分) (2014•泉州) 七边形外角和为 ()

- A. 180° B. 360° C. 900° D. 1260°

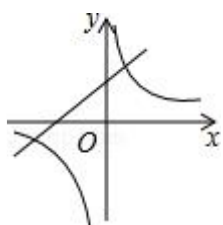
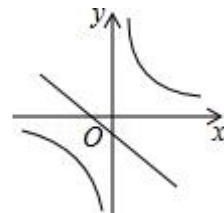
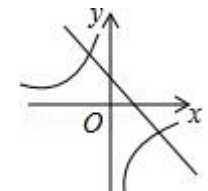
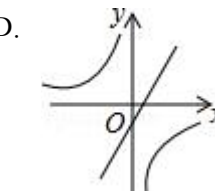
5. (3 分) (2014•泉州) 正方形的对称轴的条数为 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

6. (3 分) (2014•泉州) 分解因式 $x^2y - y^3$ 结果正确的是 ()

- A. $y(x+y)^2$ B. $y(x-y)^2$ C. $y(x^2-y^2)$ D. $y(x+y)(x-y)$

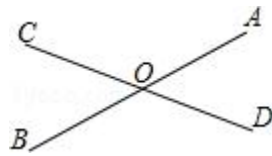
7. (3 分) (2014•泉州) 在同一平面直角坐标系中，函数 $y=mx+m$ 与 $y=\frac{\pi}{x}$ ($m \neq 0$) 的图象可能是 ()

- A.  B.  C.  D. 

二、填空题(每小题 4 分, 共 40 分)

8. (4 分) (2014•泉州) 2014 年 6 月, 阿里巴巴注资 1200000000 元入股广州恒大, 将数据 1200000000 用科学记数法表示为_____.

9. (4 分) (2014•泉州) 如图, 直线 AB 与 CD 相交于点 O, $\angle AOD=50^\circ$, 则 $\angle BOC=$ _____°.

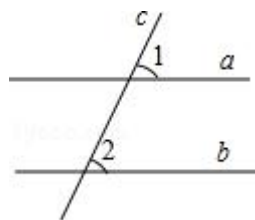


10. (4 分) (2014•泉州) 计算: $\frac{m}{2m+1} + \frac{m+1}{2m+1} =$ _____.

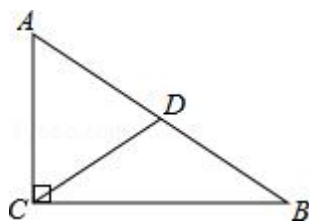
11. (4 分) (2014•泉州) 方程组 $\begin{cases} x - y = 0 \\ 2x + y = 6 \end{cases}$ 的解是_____.

12. (4 分) (2014•泉州) 在综合实践课上, 六名同学的作品数量 (单位: 件) 分别为: 3、5、2、5、5、7, 则这组数据的众数为_____件.

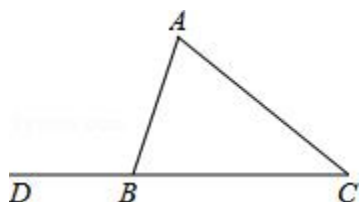
13. (4 分) (2014•泉州) 如图, 直线 $a \parallel b$, 直线 c 与直线 a, b 都相交, $\angle 1=65^\circ$, 则 $\angle 2=$ _____°.



14. (4 分) (2014•泉州) 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, D 为斜边 AB 的中点, $AB=10\text{cm}$, 则 CD 的长为_____cm.



15. (4 分) (2014•泉州) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=40^\circ$, $CA=CB$, 则 $\triangle ABC$ 的外角 $\angle ABD=$ _____°.

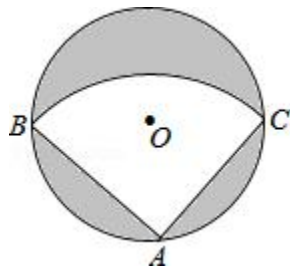


16. (4 分) (2014•泉州) 已知: m 、 n 为两个连续的整数, 且 $m < \sqrt{11} < n$, 则 $m+n=$ _____.

17. (4 分) (2014•泉州) 如图, 有一直径是 $\sqrt{2}$ 米的圆形铁皮, 现从中剪出一个圆周角是 90° 的最大扇形 ABC , 则:

(1) AB 的长为_____米;

(2) 用该扇形铁皮围成一个圆锥, 所得圆锥的底面圆的半径为_____米.

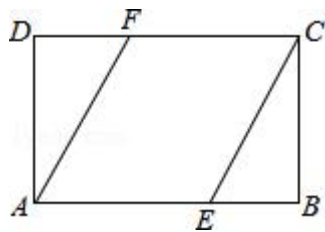


三、解答题 (共 89 分)

18. (9 分) (2014•泉州) 计算: $(2\sqrt{3}-1)^0 + |-6| - 8 \times 4^{-1} + \sqrt{16}$.

19. (9 分) (2014•泉州) 先化简, 再求值: $(a+2)^2 + a(a-4)$, 其中 $a=\sqrt{3}$.

20. (9 分) (2014•泉州) 已知: 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 点 E , F 分别在 AB , CD 边上, $BE=DF$, 连接 CE , AF . 求证: $AF=CE$.



21. (9 分) (2014•泉州) 在一个不透明的箱子里, 装有红、白、黑各一个球, 它们除了颜色之外没有其他区别.

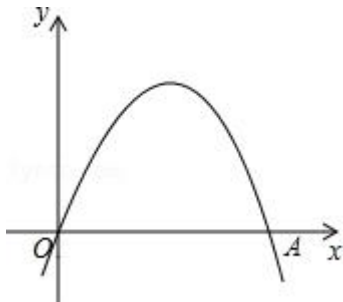
(1) 随机地从箱子里取出 1 个球, 则取出红球的概率是多少?

(2) 随机地从箱子里取出 1 个球, 放回搅匀再取第二个球, 请你用画树状图或列表的方法表示所有等可能的结果, 并求两次取出相同颜色球的概率.

22. (9 分) (2014•泉州) 如图, 已知二次函数 $y=a(x-h)^2+\sqrt{3}$ 的图象经过原点 $O(0, 0)$, $A(2, 0)$.

(1) 写出该函数图象的对称轴;

(2) 若将线段 OA 绕点 O 逆时针旋转 60° 到 OA' , 试判断点 A' 是否为该函数图象的顶点?



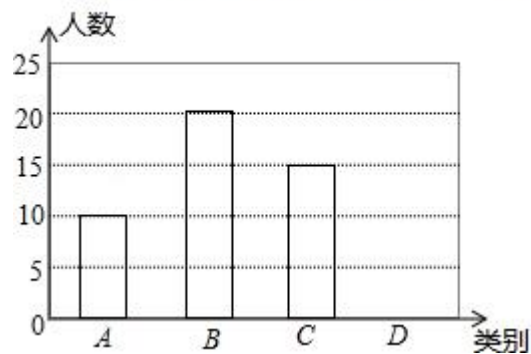
23. (9分) (2014•泉州) 课外阅读是提高学生素养的重要途径. 某校为了了解学生课外阅读情况, 随机抽查了 50 名学生, 统计他们平均每天课外阅读时间 (t 小时). 根据 t 的长短分为 A, B, C, D 四类, 下面是根据所抽查的人数绘制的两幅不完整的统计图表. 请根据图中提供的信息, 解答下面的问题:

50 名学生平均每天课外阅读时间统计表

类别	时间 t (小时)	人数
A	$t < 0.5$	10
B	$0.5 \leq t < 1$	20
C	$1 \leq t < 1.5$	15
D	$t \geq 1.5$	a

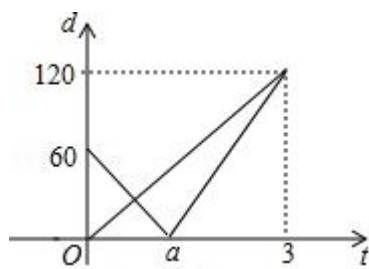
- (1) 求表格中的 a 的值, 并在图中补全条形统计图;
- (2) 该校现有 1300 名学生, 请你估计该校共有多少名学生课外阅读时间不少于 1 小时?

50 名学生平均每天课外阅读时间条形统计图



24. (9 分) (2014•泉州) 某学校开展“青少年科技创新比赛”活动, “喜洋洋”代表队设计了一个遥控车沿直线轨道 AC 做匀速直线运动的模型. 甲、乙两车同时分别从 A, B 出发, 沿轨道到达 C 处, 在 AC 上, 甲的速度是乙的速度的 1.5 倍, 设 t (分) 后甲、乙两遥控车与 B 处的距离分别为 d_1 , d_2 , 则 d_1 , d_2 与 t 的函数关系如图, 试根据图象解决下列问题:

- (1) 填空: 乙的速度 v_2 = _____ 米/分;
- (2) 写出 d_1 与 t 的函数关系式;
- (3) 若甲、乙两遥控车的距离超过 10 米时信号不会产生相互干扰, 试探求什么时间两遥控车的信号不会产生相互干扰?



25. (12 分) (2014•泉州) 如图, 在锐角三角形纸片 ABC 中, $AC > BC$, 点 D , E , F 分别在边 AB , BC , CA 上.

(1) 已知: $DE \parallel AC$, $DF \parallel BC$.

①判断

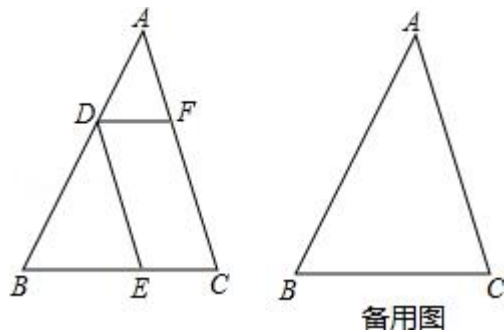
四边形 $DECF$ 一定是什么形状?

②裁剪

当 $AC=24\text{cm}$, $BC=20\text{cm}$, $\angle ACB=45^\circ$ 时, 请你探索: 如何剪四边形 $DECF$, 能使它的面积最大, 并证明你的结论;

(2) 折叠

请你只用两次折叠, 确定四边形的顶点 D , E , C , F , 使它恰好为菱形, 并说明你的折法和理由.



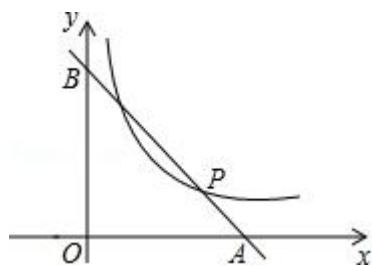
26. (14 分) (2014•泉州) 如图, 直线 $y = -x + 3$ 与 x , y 轴分别交于点 A , B , 与反比例函数的图象交于点 $P(2, 1)$.

(1) 求该反比例函数的关系式;

(2) 设 $PC \perp y$ 轴于点 C , 点 A 关于 y 轴的对称点为 A' ;

①求 $\triangle A'BC$ 的周长和 $\sin \angle BA'C$ 的值;

②对大于 1 的常数 m , 求 x 轴上的点 M 的坐标, 使得 $\sin \angle BMC = \frac{1}{\pi}$.



2014 年福建省泉州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（每小题有四个答案，其中有且只有一个答案是正确的，请在答题卡题目区域内作答对的得 3 分，答错或不答一律得 0 分.）

1. (3 分) (2014•泉州) 2014 的相反数是 ()

A. 2014

B. -2014

C. $\frac{1}{2014}$

D. $-\frac{1}{2014}$

考点: 相反数.

分析: 根据只有符号不同的两个数互为相反数, 可得一个数的相反数.

解答: 解: 2014 的相反数是 -2014.

故选 B.

点评: 本题考查了相反数的概念, 在一个数的前面加上负号就是这个数的相反数.

2. (3 分) (2014•泉州) 下列运算正确的是 ()

A. $a^3+a^3=a^6$

B. $2(a+1)=2a+1$

C. $(ab)^2=a^2b^2$

D. $a^6 \div a^3=a^2$

考点: 同底数幂的除法; 合并同类项; 去括号与添括号; 幂的乘方与积的乘方.

分析: 根据二次根式的运算法则, 乘法分配律, 幂的乘方及同底数幂的除法法则判断.

解答: 解: A、 $a^3+a^3=2a^3$, 故选项错误;

B、 $2(a+1)=2a+2 \neq 2a+1$, 故选项错误;

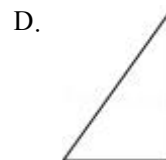
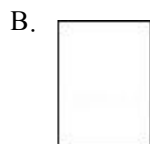
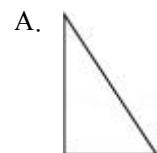
C、 $(ab)^2=a^2b^2$, 故选项正确;

D、 $a^6 \div a^3=a^3 \neq a^2$, 故选项错误.

故选: C.

点评: 本题主要考查了二次根式的运算法则, 乘法分配律, 幂的乘方及同底数幂的除法法则, 解题的关键是熟记法则运算

3. (3 分) (2014•泉州) 如图的立体图形的左视图可能是 ()



考点: 简单几何体的三视图.

分析: 左视图是从物体左面看, 所得到的图形.

解答: 解: 此立体图形的左视图是直角三角形,

故选：A.

点评：本题考查了几何体的三种视图，掌握定义是关键. 注意所有的看到的棱都应表现在三视图中.

4. (3 分) (2014•泉州) 七边形外角和为 ()

- A. 180° B. 360° C. 900° D. 1260°

考点：多边形内角与外角.

分析：根据多边形的外角和等于 360° 度即可求解.

解答：解：七边形的外角和为 360° .

故选 B.

点评：本题考查了多边形的内角和外角的知识，属于基础题，掌握多边形的外角和等于 360° 是解题的关键.

5. (3 分) (2014•泉州) 正方形的对称轴的条数为 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

考点：轴对称的性质

分析：根据正方形的对称性解答.

解答：解：正方形有 4 条对称轴.

故选 D.

点评：本题考查了轴对称的性质，熟记正方形的对称性是解题的关键.

6. (3 分) (2014•泉州) 分解因式 $x^2y - y^3$ 结果正确的是 ()

- A. $y(x+y)^2$ B. $y(x-y)^2$ C. $y(x^2-y^2)$ D. $y(x+y)(x-y)$

考点：提公因式法与公式法的综合运用

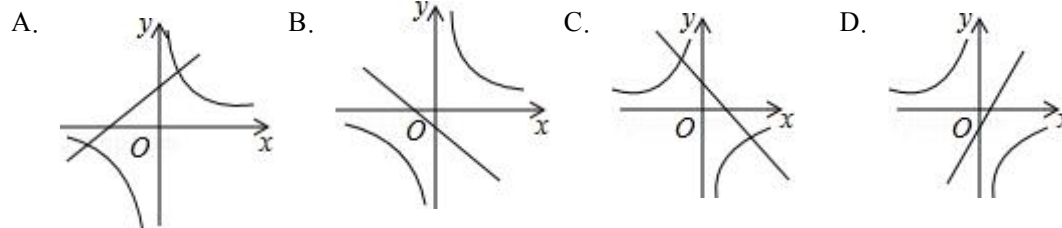
分析：首先提取公因式 y ，进而利用平方差公式进行分解即可.

解答：解： $x^2y - y^3 = y(x^2 - y^2) = y(x+y)(x-y)$.

故选：D.

点评：此题主要考查了提取公因式法以及公式法分解因式，熟练应用平方差公式是解题关键.

7. (3 分) (2014•泉州) 在同一平面直角坐标系中，函数 $y=mx+m$ 与 $y=\frac{\pi}{x}$ ($m \neq 0$) 的图象可能是 ()



考点：反比例函数的图象；一次函数的图象.

分析：先根据一次函数的性质判断出 m 取值，再根据反比例函数的性质判断出 m 的取值，二者一致的即为正确答案.

解答：解：A、由函数 $y=mx+m$ 的图象可知 $m>0$ ，由函数 $y=\frac{\pi}{x}$ 的图象可知 $m>0$ ，故本选项正确；

B、由函数 $y=mx+m$ 的图象可知 $m<0$ ，由函数 $y=\frac{\pi}{x}$ 的图象可知 $m>0$ ，相矛盾，故本选项错误；

C、由函数 $y=mx+m$ 的图象 y 随 x 的增大而减小，则 $m<0$ ，而该直线与 y 轴交于正半轴，则 $m>0$ ，相矛盾，故本选项错误；

D、由函数 $y=mx+m$ 的图象 y 随 x 的增大而增大，则 $m>0$ ，而该直线与 y 轴交于负半轴，则 $m<0$ ，相矛盾，故本选项错误；

故选：A.

点评：本题主要考查了反比例函数的图象性质和一次函数的图象性质，要掌握它们的性质才能灵活解题.

二、填空题(每小题 4 分，共 40 分)

8. (4 分) (2014•泉州) 2014 年 6 月，阿里巴巴注资 1200000000 元入股广州恒大，将数据 1200000000 用科学记数法表示为 1.2×10^9 .

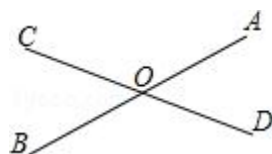
考点：科学记数法—表示较大的数

分析：科学记数法的表示形式为 $a\times 10^n$ 的形式，其中 $1\leq |a|<10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 >1 时， n 是正数；当原数的绝对值 <1 时， n 是负数.

解答：解：将 1200000000 用科学记数法表示为： 1.2×10^9 .
故答案为： 1.2×10^9 .

点评：此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a\times 10^n$ 的形式，其中 $1\leq |a|<10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

9. (4 分) (2014•泉州) 如图，直线 AB 与 CD 相交于点 O， $\angle AOD=50^\circ$ ，则 $\angle BOC=$ 50 $^\circ$.



考点：对顶角、邻补角.

分析：根据对顶角相等，可得答案.

解答：解： $\because \angle BOC$ 与 $\angle AOD$ 是对顶角，
 $\therefore \angle BOC=\angle AOD=50^\circ$ ，
故答案为：50.

点评：本题考查了对顶角与邻补角，对顶角相等是解题关键.

10. (4分) (2014•泉州) 计算: $\frac{m}{2m+1} + \frac{m+1}{2m+1} = \underline{1}$.

考点: 分式的加减法

分析: 根据同分母分式相加, 分母不变分子相加, 可得答案.

解答: 解: 原式 $= \frac{m+m+1}{2m+1} = 1$,

故答案为: 1.

点评: 本题考查了分式的加减, 同分母分式相加, 分母不变分子相加.

11. (4分) (2014•泉州) 方程组 $\begin{cases} x-y=0 \\ 2x+y=6 \end{cases}$ 的解是 $\begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$.

考点: 解二元一次方程组.

专题: 计算题.

分析: 方程组利用加减消元法求出解即可.

解答: 解: $\begin{cases} x-y=0 \text{ ①} \\ 2x+y=6 \text{ ②} \end{cases}$,

①+②得: $3x=6$, 即 $x=2$,

将 $x=2$ 代入①得: $y=2$,

则方程组的解为 $\begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$.

故答案为: $\begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$

点评: 此题考查了解二元一次方程组, 利用了消元的思想, 消元的方法有: 代入消元法与加减消元法.

12. (4分) (2014•泉州) 在综合实践课上, 六名同学的作品数量 (单位: 件) 分别为: 3、5、2、5、5、7, 则这组数据的众数为 5 件.

考点: 众数.

分析: 根据众数的定义即一组数据中出现次数最多的数, 即可得出答案.

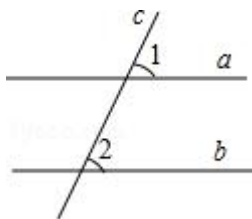
解答: 解: $\because 5$ 出现了 3 次, 出现的次数最多,

$\therefore$ 这组数据的众数为 5;

故答案为: 5.

点评: 此题考查了众数, 众数是一组数据中出现次数最多的数, 注意众数不止一个.

13. (4分) (2014•泉州) 如图, 直线 $a \parallel b$, 直线 c 与直线 a, b 都相交, $\angle 1 = 65^\circ$, 则 $\angle 2 = \underline{65}^\circ$.



考点：平行线的性质.

分析：根据平行线的性质得出 $\angle 1 = \angle 2$ ，代入求出即可.

解答：解： $\because$ 直线 $a \parallel b$,

$$\therefore \angle 1 = \angle 2,$$

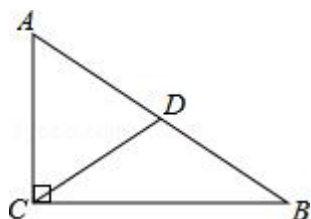
$$\because \angle 1 = 65^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 65^\circ,$$

故答案为：65.

点评：本题考查了平行线的性质的应用，注意：两直线平行，同位角相等.

14. (4分) (2014•泉州) 如图， $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， D 为斜边 AB 的中点， $AB = 10\text{cm}$ ，则 CD 的长为 5 cm .



考点：直角三角形斜边上的中线.

分析：根据直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半可得 $CD = \frac{1}{2}AB$.

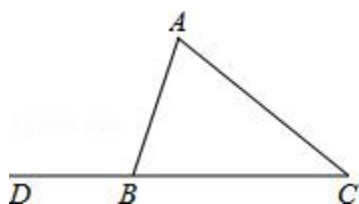
解答：解： $\because \angle ACB = 90^\circ$ ， D 为斜边 AB 的中点，

$$\therefore CD = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 10 = 5\text{cm}.$$

故答案为：5.

点评：本题考查了直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半的性质，熟记性质是解题的关键.

15. (4分) (2014•泉州) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 40^\circ$ ， $CA = CB$ ，则 $\triangle ABC$ 的外角 $\angle ABD =$ 110 $^\circ$.



考点：等腰三角形的性质.

分析：先根据等腰三角形的性质和三角形的内角和定理求出 $\angle A$ ，再根据三角形的外角等于等于与它不相邻的两个内角的和，进行计算即可.

解答：解： $\because CA=CB$,
 $\therefore \angle A=\angle ABC$,
 $\because \angle C=40^\circ$,
 $\therefore \angle A=70^\circ$
 $\therefore \angle ABD=\angle A+\angle C=110^\circ$.
故答案为：110.

点评：此题考查了等腰三角形的性质，用到的知识点是等腰三角形的性质、三角形的外角等于等于与它不相邻的两个内角的和.

16. (4分) (2014•泉州) 已知： m 、 n 为两个连续的整数，且 $m < \sqrt{11} < n$ ，则 $m+n=$ 7 .

考点：估算无理数的大小.

分析：先估算出 $\sqrt{11}$ 的取值范围，得出 m 、 n 的值，进而可得出结论.

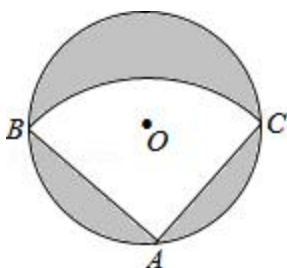
解答：解： $\because 9 < 11 < 16$,
 $\therefore 3 < \sqrt{11} < 4$,
 $\therefore m=3$, $n=4$,
 $\therefore m+n=3+4=7$.
故答案为：7.

点评：本题考查的是估算无理数的大小，先根据题意算出 $\sqrt{11}$ 的取值范围是解答此题的关键.

17. (4分) (2014•泉州) 如图，有一直径是 $\sqrt{2}$ 米的圆形铁皮，现从中剪出一个圆周角是 90° 的最大扇形 ABC ，则：

(1) AB 的长为 1 米；

(2) 用该扇形铁皮围成一个圆锥，所得圆锥的底面圆的半径为 $\frac{1}{4}$ 米.



考点：圆锥的计算；圆周角定理

专题：计算题.

分析：(1) 根据圆周角定理由 $\angle BAC=90^\circ$ 得 BC 为 $\odot O$ 的直径，即 $BC=\sqrt{2}$ ，根据等腰直角三角形的性质得 $AB=1$ ；

(2) 由于圆锥的侧面展开图为一扇形，这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长，则

$$2\pi r = \frac{90 \cdot \pi \cdot 1}{180}, \text{ 然后解方程即可.}$$

解答：解：(1) $\because \angle BAC=90^\circ$,

∴ BC 为⊙O 的直径，即 $BC=\sqrt{2}$ ，

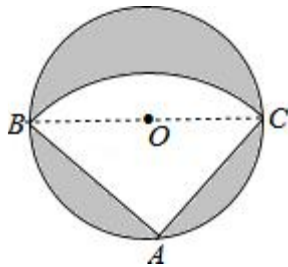
∴ $AB=\frac{\sqrt{2}}{2}BC=1$ ；

(2) 设所得圆锥的底面圆的半径为 r ，

根据题意得 $2\pi r=\frac{90\cdot\pi\cdot 1}{180}$ ，

解得 $r=\frac{1}{4}$ ．

故答案为 1， $\frac{1}{4}$ ．



点评： 本题考查了圆锥的计算：圆锥的侧面展开图为一扇形，这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长，扇形的半径等于圆锥的母线长．也考查了圆周角定理．

三、解答题（共 89 分）

18. (9 分) (2014•泉州) 计算： $(2\sqrt{3}-1)^0+|-6|-8\times 4^{-1}+\sqrt{16}$ ．

考点： 实数的运算；零指数幂；负整数指数幂．

分析： 本题涉及零指数幂、绝对值、负指数幂、二次根式化简四个考点，针对每个考点分别进行计算，然后根据实数的运算法则求得计算结果．

解答： 解：原式 $=1+6-8\times\frac{1}{4}+4$
 $=1+6-2+4$
 $=9$ ．

点评： 本题考查实数的综合运算能力，是各地中考题中常见的计算题型．解决此类题目的关键是熟练掌握零指数幂、绝对值、负指数幂、二次根式化简等考点的运算．

19. (9 分) (2014•泉州) 先化简，再求值： $(a+2)^2+a(a-4)$ ，其中 $a=\sqrt{3}$ ．

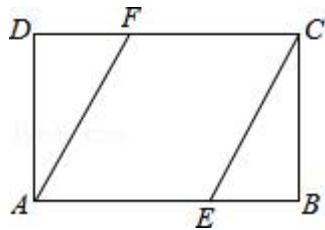
考点： 整式的混合运算—化简求值

分析： 首先利用完全平方公式和整式的乘法计算，再进一步合并得出结果，最后代入求得数值即可．

解答： 解： $(a+2)^2+a(a-4)$
 $=a^2+4a+4+a^2-4a$
 $=2a^2+4$ ，
当 $a=\sqrt{3}$ 时，
原式 $=2\times(\sqrt{3})^2+4=10$ ．

点评: 此题考查整式的化简求值, 注意先化简, 再代入求值.

20. (9分) (2014•泉州) 已知: 如图, 在矩形 ABCD 中, 点 E, F 分别在 AB, CD 边上, $BE=DF$, 连接 CE, AF. 求证: $AF=CE$.



考点: 矩形的性质; 平行四边形的判定与性质

专题: 证明题.

分析: 根据矩形的性质得出 $DC \parallel AB$, $DC=AB$, 求出 $CF=AE$, $CF \parallel AE$, 根据平行四边形的判定得出四边形 AFCE 是平行四边形, 即可得出答案.

解答: 证明: $\because$ 四边形 ABCD 是矩形,

$$\therefore DC \parallel AB, DC=AB,$$

$$\therefore CF \parallel AE,$$

$$\therefore DF=BE,$$

$$\therefore CF=AE,$$

$$\therefore \text{四边形 AFCE 是平行四边形},$$

$$\therefore AF=CE.$$

点评: 本题考查了平行四边形的性质和判定, 矩形的性质的应用, 注意: 矩形的对边相等且平行, 平行四边形的对边相等.

21. (9分) (2014•泉州) 在一个不透明的箱子里, 装有红、白、黑各一个球, 它们除了颜色之外没有其他区别.

(1) 随机地从箱子里取出 1 个球, 则取出红球的概率是多少?

(2) 随机地从箱子里取出 1 个球, 放回搅匀再取第二个球, 请你用画树状图或列表的方法表示所有等可能的结果, 并求两次取出相同颜色球的概率.

考点: 列表法与树状图法; 概率公式.

分析: (1) 由在一个不透明的箱子里, 装有红、白、黑各一个球, 它们除了颜色之外没有其他区别, 直接利用概率公式求解即可求得答案;

(2) 首先根据题意画出树状图, 然后由树状图求得所有等可能的结果与两次取出相同颜色球的情况, 再利用概率公式即可求得答案.

解答: 解: (1) $\because$ 在一个不透明的箱子里, 装有红、白、黑各一个球, 它们除了颜色之外没有其他区别,

$$\therefore \text{随机地从箱子里取出 1 个球, 则取出红球的概率是: } \frac{1}{3};$$

(2) 画树状图得:



∴共有 9 种等可能的结果，两次取出相同颜色球的有 3 种情况，

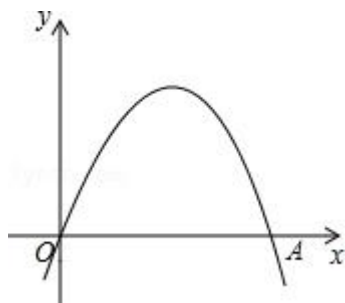
∴两次取出相同颜色球的概率为： $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.

点评： 本题考查的是用列表法或画树状图法求概率．列表法或画树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果，列表法适合于两步完成的事件，树状图法适合两步或两步以上完成的事件．用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比．

22. (9 分) (2014•泉州) 如图，已知二次函数 $y=a(x-h)^2+\sqrt{3}$ 的图象经过原点 O (0, 0), A (2, 0).

(1) 写出该函数图象的对称轴；

(2) 若将线段 OA 绕点 O 逆时针旋转 60° 到 OA'，试判断点 A' 是否为该函数图象的顶点？



考点： 二次函数的性质；坐标与图形变化-旋转．

分析： (1) 由于抛物线过点 O (0, 0), A (2, 0)，根据抛物线的对称性得到抛物线的对称轴为直线 $x=1$ ；

(2) 作 $A'B \perp x$ 轴于 B，先根据旋转的性质得 $OA'=OA=2$ ， $\angle A'OA=60^\circ$ ，再根据含 30° 度的直角三角形三边的关系得 $OB=\frac{1}{2}OA'=1$ ， $A'B=\sqrt{3}OB=\sqrt{3}$ ，则 A' 点的坐标为 (1, $\sqrt{3}$)，根据抛物线的顶点式可判断点 A' 为抛物线 $y=-\sqrt{3}(x-1)^2+\sqrt{3}$ 的顶点．

解答： 解：(1) ∵二次函数 $y=a(x-h)^2+\sqrt{3}$ 的图象经过原点 O (0, 0), A (2, 0)．

∴抛物线的对称轴为直线 $x=1$ ；

(2) 点 A' 是该函数图象的顶点．理由如下：

如图，作 $A'B \perp x$ 轴于 B，

∴线段 OA 绕点 O 逆时针旋转 60° 到 OA'，

∴ $OA'=OA=2$ ， $\angle A'OA=60^\circ$ ，

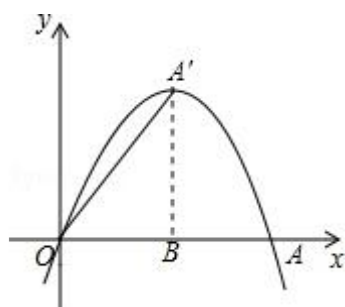
在 $Rt\triangle A'OB$ 中， $\angle OA'B=30^\circ$ ，

∴ $OB=\frac{1}{2}OA'=1$ ，

∴ $A'B=\sqrt{3}OB=\sqrt{3}$ ，

∴ A' 点的坐标为 (1, $\sqrt{3}$)，

∴ 点 A' 为抛物线 $y = -\sqrt{3}(x-1)^2 + \sqrt{3}$ 的顶点.



点评: 本题考查了二次函数的性质: 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的顶点坐标为 $(-\frac{b}{2a},$

$\frac{4ac - b^2}{4a})$, 对称轴直线 $x = -\frac{b}{2a}$, 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象具有如下性质:

① 当 $a > 0$ 时, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的开口向上, $x < -\frac{b}{2a}$ 时, y 随 x 的增大而

减小; $x > -\frac{b}{2a}$ 时, y 随 x 的增大而增大; $x = -\frac{b}{2a}$ 时, y 取得最小值 $\frac{4ac - b^2}{4a}$, 即顶

点是抛物线的最低点. ② 当 $a < 0$ 时, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的开口向下, $x < -\frac{b}{2a}$

时, y 随 x 的增大而增大; $x > -\frac{b}{2a}$ 时, y 随 x 的增大而减小; $x = -\frac{b}{2a}$ 时, y 取得最

大值 $\frac{4ac - b^2}{4a}$, 即顶点是抛物线的最高点. 也考查了旋转的性质.

23. (9 分) (2014•泉州) 课外阅读是提高学生素养的重要途径. 某校为了了解学生课外阅读情况, 随机抽查了 50 名学生, 统计他们平均每天课外阅读时间 (t 小时). 根据 t 的长短分为 A, B, C, D 四类, 下面是根据所抽查的人数绘制的两幅不完整的统计图表. 请根据图中提供的信息, 解答下面的问题:

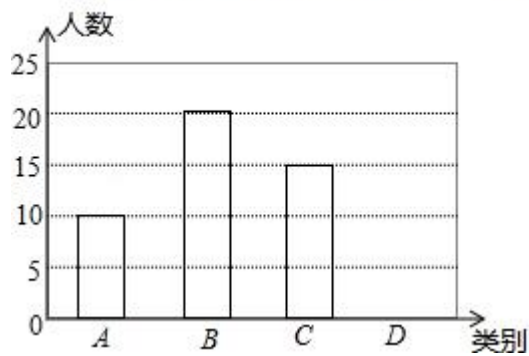
50 名学生平均每天课外阅读时间统计表

类别	时间 t (小时)	人数
A	$t < 0.5$	10
B	$0.5 \leq t < 1$	20
C	$1 \leq t < 1.5$	15
D	$t \geq 1.5$	a

(1) 求表格中的 a 的值, 并在图中补全条形统计图;

(2) 该校现有 1300 名学生, 请你估计该校共有多少名学生课外阅读时间不少于 1 小时?

50名学生平均每天课外阅读时间条形统计图



考点: 条形统计图; 用样本估计总体; 统计表

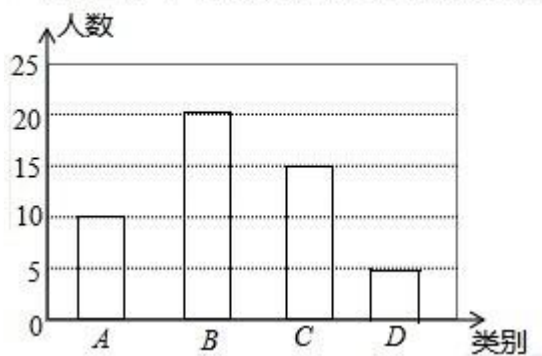
分析: (1) 用抽查的学生的总人数减去 A, B, C 三类的人数即为 D 类的人数也就是 a 的值, 并补全统计图;

(2) 先求出课外阅读时间不少于 1 小时的学生占的比例, 再乘以 1300 即可.

解答: 解: (1) $50 - 10 - 20 - 15 = 5$ (名),

故 a 的值为 5, 条形统计图如下:

50名学生平均每天课外阅读时间条形统计图



$$(2) 1300 \times \frac{15+5}{50} = 520 \text{ (名)},$$

答: 估计该校共有 520 名学生课外阅读时间不少于 1 小时.

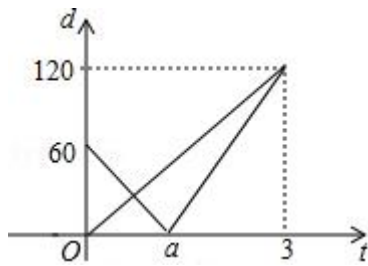
点评: 本题主要考查样本的条形图的知识和分析问题以及解决问题的能力, 属于基础题.

24. (9 分) (2014•泉州) 某学校开展“青少年科技创新比赛”活动, “喜洋洋”代表队设计了一个遥控车沿直线轨道 AC 做匀速直线运动的模型. 甲、乙两车同时分别从 A, B 出发, 沿轨道到达 C 处, 在 AC 上, 甲的速度是乙的速度的 1.5 倍, 设 t (分) 后甲、乙两遥控车与 B 处的距离分别为 d_1 , d_2 , 则 d_1 , d_2 与 t 的函数关系如图, 试根据图象解决下列问题:

(1) 填空: 乙的速度 $v_2 = \underline{40}$ 米/分;

(2) 写出 d_1 与 t 的函数关系式;

(3) 若甲、乙两遥控车的距离超过 10 米时信号不会产生相互干扰, 试探求什么时间两遥控车的信号不会产生相互干扰?



考点: 一次函数的应用

分析: (1) 根据路程与时间的关系, 可得答案;

(2) 根据甲的速度是乙的速度的 1.5 倍, 可得甲的速度, 根据路程与时间的关系, 可得 a 的值, 根据待定系数法, 可得答案;

(3) 根据两车的距离, 可得不等式, 根据解不等式, 可得答案.

解答: 解: (1) 乙的速度 $v_2 = 120 \div 3 = 40$ (米/分),
故答案为: 40;

(2) $v_1 = 1.5v_2 = 1.5 \times 40 = 60$ (米/分),
 $60 \div 60 = 1$ (分钟), $a = 1$,

$$d_1 = \begin{cases} -60t + 60 & (0 \leq t < 1) \\ 60t - 60 & (1 \leq t \leq 3) \end{cases};$$

(3) $d_2 = 40t$,

当 $0 \leq t \leq 1$ 时, $d_2 - d_1 > 10$,

即 $-60t + 60 - 40t > 10$,

解得 $0 \leq t < \frac{1}{2}$;

当 $0 \leq t < \frac{1}{2}$ 时, 两遥控车的信号不会产生相互干扰;

当 $1 \leq t \leq 3$ 时, $d_1 - d_2 > 10$,

即 $40t - (60t - 60) > 10$,

当 $1 \leq t < \frac{5}{2}$ 时, 两遥控车的信号不会产生相互干扰

综上所述: 当 $0 \leq t < \frac{1}{2}$ 或 $1 \leq t < \frac{5}{2}$ 时, 两遥控车的信号不会产生相互干扰.

点评: 本题考查了一次函数的应用, (1) 利用了路程速度时间三者的关系, (2) 分段函数分别利用待定系数法求解, (3) 当 $0 \leq t \leq 1$ 时, $d_2 - d_1 > 10$; 当 $1 < t \leq 3$ 时, $d_1 - d_2 > 10$, 分类讨论是解题关键.

25. (12 分) (2014•泉州) 如图, 在锐角三角形纸片 ABC 中, $AC > BC$, 点 D , E , F 分别在边 AB , BC , CA 上.

(1) 已知: $DE \parallel AC$, $DF \parallel BC$.

①判断

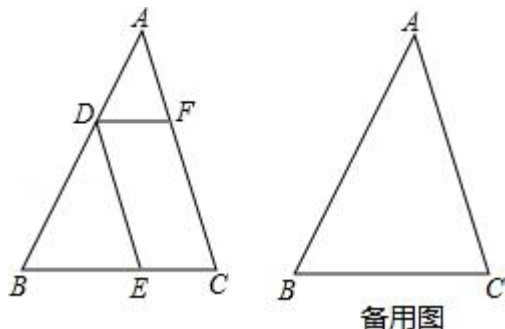
四边形 $DECF$ 一定是什么形状?

②裁剪

当 $AC=24\text{cm}$, $BC=20\text{cm}$, $\angle ACB=45^\circ$ 时, 请你探索: 如何剪四边形 $DECF$, 能使它的面积最大, 并证明你的结论;

(2) 折叠

请你只用两次折叠, 确定四边形的顶点 D , E , C , F , 使它恰好为菱形, 并说明你的折法和理由.



考点: 四边形综合题

分析: (1) ①根据有两组对边互相平行的四边形是平行四边形即可求得, ②根据 $\triangle ADF \sim \triangle ABC$ 推出对应边的相似比, 然后进行转换, 即可得出 h 与 x 之间的函数关系式, 根据平行四边形的面积公式, 很容易得出面积 S 关于 h 的二次函数表达式, 求出顶点坐标, 就可得出面积 s 最大时 h 的值.

(2) 第一步, 沿 $\angle ABC$ 的对角线对折, 使 C 与 C_1 重合, 得到三角形 ABB_1 , 第二步, 沿 B_1 对折, 使 $DA_1 \perp BB_1$.

解答: 解: (1) ① $\because DE \parallel AC$, $DF \parallel BC$,

$\therefore$ 四边形 $DECF$ 是平行四边形.

②作 $AG \perp BC$, 交 BC 于 G , 交 DF 于 H ,

$\because \angle ACB=45^\circ$, $AC=24\text{cm}$

$$\therefore AG = \sqrt{\frac{1}{2}} \times AC^2 = 12\sqrt{2}.$$

设 $DF=EC=x$, 平行四边形的高为 h ,

$$\text{则 } AH = 12\sqrt{2} - h,$$

$\because DF \parallel BC$,

$$\therefore \frac{DF}{BC} = \frac{12\sqrt{2} - h}{12\sqrt{2}},$$

$\because BC=20\text{cm}$,

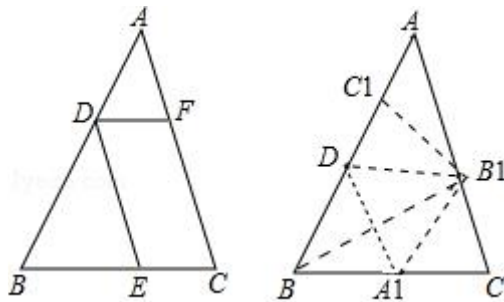
$$\text{即: } \frac{x}{20} = \frac{12\sqrt{2} - h}{12\sqrt{2}}$$

$$\therefore x = \frac{12\sqrt{2} - h}{12\sqrt{2}} \times 20,$$

$$\therefore S = xh = x \cdot \frac{12\sqrt{2} - h}{12\sqrt{2}} \times 20 = 20h - \frac{5\sqrt{2}}{6}h^2.$$

$$\therefore -\frac{b}{2a} = -\frac{20}{-2 \times \frac{5\sqrt{2}}{6}} = 6\sqrt{2}.$$

$\therefore AH=12\sqrt{2}$,
 $\therefore AF=FC$,
 $\therefore$ 在 AC 中点处剪四边形 DECF, 能使它的面积最大.



(2) 第一步, 沿 $\angle ABC$ 的对角线对折, 使 C 与 C_1 重合, 得到三角形 ABB_1 , 第二步, 沿 B_1 对折, 使 $DA_1 \perp BB_1$.

理由: 对角线互相垂直平分的四边形是菱形.

点评: 本题考查了相似三角形的判定及性质、菱形的判定、二次函数的最值. 关键在于根据相似三角形及已知条件求出相关线段的表达式, 求出二次函数表达式, 即可求出结论.

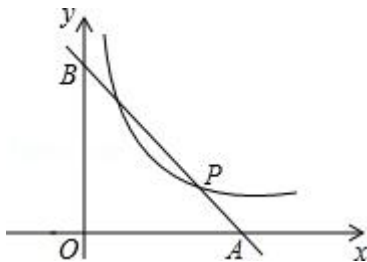
26. (14 分) (2014•泉州) 如图, 直线 $y = -x + 3$ 与 x , y 轴分别交于点 A, B, 与反比例函数的图象交于点 P (2, 1).

(1) 求该反比例函数的关系式;

(2) 设 $PC \perp y$ 轴于点 C, 点 A 关于 y 轴的对称点为 A' ;

①求 $\triangle A'BC$ 的周长和 $\sin \angle BA'C$ 的值;

②对大于 1 的常数 m , 求 x 轴上的点 M 的坐标, 使得 $\sin \angle BMC = \frac{1}{\pi}$.



考点: 反比例函数综合题; 待定系数法求反比例函数解析式; 勾股定理; 矩形的判定与性质; 垂径定理; 直线与圆的位置关系; 锐角三角函数的定义

专题: 压轴题; 探究型.

分析: (1) 设反比例函数的关系式 $y = \frac{k}{x}$, 然后把点 P 的坐标 (2, 1) 代入即可.

(2) ①先求出直线 $y = -x + 3$ 与 x , y 轴交点坐标, 然后运用勾股定理即可求出 $\triangle A'BC$ 的周长; 过点 C 作 $CD \perp AB$, 垂足为 D, 运用面积法可以求出 CD 长, 从而求出 $\sin \angle BA'C$ 的值.

②由于 $BC=2$, $\sin \angle BMC = \frac{1}{\pi}$, 因此点 M 在以 BC 为弦, 半径为 m 的 $\odot E$ 上, 因而点 M 应是 $\odot E$ 与 x 轴的交点. 然后对 $\odot E$ 与 x 轴的位置关系进行讨论, 只需运用矩形的

判定与性质、勾股定理等知识就可求出满足要求的点 M 的坐标.

解答:

解: (1) 设反比例函数的关系式 $y = \frac{k}{x}$.

$\therefore$ 点 P (2, 1) 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上,

$$\therefore k = 2 \times 1 = 2.$$

$$\therefore \text{反比例函数的关系式 } y = \frac{2}{x}.$$

(2) ①过点 C 作 $CD \perp AB$, 垂足为 D, 如图 1 所示.

$$\text{当 } x=0 \text{ 时, } y=0+3=3,$$

则点 B 的坐标为 (0, 3). $OB=3$.

$$\text{当 } y=0 \text{ 时, } 0=-x+3, \text{ 解得 } x=3,$$

则点 A 的坐标为 (3, 0), $OA=3$.

$\therefore$ 点 A 关于 y 轴的对称点为 A' ,

$$\therefore OA' = OA = 3.$$

$\therefore PC \perp y$ 轴, 点 P (2, 1),

$$\therefore OC=1, PC=2.$$

$$\therefore BC=2.$$

$$\therefore \angle AOB = 90^\circ, OA' = OB = 3, OC = 1,$$

$$\therefore A'B = 3\sqrt{2}, A'C = \sqrt{10}.$$

$$\therefore \triangle A'BC \text{ 的周长为 } 3\sqrt{2} + \sqrt{10} + 2.$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot A'O = \frac{1}{2} A'B \cdot CD,$$

$$\therefore BC \cdot A'O = A'B \cdot CD.$$

$$\therefore 2 \times 3 = 3\sqrt{2} \times CD.$$

$$\therefore CD = \sqrt{2}.$$

$\therefore CD \perp A'B$,

$$\therefore \sin \angle BA'C = \frac{DC}{A'C}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{10}}$$

$$= \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

$$\therefore \triangle A'BC \text{ 的周长为 } 3\sqrt{2} + \sqrt{10} + 2, \sin \angle BA'C \text{ 的值为 } \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

②当 $1 < m < 2$ 时,

作经过点 B、C 且半径为 m 的 $\odot E$,

连接 CE 并延长, 交 $\odot E$ 于点 P, 连接 BP,

过点 E 作 $EG \perp OB$, 垂足为 G,

过点 E 作 $EH \perp x$ 轴, 垂足为 H, 如图 2①所示.

$\therefore CP$ 是 $\odot E$ 的直径,

$$\therefore \angle PBC = 90^\circ.$$

$$\therefore \sin \angle BPC = \frac{BC}{PC} = \frac{2}{2\pi} = \frac{1}{\pi}.$$

$$\therefore \sin \angle BMC = \frac{1}{\pi},$$

$$\therefore \angle BMC = \angle BPC.$$

$\therefore$ 点 M 在 $\odot E$ 上.

$\therefore$ 点 M 在 x 轴上.

$\therefore$ 点 M 是 $\odot E$ 与 x 轴的交点.

$\therefore EG \perp BC$,

$\therefore BG = GC = 1$.

$\therefore OG = 2$.

$\therefore \angle EHO = \angle GOH = \angle OGE = 90^\circ$,

$\therefore$ 四边形 OGEH 是矩形.

$\therefore EH = OG = 2$, $EG = OH$.

$\therefore 1 < m < 2$,

$\therefore EH > EC$.

$\therefore \odot E$ 与 x 轴相离.

$\therefore$ x 轴上不存在点 M, 使得 $\sin \angle BMC = \frac{1}{\pi}$.

②当 $m = 2$ 时, $EH = EC$.

$\therefore \odot E$ 与 x 轴相切.

I. 切点在 x 轴的正半轴上时, 如图 2②所示.

$\therefore$ 点 M 与点 H 重合.

$\therefore EG \perp OG$, $GC = 1$, $EC = m$,

$$\therefore EG = \sqrt{EC^2 - GC^2}$$

$$= \sqrt{3}.$$

$$\therefore OM = OH = EG = \sqrt{3}.$$

$\therefore$ 点 M 的坐标为 $(\sqrt{3}, 0)$.

II. 切点在 x 轴的负半轴上时,

同理可得: 点 M 的坐标为 $(-\sqrt{3}, 0)$.

③当 $m > 2$ 时, $EH < EC$.

$\therefore \odot E$ 与 x 轴相交.

I. 交点在 x 轴的正半轴上时,

设交点为 M、M', 连接 EM, 如图 2③所示.

$\therefore \angle EHM = 90^\circ$, $EM = m$, $EH = 2$,

$$\therefore MH = \sqrt{EM^2 - EH^2}$$

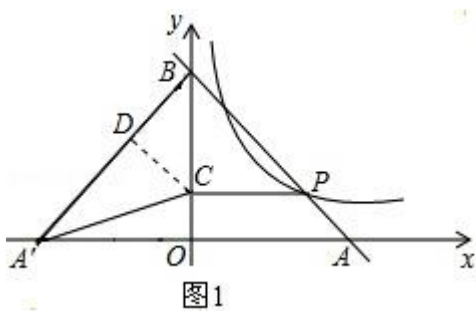
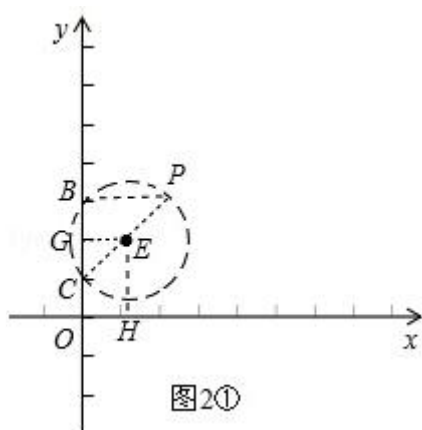
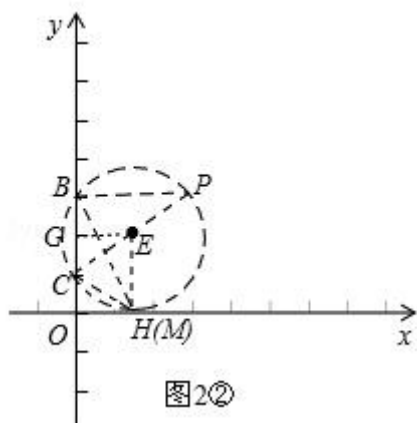
$$= \sqrt{m^2 - 2^2}$$

$$= \sqrt{m^2 - 4}.$$

$\therefore EH \perp MM'$,

$\therefore MH = M'H$.

图 2③



点评: 本题考查了用待定系数法求反比例函数的关系式、勾股定理、三角函数的定义、矩形的判定与性质、直线与圆的位置关系、垂径定理等知识，考查了用面积法求三角形的高，考查了通过构造辅助圆解决问题，综合性比较强，难度系数比较大. 由 $BC=2$, $\sin \angle BMC = \frac{1}{\pi}$ 联想到点 M 在以 BC 为弦，半径为 m 的 $\odot E$ 上是解决本题的关键.