

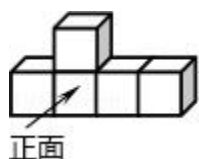
2014 年福建省南平市中考数学试卷

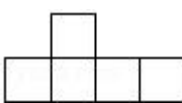
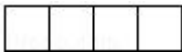
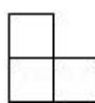
一、选择题（本大题共 9 小题，每小题 4 分，共 40 分．每小题只有一个正确的选项，请在答题卡的相应位置填涂）

1. (4 分) (2014•南平) -4 的相反数 ()

- A. 4 B. -4 C. $\frac{1}{4}$ D. $-\frac{1}{4}$

2. (4 分) (2014•南平) 如图，几何体的主视图是 ()



- A.  B.  C.  D. 

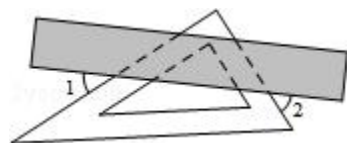
3. (4 分) (2014•南平) 一个袋中只装有 3 个红球，从中随机摸出一个是红球 ()

- A. 可能性为 $\frac{1}{3}$ B. 属于不可能事件
C. 属于随机事件 D. 属于必然事件

4. (4 分) (2014•南平) 下列计算正确的是 ()

- A. $(2a^2)^4 = 8a^6$ B. $a^3 + a = a^4$ C. $a^2 \div a = a$ D. $(a - b)^2 = a^2 - b^2$

5. (4 分) (2014•南平) 将直尺和三角板按如图的样子叠放在一起，则 $\angle 1 + \angle 2$ 的度数是 ()



- A. 45° B. 60° C. 90° D. 180°

6. (4 分) (2014•南平) 下列说法正确的是 ()

- A. 了解某班同学的身高情况适合用全面调查
B. 数据 2、3、4、2、3 的众数是 2
C. 数据 4、5、5、6、0 的平均数是 5

D. 甲、乙两组数据的平均数相同，方差分别是 $S_{\text{甲}}^2=3.2$ ， $S_{\text{乙}}^2=2.9$ ，则甲组数据更稳定

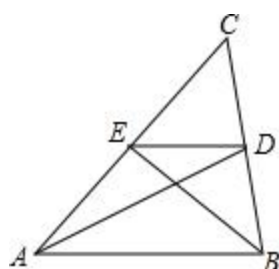
7. (4分) (2014•南平) 下列每组数分别表示三根木棒的长，将它们首尾连接后，能摆成三角形的一组是 ()

- A. 1, 2, 1 B. 1, 2, 2 C. 1, 2, 3 D. 1, 2, 4

8. (4分) (2014•南平) 一名老师带领 x 名学生到动物园参观，已知成人票每张 30 元，学生票每张 10 元. 设门票的总费用为 y 元，则 y 与 x 的函数关系为 ()

- A. $y=10x+30$ B. $y=40x$ C. $y=10+30x$ D. $y=20x$

9. (4分) (2014•南平) 如图， $\triangle ABC$ 中， AD 、 BE 是两条中线，则 $S_{\triangle EDC} : S_{\triangle ABC} =$ ()



- A. 1: 2 B. 2: 3 C. 1: 3 D. 1: 4

10. (4分) (2014•南平) 如图，将 1 、 $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{3}$ 三个数按图中方式排列，若规定 (a, b) 表示第 a 排第 b 列的数，则 $(8, 2)$ 与 $(2014, 2014)$ 表示的两个数的积是 ()

			1	第1排
		$\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	第2排
	$\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	1	第3排
1	$\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	1	第4排
.....	第4列	第3列	第2列	第1列

- A. $\sqrt{6}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{2}$ D. 1

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分．请将答案填入答题卡的相应位置）

11. (3 分) (2014•南平) 请你写出一个无理数_____.

12. (3 分) (2014•南平) 已知点 P 在线段 AB 的垂直平分线上, $PA=6$, 则 $PB=$ _____.

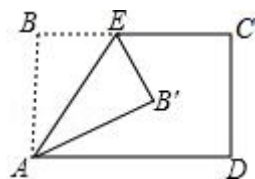
13. (3 分) (2014•南平) 五名学生的数学成绩如下: 78、79、80、82、82, 则这组数据的中位数是_____.

14. (3 分) (2014•南平) 点 P (5, -3) 关于原点的对称点的坐标为_____.

15. (3 分) (2014•南平) 同时掷两枚硬币, 两枚硬币全部正面朝上的概率为_____.

16. (3 分) (2014•南平) 分解因式: $a^3 - 2a^2 + a =$ _____.

17. (3 分) (2014•南平) 将矩形 ABCD 沿 AE 折叠, 得到如图的图形. 已知 $\angle CEB' = 50^\circ$, 则 $\angle AEB' =$ _____°.



18. (3 分) (2014•南平) 如图, 等圆 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 相交于 A、B 两点, $\odot O_1$ 经过 $\odot O_2$ 的圆心 O_2 , 点 A 在 x 轴的正半轴上, 两圆分别与 x 轴交于 C、D 两点, y 轴与 $\odot O_2$ 相切于点 O_1 , 点 O_1 在 y 轴的负半轴上.

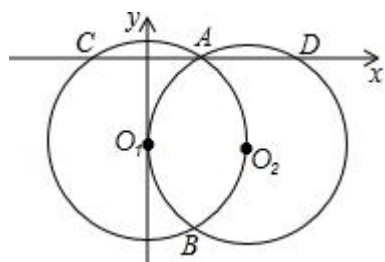
①四边形 AO_1BO_2 为菱形;

②点 D 的横坐标是点 O_2 的横坐标的两倍;

③ $\angle ADB = 60^\circ$;

④ $\triangle BCD$ 的外接圆的圆心是线段 O_1O_2 的中点.

以上结论正确的是_____ (写出所有正确结论的序号)



三、解答题

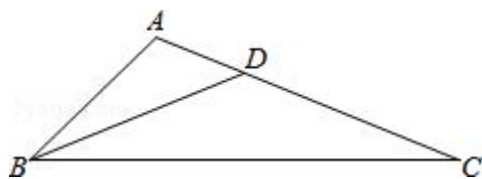
19. (14 分) (2014•南平) (1) 计算: $\sqrt[3]{8} - (\pi - 3)^0 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + |\sqrt{2} - 1|$.

(2) 化简: $\left(\frac{x^2}{x-2} - \frac{4}{x-2}\right) \cdot \frac{1}{x^2+2x}$.

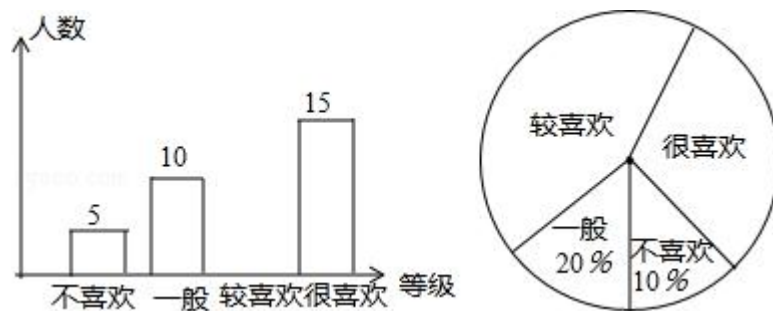
20. (8 分) (2014•南平) 解不等式组:
$$\begin{cases} x - 2 < 0 & \text{①} \\ 1 - \frac{x-1}{2} \geq 0 & \text{②} \end{cases}$$

21. (8 分) (2014•南平) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, 点D在AC上且 $\angle ABD = \angle C$,

求证: $AB^2 = AD \cdot AC$.



22. (10 分) (2014•南平) 在 2014 年巴西世界杯足球赛开幕之前, 某校团委为了解本校学生对世界杯足球赛的关注情况, 随机调查了部分学生对足球运动的喜欢程度, 绘制成如下的两幅不完整的统计图.

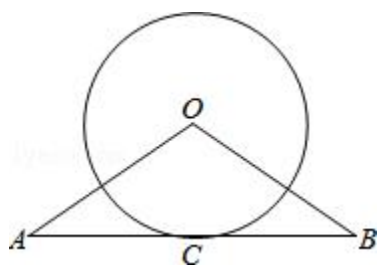


请你根据以上统计图提供的信息，回答下列问题：

- (1) 随机抽查了_____名学生；
- (2) 补全图中的条形图；
- (3) 若全校共有 500 名学生，请你估计全校大约有多少名学生喜欢（含“较喜欢”和“很喜欢”）足球运动.

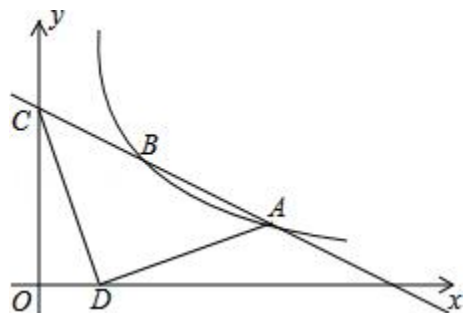
23. (10 分) (2014•南平) 如图，已知直线 AB 经过 $\odot O$ 上的点 C ，且 $OA=OB$ ， $CA=CB$.

- (1) 求证：直线 AB 是 $\odot O$ 的切线.
- (2) 若 $\angle A=34^\circ$ ， $AC=6$ ，求 $\odot O$ 的周长. (结果精确到 0.01)



24. (10 分) (2014•南平) 如图, 已知反比例函数 $y=\frac{\pi}{x}$ 与一次函数 $y=kx+b$ 的图象相交于 A (4, 1)、B (a, 2) 两点, 一次函数的图象与 y 轴的交点为 C.

- (1) 求反比例函数和一次函数的解析式;
- (2) 若点 D 的坐标为 (1, 0), 求 $\triangle ACD$ 的面积.

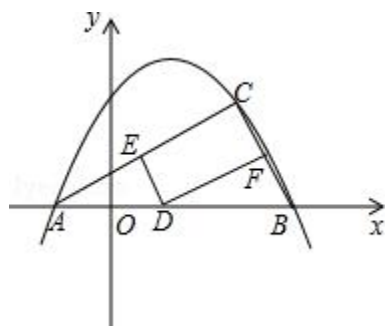


25. (12 分) (2014•南平) 如图, 已知抛物线 $y=-\frac{1}{2}x^2+bx+c$ 图象经过 A (-1, 0), B (4, 0) 两点.

- (1) 求抛物线的解析式;
- (2) 若 C (m, m - 1) 是抛物线上位于第一象限内的点, D 是线段 AB 上的一个动点 (不与 A、B 重合), 过点 D 分别作 $DE \parallel BC$ 交 AC 于 E, $DF \parallel AC$ 交 BC 于 F.

①求证: 四边形 DECF 是矩形;

②连结 EF, 线段 EF 的长是否存在最小值? 若存在, 求出 EF 的最小值; 若不存在, 请说明理由.



26. (14 分) (2014•南平) 在图 1、图 2、图 3、图 4 中, 点 P 在线段 BC 上移动 (不与 B、C 重合), M 在 BC 的延长线上.

(1) 如图 1, $\triangle ABC$ 和 $\triangle APE$ 均为正三角形, 连接 CE.

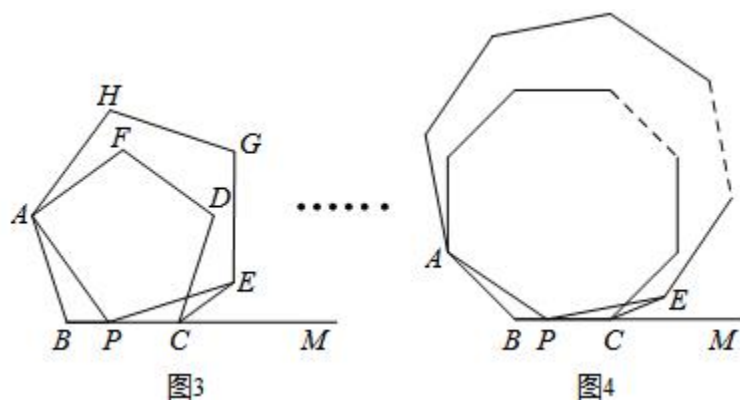
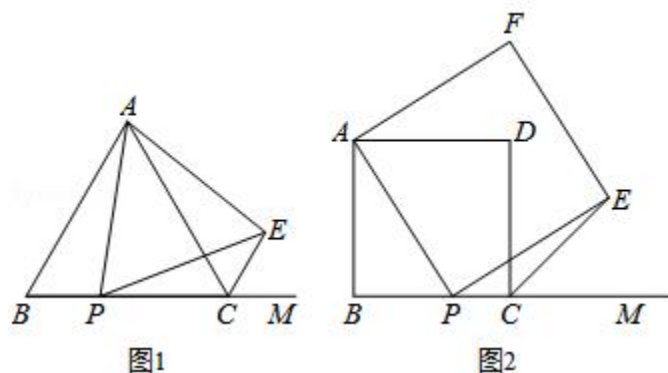
①求证: $\triangle ABP \cong \triangle ACE$.

② $\angle ECM$ 的度数为_____°.

(2) ①如图 2, 若四边形 ABCD 和四边形 APEF 均为正方形, 连接 CE. 则 $\angle ECM$ 的度数为_____°.

②如图 3, 若五边形 $ABCDF$ 和五边形 $APEGH$ 均为正五边形, 连接 CE . 则 $\angle ECM$ 的度数为_____°.

(3) 如图 4, n 边形 $ABC\dots$ 和 n 边形 $APE\dots$ 均为正 n 边形, 连接 CE , 请你探索并猜想 $\angle ECM$ 的度数与正多边形边数 n 的数量关系 (用含 n 的式子表示 $\angle ECM$ 的度数), 并利用图 4 (放大后的局部图形) 证明你的结论.



2014 年福建省南平市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 9 小题，每小题 4 分，共 40 分．每小题只有一个正确的选项，请在答题卡的相应位置填涂）

1. (4 分) (2014•南平) -4 的相反数 ()

A. 4

B. -4

C. $\frac{1}{4}$

D. $-\frac{1}{4}$

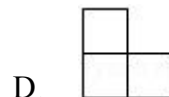
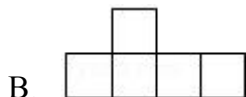
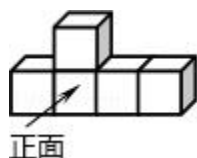
分析： 根据只有符号不同的两个数叫做互为相反数解答．

解答： 解： -4 的相反数 4．

故选： A．

点评： 本题考查了相反数的定义，是基础题，熟记概念是解题的关键．

2. (4 分) (2014•南平) 如图，几何体的主视图是 ()



考点： 简单组合体的三视图．

分析： 找到从正面看所得到的图形即可，注意所有的看到的棱都应表现在主视图中．

解答： 解： 从正面看易得第一层有 4 个正方形，第二层从左起第二个有一个正方形．

故选： B．

点评： 本题考查了三视图的知识，主视图是从物体的正面看得到的视图．

3. (4分) (2014•南平) 一个袋中只装有3个红球, 从中随机摸出一个红球
()

A. 可能性为 $\frac{1}{3}$ B. 属于不可能事件

C. 属于随机事件 D. 属于必然事件

考点: 随机事件; 可能性的大小.

分析: 根据要求判断事件的类型, 再根据必然事件、不可能事件、随机事件的概念选择即可.

解答: 解: 因为袋中只装有3个红球, 所以从中随机摸出一个一定是红球, 所以属于必然事件,

故选: D.

点评: 本题主要考查必然事件、不可能事件、随机事件的概念. 确定事件包括必然事件和不可能事件. 理解概念是解决这类基础题的主要方法. 必然事件指在一定条件下一定发生的事件. 不可能事件是指在一定条件下, 一定不发生的事件. 不确定事件即随机事件是指在一定条件下, 可能发生也可能不发生的事件.

4. (4分) (2014•南平) 下列计算正确的是 ()

A. $(2a^2)^4=8a^6$ B. $a^3+a=a^4$

C. $a^2 \div a=a$ D. $(a-b)^2=a^2-b^2$

考点: 同底数幂的除法; 合并同类项; 幂的乘方与积的乘方; 完全平方公式.

分析: 根据合并同类项的法则, 同底数幂的除法, 完全平方公式以及幂的乘方的知识求解即可求得答案.

解答: 解: A、 $(2a^2)^4=16a^8$, 故 A 选项错误;

B、 a^3+a , 不是同类项不能计算, 故 B 选项错误;

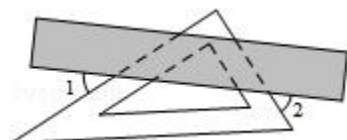
C、 $a^2 \div a=a$, 故 C 选项正确;

D、 $(a-b)^2=a^2+b^2-2ab$, 故 D 选项错误.

故选: C.

点评： 本题主要考查了合并同类项的法则，同底数幂的除法，完全平方公式以及幂的乘方的知识，解题的关键是熟记法则及公式.

5. (4分) (2014•南平) 将直尺和三角板按如图的样子叠放在一起，则 $\angle 1 + \angle 2$ 的度数是 ()



- A. 45° B. 60° C. 90° D. 180°

考点： 平行线的性质.

分析： 利用平行线的性质和对顶角的性质进行解答.

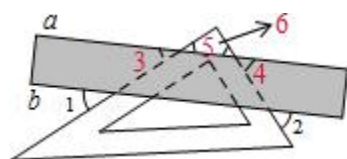
解答： 解：如图， $\because a \parallel b$,

$$\therefore \angle 1 = \angle 3, \quad \angle 2 = \angle 4.$$

$$\text{又} \because \angle 3 = \angle 5, \quad \angle 4 = \angle 6, \quad \angle 5 + \angle 6 = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ.$$

故选：C.



点评： 本题考查了平行线的性质. 正确观察图形，熟练掌握平行线的性质和对顶角相等.

6. (4分) (2014•南平) 下列说法正确的是 ()

- A. 了解某班同学的身高情况适合用全面调查
B. 数据 2、3、4、2、3 的众数是 2
C. 数据 4、5、5、6、0 的平均数是 5

D. 甲、乙两组数据的平均数相同，方差分别是 $S_{\text{甲}}^2=3.2$ ， $S_{\text{乙}}^2=2.9$ ，则甲组数据更稳定

考点： 方差；全面调查与抽样调查；算术平均数；众数.

分析： 根据调查方式，可判断 A；

根据众数的意义可判断 B；

根据平均数的意义，可判断 C；

根据方差的性质，可判断 D.

解答： 解：A、了解某班同学的身高情况适合全面调查，故 A 正确；

B、数据 2、3、4、2、3 的众数是 2，3，故 B 错误；

C、数据 4、5、5、6、0 的平均数是 4，故 C 错误；

D、方差越小越稳定，乙的方差小于甲得方差，乙的数据等稳定，故 D 错误.

故选：A.

点评： 本题考查了方差，方差越小数据越稳定是解题关键.

7. (4 分) (2014•南平) 下列每组数分别表示三根木棒的长，将它们首尾连接后，能摆成三角形的一组是 ()

A. 1, 2, 1 B. 1, 2, 2 C. 1, 2, 3 D. 1, 2, 4

考点： 三角形三边关系.

分析： 根据三角形的三边关系：三角形两边之和大于第三边，计算两个较小的边的和，看看是否大于第三边即可.

解答： 解：A、 $1+1=2$ ，不能组成三角形，故此选项错误；

B、 $1+2 > 2$ ，能组成三角形，故此选项正确；

C、 $1+2=3$ ，不能组成三角形，故此选项错误；

D、 $1+2 < 4$ ，能组成三角形，故此选项正确；

故选：B.

点评： 此题主要考查了三角形的三边关系，关键是掌握三角形的三边关系定理.

8. (4分) (2014•南平) 一名老师带领 x 名学生到动物园参观, 已知成人票每张 30 元, 学生票每张 10 元. 设门票的总费用为 y 元, 则 y 与 x 的函数关系为 ()

- A. $y=10x+30$ B. $y=40x$ C. $y=10+30x$ D. $y=20x$

考点: 函数关系式.

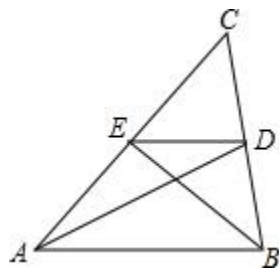
分析: 根据师生的总费用, 可得函数关系式.

解答: 解: 一名老师带领 x 名学生到动物园参观, 已知成人票每张 30 元, 学生票每张 10 元. 设门票的总费用为 y 元, 则 y 与 x 的函数关系为 $y=10x+30$,

故选: A.

点评: 本题考查了函数关系式, 师生的总费用的等量关系是解题关键.

9. (4分) (2014•南平) 如图, $\triangle ABC$ 中, AD 、 BE 是两条中线, 则 $S_{\triangle EDC} : S_{\triangle ABC} =$ ()



- A. 1: 2 B. 2: 3 C. 1: 3 D. 1: 4

考点: 相似三角形的判定与性质; 三角形中位线定理.

分析: 在 $\triangle ABC$ 中, AD 、 BE 是两条中线, 可得 DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线, 即可证得 $\triangle EDC \sim \triangle ABC$, 然后由相似三角形的面积比等于相似比的平方, 即可求得答案.

解答: 解: $\because \triangle ABC$ 中, AD 、 BE 是两条中线,

$\therefore DE$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线,

$\therefore DE \parallel AB$, $DE = \frac{1}{2}AB$,

$\therefore \triangle EDC \sim \triangle ABC$,

$$\therefore S_{\triangle EDC} : S_{\triangle ABC} = \left(\frac{DE}{AB}\right)^2 = \frac{1}{4}.$$

故选 D.

点评： 此题考查了相似三角形的判定与性质与三角形中位线的性质. 此题比较简单, 注意中位线的性质的应用, 注意掌握相似三角形的面积的比等于相似比的平方定理的应用是解此题的关键.

10. (4 分) (2014•南平) 如图, 将 1 、 $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{3}$ 三个数按图中方式排列, 若规定 (a, b) 表示第 a 排第 b 列的数, 则 $(8, 2)$ 与 $(2014, 2014)$ 表示的两个数的积是 ()

			1	第1排
		$\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	第2排
	$\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	1	第3排
1	$\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	1	第4排
.....				
.....	第4列	第3列	第2列	第1列

- A. $\sqrt{6}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{2}$ D. 1

考点： 规律型：数字的变化类；算术平方根.

分析： 根据观察数列, 可得, 每三个数一循环, 根据有序数对的表示方法, 可得有序数对表示的数, 根据是数的运算, 可得答案. 数

解答： 解; 每三个数一循环, 1 、 $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{3}$,

$(8, 2)$ 在数列中是第 $(1+7) \times 7 \div 2 + 2 = 30$ 个,

$30 \div 3 = 10$, $(8, 2)$ 表示的数正好是第 10 轮的最后一个,

即 $(8, 2)$ 表示的数是 $\sqrt{3}$,

$(2014, 2014)$ 在数列中是第 $(1+2014) \times 2014 \div 2 = 2029105$ 个,

$2029105 \div 3 = 676368 \dots 1$,

$(2014, 2014)$ 表示的数正好是第 676369 轮的一个数,

即 $(2014, 2014)$ 表示的数是 1,

$$\sqrt{3} \times 1 = \sqrt{3},$$

故选：B.

点评： 本题考查了数字的变化类，利用了数字的变化规律.

二、填空题 (本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分. 请将答案填入答题卡的相应位置)

11. (3 分) (2014•南平) 请你写出一个无理数_____.

考点： 无理数.

专题： 开放型.

分析： ①开方开不尽的数，②无限不循环小数，③含有 π 的数，由此可写出答案.

解答： 解：由题意可得， π 是无理数.

故答案可为： π .

点评： 此题考查了无理数的定义，关键是掌握无理数的三种形式，①开方开不尽的数，②无限不循环小数，③含有 π 的数，难度一般.

12. (3 分) (2014•南平) 已知点 P 在线段 AB 的垂直平分线上，PA=6，则 PB=_____.

考点： 线段垂直平分线的性质.

分析： 直接根据线段垂直平分线的性质进行解答即可.

解答： 解： $\because$ 点 P 在线段 AB 的垂直平分线上，PA=6，
 $\therefore$ PB=PA=6.

故答案为：6.

点评： 本题考查的是线段垂直平分线的性质，熟知垂直平分线上任意一点，到线段两端点的距离相等是解答此题的关键.

13. (3 分) (2014•南平) 五名学生的数学成绩如下: 78、79、80、82、82, 则这组数据的中位数是_____.

考点: 中位数.

分析: 将这组数据从小到大的顺序排列后, 处于中间位置的那个数是 80, 那么由中位数的定义可知, 这组数据的中位数是 80.

解答: 解: 将这组数据从小到大排列, 中间的数为 80, 所以中位数是 80.

故答案为: 80.

点评: 本题为统计题, 考查中位数的意义, 中位数是将一组数据从小到大 (或从大到小) 重新排列后, 最中间的那个数 (最中间两个数的平均数), 叫做这组数据的中位数.

14. (3 分) (2014•南平) 点 P (5, -3) 关于原点的对称点的坐标为_____.

考点: 关于原点对称的点的坐标.

专题: 几何图形问题.

分析: 两点关于原点对称, 横坐标互为相反数, 纵坐标互为相反数.

解答: 解: $\because 5$ 的相反数是 -5 , -3 的相反数是 3 ,

$\therefore$ 点 P (5, -3) 关于原点的对称点的坐标为 $(-5, 3)$,

故答案为 $(-5, 3)$.

点评: 主要考查两点关于原点对称的坐标的特点: 两点关于原点对称, 两点的横坐标互为相反数, 纵坐标互为相反数, 用到的知识点为: a 的相反数为 $-a$.

15. (3 分) (2014•南平) 同时掷两枚硬币, 两枚硬币全部正面朝上的概率为_____.

考点: 概率公式.

分析: 列举出所有情况, 看所求的情况占总情况的多少即可.

解答: 解: 可能出现的情况有: 正正, 正反, 反正, 反反, 所以全部正面朝上的概率为 $\frac{1}{4}$.

点评: 此题考查了列举法求概率, 解题的关键是找到所有的情况.

16. (3 分) (2014•南平) 分解因式: $a^3 - 2a^2 + a =$ _____.

考点: 提公因式法与公式法的综合运用.

分析: 此多项式有公因式, 应先提取公因式 a , 再对余下的多项式进行观察, 有 3 项, 可利用完全平方公式继续分解.

解答: 解: $a^3 - 2a^2 + a$

$$= a(a^2 - 2a + 1)$$

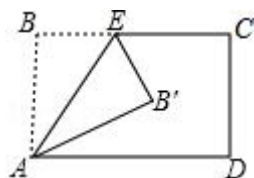
$$= a(a - 1)^2.$$

故答案为: $a(a - 1)^2$.

点评: 本题考查了提公因式法与公式法分解因式, 要求灵活使用各种方法对多项式进行因式分解, 一般来说, 如果可以先提取公因式的要先提取公因式, 再考虑运用公式法分解.

17. (3 分) (2014•南平) 将矩形 ABCD 沿 AE 折叠, 得到如图的图形. 已知

$\angle CEB' = 50^\circ$, 则 $\angle AEB' =$ _____°.



考点: 角的计算; 翻折变换 (折叠问题).

分析: 根据折叠前后对应部分相等得 $\angle AEB' = \angle AEB$, 再由已知求解.

解答: 解: $\because \angle AEB'$ 是 $\triangle AEB$ 沿 AE 折叠而得,

$$\therefore \angle AEB' = \angle AEB.$$

又 $\because \angle BEC = 180^\circ$, 即 $\angle AEB' + \angle AEB + \angle CEB' = 180^\circ$,

$$\text{又} \because \angle CEB' = 50^\circ, \therefore \angle AEB' = \frac{180^\circ - \angle CEB'}{2} = \frac{180^\circ - 50^\circ}{2} = 65,$$

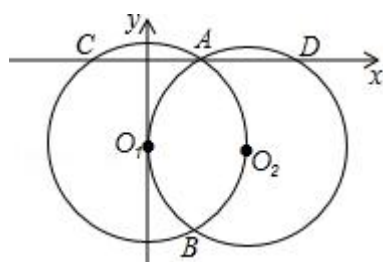
故答案为: 65.

点评： 本题考查了角的计算以及折叠问题. 图形的折叠实际上相当于把折叠部分沿着折痕所在直线作轴对称, 所以折叠前后的两个图形是全等三角形, 重合的部分就是对应量.

18. (3 分) (2014•南平) 如图, 等圆 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 相交于 A、B 两点, $\odot O_1$ 经过 $\odot O_2$ 的圆心 O_2 , 点 A 在 x 轴的正半轴上, 两圆分别与 x 轴交于 C、D 两点, y 轴与 $\odot O_2$ 相切于点 O_1 , 点 O_1 在 y 轴的负半轴上.

- ①四边形 AO_1BO_2 为菱形;
- ②点 D 的横坐标是点 O_2 的横坐标的两倍;
- ③ $\angle ADB=60^\circ$;
- ④ $\triangle BCD$ 的外接圆的圆心是线段 O_1O_2 的中点.

以上结论正确的是_____. (写出所有正确结论的序号)



考点： 圆的综合题.

分析： ①连接 AO_1 , AO_2 , BO_1 , BO_2 根据菱形的判定定理即可得出结论;

②根据垂径定理即可得出结论;

③连接 O_1O_2 , AB , BD , 根据三角形中位线定理即可得出结论;

④先判断出 $\triangle BCD$ 是等边三角形, 再根据等边三角形外心的性质即可得出结论.

解答： 解: ①如图 1 所示, 连接 AO_1 , AO_2 , BO_1 , BO_2 ,

$\because$ 圆 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 是等圆,

$\therefore AO_1=AO_2=BO_1=BO_2$,

∴ 四边形 AO_1BO_2 为菱形, 故此小题正确;

② ∵ AD 是 $\odot O_2$ 的弦,

∴ O_2 在线段 AD 的垂直平分线上,

∴ 点 D 的横坐标不是点 O_2 的横坐标的两倍, 故此小题错误;

③ 连接 O_1O_2 , AB , BD ,

∵ y 轴是 $\odot O_2$ 的切线,

∴ $O_1O_2 \perp y$ 轴,

∵ $AD \parallel O_1O_2$.

∵ 四边形 AO_1BO_2 为菱形,

∴ $AB \perp O_1O_2$, $O_1E = O_2E$,

∴ $\angle BAD = 90^\circ$,

∴ BD 过点 O_2 ,

∴ O_2E 是 $\triangle ABD$ 的中位线,

∴ $AD = O_1O_2 = \frac{1}{2}BD$,

∴ $\angle ADB = 60^\circ$;

④ ∵ 由③知, $2AD = BD$,

∴ $CD = BD = BC$,

∴ $\triangle BCD$ 的外心是各边线段垂直平分线的交点,

∵ O_1O_2 的中点是 $\triangle BCD$ 中位线的中点,

∴ $\triangle BCD$ 的外接圆的圆心不是线段 O_1O_2 的中点, 故此小题错误.

故答案为: ①③.

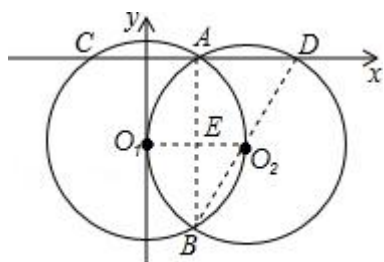


图2

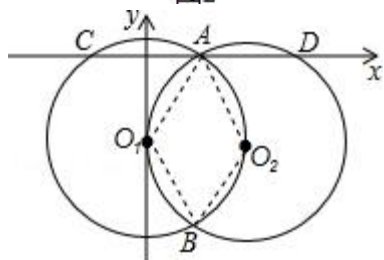


图1

点评： 本题考查的是圆的综合题，涉及到切线的性质、菱形的判定定理及直角三角形的性质，难度适中.

三、解答题（本大题共 9 小题，共 86 分．请在答题卡的相应位置作答）

19. (14 分) (2014•南平) (1) 计算： $\sqrt[3]{8} - (\pi - 3)^0 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + |\sqrt{2} - 1|$.

(2) 化简： $\left(\frac{x^2}{x-2} - \frac{4}{x-2}\right) \cdot \frac{1}{x^2+2x}$.

考点： 实数的运算；分式的混合运算；零指数幂；负整数指数幂.

专题： 计算题.

分析： (1) 原式第一项利用立方根定义计算，第二项利用零指数幂法则计算，第三项利用负指数幂法则计算，最后一项利用绝对值的代数意义化简，计算即可得到结果；

(2) 原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算，同时利用除法法则变形，约分即可得到结果.

解答： 解：(1) 原式= $2 - 1 + 2 + \sqrt{2} - 1 = 2 + \sqrt{2}$;

(2) 原式= $\frac{(x+2)(x-2)}{x-2} \cdot \frac{1}{x(x+2)} = \frac{1}{x}$.

点评： 此题考查了实数的运算，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

20. (8分) (2014•南平) 解不等式组:
$$\begin{cases} x-2 < 0 & \text{①} \\ 1-\frac{x-1}{2} \geq 0 & \text{②} \end{cases}$$

考点: 解一元一次不等式组.

分析: 先求出每个不等式的解集, 再根据不等式的解集找出不等式组的解集即可.

解答: 解: 由①得: $x < 2$,

由②得: $2 - (x+1) \geq 0$,

$$2 - x - 1 \geq 0,$$

$$1 - x \geq 0,$$

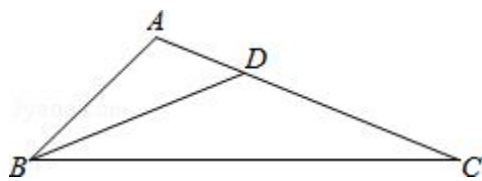
$$x \leq 1,$$

即不等式组的解集为 $x \leq 1$.

点评: 本题考查了解一元一次不等式, 解一元一次不等式组的应用, 解此题的关键是能根据找不等式组解集的规律找出不等式组的解集.

21. (8分) (2014•南平) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, 点D在AC上且 $\angle ABD = \angle C$,

求证: $AB^2 = AD \cdot AC$.



考点: 相似三角形的判定与性质.

专题: 证明题.

分析: 利用两个角对应相等的两个三角形相似, 证得 $\triangle ABD \sim \triangle ACB$, 进一步得出 $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AB}$, 整理得出答案即可.

解答: 证明: $\because \angle ABD = \angle C$, $\angle A$ 是公共角,

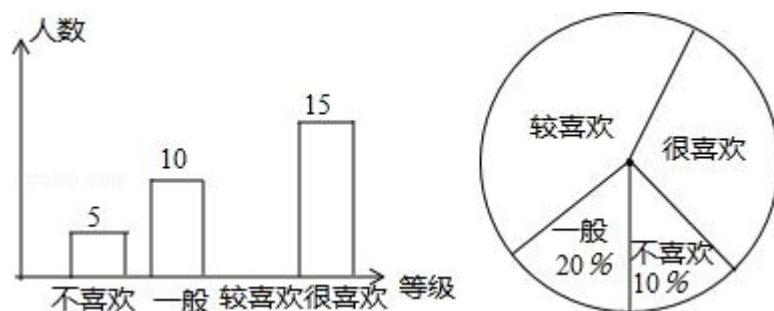
$\therefore \triangle ABD \sim \triangle ACB$,

$$\therefore \frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AB},$$

$$\therefore AB^2 = AD \cdot AC.$$

点评： 此题考查相似三角形的判定与性质：①如果两个三角形的三组对应边的比相等，那么这两个三角形相似；②如果两个三角形的两条对应边的比相等，且夹角相等，那么这两个三角形相似；③如果两个三角形的两个对应角相等，那么这两个三角形相似. ④平行于三角形一边的直线截另两边或另两边的延长线所组成的三角形与原三角形相似. ⑤相似三角形的对应边成比例，对应角相等.

22. (10 分) (2014•南平) 在 2014 年巴西世界杯足球赛开幕之前，某校团委为了了解本校学生对世界杯足球赛的关注情况，随机调查了部分学生对足球运动的喜欢程度，绘制成如下的两幅不完整的统计图.



请你根据以上统计图提供的信息，回答下列问题：

- (1) 随机抽查了 50 名学生；
- (2) 补全图中的条形图；
- (3) 若全校共有 500 名学生，请你估计全校大约有多少名学生喜欢（含“较喜欢”和“很喜欢”）足球运动.

考点： 条形统计图；用样本估计总体；扇形统计图.

分析： (1) 用一般的人数除以它所占的百分比即可得抽查的学生总数；

(2) 用抽查的学生总数减去不喜欢、一般、很喜欢的学生人数，得到较喜欢的人数，再补全图中的条形图即可；

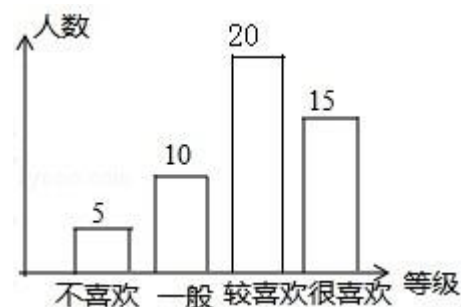
(3) 用全校的学生数乘以学生喜欢（含“较喜欢”和“很喜欢”）足球运动所占的百分比即可.

解答： 解：(1) $10 \div 20\% = 50$ （名），

故答案为：50；

(2) $50 - 5 - 10 - 15 = 20$ （名），

补全统计图如下：



(3) $500 \times (1 - 10\% - 20\%) = 350$ （名）.

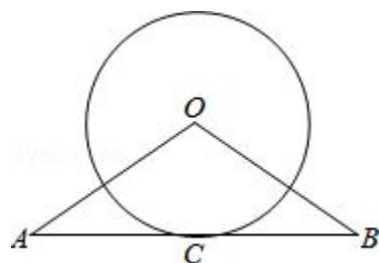
答：全校约有 350 名学生喜欢足球运动.

点评： 本题主要考查了条形统计图，用样本估计总体及扇形统计图，解题的关键是把条形统计图和扇形统计图中的数据正确的结合起来求解.

23. (10 分) (2014•南平) 如图，已知直线 AB 经过 $\odot O$ 上的点 C，且 $OA=OB$ ， $CA=CB$.

(1) 求证：直线 AB 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 若 $\angle A = 34^\circ$ ， $AC = 6$ ，求 $\odot O$ 的周长. (结果精确到 0.01)



考点： 切线的判定；解直角三角形.

分析：（1）连接 OC ，根据等腰三角形的性质求出 $OC \perp AB$ ，根据切线的判定得出即可；

（2）解直角三角形求出 OC ，即可求出答案.

解答：（1）证明：连接 OC ，

$$\because OA=OB, CA=CB,$$

$$\therefore OC \perp AB,$$

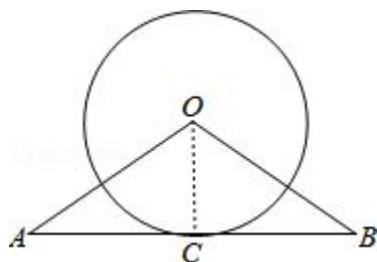
$\therefore AB$ 是 $\odot O$ 的切线.

（2）解： $\because$ 由（1）得 $OC \perp AB$,

$$\therefore \angle ACO=90^\circ,$$

$$\therefore OC=AC \cdot \tan 34^\circ = 6 \times \tan 34^\circ \approx 4.047,$$

$$\therefore \odot O \text{ 的周长} = 2\pi \cdot OC = 2 \times 3.142 \times 4.047 \approx 25.43.$$

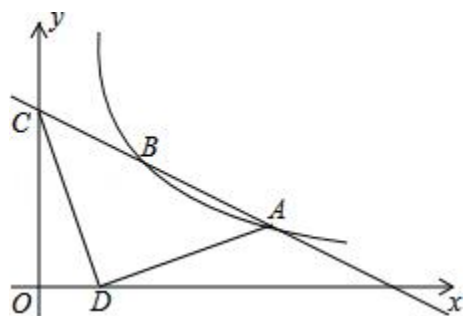


点评： 本题考查了等腰三角形的性质，切线的判定，解直角三角形的性质，主要考查学生的计算和推理能力，题目比较好，难度适中.

24. (10 分) (2014•南平) 如图，已知反比例函数 $y=\frac{\pi}{x}$ 与一次函数 $y=kx+b$ 的图象相交于 $A(4, 1)$ 、 $B(a, 2)$ 两点，一次函数的图象与 y 轴的交点为 C .

(1) 求反比例函数和一次函数的解析式；

(2) 若点 D 的坐标为 $(1, 0)$ ，求 $\triangle ACD$ 的面积.



考点：反比例函数与一次函数的交点问题.

分析： (1) 把点 A、B 的坐标代入反比例函数解析式，求得 m、a 的值；然后把点 A、B 的坐标分别代入一次函数解析式来求 k、b 的值；

(2) 利用一次函数图象上点的坐标特征求得点 C 的坐标；然后由 $S_{\triangle ACD} = S_{\text{梯形}}$

$AEOD - S_{\triangle COD} - S_{\triangle DEA}$ 进行解答.

解答： 解：(1) $\because$ 点 A (4, 1) 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 上，

$$\therefore 1 = \frac{k}{4}$$

$$\therefore k = 4 \times 1 = 4,$$

$$\therefore y = \frac{4}{x}.$$

把 B (a, 2) 代入 $y = \frac{4}{x}$, 得

$$2 = \frac{4}{a},$$

$$\therefore a = 2,$$

$$\therefore B (2, 2).$$

$\therefore$ 把 A (4, 1), B (2, 2) 代入 $y = kx + b$

$$\therefore \begin{cases} 1 = 4k + b \\ 2 = 2k + b \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = -\frac{1}{2}, \\ b = 3 \end{cases}$$

$\therefore$ 一次函数的解析式为 $y = -\frac{1}{2}x + 3$;

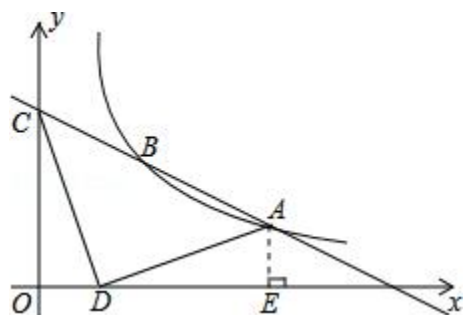
(2) $\because$ 点 C 在直线 AB $y = -\frac{1}{2}x + 3$ 上,

$\therefore$ 当 $x=0$ 时, $y=3$,

$\therefore C(0, 3)$

过 A 作 $AE \perp x$ 轴于 E.

$$\therefore S_{\triangle ACD} = S_{\text{梯形 AEOC}} - S_{\triangle COD} - S_{\triangle DEA} = \frac{(1+3) \times 4}{2} - \frac{1}{2} \times 1 \times 3 - \frac{1}{2} \times 1 \times 3 = 5.$$



点评: 本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题. 解题时, 注意“数形结合”数学思想的应用.

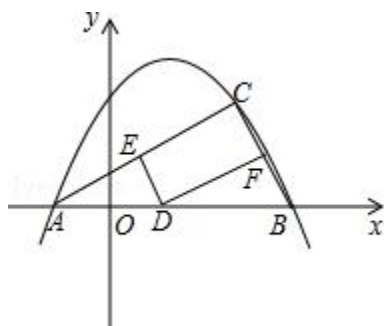
25. (12 分) (2014•南平) 如图, 已知抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 图象经过 A (-1, 0), B (4, 0) 两点.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 若 C (m, m-1) 是抛物线上位于第一象限内的点, D 是线段 AB 上的一个动点 (不与 A、B 重合), 过点 D 分别作 $DE \parallel BC$ 交 AC 于 E, $DF \parallel AC$ 交 BC 于 F.

①求证: 四边形 DECF 是矩形;

②连结 EF, 线段 EF 的长是否存在最小值? 若存在, 求出 EF 的最小值; 若不存在, 请说明理由.



考点： 二次函数综合题.

分析： (1) 根据待定系数法即可求得；

(2) 把 $C(m, m-1)$ 代入 $y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 2$ 求得点 C 的坐标，从而求得 $AH=4$, $CH=2$, $BH=1$, $AB=5$, 然后根据 $\frac{AH}{CH} = \frac{CH}{BH} = 2$, $\angle AHC = \angle BHC = 90^\circ$ 得出

$\triangle AHC \sim \triangle CHB$, 根据相似三角形的对应角相等求得 $\angle ACH = \angle CBH$, 因为

$\angle CBH + \angle BCH = 90^\circ$ 所以 $\angle ACH + \angle BCH = 90^\circ$ 从而求得 $\angle ACB = 90^\circ$, 先根据有两

组对边平行的四边形是平行四边形求得四边形 DECF 是平行四边形, 进而求得

$\square DECF$ 是矩形;

(3) 根据矩形的对角线相等, 求得 $EF=CD$, 因为当 $CD \perp AB$ 时, CD 的值最小, 此时 CD 的值为 2, 所以 EF 的最小值是 2;

解答： (1) $\because$ 抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 图象经过 $A(-1, 0)$, $B(4, 0)$ 两点,

$\therefore$ 根据题意, 得 $\begin{cases} 0 = -\frac{1}{2} - b + c \\ 0 = -8 + 4b + c \end{cases}$,

解得 $\begin{cases} b = \frac{3}{2} \\ c = 2 \end{cases}$

所以抛物线的解析式为: $y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 2$;

(2) ①证明: $\because$ 把 $C(m, m-1)$ 代入 $y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 2$ 得

$\therefore m-1 = -\frac{1}{2}m^2 + \frac{3}{2}m + 2$,

解得: $m=3$ 或 $m=-2$,

$\because C(m, m-1)$ 位于第一象限,

$$\therefore \begin{cases} m > 0 \\ m - 1 > 0 \end{cases},$$

$$\therefore m > 1,$$

$$\therefore m = -2 \text{ 舍去},$$

$$\therefore m = 3,$$

$$\therefore \text{点 } C \text{ 坐标为 } (3, 2),$$

$$\text{由 } A(-1, 0)、B(3, 0)、C(3, 2) \text{ 得 } AH=4, CH=2, BH=1, AB=5$$

$$\text{过 } C \text{ 点作 } CH \perp AB, \text{ 垂足为 } H, \text{ 则 } \angle AHC = \angle BHC = 90^\circ,$$

$$\therefore \frac{AH}{CH} = \frac{CH}{BH} = 2, \quad \angle AHC = \angle BHC = 90^\circ$$

$$\therefore \triangle AHC \sim \triangle CHB,$$

$$\therefore \angle ACH = \angle CBH,$$

$$\because \angle CBH + \angle BCH = 90^\circ$$

$$\therefore \angle ACH + \angle BCH = 90^\circ$$

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\because DE \parallel BC, DF \parallel AC,$$

$$\therefore \text{四边形 } DECF \text{ 是平行四边形},$$

$$\therefore \square DECF \text{ 是矩形};$$

②存在;

连接 CD

$$\because \text{四边形 } DECF \text{ 是矩形},$$

$$\therefore EF = CD,$$

$$\text{当 } CD \perp AB \text{ 时, } CD \text{ 的值最小},$$

$$\because C(3, 2),$$

$$\therefore DC \text{ 的最小值是 } 2,$$

26. (14 分) (2014•南平) 在图 1、图 2、图 3、图 4 中, 点 P 在线段 BC 上移动 (不与 B、C 重合), M 在 BC 的延长线上.

①求证: $\triangle ABP \cong \triangle ACE$.

(2) ①如图 2, 若四边形 ABCD 和四边形 APEF 均为正方形, 连接 CE. 则 $\angle ECM$ 的度数为 45° .

②如图 3, 若五边形 ABCDF 和五边形 APEGH 均为正五边形, 连接 CE. 则 $\angle ECM$ 的度数为 36° .

(3) 如图 4, n 边形 $ABC\dots$ 和 n 边形 $APE\dots$ 均为正 n 边形, 连接 CE , 请你探索并猜想 $\angle ECM$ 的度数与正多边形边数 n 的数量关系 (用含 n 的式子表示 $\angle ECM$ 的度数), 并利用图 4 (放大后的局部图形) 证明你的结论.

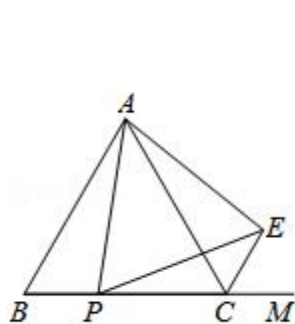


图1

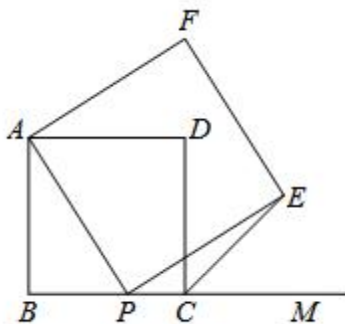


图2

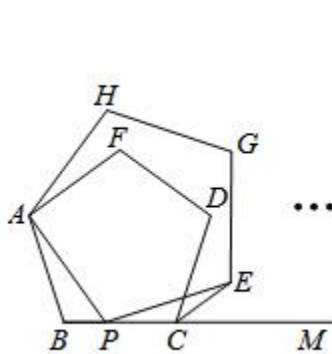


图3

.....

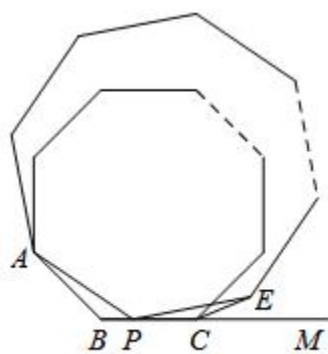


图4

考点： 四边形综合题.

分析： (1) ①由 $\triangle ABC$ 与 $\triangle APE$ 均为正三角形得出相等的角与边，即可得出 $\triangle ABP \cong \triangle ACE$.

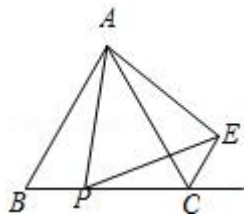
②由 $\triangle ABP \cong \triangle ACE$ ，得出 $\angle ACE = \angle B = 60^\circ$ ，即可得出 $\angle ECM$ 的度数.

(2) ①作 $EN \perp BN$ ，交 BM 于点 N ，由 $\triangle ABP \cong \triangle ACE$ ，利用角及边的关系，得出 $CN = EN$ ，即可得出 $\angle ECM$ 的度数.

②作 $EN \perp BN$ ，交 BM 于点 N ，由 $\triangle ABP \cong \triangle ACE$ ，得出角及边的关系，得出 $CN = EN$ ，即可得出 $\angle ECM$ 的度数.

(3) 过 E 作 $EK \parallel CD$ ，交 BM 于点 K ，由正多边形的性质可得出 $\triangle ABP \cong \triangle PKE$ ，利用角及边的关系，得出 $CK = KE$ ，即 $\triangle EKC$ 是等腰三角形，根据多边形的内角即可求出 $\angle ECM$ 的度数.

解答： 解： (1) ①证明： 如图 1，



$\because \triangle ABC$ 与 $\triangle APE$ 均为正三角形,

$\therefore AB=AC, AP=AE, \angle BAC=\angle PAE=60^\circ,$

$\therefore \angle BAC - \angle PAC = \angle PAE - \angle PAC$

即 $\angle BAP = \angle CAE,$

在 $\triangle ABP$ 和 $\triangle ACE$ 中,

$$\begin{cases} AB=AC \\ \angle BAP=\angle CAE, \\ AP=AE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABP \cong \triangle ACE \quad (\text{SAS}).$

② $\because \triangle ABP \cong \triangle ACE,$

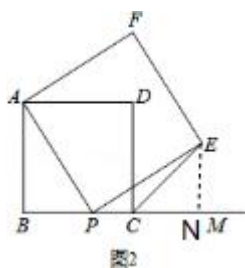
$\therefore \angle ACE = \angle B = 60^\circ,$

$\because \angle ACB = 60^\circ,$

$\angle ECM = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ.$

故答案为: 60.

(2) ①如图 2, 作 $EN \perp BN$, 交 BM 于点 N



$\because$ 四边形 $ABCD$ 和 $APEF$ 均为正方形,

$\therefore AP=PE, \angle B = \angle ENP = 90^\circ,$

$$\therefore \angle BAP + \angle APB = \angle EPM + \angle APB = 90^\circ,$$

$$\text{即 } \angle BAP = \angle NPE,$$

在 $\triangle ABP$ 和 $\triangle PNE$ 中,

$$\begin{cases} \angle B = \angle ENP \\ \angle BAP = \angle NPE, \\ AP = PE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABP \cong \triangle PNE \quad (\text{AAS}).$$

$$\therefore AB = PN, \quad BP = EN,$$

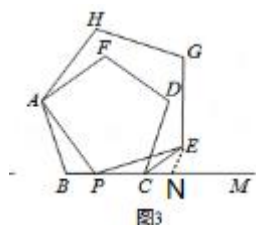
$$\therefore BP + PC = PC + CN = AB,$$

$$\therefore BP = CN,$$

$$\therefore CN = EN,$$

$$\therefore \angle ECM = \angle CEN = 45^\circ$$

②如图 3, 作 $EN \parallel CD$ 交 BM 于点 N ,



$\therefore$ 五边形 $ABCDF$ 和 $APEGH$ 均为正五边形,

$$\therefore AP = PE, \quad \angle B = \angle BCD,$$

$$\therefore EN \parallel CD,$$

$$\therefore \angle PNE = \angle BCD,$$

$$\therefore \angle B = \angle PNE$$

$$\therefore \angle BAP + \angle APB = \angle EPM + \angle APB = 180^\circ - \angle B,$$

$$\text{即 } \angle BAP = \angle NPE,$$

在 $\triangle ABP$ 和 $\triangle PNE$ 中,

$$\begin{cases} \angle B = \angle ENP \\ \angle BAP = \angle NPE, \\ AP = PE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABP \cong \triangle ACE$ (AAS).

$\therefore AB = PN, BP = EN,$

$\therefore BP + PC = PC + CN = AB,$

$\therefore BP = CN,$

$\therefore CN = EN,$

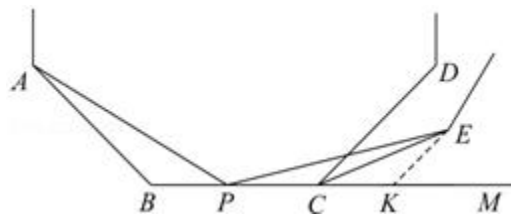
$\therefore \angle NCE = \angle NEC,$

$\therefore \angle CNE = \angle BCD = 108^\circ,$

$\therefore \angle ECM = \angle CEN = \frac{1}{2} (180^\circ - \angle CNE) = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 108^\circ) = 36^\circ.$

故答案为: 45, 36.

(3) 如图 4 中, 过 E 作 $EK \parallel CD$, 交 BM 于点 K,



$\therefore n$ 边形 ABC... 和 n 边形 APE... 为正 n 边形,

$\therefore AB = BC \quad AP = PE$

$\angle ABC = \angle BCD = \angle APE = \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}$

$\therefore \angle APK = \angle ABC + \angle BAP, \quad \angle APK = \angle APE + \angle EPK$

$\therefore \angle BAP = \angle KPE$

$\therefore EK \parallel CD,$

$\therefore \angle BCD = \angle PKE$

$\therefore \angle ABP = \angle PKE,$

在 $\triangle ABP$ 和 $\triangle PKE$ 中,

$$\begin{cases} \angle ABP = \angle PKE \\ \angle BAP = \angle KPE, \\ AP = PE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABP \cong \triangle PKE \quad (\text{AAS})$$

$$\therefore BP = EK, \quad AB = PK,$$

$$\therefore BC = PK,$$

$$\therefore BC - PC = PK - PC,$$

$$\therefore BP = CK,$$

$$\therefore CK = KE,$$

$$\therefore \angle KCE = \angle KEC,$$

$$\therefore \angle CKE = \angle BCD = \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}$$

$$\therefore \angle ECK = \frac{1}{2} \left[180^\circ - \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n} \right] = \frac{180^\circ}{n}.$$

点评： 本题主要考查了四边形综合题，涉及三角形全等的判定及性质，正多边形的内角及等腰三角形的性质，解题的关键是正确作出辅助线，运用三角形全等求出对应边相等.