

2013 年福州市初中毕业会考、高级中等学校招生考试

数学试卷

(满分 150 分, 考试时间 120 分钟)

一、选择题 (共 10 小题, 每小题 4 分, 满分 40 分; 每小题只有一个正确的选项, 请在答题卡 的相应位置填涂)

1. 2 的倒数是

A. $\frac{1}{2}$

B. 2

C. $-\frac{1}{2}$

D. -2

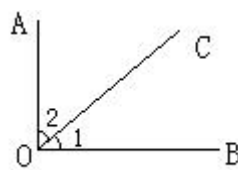
2. 如图, $OA \perp OB$, 若 $\angle 1 = 40^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数是

A. 20°

B. 40°

C. 50°

D. 60°



第2题

3. 2012 年 12 月 13 日, 嫦娥二号成功飞抵距地球约 700 万公里远的深空, 7 000 000 用科学计数法表示为

A. 7×10^5

B. 7×10^6

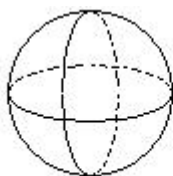
C. 70×10^6

D. 7×10^7

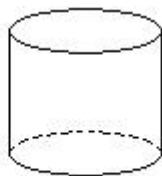
4. 下列立体图形中, 俯视图是正方形的是



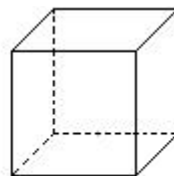
A



B



C



D

5. 下列一元二次方程有两个相等实数根的是

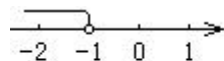
A. $x^2 + 3 = 0$

B. $x^2 + 2x = 0$

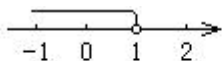
C. $(x+1)^2 = 0$

D. $(x+3)(x-1) = 0$

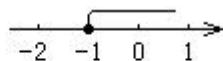
6. 不等式 $1+x < 0$ 的解集在数轴上表示正确的是



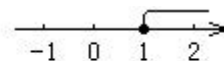
A



B



C



D

7. 下列运算正确的是

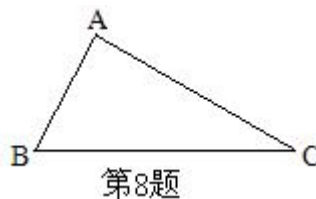
A. $a \cdot a^2 = a^3$

B. $(a^2)^3 = a^5$

C. $(\frac{a}{b})^2 = \frac{a^2}{b}$

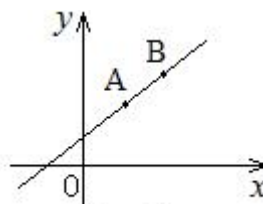
D. $a^3 \div a^3 = a$

8. 如图, 已知 $\triangle ABC$, 以点 B 为圆心, AC 长为半径画弧;
以点 C 为圆心, AB 长为半径画弧, 两弧交于点 D , 且点
 A , 点 D 在 BC 异侧, 连结 AD , 量一量线段 AD 的长, 约
为



第8题

- A. 2.5cm B. 3.0cm C. 3.5cm D. 4.0cm
9. 袋中有红球 4 个, 白球若干个, 它们只有颜色上的区别。从袋中随机地取出一个球, 如果取到白球的可能性较大, 那么袋中白球的个数可能是
- A. 3 个 B. 不足 3 个 C. 4 个 D. 5 个或 5 个以上
10. A , B 两点在一次函数图象上的位置如图所示, 两点的坐标分别为 $A(x+a, y+b)$, $B(x, y)$, 下列结论正确的是



第10题

- A. $a > 0$ B. $a < 0$
C. $b = 0$ D. $ab < 0$

二、填空题 (共 5 小题, 每小题 4 分。满分 20 分; 请将正确答案填在答题卡相应位置)

11. 计算: $\frac{2}{a} - \frac{1}{a} =$ _____

12. 矩形的外角和等于 _____ 度

13. 某校女子排球队队员的年龄分布如下表:

年龄	13	14	15
人数	4	7	4

则该校女子排球队队员的平均年龄是 _____ 岁



第15题

14. 已知实数 a , b 满足 $a+b=2$, $a-b=5$, 则 $(a+b)^3 \cdot (a-b)^3$ 的值是 _____
15. 如图, 由 7 个形状、大小完全相同的正六边形组成网格, 正六边形的顶点称为格点。已知每个正六边形的边长为 1, $\triangle ABC$ 的顶点都在格点上, 则 $\triangle ABC$ 的面积是 _____

三、解答题 (满分 90 分; 请将正确答案及解答过程填在答题卡相应位置, 作图或添辅助线用铅笔画完, 再用黑色签字笔描黑)

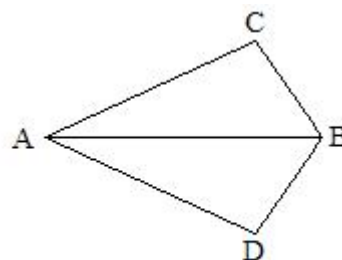
16. (每小题 7 分, 共 14 分)

(1) 计算: $(-1)^0 + |-4| - \sqrt{12}$; (2) 化简: $(a+3)^2 + a(4-a)$

17. (每小题 8 分, 共 16 分)

(1) 如图, AB 平分 $\angle CAD$, $AC=AD$,

求证: $BC=BD$;



第 17 (1) 题

(2) 列方程解应用题

把一些图书分给某班学生阅读, 如果每人分 3 本, 则剩余 20 本; 如果每人分 4 本, 则还缺 25 本, 这个班有多少学生?

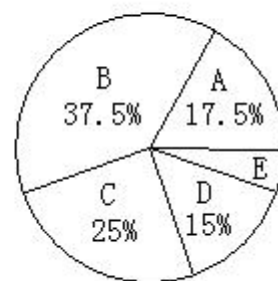
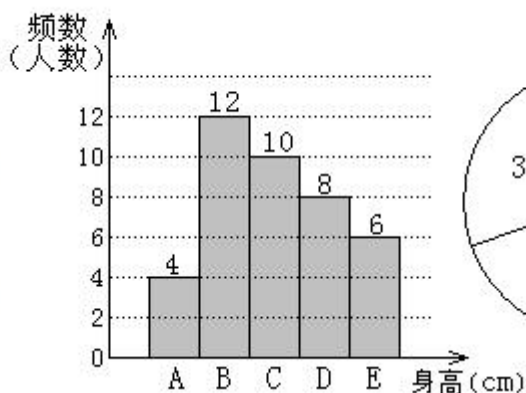
18. (10 分) 为了解某校学生的身高情况, 随机抽取该校男生、女生进行抽样调查。已知抽取的样本中, 男生、女生的人数相同, 利用所得数据绘制如下统计图表:

身高情况分组表 (单位: cm)

男生身高情况直方图

女生身高情况扇形统计图

组别	身 高
A	$x < 155$
B	$155 \leq x < 160$
C	$160 \leq x < 165$
D	$165 \leq x < 170$
E	$x \geq 170$



根据图表提供的信息, 回答下列问题:

- 样本中, 男生的身高众数在_____组, 中位数在_____组;
- 样本中, 女生身高在 E 组的人数有_____人;
- 已知该校共有男生 400 人, 女生 380 人, 请估计身高在 $160 \leq x < 170$ 之间的学生约有多少人?

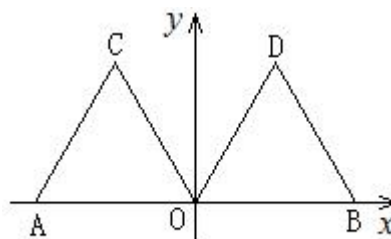
19. (12 分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 A 的坐标为 $(-2, 0)$, 等边三角形 AOC 经过平移或轴对称或旋转都可以得到 $\triangle OBD$ 。

(1) $\triangle AOC$ 沿 x 轴向右平移得到 $\triangle OBD$, 则平移的距离是_____个单位长度;

$\triangle AOC$ 与 $\triangle BOD$ 关于直线对称, 则对称轴是_____;

$\triangle AOC$ 绕原点 O 顺时针旋转得到 $\triangle DOB$, 则旋转角度可以是_____度;

(2) 连结 AD , 交 OC 于点 E , 求 $\angle AEO$ 的度数。

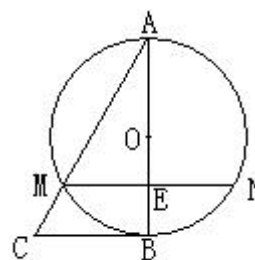


第19题

20. (12 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 以 AB 为直径的 $\odot O$ 交 AC 于点 M , 弦 $MN \parallel BC$ 交 AB 于点 E , 且 $ME=1$, $AM=2$, $AE=\sqrt{3}$

(1) 求证 BC 是 $\odot O$ 的切线;

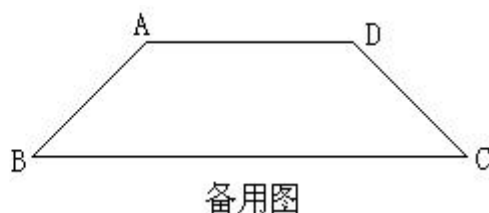
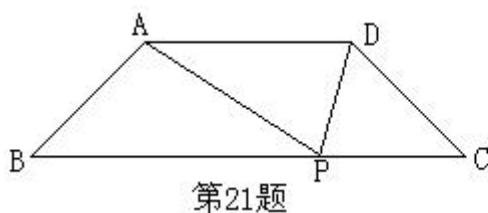
(2) 求 $\widehat{BN}$ 的长。



第20题

21. (12 分) 如图, 等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle B = 45^\circ$, P 是 BC 边上一点, $\triangle PAD$ 的面积为 $\frac{1}{2}$, 设 $AB = x$, $AD = y$

- (1) 求 y 与 x 的函数关系式;
- (2) 若 $\angle APD = 45^\circ$, 当 $y = 1$ 时, 求 $PB \cdot PC$ 的值;
- (3) 若 $\angle APD = 90^\circ$, 求 y 的最小值.



22. (14 分) 我们知道, 经过原点的抛物线的解析式可以是 $y = ax^2 + bx (a \neq 0)$

- (1) 对于这样的抛物线:

当顶点坐标为 $(1, 1)$ 时, $a =$ _____;

当顶点坐标为 (m, m) , $m \neq 0$ 时, a 与 m 之间的关系式是 _____

- (2) 继续探究, 如果 $b \neq 0$, 且过原点的抛物线顶点在直线 $y = kx (k \neq 0)$ 上, 请用含 k 的代数式表示 b ;

- (3) 现有一组过原点的抛物线, 顶点 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 在直线 $y = x$ 上, 横坐标依次为 $1, 2, \dots, n$ (为正整数, 且 $n \leq 12$), 分别过每个顶点作 x 轴的垂线, 垂足记为 $B_1, B_2, \dots, B_n$, 以线段 $A_n B_n$ 为边向右作正方形 $A_n B_n C_n D_n$, 若这组抛物线中有一条经过 D_n , 求所有满足条件的正方形边长.

福建省福州市 2013 年中考数学试卷（解析版）

一. 选择题（共 10 小题，每小题 4 分，满分 40 分；每小题只有一个正确的选项，请在答题卡的相应位置填涂）

1. (2013 福州) 2 的倒数是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. 2 D. -2

考点：倒数.

分析：根据倒数的概念求解.

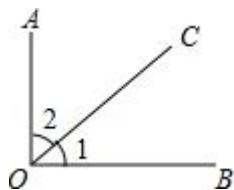
解答：解：2 的倒数是 $\frac{1}{2}$.

故选 A.

点评：主要考查倒数的定义，要求熟练掌握. 需要注意的是倒数的性质：负数的倒数是负数，正数的倒数是正数，0 没有倒数.

倒数的定义：若两个数的乘积是 1，我们就称这两个数互为倒数.

2. (2013 福州) 如图， $OA \perp OB$ ，若 $\angle 1 = 40^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数是 ()



- A. 20° B. 40° C. 50° D. 60°

考点：余角和补角.

分析：根据互余两角之和为 90° 即可求解.

解答：解： $\because OA \perp OB$ ， $\angle 1 = 40^\circ$ ，

$\therefore \angle 2 = 90^\circ - \angle 1 = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$.

故选 C.

点评：本题考查了余角的知识，属于基础题，掌握互余两角之和等于 90° 是解答本题的关键.

3. (2013 福州) 2012 年 12 月 13 日，嫦娥二号成功飞抵距地球约 700 万公里远的深空，7 000 000 用科学记数法表示为 ()

- A. 7×10^5 B. 7×10^6 C. 70×10^6 D. 7×10^7

考点：科学记数法—表示较大的数.

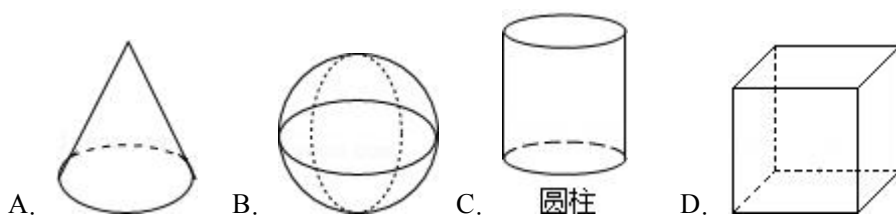
分析：科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ，n 为整数. 确定 n 的值是易错点，由于 7 000 000 有 7 位，所以可以确定 $n = 7 - 1 = 6$.

解答：解：7 000 000 = 7×10^6 .

故选 B.

点评：此题考查科学记数法表示较大的数的方法，准确确定 a 与 n 值是关键.

4. (2013 福州) 下列立体图形中，俯视图是正方形的是 ()



考点：简单几何体的三视图.

分析：俯视图是从上面看所得到的视图，结合选项进行判断即可.

解答：解：A. 俯视图是带圆心的圆，故本选项错误；

B. 俯视图是一个圆，故本选项错误；

C. 俯视图是一个圆，故本选项错误；

D. 俯视图是一个正方形，故本选项正确；

故选 D.

点评：此题主要考查了简单几何体的三视图，关键是掌握俯视图的定义.

5. (2013 福州) 下列一元二次方程有两个相等实数根的是 ()

A. $x^2+3=0$ B. $x^2+2x=0$ C. $(x+1)^2=0$ D. $(x+3)(x-1)=0$

考点：根的判别式.

专题：计算题.

分析：根据计算根的判别式，根据判别式的意义可对 A、B、C 进行判断；由于 D 的两根可直接得到，则可对 D 进行判断.

解答：解：A. $\Delta=0-4\times3=-12<0$ ，则方程没有实数根，所以 A 选项错误；

B. $\Delta=4-4\times0=4>0$ ，则方程有两个不相等的实数根，所以 B 选项错误；

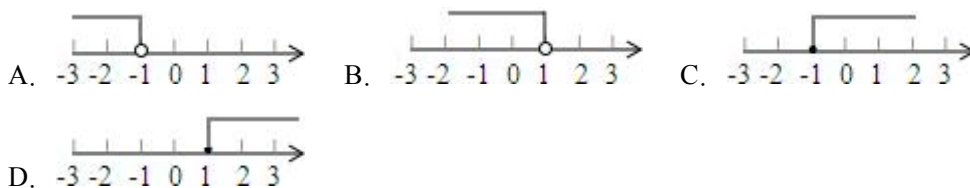
C. $x^2+2x+1=0$ ， $\Delta=4-4\times1=0$ ，则方程有两个相等的实数根，所以 C 选项正确；

D. $x_1=-3$ ， $x_2=1$ ，则方程有两个不相等的实数根，所以 D 选项错误.

故选 C.

点评：本题考查了一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a\neq0$) 的根的判别式 $\Delta=b^2-4ac$ ：当 $\Delta>0$ ，方程有两个不相等的实数根；当 $\Delta=0$ ，方程有两个相等的实数根；当 $\Delta<0$ ，方程没有实数根.

6. (2013 福州) 不等式 $1+x<0$ 的解集在数轴上表示正确的是 ()



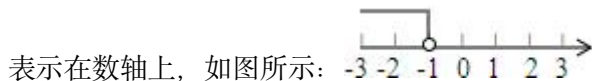
考点：在数轴上表示不等式的解集；解一元一次不等式.

专题：计算题.

分析：求出不等式的解集，即可作出判断.

解答：解： $1+x<0$,

解得： $x<-1$,



表示在数轴上，如图所示：

故选 A

点评：此题考查了在数轴上表示不等式的解集，以及解一元一次不等式，把每个不等式的解集在数轴上表示出来 ($>$ ， $\geq$ 向右画； $<$ ， $\leq$ 向左画)，数轴上的点把数轴分成若干段，如果

数轴的某一段上面表示解集的线的条数与不等式的个数一样，那么这段就是不等式组的解集．有几个就要几个．在表示解集时“ $\geq$ ”，“ $\leq$ ”要用实心圆点表示；“ $<$ ”，“ $>$ ”要用空心圆点表示．

7. (2013 福州) 下列运算正确的是 ()

A. $a \cdot a^2 = a^3$ B. $(a^2)^3 = a^5$ C. $\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a^2}{b}$ D. $a^3 \div a^3 = a$

考点：分式的乘法；同底数幂的乘法；幂的乘方与积的乘方；同底数幂的除法．

专题：计算题．

分析：A. 原式利用同底数幂的乘法法则计算得到结果，即可作出判断；

B. 原式利用幂的乘方运算法则计算得到结果，即可作出判断；

C. 原式分子分母分别乘方得到结果，即可作出判断；

D. 原式利用同底数幂的除法法则计算得到结果，即可作出判断．

解答：解：A. $a \cdot a^2 = a^3$ ，本选项正确；

B. $(a^2)^3 = a^6$ ，本选项错误；

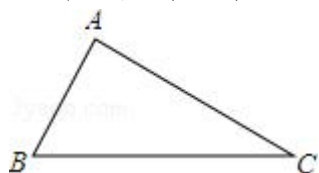
C. $\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a^2}{b^2}$ ，本选项错误；

D. $a^3 \div a^3 = 1$ ，本选项错误，

故选 A.

点评：此题考查了分式的乘法，同底数幂的乘法，以及幂的乘方与积的乘方，熟练掌握运算法则是解本题的关键．

8. (2013 福州) 如图，已知 $\triangle ABC$ ，以点 B 为圆心，AC 长为半径画弧；以点 C 为圆心，AB 长为半径画弧，两弧交于点 D，且点 A，点 D 在 BC 异侧，连结 AD，量一量线段 AD 的长，约为 ()



A. 2.5cm B. 3.0cm C. 3.5cm D. 4.0cm

考点：平行四边形的判定与性质；作图—复杂作图．

分析：首先根据题意画出图形，知四边形 ABCD 是平行四边形，则平行四边形 ABCD 的对角线相等，即 $AD=BC$ ．再利用刻度尺进行测量即可．

解答：解：如图所示，连接 BD、BC、AD．

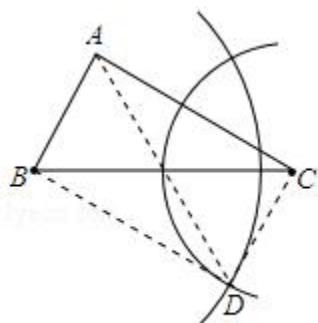
$\because AC=BD$ ， $AB=CD$ ，

$\therefore$ 四边形 ABCD 是平行四边形，

$\therefore AD=BC$ ．

测量可得 $BC=AD=3.0\text{cm}$ ，

故选：B．



点评：此题主要考查了复杂作图，关键是正确理解题意，画出图形．

9. (2013 福州) 袋中有红球 4 个，白球若干个，它们只有颜色上的区别．从袋中随机地取出一个球，如果取到白球的可能性较大，那么袋中白球的个数可能是 ()

A. 3 个 B. 不足 3 个 C. 4 个 D. 5 个或 5 个以上

考点：可能性的大小．

分析：根据取到白球的可能性较大可以判断出白球的数量大于红球的数量，从而得解．

解答：解：∵袋中有红球 4 个，取到白球的可能性较大，

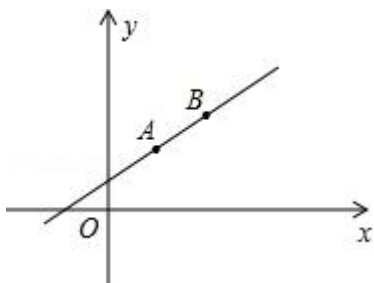
∴袋中的白球数量大于红球数量，

即袋中白球的个数可能是 5 个或 5 个以上．

故选 D．

点评：本题考查可能性大小的比较：只要总情况数目相同，谁包含的情况数目多，谁的可能性就大；反之也成立；若包含的情况相当，那么它们的可能性就相等．

10. (2013 福州) A, B 两点在一次函数图象上的位置如图所示，两点的坐标分别为 A ($x+a$, $y+b$), B (x , y), 下列结论正确的是 ()



A. $a > 0$ B. $a < 0$ C. $b = 0$ D. $ab < 0$

考点：一次函数图象上点的坐标特征．

分析：根据函数的图象可知：y 随 x 的增大而增大， $y+b < y$, $x+a < x$ 得出 $b < 0$, $a < 0$, 即可推出答案．

解答：解：∵根据函数的图象可知：y 随 x 的增大而增大，

∴ $y+b < y$, $x+a < x$,

∴ $b < 0$, $a < 0$,

∴选项 A、C、D 都不对，只有选项 B 正确，

故选 B．

点评：本题考查了一次函数图象上点的坐标特征的应用，主要考查学生的理解能力和观察图象的能力．

二. 填空题 (共 5 小题，每小题 4 分，满分 20 分；请将正确答案填在答题卡相应位置)

11. (2013 福州) 计算: $\frac{2}{a} - \frac{1}{a} = \underline{\hspace{2cm}}$.

考点: 分式的加减法.

专题: 计算题.

分析: 因为分式的分母相同, 所以分母不变, 分子相减即可得出答案.

解答: 解: 原式 $= \frac{2-1}{a} = \frac{1}{a}$. 故答案为 $\frac{1}{a}$.

点评: 本题比较容易, 考查分式的减法运算.

12. (2013 福州) 矩形的外角和等于 $\underline{\hspace{2cm}}$ 度.

考点: 多边形内角与外角.

分析: 根据多边形的外角和定理解答即可.

解答: 解: 矩形的外角和等于 360 度.

故答案为: 360.

点评: 本题考查了多边形的外角和, 多边形的外角和与边数无关, 任何多边形的外角和都是 360° .

13. (2013 福州) 某校女子排球队队员的年龄分布如下表:

年龄	13	14	15
人数	4	7	4

则该校女子排球队队员的平均年龄是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 岁.

考点: 加权平均数.

分析: 根据加权平均数的计算公式把所有人的年龄数加起来, 再除以总人数即可.

解答: 解: 根据题意得: $(13 \times 4 + 14 \times 7 + 15 \times 4) \div 15 = 14$ (岁),

故答案为: 14.

点评: 此题考查了加权平均数, 掌握加权平均数的计算公式是解题的关键, 是一道基础题.

14. (2013 福州) 已知实数 a, b 满足 $a+b=2, a-b=5$, 则 $(a+b)^3 (a-b)^3$ 的值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

考点: 幂的乘方与积的乘方.

专题: 计算题.

分析: 所求式子利用积的乘方逆运算法则变形, 将已知等式代入计算即可求出值.

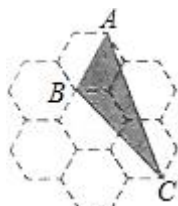
解答: 解: $\because a+b=2, a-b=5,$

$\therefore$ 原式 $= [(a+b)(a-b)]^3 = 10^3 = 1000$.

故答案为: 1000

点评: 此题考查了幂的乘方与积的乘方, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

15. (2013 福州) 如图, 由 7 个形状、大小完全相同的正六边形组成网格, 正六边形的顶点称为格点. 已知每个正六边形的边长为 1, $\triangle ABC$ 的顶点都在格点上, 则 $\triangle ABC$ 的面积是 $\underline{\hspace{2cm}}$.



考点: 正多边形和圆.

分析：延长 AB，然后作出 C 所在的直线，一定交于格点 E，根据 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle AEC} - S_{\triangle BEC}$ 即可求解。

解答：解：延长 AB，然后作出 C 所在的直线，一定交于格点 E。

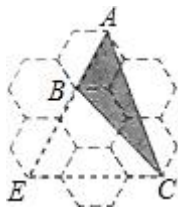
正六边形的边长为 1，则半径是 1，则 $CE=4$ ，

相邻的两个顶点之间的距离是： $\sqrt{3}$ ，则 $\triangle BCE$ 的边 EC 上的高是： $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ，

$\triangle ACE$ 边 EC 上的高是： $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ ，

则 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle AEC} - S_{\triangle BEC} = \frac{1}{2} \times 4 \times \left(\frac{5\sqrt{3}}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2} \right) = 2\sqrt{3}$ 。

故答案是： $2\sqrt{3}$ 。



点评：本题考查了正多边形的计算，正确理解 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle AEC} - S_{\triangle BEC}$ 是关键。

三、解答题（满分 90 分；请将正确答案及解答过程填在答题卡相应位置，作图或添辅助线用铅笔画完，再用黑色签字笔描黑）

16. (2013 福州) (1) 计算： $(-1)^0 + |-4| - \sqrt{12}$ ；

(2) 化简： $(a+3)^2 + a(4-a)$

考点：整式的混合运算；实数的运算；零指数幂。

分析：(1) 原式第一项利用零指数幂法则计算，第二项利用负数的绝对值等于它的相反数计算，最后一项化为最简二次根式，计算即可得到结果；

(2) 原式第一项利用完全平方公式展开，第二项利用单项式乘多项式法则计算即可得到结果。

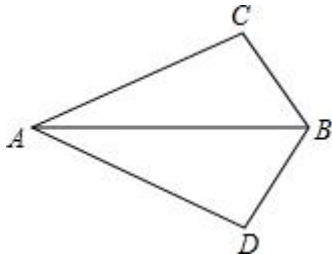
解答：解：(1) 原式 $= 1 + 4 - 2\sqrt{3} = 5 - 2\sqrt{3}$ ；

(2) 原式 $= a^2 + 6a + 9 + 4a - a^2 = 10a + 9$ 。

点评：此题考查了整式的混合运算，以及实数的运算，涉及的知识有：完全平方公式，平方差公式，去括号法则，以及合并同类项法则，熟练掌握公式及法则是解本题的关键。

17. (2013 福州) (1) 如图，AB 平分 $\angle CAD$ ， $AC=AD$ ，求证： $BC=BD$ ；

(2) 列方程解应用题把一些图书分给某班学生阅读，如果每人分 3 本，则剩余 20 本；如果每人分 4 本，则还缺 25 本，这个班有多少学生？



考点：全等三角形的判定与性质；一元一次方程的应用。

分析：(1) 求出 $\angle CAB = \angle DAB$ ，根据 SAS 推出 $\triangle ABC \cong \triangle ABD$ 即可；

(2) 设这个班有 x 名学生，根据题意得出方程 $3x + 20 = 4x - 25$ ，求出即可。

解答：(1) 证明： $\because AB$ 平分 $\angle CAD$ ，

$$\therefore \angle CAB = \angle DAB,$$

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ABD$ 中

$$\begin{cases} AC=AD \\ \angle CAB=\angle DAB \\ AB=AB \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle ABD \text{ (SAS)},$$

$$\therefore BC=BD.$$

(2) 解: 设这个班有 x 名学生, 根据题意得: $3x+20=4x-25$,

解得: $x=45$,

答: 这个班有 45 名小学生.

点评: 本题考查了全等三角形的性质和判定, 一元一次方程的应用, 主要考查学生的推理能力和列方程的能力.

18. (2013 福州) 为了解某校学生的身高情况, 随机抽取该校男生、女生进行抽样调查. 已知抽取的样本中, 男生、女生的人数相同, 利用所得数据绘制如下统计图表: 身高情况分组表 (单位: cm)

组别	身高
A	$x < 155$
B	$155 \leq x < 160$
C	$160 \leq x < 165$
D	$165 \leq x < 170$
E	$x \geq 170$

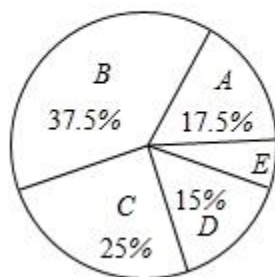
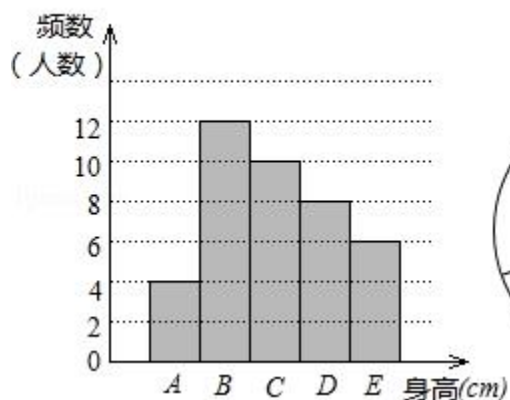
根据图表提供的信息, 回答下列问题: (1) 样本中, 男生的身高众数在_____组, 中位数在组;

(2) 样本中, 女生身高在 E 组的人数有_____人;

(3) 已知该校共有男生 400 人, 女生 380 人, 请估计身高在 $160 \leq x < 170$ 之间的学生约有多少人?

男生身高情况直方图

女生身高情况扇形统计图



考点: 频数 (率) 分布直方图; 用样本估计总体; 频数 (率) 分布表; 扇形统计图; 中位数; 众数.

专题: 图表型.

分析: (1) 根据众数的定义, 以及中位数的定义解答即可;

(2) 先求出女生身高在 E 组所占的百分比, 再求出总人数然后计算即可得解;

(3) 分别用男、女生的人数乘以 C、D 两组的频率的和，计算即可得解.

解答：解：∵ B 组的人数为 12，最多，

∴ 众数在 B 组，

男生总人数为 $4+12+10+8+6=40$ ，

按照从低到高的顺序，第 20、21 两人都在 C 组，

∴ 中位数在 C 组；

(2) 女生身高在 E 组的频率为： $1 - 17.5\% - 37.5\% - 25\% - 15\% = 5\%$ ，

∴ 抽取的样本中，男生、女生的人数相同，

∴ 样本中，女生身高在 E 组的人数有 $40 \times 5\% = 2$ 人；

(3) $400 \times \frac{10+8}{40} + 380 \times (25\% + 15\%) = 180 + 152 = 332$ (人).

答：估计该校身高在 $160 \leq x < 170$ 之间的学生约有 332 人.

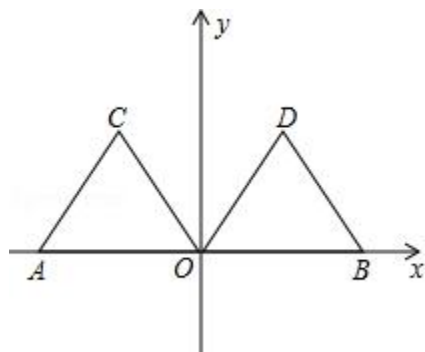
故答案为 (1) B, C; (2) 2.

点评：本题考查读频数分布直方图的能力和利用统计图获取信息的能力；利用统计图获取信息时，必须认真观察、分析、研究统计图，才能作出正确的判断和解决问题.

19. (2013 福州) 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，点 A 的坐标为 $(-2, 0)$ ，等边三角形 AOC 经过平移或轴对称或旋转都可以得到 $\triangle OBD$.

(1) $\triangle AOC$ 沿 x 轴向右平移得到 $\triangle OBD$ ，则平移的距离是_____个单位长度； $\triangle AOC$ 与 $\triangle BOD$ 关于直线对称，则对称轴是_____； $\triangle AOC$ 绕原点 O 顺时针旋转得到 $\triangle DOB$ ，则旋转角度可以是_____度；

(2) 连结 AD，交 OC 于点 E，求 $\angle AEO$ 的度数.



考点：旋转的性质；等边三角形的性质；轴对称的性质；平移的性质.

专题：计算题.

分析：(1) 由点 A 的坐标为 $(-2, 0)$ ，根据平移的性质得到 $\triangle AOC$ 沿 x 轴向右平移 2 个单位得到 $\triangle OBD$ ，则 $\triangle AOC$ 与 $\triangle BOD$ 关于 y 轴对称；根据等边三角形的性质得 $\angle AOC = \angle BOD = 60^\circ$ ，则 $\angle AOD = 120^\circ$ ，根据旋转的定义得 $\triangle AOC$ 绕原点 O 顺时针旋转 120° 得到 $\triangle DOB$ ；

(2) 根据旋转的性质得到 $OA = OD$ ，而 $\angle AOC = \angle BOD = 60^\circ$ ，得到 $\angle DOC = 60^\circ$ ，所以 OE 为等腰 $\triangle AOD$ 的顶角的平分线，根据等腰三角形的性质得到 OE 垂直平分 AD ，则 $\angle AEO = 90^\circ$.

解答：解：(1) ∵ 点 A 的坐标为 $(-2, 0)$ ，

∴ $\triangle AOC$ 沿 x 轴向右平移 2 个单位得到 $\triangle OBD$ ；

∴ $\triangle AOC$ 与 $\triangle BOD$ 关于 y 轴对称；

∵ $\triangle AOC$ 为等边三角形，

∴ $\angle AOC = \angle BOD = 60^\circ$ ，

∴ $\angle AOD = 120^\circ$ ，

$\therefore \triangle AOC$ 绕原点 O 顺时针旋转 120° 得到 $\triangle DOB$.

(2) 如图, $\because$ 等边 $\triangle AOC$ 绕原点 O 顺时针旋转 120° 得到 $\triangle DOB$,

$\therefore OA=OD$,

$\therefore \angle AOC=\angle BOD=60^\circ$,

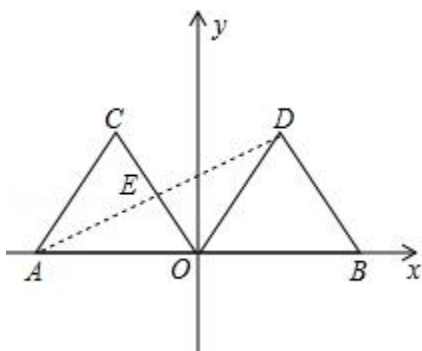
$\therefore \angle DOC=60^\circ$,

即 OE 为等腰 $\triangle AOD$ 的顶角的平分线,

$\therefore OE$ 垂直平分 AD ,

$\therefore \angle AEO=90^\circ$.

故答案为 2; y 轴; 120 .

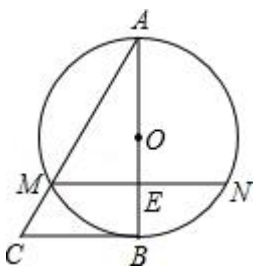


点评: 本题考查了旋转的性质: 旋转前后两图形全等; 对应点到旋转中心的距离相等; 对应点与旋转中心的连线段的夹角等于旋转角. 也考查了等边三角形的性质、轴对称的性质以及平移的性质.

20. (2013 福州) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 以 AB 为直径的 $\odot O$ 交 AC 于点 M , 弦 $MN \parallel BC$ 交 AB 于点 E , 且 $ME=1$, $AM=2$, $AE=\sqrt{3}$

(1) 求证: BC 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 求 $\widehat{BN}$ 的长.



考点: 切线的判定; 勾股定理的逆定理; 弧长的计算; 解直角三角形.

分析: (1) 欲证明 BC 是 $\odot O$ 的切线, 只需证明 $OB \perp BC$ 即可;

(2) 首先, 在 $\text{Rt}\triangle AEM$ 中, 根据特殊角的三角函数值求得 $\angle A=30^\circ$;

其次, 利用圆心角、弧、弦间的关系、圆周角定理求得 $\angle BON=2\angle A=60^\circ$, 由三角形函数的

定义求得 $ON=\frac{EN}{\sin \angle EON}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$;

最后, 由弧长公式 $l=\frac{n\pi r}{180}$ 计算 $\widehat{BN}$ 的长.

解答: (1) 证明: 如图,

$\because ME=1$, $AM=2$, $AE=\sqrt{3}$,

$\therefore ME^2+AE^2=AM^2=4$,

$\therefore \triangle AME$ 是直角三角形, 且 $\angle AEM=90^\circ$.

又 $\because MN \parallel BC$,

$\therefore \angle ABC = \angle AEM = 90^\circ$, 即 $OB \perp BC$.

又 $\because OB$ 是 $\odot O$ 的半径,

$\therefore BC$ 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 解: 如图, 连接 ON .

在 $\text{Rt}\triangle AEM$ 中, $\sin A = \frac{ME}{AM} = \frac{1}{2}$,

$\therefore \angle A = 30^\circ$.

$\because AB \perp MN$,

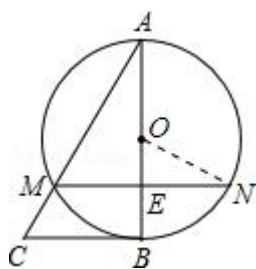
$\therefore \widehat{BN} = \widehat{BM}$, $EN = EM = 1$,

$\therefore \angle BON = 2\angle A = 60^\circ$.

在 $\text{Rt}\triangle OEN$ 中, $\sin \angle EON = \frac{EN}{ON}$,

$\therefore ON = \frac{EN}{\sin \angle EON} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$,

$\therefore \widehat{BN}$ 的长度是: $\frac{60 \cdot \pi}{180} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{9} \pi$.



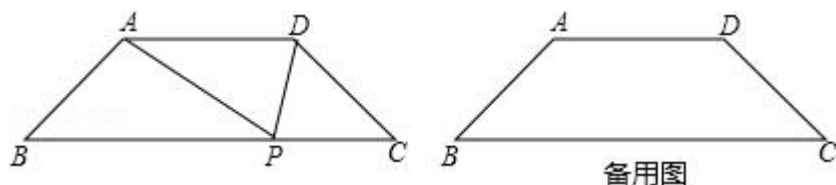
点评: 本题综合考查了切线的判定与性质、勾股定理的逆定理, 弧长的计算, 解直角三角形等. 要证某线是圆的切线, 已知此线过圆上某点, 连接圆心与这点 (即为半径), 再证垂直即可.

21. (2013 福州) 如图, 等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle B = 45^\circ$, P 是 BC 边上一点, $\triangle PAD$ 的面积为 $\frac{1}{2}$, 设 $AB = x$, $AD = y$

(1) 求 y 与 x 的函数关系式;

(2) 若 $\angle APD = 45^\circ$, 当 $y = 1$ 时, 求 $PB \cdot PC$ 的值;

(3) 若 $\angle APD = 90^\circ$, 求 y 的最小值.



考点: 相似形综合题.

专题: 综合题.

分析: (1) 如图 1, 过 A 作 AE 垂直于 BC, 在直角三角形 ABE 中, 由 $\angle B=45^\circ$, $AB=x$, 利用锐角三角函数定义表示出 AE, 三角形 PAD 的面积以 AD 为底, AE 为高, 利用三角形面积公式表示出, 根据已知的面积即可列出 y 与 x 的函数关系式;

(2) 根据 $\angle APC=\angle APD+\angle CPD$, 以及 $\angle APC$ 为三角形 ABP 的外角, 利用外角性质得到关系式, 等量代换得到 $\angle BAP=\angle CPD$, 再由四边形 ABCD 为等腰梯形, 得到一对底角相等及 $AB=CD$, 可得出三角形 ABP 与三角形 PDC 相似, 由相似得比例, 将 CD 换为 AB, 由 y 的值求出 x 的值, 即为 AB 的值, 即可求出 $PB \cdot PC$ 的值;

(3) 取 AD 的中点 F, 过 P 作 PH 垂直于 AD, 由直角三角形 PF 大于等于 PH, 当 $PF=PH$ 时, PF 最小, 此时 F 与 H 重合, 由三角形 APD 为直角三角形, 利用直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半得到 PF 等于 AD 的一半, 表示出 PF 即为 PH, 三角形 APD 面积以 AD 为底, PH 为高, 利用三角形面积公式表示出三角形 APD 面积, 由已知的面积求出 y 的值, 即为最小值.

解答: 解: (1) 如图 1, 过 A 作 $AE \perp BC$ 于点 E,

在 $Rt\triangle ABE$ 中, $\angle B=45^\circ$, $AB=x$,

$$\therefore AE=AB \cdot \sin B = \frac{\sqrt{2}}{2}x,$$

$$\because S_{\triangle APD} = \frac{1}{2}AD \cdot AE = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{1}{2} \cdot y \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}x = \frac{1}{2},$$

$$\text{则 } y = \frac{\sqrt{2}}{x};$$

$$(2) \because \angle APC = \angle APD + \angle CPD = \angle B + \angle BAP, \quad \angle APD = \angle B = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle BAP = \angle CPD,$$

$\because$ 四边形 ABCD 为等腰梯形,

$$\therefore \angle B = \angle C, \quad AB = CD,$$

$$\therefore \triangle ABP \sim \triangle PCD,$$

$$\therefore \frac{AB}{PC} = \frac{PB}{DC},$$

$$\therefore PB \cdot PC = AB \cdot DC = AB^2,$$

$$\text{当 } y=1 \text{ 时, } x=\sqrt{2}, \text{ 即 } AB=\sqrt{2},$$

$$\text{则 } PB \cdot PC = (\sqrt{2})^2 = 2;$$

(3) 如图 2, 取 AD 的中点 F, 连接 PF,

过 P 作 $PH \perp AD$, 可得 $PF \geq PH$,

当 $PF=PH$ 时, PF 有最小值,

$$\because \angle APD = 90^\circ,$$

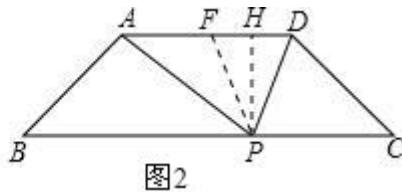
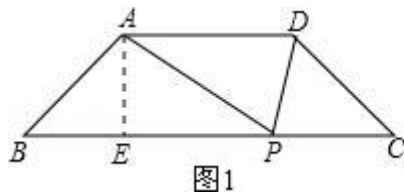
$$\therefore PF = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}y,$$

$$\therefore PH = \frac{1}{2}y,$$

$$\because S_{\triangle APD} = \frac{1}{2}AD \cdot PH = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{1}{2} \cdot y \cdot \frac{1}{2}y = \frac{1}{2}, \text{ 即 } y^2 = 2,$$

$\because y > 0, \therefore y = \sqrt{2}$,
则 y 的最小值为 $\sqrt{2}$.



点评: 此题考查了相似形综合题, 涉及的知识有: 等腰梯形的性质, 相似三角形的判定与性质, 直角三角形斜边上的中线性质的, 以及三角形的面积求法, 熟练掌握相似三角形的判定与性质是解本题的关键.

22. (2013 福州) 我们知道, 经过原点的抛物线的解析式可以是 $y = ax^2 + bx$ ($a \neq 0$)

(1) 对于这样的抛物线: 当顶点坐标为 $(1, 1)$ 时, $a =$ _____;

当顶点坐标为 (m, m) , $m \neq 0$ 时, a 与 m 之间的关系式是 _____

(2) 继续探究, 如果 $b \neq 0$, 且过原点的抛物线顶点在直线 $y = kx$ ($k \neq 0$) 上, 请用含 k 的代数式表示 b ;

(3) 现有一组过原点的抛物线, 顶点 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 在直线 $y = x$ 上, 横坐标依次为 $1, 2, \dots, n$ (为正整数, 且 $n \leq 12$), 分别过每个顶点作 x 轴的垂线, 垂足记为 $B_1, B_2, \dots, B_n$, 以线段 $A_n B_n$ 为边向右作正方形 $A_n B_n C_n D_n$, 若这组抛物线中有一条经过 D_n , 求所有满足条件的正方形边长.

考点: 二次函数综合题.

分析: (1) 利用顶点坐标公式 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$ 填空;

(2) 首先, 利用配方法得到抛物线的解析式 $y = a(x + \frac{b}{2a})^2 - \frac{b^2}{4a}$, 则易求该抛物线的顶点坐标 $(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2}{4a})$;

然后, 把该顶点坐标代入直线方程 $y = kx$ ($k \neq 0$), 即可求得用含 k 的代数式表示 b ;

(3) 根据题意可设可设 $A_n(n, n)$, 点 D_n 所在的抛物线顶点坐标为 (t, t) . 由 (1) (2) 可得, 点 D_n 所在的抛物线解析式为 $y = -\frac{1}{t}x^2 + 2x$. 所以由正方形的性质推知点 D_n 的坐标是

$(2n, n)$, 则把点 D_n 的坐标代入抛物线解析式即可求得 $4n = 3t$. 然后由 n, t 的取值范围来求点 A_n 的坐标, 即该正方形的边长.

解答: 解: (1) $\because$ 顶点坐标为 $(1, 1)$,

$$\therefore \begin{cases} -\frac{b}{2a} = 1 \\ -\frac{b^2}{4a} = 1 \end{cases},$$

$$\text{解得, } \begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \end{cases},$$

即当顶点坐标为 $(1, 1)$ 时, $a = 1$;

当顶点坐标为 (m, m) , $m \neq 0$ 时,
$$\begin{cases} -\frac{b}{2a}=m \\ -\frac{b^2}{4a}=m \end{cases},$$

解得,
$$\begin{cases} a=-\frac{1}{m} \\ b=2 \end{cases}$$

则 a 与 m 之间的关系式是: $a = -\frac{1}{m}$ 或 $am+1=0$.

故答案是: -1 ; $a = -\frac{1}{m}$ 或 $am+1=0$.

(2) $\because a \neq 0$,

$$\therefore y = ax^2 + bx = a \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a},$$

$$\therefore \text{顶点坐标是 } \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2}{4a}\right).$$

又 $\because$ 该顶点在直线 $y=kx$ ($k \neq 0$) 上,

$$\therefore k \left(-\frac{b}{2a}\right) = -\frac{b^2}{4a}.$$

$\because b \neq 0$,

$$\therefore b = 2k;$$

(3) $\because$ 顶点 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 在直线 $y=x$ 上,

$\therefore$ 可设 $A_n(n, n)$, 点 D_n 所在的抛物线顶点坐标为 (t, t) .

由 (1) (2) 可得, 点 D_n 所在的抛物线解析式为 $y = -\frac{1}{t}x^2 + 2x$.

$\because$ 四边形 $A_n B_n C_n D_n$ 是正方形,

$\therefore$ 点 D_n 的坐标是 $(2n, n)$,

$$\therefore -\frac{1}{t}(2n)^2 + 2 \cdot 2n = n,$$

$$\therefore 4n = 3t.$$

$\because t, n$ 是正整数, 且 $t \leq 12, n \leq 12$,

$$\therefore n = 3, 6 \text{ 或 } 9.$$

$\therefore$ 满足条件的正方形边长是 3, 6 或 9.

点评: 本题考查了待定系数法求二次函数的解析式, 二次函数图象上点的坐标特征, 二次函数的顶点坐标公式以及正方形的性质. 解答 (3) 题时, 要注意 n 的取值范围.