

2014 年福建省宁德市中考数学试卷

(满分: 150 分; 考试时间: 120 分钟)

一、选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分. 每小题只有一个正确的选项, 请在答题卡的相应位置填涂)

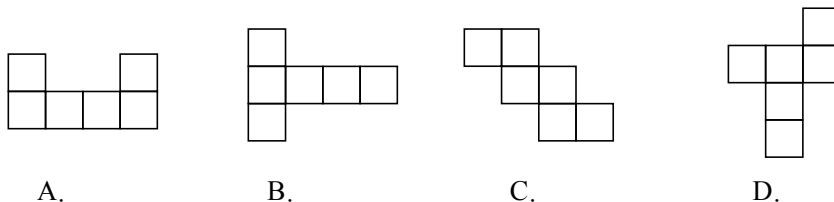
1. -5 的相反数是

- A. $\frac{1}{5}$ B. $-\frac{1}{5}$ C. -5 D. 5

2. 下列运算正确的是

- A. $a^3 \times a^2 = a^6$ B. $(a^3)^3 = a^6$ C. $a^8 \div a^2 = a^6$ D. $(a^2b)^3 = a^5b^3$

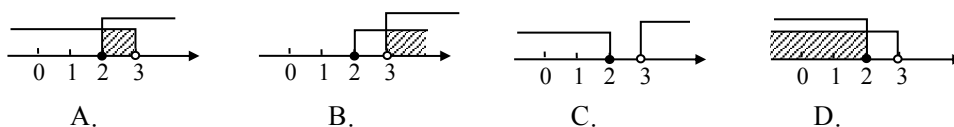
3. 下列图形中, 不是正方体表面展开图的是



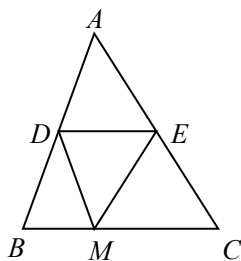
4. 下列事件是必然事件的是

- A. 任取两个正整数, 其和大于 1 B. 抛掷 1 枚硬币, 落地时正面朝上
C. 在足球比赛中, 弱队战胜强队 D. 小明在本次数学考试中得 150 分

5. 把不等式组 $\begin{cases} 2x-4 \geq 0 \\ 6-x > 3 \end{cases}$ 的解集表示在数轴上, 正确的是



6. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D, E 分别是边 AB, AC 的中点, $\angle B=70^\circ$, 现将 $\triangle ADE$ 沿 DE 翻折, 点 A 的对应点为 M , 则 $\angle BDM$ 的大小是



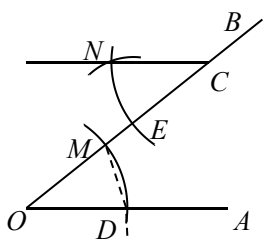
第 6 题图

- A. 70° B. 40° C. 30° D. 20°

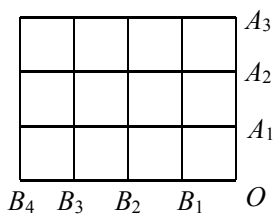
7. 9 的算术平方根是

- A. ± 3 B. 3 C. $\pm\sqrt{3}$ D. $\sqrt{3}$

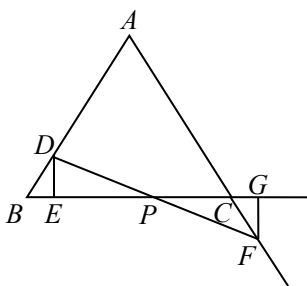
8. 如图，用尺规作图：“过点 C 作 $CN \parallel OA$ ”，其作图依据是



- A. 同位角相等，两直线平行 B. 内错角相等，两直线平行
C. 同旁内角相等，两直线平行 D. 同旁内角互补，两直线平行
9. 如图，在边长为 1 的正方形网格中，从 A_1, A_2, A_3 中任选一点 A_n ($n=1, 2, 3$)，从 B_1, B_2, B_3, B_4 中任选一点 B_m ($m=1, 2, 3, 4$)，与点 O 组成 $\text{Rt}\triangle A_n B_m O$ ，则 $\tan \angle A_n B_m O = 1$ 的概率是



- A. $\frac{1}{12}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{3}$
10. 如图，已知等边 $\triangle ABC$, $AB=2$ ，点 D 在 AB 上，点 F 在 AC 的延长线上， $BD=CF$ ， $DE \perp BC$ 于 E ， $FG \perp BC$ 于 G ， DF 交 BC 于点 P ，则下列结论：① $BE=CG$ ，② $\triangle EDP \cong \triangle GFP$ ，③ $\angle EDP = 60^\circ$ ，④ $EP=1$ 中，一定正确的是



- A. ①③ B. ②④ C. ①②③ D. ①②④

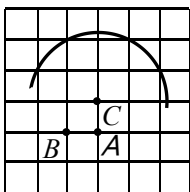
二、填空题 (本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分。请将答案填入答题卡的相应位置)

11. 若 $\angle A = 30^\circ$ ，则 $\angle A$ 的补角是_____°。
12. 若正多边形的一个外角为 40° ，则这个正多边形是_____边形。
13. 国务院《节能减排“十二五”规划》中明确指出：至 2015 年，全国二氧化硫排放总量控制在 20 900 000 吨。数据 20 900 000 用科学记数法表示是_____。

14. 某校对甲、乙两名跳高运动员的近期跳高成绩进行统计分析, 结果如下: $\overline{x}_{\text{甲}} = 1.69$,

$\overline{x}_{\text{乙}} = 1.69$, $S_{\text{甲}}^2 = 0.0006$, $S_{\text{乙}}^2 = 0.0315$, 则这两名运动员中_____的成绩更稳定.

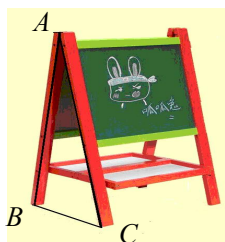
15. 如图, 在边长为 1 的正方形网格中, 若一段圆弧恰好经过四个格点, 则该圆弧所在圆的圆心是图中的点_____.



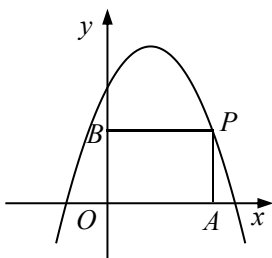
第 15 题图

16. 方程 $\frac{3}{x} = \frac{2}{x-1}$ 的解是_____.

17. 如图是一款可折叠的木制宝宝画板. 已知 $AB=AC=67\text{cm}$, $BC=30\text{cm}$, 则 $\angle ABC$ 的大小约为_____° (结果保留到 1°).



18. 如图, P 是抛物线 $y = -x^2 + x + 2$ 在第一象限上的点, 过点 P 分别向 x 轴和 y 轴引垂线, 垂足分别为 A , B , 则四边形 $OAPB$ 周长的最大值为_____.



三、解答题 (本大题有 8 小题, 共 86 分. 请在答题卡的相应位置作答)

19. (本题满分 14 分)

(1) 计算: $\sin 30^\circ + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + (\sqrt{2}-1)^0$;

(2) 计算: $\frac{2a}{a^2-4} - \frac{1}{a-2}$.

20. (本题满分 8 分)

某校在校内为见义勇为基金会开展了一次捐款活动，学生会随机调查了部分学生的捐款金额，绘制了如下统计图 1 和统计图 2，请根据相关信息，解答下列问题：

- (1) 直接写出样本中学生捐款金额的众数和中位数，及统计图 1 中“15 元”部分扇形圆心角的度数；
- (2) 求本次被调查学生的人均捐款金额；
- (3) 若随机调查该校一名学生，估计该生捐款金额不低于 20 元的概率.

学生捐款金额扇形统计图

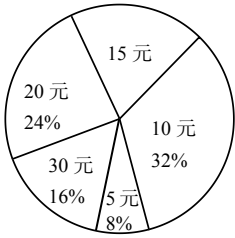


图 1

学生捐款金额条形统计图

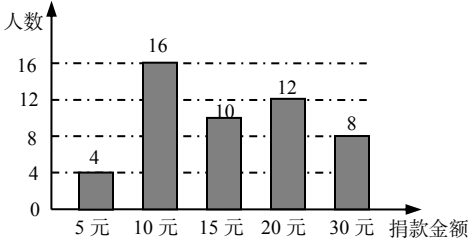
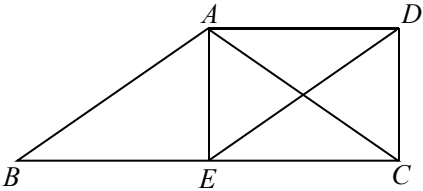


图 2

21. (本题满分 8 分)

如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 点 E 是 BC 的中点, 连接 AC , DE , $AC=AB$, $DE \parallel AB$.

求证: 四边形 $AECD$ 是矩形.



22. (本题满分 10 分)

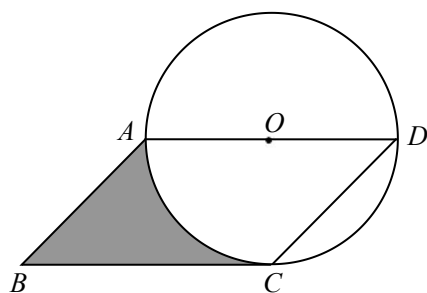
为了鼓励市民节约用电，某市对居民用电实行“阶梯收费”（总电费=第一阶梯电费+第二阶梯电费），规定：用电量不超过 200 度按第一阶梯电价收费，超过 200 度的部分按第二阶梯电价收费。以下是张磊家 2014 年 3 月和 4 月所交电费的收据，问该市规定的第一阶梯电价和第二阶梯电价分别为每度多少元？

代收电费收据		代收电费收据	
2014 年 3 月		2014 年 4 月	
电表号	1205	电表号	1205
户名	张磊	户名	张磊
月份	3 月	月份	4 月
用电量	220 度	用电量	265 度
金额	112 元	金额	139 元
收费员 林云		收费员 林云	

23. (本题满分 10 分)

如图，已知 $\square ABCD$ ， $\angle B=45^\circ$ ，以 AD 为直径的 $\odot O$ 经过点 C 。

- 求证：直线 BC 是 $\odot O$ 的切线；
- 若 $AB=2\sqrt{2}$ ，求图中阴影部分的面积(结果保留 π)。



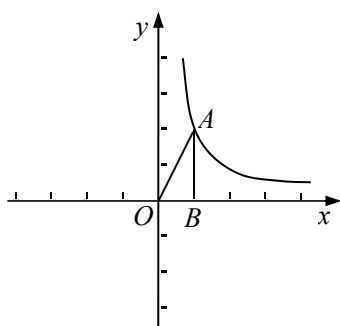
24. (本题满分 10 分)

如图, 点 A 在双曲线 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 上, 过点 A 作 $AB \perp x$ 轴于点 B (1, 0), 且 $\triangle AOB$ 的面积为 1.

(1) 求 k 的值;

(2) 将 $\triangle AOB$ 绕点 O 逆时针旋转 90° , 得到 $\triangle A'OB'$, 请在图中画出 $\triangle A'OB'$, 并直接写出点 A' , B' 的坐标;

(3) 连接 $A'B$, 求直线 $A'B$ 的表达式.



25. (本题满分 13 分)

如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=90^\circ$, $AB=AC$, 在 BC 的同侧作任意 $\text{Rt}\triangle DBC$, $\angle BDC=90^\circ$.

(1) 若 $CD=2BD$, M 是 CD 中点 (如图 1), 求证: $\triangle ADB \cong \triangle AMC$;

下面是小明的证明过程, 请你将它补充完整:

证明: 设 AB 与 CD 相交于点 O ,

$$\because \angle BDC=90^\circ, \angle BAC=90^\circ,$$

$$\therefore \angle DOB + \angle DBO = \angle AOC + \angle ACO = 90^\circ.$$

$$\because \angle DOB = \angle AOC,$$

$$\therefore \angle DBO = \angle \text{①}.$$

$\because M$ 是 DC 的中点,

$$\therefore CM = \frac{1}{2} CD = \text{②}.$$

又 $\because AB=AC$,

$$\therefore \triangle ADB \cong \triangle AMC.$$

(2) 若 $CD < BD$ (如图 2), 在 BD 上是否存在一点 N , 使得 $\triangle ADN$ 是以 DN 为斜边的等腰直角三角形? 若存在, 请在图 2 中确定点 N 的位置, 并加以证明; 若不存在, 请说明理由;

(3) 当 $CD \neq BD$ 时, 线段 AD , BD 与 CD 满足怎样的数量关系? 请直接写出.

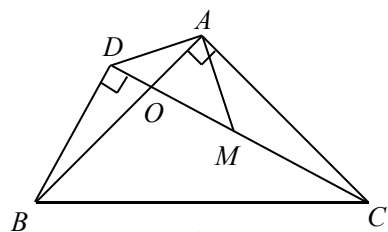


图 1

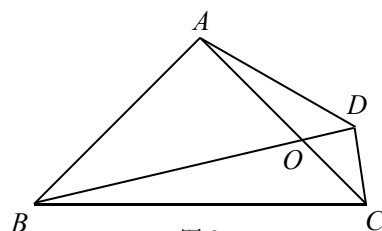


图 2

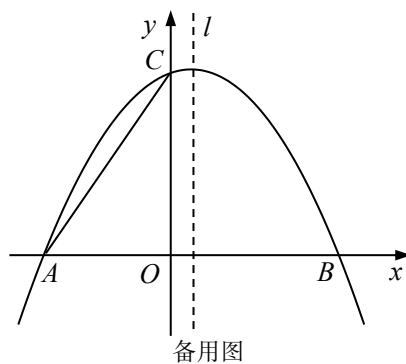
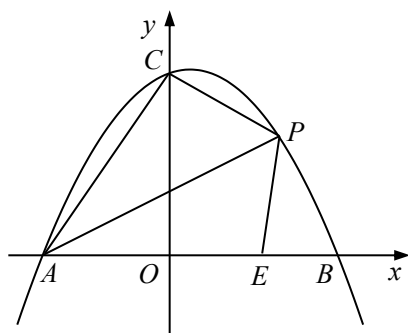
26. (本题满分 13 分)

如图, 已知抛物线 $y = -\frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{3}x + 8$ 与 x 轴交于 A, B 两点, 与 y 轴交于 C 点.

(1) 求 A, B, C 三点坐标及该抛物线的对称轴;

(2) 若点 E 在 x 轴上, 点 $P(x, y)$ 是抛物线在第一象限上的点, $\triangle APC \cong \triangle APE$, 求 E, P 两点坐标;

(3) 在抛物线对称轴上是否存在点 M , 使得 $\angle AMC$ 是钝角. 若存在, 求出点 M 的纵坐标 n 的取值范围; 若不存在, 请说明理由.



2014 年福建省宁德市中考数学试卷

参考答案及评分标准

一、选择题: (本大题有 10 小题, 每小题 4 分, 满分 40 分)

1. D 2. C 3. A 4. A 5. A 6. B 7. B 8. B 9. C 10. D

二、填空题: (本大题有 8 小题, 每小题 3 分, 满分 24 分)

11. 150 12. 九 13. 2.09×10^7 14. 甲

15. C 16. $x=3$ 17. 77 18. 6

三、解答题: (本大题共 8 小题, 共 86 分. 请在答题卡的相应位置作答)

19. (本题满分 14 分)

(1) 解: 原式 $= \frac{1}{2} + 4 + 1$ 6 分

$= \frac{11}{2}$ 7 分

(2) 解: 原式 $= \frac{2a}{a^2 - 4} - \frac{1}{a - 2}$

$= \frac{2a}{(a+2)(a-2)} - \frac{a+2}{(a+2)(a-2)}$ 4 分

$= \frac{2a - a - 2}{(a+2)(a-2)}$ 5 分

$= \frac{a - 2}{(a+2)(a-2)}$ 6 分

$= \frac{1}{a+2}$ 7 分

20. (本题满分 8 分)

(1) 众数 10 元, 中位数 15 元, 圆心角 72° 3 分

(2) 解法一: $5 \times 8\% + 10 \times 32\% + 15 \times 20\% + 20 \times 24\% + 30 \times 16\%$ 5 分
 $= 16.2$ 元

答: 人均捐款金额为 16.2 元.6 分

解法二: $\frac{5 \times 4 + 10 \times 16 + 15 \times 10 + 20 \times 12 + 30 \times 8}{50}$ 5 分

$= 16.2$ 元

答: 人均捐款金额为 16.2 元.6 分

(3) $P(\text{不低于 } 20 \text{ 元}) = \frac{12+8}{50} = \frac{2}{5}$.

答：在该校随机调查一个学生捐款金额不低于 20 元的概率为 $\frac{2}{5}$8 分

21. (本题满分 8 分)

证明：∵ $AD \parallel BC$, $DE \parallel AB$,

∴ 四边形 $ABED$ 是平行四边形.2 分

∴ $AD = BE$.

∵ 点 E 是 BC 的中点,

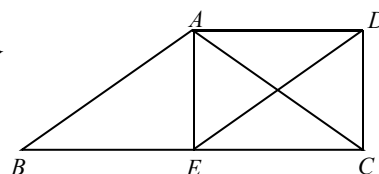
∴ $EC = BE = AD$4 分

∴ 四边形 $AECD$ 是平行四边形.5 分

∵ $AB = AC$, 点 E 是 BC 的中点,

∴ $AE \perp BC$, 即 $\angle AEC = 90^\circ$7 分

∴ $\square AECD$ 是矩形.8 分



(证法 2: 由四边形 $ABED$ 是平行四边形得 $DE = AB = AC$, ∴ $\square AECD$ 是矩形.)

22. (本题满分 10 分)

解：设第一阶梯电价每度 x 元，第二阶梯电价每度 y 元，由题意可得：1 分

$$\begin{cases} 200x + 20y = 112 \\ 200x + 65y = 139 \end{cases} \quad \text{.....7 分}$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = 0.5 \\ y = 0.6 \end{cases} \quad \text{.....9 分}$$

答：第一阶梯电价每度 0.5 元，第二阶梯电价每度 0.6 元.10 分

23. (本题满分 10 分)

证明：(1) 连结 OC .

∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

∴ $\angle D = \angle B = 45^\circ$.

∵ $OC = OD$,

∴ $\angle OCD = \angle D = 45^\circ$,

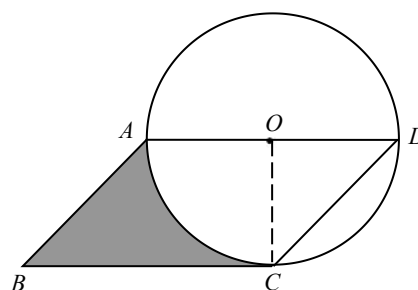
∴ $\angle DOC = 90^\circ$.

(或 $\angle AOC = 2\angle D = 90^\circ$.)

∵ $AD \parallel BC$,

∴ $\angle OCB = \angle DOC = 90^\circ$,

∴ 直线 BC 是 $\odot O$ 的切线.



.....3 分

(2) 在 $\text{Rt}\triangle DOC$ 中, $CD = AB = 2\sqrt{2}$, $\angle D = 45^\circ$,

$$\therefore OC = CD \sin \angle D = 2\sqrt{2} \sin 45^\circ = 2, \quad \text{.....7 分}$$

$$\therefore AD=2OC=4.$$

$$S_{\text{阴影部分}}=S_{\square ABCD}-S_{\text{Rt}\triangle COD}-S_{\text{扇形}AOC}$$

$$=4\times 2-\frac{1}{2}\times 2\times 2-\frac{1}{4}\pi\times 2^2$$

$$=6-\pi.$$

$$(\text{或 } S_{\text{阴影部分}}=S_{\text{梯形}AOCB}-S_{\text{扇形}AOC}.)$$

答：阴影部分的面积为 $(6-\pi)$10 分

24. (本题满分 10 分)

(1) 解法一：由题意得 $OB=1$,

$$\therefore S_{\triangle AOB}=1, AB\perp x \text{ 轴},$$

$$\text{由 } \frac{1}{2}OB\cdot AB=1, \text{ 得 } AB=2,$$

$\therefore$ 点 A 的坐标为 $A(1, 2)$.

$$\text{将 } A \text{ 代入 } y=\frac{k}{x} \text{ 得, } k=2. \quad \text{.....3 分}$$

$$\text{解法二：根据 } S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}|k|=1, \text{ 点 } A \text{ 在第一象限, 得 } k=2. \quad \text{.....3 分}$$

(2) 画图 (略);5 分

$$A'(-2, 1), B'(0, 1). \quad \text{.....7 分}$$

(3) 设直线 $A'B$ 的表达式 $y=kx+b(k\neq 0)$,

$$\therefore A'(-2, 1), B(1, 0),$$

$$\therefore \begin{cases} -2k+b=1 \\ k+b=0 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k=-\frac{1}{3} \\ b=\frac{1}{3} \end{cases}. \quad \text{.....9 分}$$

$$\therefore \text{直线 } A'B \text{ 的表达式 } y=-\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}. \quad \text{.....10 分}$$

25. (本题满分 13 分)

(1) 证明：① $\angle ACO$ (或 $\angle ACM$) ; ② BD ;4 分

(2) 解法一：存在. 在 BD 上截取 $BN=CD$,5 分

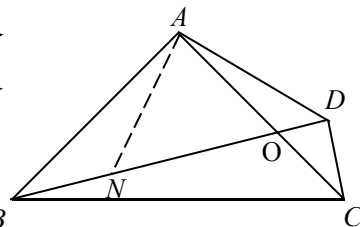
同 (1) 可证得 $\angle ACD=\angle ABN$.

$$\therefore AC=AB, \therefore \triangle ACD\cong \triangle ABN, \quad \text{.....6 分}$$

$$\therefore AD=AN, \angle CAD=\angle BAN,$$

$$\therefore \angle CAD+\angle NAC=\angle BAN+\angle NAC,$$

$$\text{即 } \angle DAN=\angle BAC=90^\circ. \quad \text{.....8 分}$$



$\therefore \triangle AND$ 为等腰直角三角形.9 分

解法二: 存在. 过点 A 作 $AN \perp AD$ 交 BD 于点 N , 则 $\angle DAN = 90^\circ$,5 分

同 (1) 可证得 $\angle ABN = \angle ACD$.

$\because \angle BAC = 90^\circ$,

$\therefore \angle CAD + \angle CAN = \angle BAN + \angle CAN = 90^\circ$,

$\therefore \angle BAN = \angle CAD$7 分

$\because AB = AC$, $\therefore \triangle ABN \cong \triangle ACD$8 分

$\therefore AN = AD$, $\therefore \triangle AND$ 为等腰直角三角形.9 分

(3) ①当 $CD > BD$ 时, $CD = BD + \sqrt{2} AD$;11 分

②当 $CD < BD$ 时, $BD = CD + \sqrt{2} AD$13 分

26. (本题满分 13 分)

解: (1) 把 $x=0$ 代入 $y = -\frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{3}x + 8$,

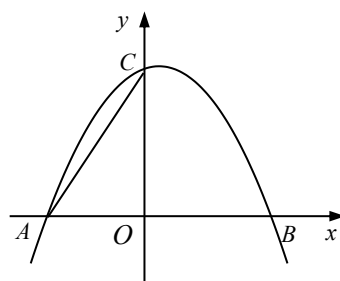
得 $y=8$, $\therefore C(0, 8)$1 分

由 $-\frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{3}x + 8 = 0$,

得 $x=-6$, 或 $x=8$.

$\therefore$ 点 A 坐标为 $(-6, 0)$, 点 B 坐标为 $(8, 0)$3 分

$\therefore$ 抛物线的对称轴方程是直线 $x=1$4 分



(2) 如图 1, 连接 AP 交 OC 于 F 点, 设 $F(0, t)$,

连接 EF , 由题意可得 $AC=10$,

$\because \triangle APC \cong \triangle APE$,

$\therefore AE = AC = 10$, AP 平分 $\angle CAE$.

$\therefore OE = 10 - 6 = 4$, 点 E 坐标为 $(4, 0)$5 分

$\because AP$ 平分 $\angle CAE$,

$\therefore$ 由对称性得 $EF = CF = 8 - t$.

在 $Rt\triangle EOF$ 中, $OE^2 + OF^2 = EF^2$,

$\therefore 4^2 + t^2 = (8 - t)^2$, 解得 $t=3$.

$\therefore$ 点 F 坐标为 $(0, 3)$7 分

设直线 AF 的表达式 $y = kx + b (k \neq 0)$,

将点 $A(-6, 0)$, $F(0, 3)$ 代入, 解得 $\begin{cases} k = \frac{1}{2} \\ b = 3 \end{cases}$,

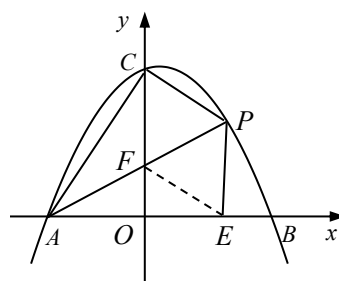


图 1

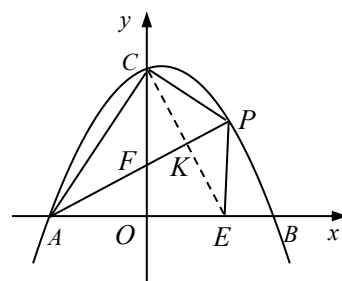


图 2

∴ 直线 AF 的表达式 $y = \frac{1}{2}x + 3$.

$$\text{由} \begin{cases} y = \frac{1}{2}x + 3 \\ y = -\frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{3}x + 8 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = 5 \\ y = \frac{11}{2} \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = -6 \\ y = 0 \end{cases} \text{ (不符合题意, 舍去).}$$

∴ $P(5, \frac{11}{2})$, $E(4, 0)$10 分,

注: 解法二: 如图 2, 连 CE 交 AP 于 K , 由 $AC=AE$, AP 平分 $\angle CAE$ 得 K 为 CE 中点, 坐标为 $(2, 4)$, 则可求得直线 AP 的表达式, 以下相同;

解法三: 如图 3, 过点 F 作 $FG \perp AC$, 由 AP 平分 $\angle CAE$, 得 $AG=AO=6$, 证 $\triangle AOC \sim \triangle FGC$, 由 $\frac{CG}{CO} = \frac{CF}{CA}$,

得 $F(0, 3)$, 以下相同;

解法四: 如图 3, 过点 F 作 $FG \perp AC$, 设 $OF=FG=x$, $CF=8-x$, 在 $\text{Rt}\triangle CGF$ 中由勾股定理得 $F(0, 3)$ 以下相同;

解法五: 如图 4, 用以上方法求出 $F(0, 3)$ 后, 可过点 P 作 $PH \perp AB$, 证 $\triangle AOF \sim \triangle AHP$, 由 $\frac{PH}{AH} = \frac{OF}{AO} = \frac{1}{2}$, 设 P

为 $(2y-6, y)$, 代入抛物线得出 $P(5, \frac{11}{2})$, $E(4, 0)$;

(3) 解法一: 如图 5, 以 AC 为直径画 $\odot I$, 交对称轴 l 于 S, T , 作 $IQ \perp l$ 于 Q , IQ 交 y 轴于 J , 易得 I 为 $(-3, 4)$,

∴ $IQ=4$, $IS=5$;11 分

在 $\text{Rt}\triangle SIQ$ 中由勾股定理得 $SQ=4$

∴ S, T 的坐标分别为 $(1, 7)$ 和 $(1, 1)$,12 分

当 M 介于 S_1 和 S_2 之间时, 延长 AM 交 $\odot I$ 于 L , $\angle ALC=90^\circ$,

$\angle AMC > \angle ALC$, ∴ $\angle AMC$ 是钝角, ∴ $1 < n < 7$13 分

注: 解法二: 如图 6, 对称轴 l 交 x 轴 D 点, 设点 S 在对称轴 l 上, 且 $\angle ASC=90^\circ$, 过 C 作 $CN \perp l$ 于 N , 连接 SC, AS , 则有 $CN=1$, $AD=7$, 设 $SD=m$, 则 $SN=8-m$11 分

由 $\triangle ADS \sim \triangle SNC$, 解得: $m=1$ 或 $m=7$.

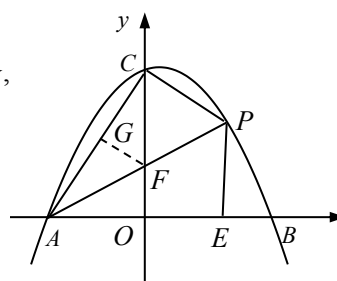


图 3

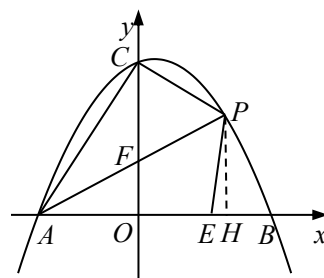


图 4

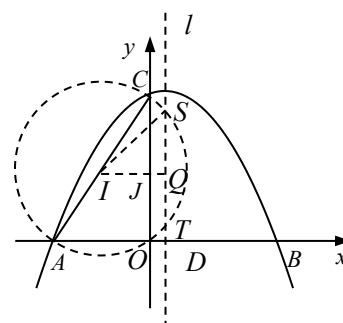


图 5

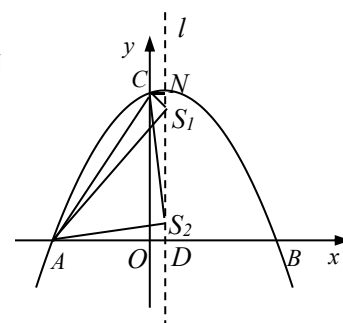


图 6

经检验符合题意，得 S_1 和 S_2 的纵坐标分别为 7 和 1.....12 分

当 M 介于 S_1 和 S_2 之间时， $\angle AMC$ 是钝角，

$\therefore$ 当 $\angle AMC$ 是钝角时 n 的取值范围是 $1 < n < 7$13 分