

2014 年福建省厦门市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 7 小题，每小题 3 分，共 21 分）

1. (3 分) (2014 年厦门) $\sin 30^\circ$ 的值是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. 1

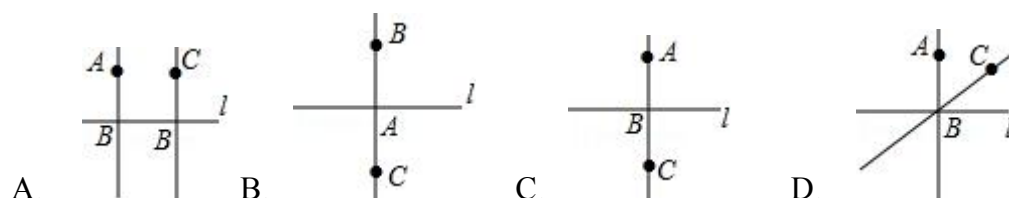
2. (3 分) (2014 年厦门) 4 的算术平方根是 ()

- A. 16 B. 2 C. -2 D. ± 2

3. (3 分) (2014 年厦门) $3x^2$ 可以表示为 ()

- A. $9x$ B. $x^2 \cdot x^2 \cdot x^2$ C. $3x \cdot 3x$ D. $x^2 + x^2 + x^2$

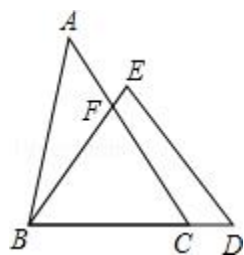
4. (3 分) (2014 年厦门) 已知直线 AB, CB, l 在同一平面内, 若 $AB \perp l$, 垂足为 B, $CB \perp l$, 垂足也为 B, 则符合题意的图形可以是 ()



5. (3 分) (2014 年厦门) 已知命题 A: 任何偶数都是 8 的整数倍. 在下列选项中, 可以作为“命题 A 是假命题”的反例的是 ()

- A. $2k$ B. 15 C. 24 D. 42

6. (3 分) (2014 年厦门) 如图, 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle BDE$ 中, 点 C 在边 BD 上, 边 AC 交边 BE 于点 F. 若 $AC=BD$, $AB=ED$, $BC=BE$, 则 $\angle ACB$ 等于 ()



- A. $\angle EDB$ B. $\angle BED$ C. $\frac{1}{2} \angle AFB$ D. $2 \angle ABF$

7. (3 分) (2014 年厦门) 已知某校女子田径队 23 人年龄的平均数和中位数都是 13 岁, 但是后来发现其中一位同学的年龄登记错误, 将 14 岁写成 15 岁, 经重新计算后, 正确的平均数为 a 岁, 中位数为 b 岁, 则下列结论中正确的是 ()

- A. $a < 13$, $b = 13$ B. $a < 13$, $b < 13$

C. $a > 13$, $b < 13$ D. $a > 13$, $b = 13$

二、填空题 (本大题共 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分)

8. (4 分) (2014 年厦门) 一个圆形转盘被平均分成红、黄、蓝、白 4 个扇形区域, 向其投掷一枚飞镖, 飞镖落在转盘上, 则落在黄色区域的概率是_____.

9. (4 分) (2014 年厦门) 若 $\sqrt{x-1}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围是_____.

10. (4 分) (2014 年厦门) 四边形的内角和是_____°.

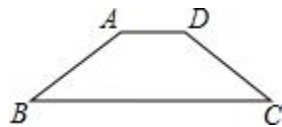
11. (4 分) (2014 年厦门) 在平面直角坐标系中, 已知点 $O(0, 0)$, $A(1, 3)$, 将线段 OA 向右平移 3 个单位, 得到线段 O_1A_1 , 则点 O_1 的坐标是_____, A_1 的坐标是_____.

12. (4 分) (2014 年厦门) 已知一组数据: 6, 6, 6, 6, 6, 6, 则这组数据的方差为_____.

【注: 计算方差的公式是 $S^2 = \frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$ 】

13. (4 分) (2014 年厦门) 方程 $x+5=\frac{1}{2}(x+3)$ 的解是_____.

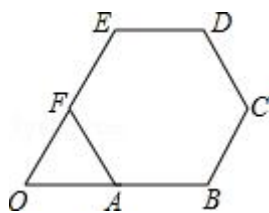
14. (4 分) (2014 年厦门) 如图, 在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 若 $AD=2$, $BC=8$, 梯形的高是 3, 则 $\angle B$ 的度数是_____.



15. (4 分) (2014 年厦门) 设 $a=19^2 \times 918$, $b=888^2 - 30^2$, $c=1053^2 - 747^2$, 则数 a , b , c 按从小到大的顺序排列, 结果是_____ < _____ < _____.

16. (4 分) (2014 年厦门) 某工厂一台机器的工作效率相当于一个工人工作效率的 12 倍, 用这台机器生产 60 个零件比 8 个工人生产这些零件少用 2 小时, 则这台机器每小时生产_____个零件.

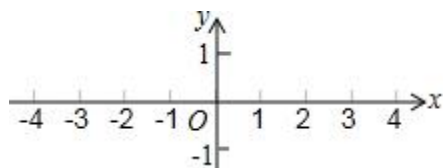
17. (4 分) (2014 年厦门) 如图, 正六边形 $ABCDEF$ 的边长为 $2\sqrt{3}$, 延长 BA , EF 交于点 O . 以 O 为原点, 以边 AB 所在的直线为 x 轴建立平面直角坐标系, 则直线 DF 与直线 AE 的交点坐标是 (_____, _____).



三、解答题 (共 13 小题, 共 89 分)

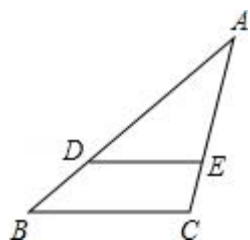
18. (7 分) (2014 年厦门) 计算: $(-1) \times (-3) + (-\sqrt{3})^0 - (8-2)$

19. (7 分) (2014 年厦门) 在平面直角坐标系中, 已知点 A $(-3, 1)$, B $(-1, 0)$, C $(-2, -1)$, 请在图中画出 $\triangle ABC$, 并画出与 $\triangle ABC$ 关于 y 轴对称的图形.



20. (7 分) (2014 年厦门) 甲口袋中装有 3 个小球, 分别标有号码 1, 2, 3; 乙口袋中装有两个小球, 分别标有号码 1, 2; 这些球除数字外完全相同, 从甲、乙两口袋中分别随机摸出一个小球, 求这两个小球的号码都是 1 的概率.

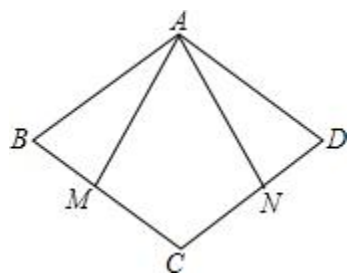
21. (6 分) (2014 年厦门) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D, E 分别在边 AB, AC 上, 若 $DE \parallel BC$, $DE=2$, $BC=3$, 求 $\frac{AE}{AC}$ 的值.



22. (6 分) (2014 年厦门) 先化简下式, 再求值: $(-x^2+3-7x) + (5x-7+2x^2)$, 其中 $x=\sqrt{2}+1$.

23. (6 分) (2014 年厦门) 解方程组 $\begin{cases} 2x+y=4, & \textcircled{1} \\ 2y+1=5x. & \textcircled{2} \end{cases}$.

24. (6 分) (2014 年厦门) 如图, 在四边形 ABCD 中, $AD \parallel BC$, $AM \perp BC$, 垂足为 M, $AN \perp DC$, 垂足为 N, 若 $\angle BAD = \angle BCD$, $AM = AN$, 求证: 四边形 ABCD 是菱形.



25. (6 分) (2014 年厦门) 已知 A (x_1, y_1) , B (x_2, y_2) 是反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 图象上的两点, 且 $x_1 - x_2 = -2$, $x_1 \cdot x_2 = 3$, $y_1 - y_2 = -\frac{4}{3}$, 当 $-3 < x < -1$ 时, 求 y 的取值范围.

26. (6 分) (2014 年厦门) A, B, C, D 四支足球队分在同一小组进行单循环足球比赛, 争夺出线权, 比赛规则规定: 胜一场得 3 分, 平一场得 1 分, 负一场得 0 分, 小组中积分最高的两个队 (有且只有两个队) 出线, 小组赛结束后, 如果 A 队没有全胜, 那么 A 队的积分至少要几分才能保证一定出线? 请说明理由.
[注: 单循环比赛就是小组内的每一个队都要和其他队赛一场].

27. (6 分) (2014 年厦门) 已知锐角三角形 ABC, 点 D 在 BC 的延长线上, 连接 AD, 若 $\angle DAB=90^\circ$, $\angle ACB=2\angle D$, $AD=2$, $AC=\frac{3}{2}$, 根据题意画出示意图, 并求 $\tan D$ 的值.

28. (6 分) (2014 年厦门) 当 m, n 是正实数, 且满足 $m+n=mn$ 时, 就称点 $P(m, \frac{n}{m})$ 为“完美点”, 已知点 A (0, 5) 与点 M 都在直线 $y=-x+b$ 上, 点 B, C 是“完美点”, 且点 B 在线段 AM 上, 若 $MC=\sqrt{3}$, $AM=4\sqrt{2}$, 求 $\triangle MBC$ 的面积.

29. (10 分) (2014 年厦门) 已知 A, B, C, D 是 $\odot O$ 上的四个点.

(1) 如图 1, 若 $\angle ADC = \angle BCD = 90^\circ$, $AD = CD$, 求证: $AC \perp BD$;

(2) 如图 2, 若 $AC \perp BD$, 垂足为 E, $AB = 2$, $DC = 4$, 求 $\odot O$ 的半径.

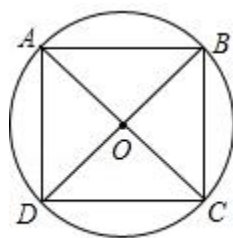


图1

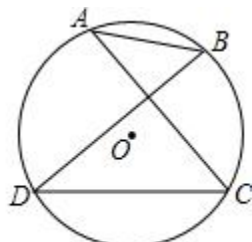


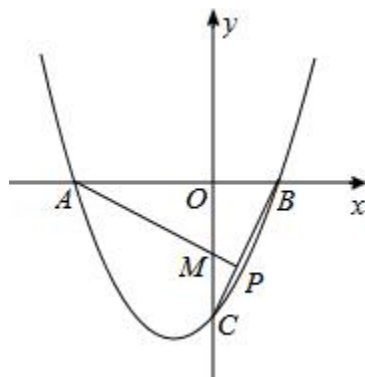
图2

30. (10 分) (2014 年厦门) 如图, 已知 $c < 0$, 抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于 A $(x_1, 0)$, B $(x_2, 0)$ 两点 ($x_2 > x_1$), 与 y 轴交于点 C.

(1) 若 $x_2 = 1$, $BC = \sqrt{5}$, 求函数 $y = x^2 + bx + c$ 的最小值;

(2) 过点 A 作 $AP \perp BC$, 垂足为 P (点 P 在线段 BC 上), AP 交 y 轴于点 M. 若 $\frac{OA}{OM} = 2$, 求抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 顶点的纵坐标随横坐标变化的函数解析式, 并直接

写出自变量的取值范围.



2014 年福建省厦门市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 7 小题，每小题 3 分，共 21 分）

1. (3 分) (2014 年厦门) $\sin 30^\circ$ 的值是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. 1

【分析】直接根据特殊角的三角函数值进行计算即可.

【解答】解: $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$.

故选 A.

【点评】本题考查的是特殊角的三角函数值, 熟记各特殊角度的三角函数值是解答此题的关键.

2. (3 分) (2014 年厦门) 4 的算术平方根是 ()

- A. 16 B. 2 C. -2 D. ± 2

【考点】算术平方根.

【分析】根据算术平方根定义求出即可.

【解答】解: 4 的算术平方根是 2,

故选 B.

【点评】本题考查了对算术平方根的定义的应用, 主要考查学生的计算能力.

3. (3 分) (2014 年厦门) $3x^2$ 可以表示为 ()

- A. $9x$ B. $x^2 \cdot x^2 \cdot x^2$ C. $3x \cdot 3x$ D. $x^2 + x^2 + x^2$

【考点】单项式乘单项式; 合并同类项; 同底数幂的乘法.

【专题】计算题.

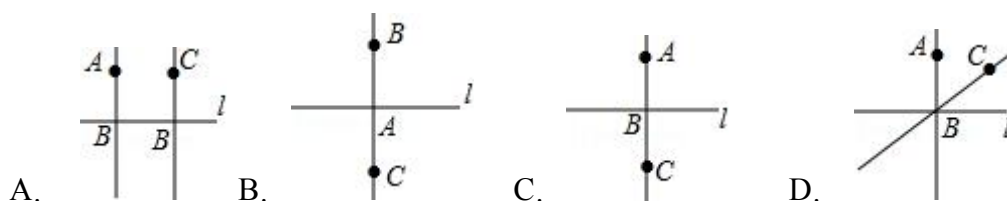
【分析】各项计算得到结果, 即可做出判断.

【解答】解： $3x^2$ 可以表示为 $x^2+x^2+x^2$ ，

故选 D

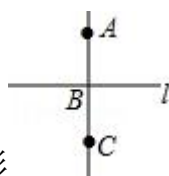
【点评】此题考查了单项式乘以单项式，合并同类项，以及同底数幂的乘法，熟练掌握运算是解本题的关键.

4. (3 分) (2014 年厦门) 已知直线 AB, CB, l 在同一平面内, 若 $AB \perp l$, 垂足为 B, $CB \perp l$, 垂足也为 B, 则符合题意的图形可以是 ()



【考点】垂线.

【分析】根据题意画出图形即可.



【解答】解：根据题意可得图形

故选：C.

【点评】此题主要考查了垂线，关键是掌握垂线的定义：当两条直线相交所成的四个角中，有一个角是直角时，就说这两条直线互相垂直，其中一条直线叫做另一条直线的垂线，它们的交点叫做垂足.

5. (3 分) (2014 年厦门) 已知命题 A: 任何偶数都是 8 的整数倍. 在下列选项中, 可以作为“命题 A 是假命题”的反例的是 ()

- A. $2k$ B. 15 C. 24 D. 42

【考点】命题与定理.

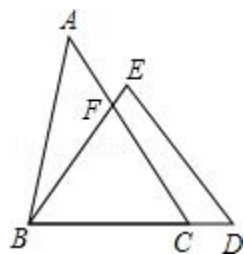
【分析】证明命题为假命题，通常用反例说明，此反例满足命题的题设，但不满足命题的结论.

【解答】解：42 是偶数，但 42 不是 8 的倍数.

故选 D.

【点评】本题考查了命题：判断一件事情的语句，叫做命题. 许多命题都是由题设和结论两部分组成，题设是已知事项，结论是由已知事项推出的事项，一个命题可以写成“如果...那么...”形式；有些命题的正确性是用推理证实的，这样的真命题叫做定理.

6. (3 分) (2014 年厦门) 如图，在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle BDE$ 中，点 C 在边 BD 上，边 AC 交边 BE 于点 F. 若 $AC=BD$ ， $AB=ED$ ， $BC=BE$ ，则 $\angle ACB$ 等于 ()



A. $\angle EDB$

B. $\angle BED$

C. $\frac{1}{2}\angle AFB$

D. $2\angle ABF$

【考点】全等三角形的判定与性质.

【分析】根据全等三角形的判定与性质，可得 $\angle ACB$ 与 $\angle DBE$ 的关系，根据三角形外角的性质，可得答案.

【解答】解：在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEB$ 中，

$$\begin{cases} AC=BD \\ AB=ED, \\ BC=BE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEB$ (SSS),

$\therefore \angle ACB = \angle DEB$.

$\because \angle AFB$ 是 $\triangle BCF$ 的外角,

$\therefore \angle ACB + \angle DBE = \angle AFB$,

$$\angle ACB = \frac{1}{2}\angle AFB,$$

故选：C.

【点评】本题考查了全等三角形的判定与性质,利用了全等三角形的判定与性质,三角形外角的性质.

7. (3分) (2014年厦门) 已知某校女子田径队23人年龄的平均数和中位数都是13岁,但是后来发现其中一位同学的年龄登记错误,将14岁写成15岁,经重新计算后,正确的平均数为 a 岁,中位数为 b 岁,则下列结论中正确的是()

- A. $a < 13$, $b = 13$ B. $a < 13$, $b < 13$
C. $a > 13$, $b < 13$ D. $a > 13$, $b = 13$

【考点】中位数; 算术平均数.

【分析】根据平均数的计算公式求出正确的平均数,再与原来的平均数进行比较,得出 a 的值,根据中位数的定义得出最中间的数还是13岁,从而选出正确答案.

【解答】解: $\because$ 原来的平均数是13岁,

$\therefore 13 \times 23 = 299$ (岁),

$\therefore$ 正确的平均数 $a = \frac{299 - 1}{23} \approx 12.97 < 13$,

$\therefore$ 原来的中位数13岁,将14岁写成15岁,最中间的数还是13岁,

$\therefore b = 13$;

故选D.

【点评】此题考查了中位数和平均数,中位数是将一组数据从小到大(或从大到小)重新排列后,最中间的那个数(最中间两个数的平均数),叫做这组数据的中位数;平均数是指在一组数据中所有数据之和再除以数据的个数.

二、填空题 (本大题共10小题, 每小题4分, 共40分)

8. (4分) (2014年厦门) 一个圆形转盘被平均分成红、黄、蓝、白4个扇形区域,向其投掷一枚飞镖,飞镖落在转盘上,则落在黄色区域的概率是 $\frac{1}{4}$.

【考点】几何概率.

【分析】根据概率公式,求出红色区域的面积与总面积的比即可解答.

【解答】解：∵圆形转盘平均分成红、黄、蓝、白 4 个扇形区域，其中黄色区域占 1 份，

∴飞镖落在黄色区域的概率是 $\frac{1}{4}$ ；

故答案为： $\frac{1}{4}$ ．

【点评】本题考查了几何概率的运用，用到的知识点是概率公式，在解答时根据概率=相应的面积与总面积之比是解答此类问题关键．

9. (4 分) (2014 年厦门) 若 $\sqrt{x-1}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是__ $x \geq 1$ __.

【考点】二次根式有意义的条件.

【分析】先根据二次根式有意义的条件列出关于 x 的不等式，求出 x 的取值范围即可.

【解答】解：∵ $\sqrt{x-1}$ 在实数范围内有意义，

∴ $x-1 \geq 0$,

解得 $x \geq 1$.

故答案为： $x \geq 1$ ．

【点评】本题考查的是二次根式有意义的条件，即被开方数大于等于 0.

10. (4 分) (2014 年厦门) 四边形的内角和是__ 360 __°.

【考点】多边形内角与外角.

【专题】计算题.

【分析】根据 n 边形的内角和是 $(n-2) \cdot 180^\circ$ ，代入公式就可以求出内角和.

【解答】解： $(4-2) \cdot 180^\circ = 360^\circ$.

故答案为 360° ．

【点评】 本题主要考查了多边形的内角和公式，是需要识记的内容，比较简单.

11. (4分) (2014 年厦门) 在平面直角坐标系中，已知点 $O(0, 0)$ ， $A(1, 3)$ ，将线段 OA 向右平移 3 个单位，得到线段 O_1A_1 ，则点 O_1 的坐标是 $(3, 0)$ ， A_1 的坐标是 $(4, 3)$.

【考点】 坐标与图形变化-平移.

【分析】 根据向右平移，横坐标加，纵坐标不变解答.

【解答】 解：∵ 点 $O(0, 0)$ ， $A(1, 3)$ ，线段 OA 向右平移 3 个单位，
∴ 点 O_1 的坐标是 $(3, 0)$ ， A_1 的坐标是 $(4, 3)$.

故答案为： $(3, 0)$ ， $(4, 3)$.

【点评】 本题考查了坐标与图形变化 - 平移，平移中点的变化规律是：横坐标右移加，左移减；纵坐标上移加，下移减.

12. (4分) (2014 年厦门) 已知一组数据：6，6，6，6，6，6，则这组数据的方差为 0.

【注：计算方差的公式是 $S^2 = \frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$ 】

【考点】 方差.

【分析】 根据题意得出这组数据的平均数是 6，再根据方差 $S^2 = \frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$ ，列式计算即可.

【解答】 解：∵ 这组数据的平均数是 6，

∴ 这组数据的方差 $= \frac{1}{6}[6 \times (6 - 6)^2] = 0$.

故答案为：0.

【点评】 本题考查了方差：一般地设 n 个数据， $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的平均数为 $\bar{x}$ ，则方差 $S^2 = \frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$ ，它反映了一组数据的波动大小，方差越大，波动性越大，反之也成立.

13. (4 分) (2014 年厦门) 方程 $x+5=\frac{1}{2}(x+3)$ 的解是 $x=-7$.

【考点】解一元一次方程.

【专题】计算题.

【分析】方程去分母，移项合并，将 x 系数化为 1，即可求出解.

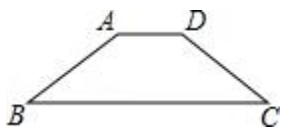
【解答】解：去分母得： $2x+10=x+3$,

解得： $x=-7$.

故答案为： $x=-7$

【点评】此题考查了解一元一次方程，其步骤为：去分母，去括号，移项合并，将未知数系数化为 1，即可求出解.

14. (4 分) (2014 年厦门) 如图，在等腰梯形 ABCD 中， $AD\parallel BC$ ，若 $AD=2$ ， $BC=8$ ，梯形的高是 3，则 $\angle B$ 的度数是 45° .



【考点】等腰梯形的性质.

【分析】首先过点 A 作 $AE\perp BC$ 交 BC 于 E，过点 D 作 $DF\perp BC$ 交 BC 于 F，易得四边形 AEFD 是长方形，易证得 $\triangle ABE$ 是等腰直角三角形，即可得 $\angle B$ 的度数.

【解答】解：过点 A 作 $AE\perp BC$ 交 BC 于 E，过点 D 作 $DF\perp BC$ 交 BC 于 F，

$\because AD\parallel BC$,

$\therefore$ 四边形 AEFD 是长方形，

$\therefore EF=AD=2$,

$\because$ 四边形 ABCD 是等腰梯形，

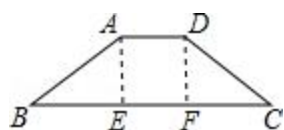
$\therefore BE=(8-2)\div 2=3$,

$\because$ 梯形的高是 3，

$\therefore \triangle ABE$ 是等腰直角三角形，

$\therefore \angle B = 45^\circ$.

故答案为： 45° .



【点评】此题考查了等腰梯形的性质以及等腰直角三角形的判定与性质. 此题注意掌握辅助线的作法, 注意掌握数形结合思想的应用.

15. (4 分) (2014 年厦门) 设 $a = 19^2 \times 918$, $b = 888^2 - 30^2$, $c = 1053^2 - 747^2$, 则数 a , b , c 按从小到大的顺序排列, 结果是 a < c < b .

【考点】因式分解的应用.

【分析】运用平方差公式进行变形, 把其中一个因数化为 918, 再比较另一个因数, 另一个因数大的这个数就大.

【解答】解: $a = 19^2 \times 918 = 361 \times 918$,

$b = 888^2 - 30^2 = (888 - 30)(888 + 30) = 858 \times 918$,

$c = 1053^2 - 747^2 = (1053 + 747)(1053 - 747) = 1800 \times 306 = 600 \times 918$,

所以 $a < c < b$.

故答案为: $a < c < b$.

【点评】本题主要考查了因式分解的应用, 解题的关键是运用平方差公式进行化简得出一个因数为 918.

16. (4 分) (2014 年厦门) 某工厂一台机器的工作效率相当于一个工人工作效率的 12 倍, 用这台机器生产 60 个零件比 8 个工人生产这些零件少用 2 小时, 则这台机器每小时生产 15 个零件.

【考点】分式方程的应用.

【分析】 设一个工人每小时生产零件 x 个，则机器一个小时生产零件 $12x$ 个，根据这台机器生产 60 个零件比 8 个工人生产这些零件少用 2 小时，列方程求解，继而可求得机器每小时生产的零件.

【解答】 解：设一个工人每小时生产零件 x 个，则机器一个小时生产零件 $12x$ 个，

由题意得， $\frac{60}{8x} - \frac{60}{12x} = 2$,

解得： $x=1.25$,

经检验： $x=1.25$ 是原分式方程的解，且符合题意，

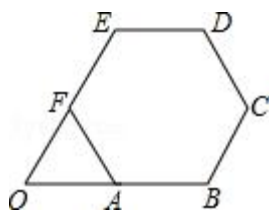
则 $12x=12 \times 1.25=15$.

即这台机器每小时生产 15 个零件.

故答案为： 15.

【点评】 本题考查了分式方程的应用，解答本题的关键是读懂题意，设出未知数，找出合适的等量关系，列方程求解，注意检验.

17. (4 分) (2014 年厦门) 如图，正六边形 $ABCDEF$ 的边长为 $2\sqrt{3}$ ，延长 BA ， EF 交于点 O . 以 O 为原点，以边 AB 所在的直线为 x 轴建立平面直角坐标系，则直线 DF 与直线 AE 的交点坐标是 ($2\sqrt{3}$, 4).



【考点】 正多边形和圆；两条直线相交或平行问题.

【分析】 首先得出 $\triangle AOF$ 是等边三角形，利用建立的坐标系，得出 D ， F 点坐标，进而求出直线 DF 的解析式，进而求出横坐标为 $2\sqrt{3}$ 时，其纵坐标即可得出答案.

【解答】 解：连接 AE ， DF ，

$\therefore$ 正六边形 $ABCDEF$ 的边长为 $2\sqrt{3}$ ，延长 BA ， EF 交于点 O ，

$\therefore$ 可得： $\triangle AOF$ 是等边三角形，则 $AO=FO=FA=2\sqrt{3}$ ，

∴以 O 为原点，以边 AB 所在的直线为 x 轴建立平面直角坐标系， $\angle EOA=60^\circ$ ，
 $EO=FO+EF=4\sqrt{3}$ ，

∴ $\angle EAO=90^\circ$ ， $\angle OEA=30^\circ$ ，故 $AE=4\sqrt{3}\cos 30^\circ=6$ ，

∴ $F(\sqrt{3}, 3)$ ， $D(4\sqrt{3}, 6)$ ，

设直线 DF 的解析式为： $y=kx+b$ ，

$$\text{则} \begin{cases} \sqrt{3}k+b=3 \\ 4\sqrt{3}k+b=6 \end{cases},$$

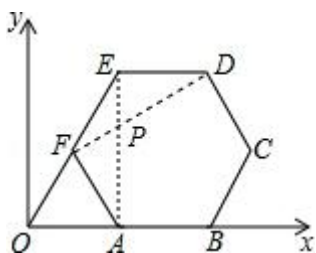
$$\text{解得: } \begin{cases} k=\frac{\sqrt{3}}{3} \\ b=2 \end{cases},$$

故直线 DF 的解析式为： $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x+2$ ，

当 $x=2\sqrt{3}$ 时， $y=2\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}+2=4$ ，

∴直线 DF 与直线 AE 的交点坐标是： $(2\sqrt{3}, 4)$ ．

故答案为： $2\sqrt{3}$ ，4．



【点评】此题主要考查了正多边形和圆以及待定系数法求一次函数解析式等知识，得出 F，D 点坐标是解题关键．

三、解答题（共 13 小题，共 89 分）

18.（7 分）（2014 年厦门）计算： $(-1) \times (-3) + (-\sqrt{3})^0 - (8-2)$

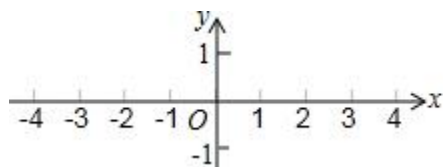
【考点】实数的运算；零指数幂．

【分析】先根据 0 指数幂的运算法则计算出各数，再根据实数混合运算的法则进行计算即可．

【解答】解：原式 $= 3 + 1 - 6$
 $= -2$ ．

【点评】本题考查的是实数的运算,熟知 0 指数幂的运算法则是解答此题的关键.

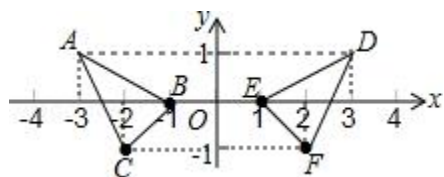
19. (7 分) (2014 年厦门) 在平面直角坐标系中, 已知点 $A(-3, 1)$, $B(-1, 0)$, $C(-2, -1)$, 请在图中画出 $\triangle ABC$, 并画出与 $\triangle ABC$ 关于 y 轴对称的图形.



【考点】作图-轴对称变换.

【分析】根据关于 y 轴对称点的性质得出 A , B , C 关于 y 轴对称点的坐标, 进而得出答案.

【解答】解: 如图所示: $\triangle DEF$ 与 $\triangle ABC$ 关于 y 轴对称的图形.



【点评】此题主要考查了轴对称变换, 得出对应点坐标是解题关键.

20. (7 分) (2014 年厦门) 甲口袋中装有 3 个小球, 分别标有号码 1, 2, 3; 乙口袋中装有两个小球, 分别标有号码 1, 2; 这些球除数字外完全相同, 从甲、乙两口袋中分别随机摸出一个小球, 求这两个小球的号码都是 1 的概率.

【考点】列表法与树状图法.

【分析】首先根据题意画出树状图, 然后由树状图求得所有等可能的结果与这两个小球的号码都是 1 的情况, 再利用概率公式即可求得答案.

【解答】解: 画树状图得:

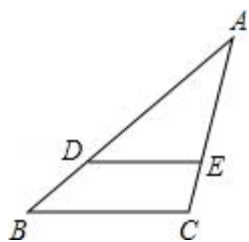


$\therefore$ 共有 6 种等可能的结果, 这两个小球的号码都是 1 的只有 1 种情况,

∴这两个小球的号码都是 1 的概率为： $\frac{1}{6}$.

【点评】 本题考查的是用列表法或画树状图法求概率. 列表法或画树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果, 列表法适合于两步完成的事件, 树状图法适合两步或两步以上完成的事件. 用到的知识点为: 概率=所求情况数与总情况数之比.

21. (6 分) (2014 年厦门) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D, E 分别在边 AB, AC 上, 若 $DE \parallel BC$, $DE=2$, $BC=3$, 求 $\frac{AE}{AC}$ 的值.



【考点】 相似三角形的判定与性质.

【分析】 由 $DE \parallel BC$, 可证得 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$, 然后由相似三角形的对应边成比例, 求得 $\frac{AE}{AC}$ 的值.

【解答】 解: $\because DE \parallel BC$,

$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC$,

$\because DE=2$, $BC=3$,

$$\therefore \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} = \frac{2}{3}.$$

【点评】 此题考查了相似三角形的判定与性质. 此题比较简单, 注意掌握数形结合思想的应用.

22. (6 分) (2014 年厦门) 先化简下式, 再求值: $(-x^2+3-7x) + (5x-7+2x^2)$, 其中 $x=\sqrt{2}+1$.

【考点】 二次根式的化简求值; 整式的加减.

【分析】根据去括号、合并同类项，可化简代数式，根据代数式的求值，可得答案.

【解答】解：原式 $=x^2-2x-4$
 $= (x-1)^2-5$,
把 $x=\sqrt{2}+1$ 代入原式,
 $= (\sqrt{2}+1-1)^2-5$
 $= -3$.

【点评】本题考查了二次根式的化简求值，先去括号、合并同类项，再求值.

23. (6分) (2014年厦门) 解方程组
$$\begin{cases} 2x+y=4, & \text{①} \\ 2y+1=5x. & \text{②} \end{cases}$$

【考点】解二元一次方程组.

【专题】计算题.

【分析】方程组利用加减消元法求出解即可.

【解答】解：① $\times 2$ - ②得： $4x-1=8-5x$,

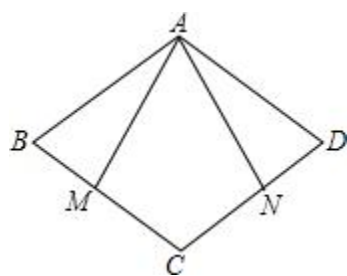
解得： $x=1$,

将 $x=1$ 代入①得： $y=2$,

则方程组的解为 $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$.

【点评】此题考查了解二元一次方程组，利用了消元的思想，消元的方法有：代入消元法与加减消元法.

24. (6分) (2014年厦门) 如图，在四边形ABCD中， $AD \parallel BC$ ， $AM \perp BC$ ，垂足为M， $AN \perp DC$ ，垂足为N，若 $\angle BAD = \angle BCD$ ， $AM = AN$ ，求证：四边形ABCD是菱形.



【考点】菱形的判定.

【专题】证明题.

【分析】首先证明 $\angle B = \angle D$ ，可得四边形ABCD是平行四边形，然后再证明 $\triangle ABM \cong \triangle ADN$ 可得 $AB = AD$ ，再根据菱形的判定定理可得结论.

【解答】证明： $\because AD \parallel BC$,

$$\therefore \angle B + \angle BAD = 180^\circ, \quad \angle D + \angle C = 180^\circ,$$

$$\because \angle BAD = \angle BCD,$$

$$\therefore \angle B = \angle D,$$

$\therefore$ 四边形ABCD是平行四边形,

$$\because AM \perp BC, \quad AN \perp DC,$$

$$\therefore \angle AMB = \angle AND = 90^\circ,$$

在 $\triangle ABM$ 和 $\triangle ADN$ 中,

$$\begin{cases} \angle B = \angle D \\ \angle AMB = \angle AND = 90^\circ \\ AM = AN \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ABM \cong \triangle ADN \text{ (AAS)},$$

$$\therefore AB = AD,$$

$\therefore$ 四边形ABCD是菱形.

【点评】此题主要考查了菱形的判定，关键是掌握一组邻边相等的平行四边形是菱形.

25. (6分) (2014年厦门) 已知A (x_1 , y_1), B (x_2 , y_2) 是反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 图象上的两点, 且 $x_1 - x_2 = -2$, $x_1 \cdot x_2 = 3$, $y_1 - y_2 = -\frac{4}{3}$, 当 $-3 < x < -1$ 时, 求 y 的取值范围.

【考点】 反比例函数图象上点的坐标特征.

【专题】 计算题.

【分析】 根据反比例函数图象上点的坐标特征得到 $y_1 = \frac{k}{x_1}$, $y_2 = \frac{k}{x_2}$, 利用 $y_1 - y_2 = -\frac{4}{3}$, 得到 $\frac{k}{x_1} - \frac{k}{x_2} = -\frac{4}{3}$, 再通分得 $\frac{x_2 - x_1}{x_1 x_2} \cdot k = -\frac{4}{3}$, 然后把 $x_1 - x_2 = -2$, $x_1 \cdot x_2 = 3$ 代入可计算出 $k = -2$, 则反比例函数解析式为 $y = -\frac{2}{x}$, 再分别计算出自变量为 -3 和 -1 所对应的函数值, 然后根据反比例函数的性质得到当 $-3 < x < -1$ 时, y 的取值范围.

【解答】 解: 把A (x_1 , y_1), B (x_2 , y_2) 代入 $y = \frac{k}{x}$ 得 $y_1 = \frac{k}{x_1}$, $y_2 = \frac{k}{x_2}$,
 $\therefore y_1 - y_2 = -\frac{4}{3}$,
 $\therefore \frac{k}{x_1} - \frac{k}{x_2} = -\frac{4}{3}$,
 $\therefore \frac{x_2 - x_1}{x_1 x_2} \cdot k = -\frac{4}{3}$,
 $\therefore x_1 - x_2 = -2$, $x_1 \cdot x_2 = 3$,
 $\therefore \frac{2}{3}k = -\frac{4}{3}$, 解得 $k = -2$,
 $\therefore$ 反比例函数解析式为 $y = -\frac{2}{x}$,
 当 $x = -3$ 时, $y = \frac{2}{3}$; 当 $x = -1$ 时, $y = 2$,
 $\therefore$ 当 $-3 < x < -1$ 时, y 的取值范围为 $\frac{2}{3} < y < 2$.

【点评】 本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征: 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 的图象是双曲线, 图象上的点 (x , y) 的横纵坐标的积是定值 k , 即 $xy = k$. 也考查了反比例函数的性质.

26. (6分) (2014年厦门) A, B, C, D 四支足球队分在同一小组进行单循环足球比赛, 争夺出线权, 比赛规则规定: 胜一场得3分, 平一场得1分, 负一场得0分, 小组中积分最高的两个队(有且只有两个队)出线, 小组赛结束后, 如果A队没有全胜, 那么A队的积分至少要几分才能保证一定出线? 请说明理由.
[注: 单循环比赛就是小组内的每一个队都要和其他队赛一场].

【考点】推理与论证.

【分析】根据题意每队都进行3场比赛, 本组进行6场比赛, 根据规则每场比赛, 两队得分的和是3分或2分, 据此对A队的胜负情况进行讨论, 从而确定.

【解答】解: 每队都进行3场比赛, 本组进行6场比赛.

若A队两胜一平, 则积7分.

因此其它队的积分不可能是9分, 依据规则, 不可能有球队积8分,
每场比赛, 两队得分的和是3分或2分.

6场比赛两队的得分之和最少是12分, 最多是18分,

$\therefore$ 最多只有两个队得7分.

所以积7分保证一定出线.

若A队两胜一负, 积6分.

	A	B	C	D
A		3	3	0
B	0		3	3
C	0	0		0
D	3	0	3	

如表格所示, 根据规则, 这种情况下, A队不一定出线.

同理, 当A队积分是5分、4分、3分、2分时不一定出线.

总之, 至少7分才能保证一定出线.

【点评】本题考查了正确进行推理论证, 在本题中正确确定A队可能的得分情况是关键.

27. (6分) (2014年厦门) 已知锐角三角形ABC, 点D在BC的延长线上, 连接AD, 若 $\angle DAB=90^\circ$, $\angle ACB=2\angle D$, $AD=2$, $AC=\frac{3}{2}$, 根据题意画出示意图, 并求 $\tan D$ 的值.

【考点】解直角三角形.

【分析】首先根据题意画出示意图, 根据三角形外角的性质得出 $\angle ACB=\angle D+\angle CAD$, 而 $\angle ACB=2\angle D$, 那么 $\angle CAD=\angle D$, 由等角对等边得到 $CA=CD$, 再根据等角的余角相等得出 $\angle B=\angle BAC$, 则 $AC=CB$, $BD=2AC=2\times\frac{3}{2}=3$. 然后解Rt $\triangle ABD$, 运用勾股定理求出 $AB=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}$, 利用正切函数的定义求出

$$\tan D = \frac{AB}{AD} = \frac{\sqrt{5}}{2}.$$

【解答】解: 如图, $\because \angle ACB=\angle D+\angle CAD$, $\angle ACB=2\angle D$,

$$\therefore \angle CAD=\angle D,$$

$$\therefore CA=CD.$$

$$\because \angle DAB=90^\circ,$$

$$\therefore \angle B+\angle D=90^\circ, \quad \angle BAC+\angle CAD=90^\circ,$$

$$\therefore \angle B=\angle BAC,$$

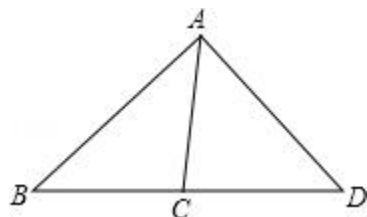
$$\therefore AC=CB,$$

$$\therefore BD=2AC=2\times\frac{3}{2}=3.$$

在Rt $\triangle ABD$ 中, $\because \angle DAB=90^\circ$, $AD=2$,

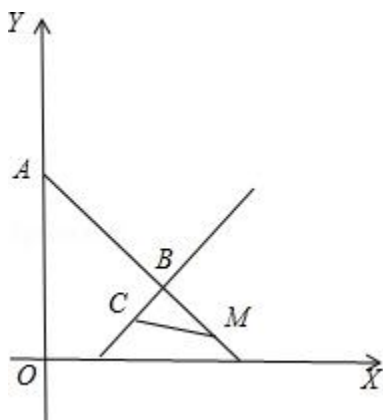
$$\therefore AB=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5},$$

$$\therefore \tan D = \frac{AB}{AD} = \frac{\sqrt{5}}{2}.$$



28. (6分) (2014 年厦门) 当 m, n 是正实数, 且满足 $m+n=mn$ 时, 就称点 $P(m, \frac{\pi}{n})$ 为“完美点”, 已知点 $A(0, 5)$ 与点 M 都在直线 $y=-x+b$ 上, 点 B, C 是“完美点”, 且点 B 在线段 AM 上, 若 $MC=\sqrt{3}$, $AM=4\sqrt{2}$, 求 $\triangle MBC$ 的面积.

【分析】由 $m+n=mn$ 变式为 $\frac{m}{n}=m-1$ ，可知 P (m, m-1)，所以在直线 $y=x-1$ 上，点 A (0, 5) 在直线 $y=-x+b$ 上，求得直线 AM: $y=-x+5$ ，进而求得 B (3, 2)，根据直线平行的性质从而证得直线 AM 与直线 $y=x-1$ 垂直，然后根据勾股定理求得 BC 的长，从而求得三角形的面积。



∴“完美点”B 在直线 AM 上,

$$\therefore \text{由} \begin{cases} y=x-1 \\ y=-x+5 \end{cases} \text{解得} \begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases},$$

$\therefore B(3, 2)$,

$\because$ 一、三象限的角平分线 $y=x$ 垂直于二、四象限的角平分线 $y=-x$, 而直线 $y=x-1$ 与直线 $y=x$ 平行, 直线 $y=-x+5$ 与直线 $y=-x$ 平行,

$\therefore$ 直线 AM 与直线 $y=x-1$ 垂直,

$\therefore$ 点 B 是直线 $y=x-1$ 与直线 AM 的交点,

$\therefore$ 垂足是点 B ,

$\therefore$ 点 C 是“完美点”,

$\therefore$ 点 C 在直线 $y=x-1$ 上,

$\therefore \triangle MBC$ 是直角三角形,

$\because B(3, 2), A(0, 5)$,

$\therefore AB=3\sqrt{2}$,

$\therefore AM=4\sqrt{2}$,

$\therefore BM=\sqrt{2}$,

又 $\because CM=\sqrt{3}$,

$\therefore BC=1$,

$$\therefore S_{\triangle MBC} = \frac{1}{2} BM \cdot BC = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

【点评】 本题考查了一次函数的性质, 直角三角形的判定, 勾股定理的应用以及三角形面积的计算等, 判断直线垂直, 借助正比例函数是本题的关键.

29. (10分) (2014年厦门) 已知 A, B, C, D 是 $\odot O$ 上的四个点.

(1) 如图1, 若 $\angle ADC = \angle BCD = 90^\circ$, $AD = CD$, 求证: $AC \perp BD$;

(2) 如图2, 若 $AC \perp BD$, 垂足为 E , $AB = 2$, $DC = 4$, 求 $\odot O$ 的半径.

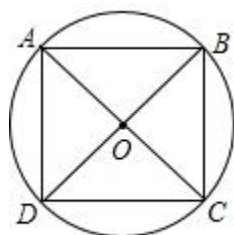


图1

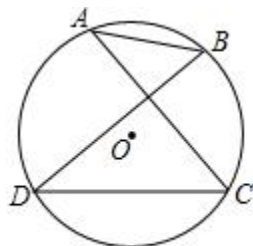


图2

【考点】垂径定理；勾股定理；圆周角定理.

【分析】(1) 根据题意不难证明四边形 ABCD 是正方形，结论可以得到证明；

(2) 作直径 DE，连接 CE、BE. 根据直径所对的圆周角是直角，得 $\angle DCE = \angle DBE = 90^\circ$ ，则 $BE \parallel AC$ ，根据平行弦所夹的弧相等，得弧 CE = 弧 AB，则 $CE = AB$. 根据勾股定理即可求解.

【解答】解：(1) $\because \angle ADC = \angle BCD = 90^\circ$,

$\therefore AC$ 、 BD 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle DAB = \angle ABC = 90^\circ$,

$\therefore$ 四边形 ABCD 是矩形,

$\because AD = CD$,

$\therefore$ 四边形 ABCD 是正方形,

$\therefore AC \perp BD$;

(2) 作直径 DE，连接 CE、BE.

$\because DE$ 是直径,

$\therefore \angle DCE = \angle DBE = 90^\circ$,

$\therefore EB \perp DB$,

又 $\because AC \perp BD$,

$\therefore BE \parallel AC$,

$\therefore$ 弧 CE = 弧 AB,

$\therefore CE = AB$.

根据勾股定理，得

$$CE^2 + DC^2 = AB^2 + DC^2 = DE^2 = 20,$$

$$\therefore DE = 2\sqrt{5},$$

$$\therefore OD = \sqrt{5}, \text{ 即 } \odot O \text{ 的半径为 } \sqrt{5}.$$

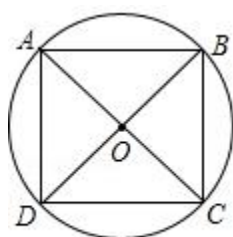


图1

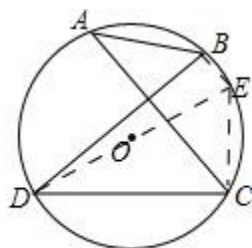


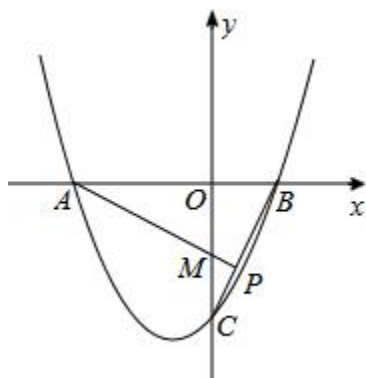
图2

【点评】此题综合运用了圆周角定理的推论、垂径定理的推论、等弧对等弦以及勾股定理. 学会作辅助线是解题的关键.

30. (10 分) (2014 年厦门) 如图, 已知 $c < 0$, 抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于 $A(x_1, 0)$, $B(x_2, 0)$ 两点 ($x_2 > x_1$), 与 y 轴交于点 C .

(1) 若 $x_2 = 1$, $BC = \sqrt{5}$, 求函数 $y = x^2 + bx + c$ 的最小值;

(2) 过点 A 作 $AP \perp BC$, 垂足为 P (点 P 在线段 BC 上), AP 交 y 轴于点 M . 若 $\frac{OA}{OM} = 2$, 求抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 顶点的纵坐标随横坐标变化的函数解析式, 并直接写出自变量的取值范围.



【考点】二次函数综合题.

【分析】(1) 根据勾股定理求得 C 点的坐标, 把 B 、 C 点坐标代入 $y = x^2 + bx + c$ 即可求得解析式, 转化成顶点式即可.

(2) 根据 $\triangle AOM \sim \triangle COB$, 得到 $OC = 2OB$, 即: $-c = 2x_2$; 利用 $x_2^2 + bx_2 + c = 0$, 求得 $c = 2b - 4$; 将此关系式代入抛物线的顶点坐标, 即可求得所求之关系式.

【解答】解: (1) $\because x_2 = 1$, $BC = \sqrt{5}$,

$$\therefore OC = \sqrt{BC^2 - OB^2} = 2,$$

$$\therefore C(0, -2),$$

把 B (1, 0), C (0, -2) 代入 $y=x^2+bx+c$, 得: $0=1+b-2$,

解得: $b=1$,

$\therefore$ 抛物线的解析式为: $y=x^2+x-2$.

转化为 $y=(x+\frac{1}{2})^2-\frac{9}{4}$;

$\therefore$ 函数 $y=x^2+bx+c$ 的最小值为 $-\frac{9}{4}$.

(2) $\because \angle OAM + \angle OBC = 90^\circ$, $\angle OCB + \angle OBC = 90^\circ$,

$\therefore \angle OAM = \angle OCB$, 又 $\because \angle AOM = \angle BOC = 90^\circ$,

$\therefore \triangle AOM \sim \triangle COB$,

$$\therefore \frac{OA}{OC} = \frac{OM}{OB},$$

$$\therefore OC = \frac{OA}{OM} \cdot OB = 2OB,$$

$$\therefore -c = 2x_2, \text{ 即 } x_2 = -\frac{c}{2}.$$

$\because x_2^2 + bx_2 + c = 0$, 将 $x_2 = -\frac{c}{2}$ 代入化简得: $c = 2b - 4$.

抛物线的解析式为: $y = x^2 + bx + c$, 其顶点坐标为 $(-\frac{b}{2}, \frac{4c - b^2}{4})$.

令 $x = -\frac{b}{2}$, 则 $b = -2x$.

$$y = \frac{4c - b^2}{4} = c - \frac{b^2}{4} = 2b - 4 - \frac{b^2}{4} = -4x - 4 - x^2,$$

$\therefore$ 顶点的纵坐标随横坐标变化的函数解析式为: $y = -x^2 - 4x - 4 \ (x > -\frac{3}{4})$.

【点评】 本题考查了勾股定理、待定系数法求解析式、三角形相似的判定及性质以及抛物线的顶点坐标的求法等.