

2013 年厦门市中考

数 学

(试卷满分: 150 分 考试时间: 120 分钟)

准考证号_____ 姓名_____ 座位号_____

注意事项:

1. 全卷三大题, 26 小题, 试卷共 4 页, 另有答题卡.
2. 答案一律写在答题卡上, 否则不能得分.
3. 可直接用 2B 铅笔画图.

一、选择题 (本大题有 7 小题, 每小题 3 分, 共 21 分. 每小题都有四个选项, 其中有且只有一个选项正确)

1. 下列计算正确的是

- A. $-1+2=1$. B. $-1-1=0$. C. $(-1)^2=-1$. D. $-1^2=1$.

2. 已知 $\angle A=60^\circ$, 则 $\angle A$ 的补角是

- A. 160° . B. 120° .
C. 60° . D. 30° .

3. 图 1 是下列一个立体图形的三视图, 则这个立体图形是

- A. 圆锥. B. 球.
C. 圆柱. D. 正方体.

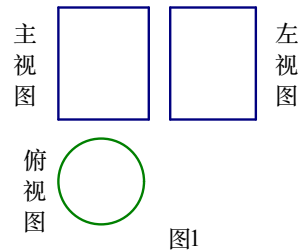


图1

4. 掷一个质地均匀的正方体骰子, 当骰子停止后, 朝上一面的点数为 5 的概率是

- A. 1. B. $\frac{1}{5}$. C. $\frac{1}{6}$. D. 0.

5. 如图 2, 在 $\odot O$ 中, $\widehat{AB}=\widehat{AC}$, $\angle A=30^\circ$, 则 $\angle B=$

- A. 150° . B. 75° .
C. 60° . D. 15° .

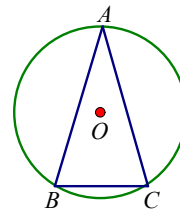


图2

6. 方程 $\frac{2}{x-1}=\frac{3}{x}$ 的解是

- A. 3. B. 2.
C. 1. D. 0.

7. 在平面直角坐标系中, 将线段 OA 向左平移 2 个单位, 平移后, 点 O, A 的对应点分别为点 O_1, A_1 . 若点 $O(0, 0)$, $A(1, 4)$, 则点 O_1, A_1 的坐标分别是

- A. $(0, 0)$, $(1, 4)$. B. $(0, 0)$, $(3, 4)$.
C. $(-2, 0)$, $(1, 4)$. D. $(-2, 0)$, $(-1, 4)$.

二、填空题 (本大题有 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分)

8. -6 的相反数是_____.

9. 计算: $m^2 \cdot m^3 =$ _____.

10. 式子 $\sqrt{x-3}$ 在实数范围内有意义, 则实数 x 的取值范围是_____.

11. 如图 3, 在 $\triangle ABC$ 中, $DE \parallel BC$, $AD=1$, $AB=3$,

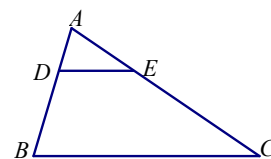


图3

$DE = 2$, 则 $BC =$ _____.

12. 在一次中学生田径运动会上, 参加男子跳高的 15 名运动员的成绩如下表所示:

成绩/米	1.50	1.60	1.65	1.70	1.75	1.80
人数	2	3	3	2	4	1

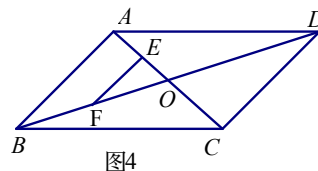
则这些运动员成绩的中位数是_____米.

13. $x^2 - 4x + 4 =$ _____.

14. 已知反比例函数 $y = \frac{m-1}{x}$ 的图象的一支位于第一象限,

则常数 m 的取值范围是_____.

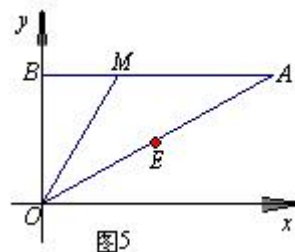
15. 如图 4, $\square ABCD$ 的对角线 AC, BD 相交于点 O , 点 E, F 分别是线段 AO, BO 的中点. 若 $AC + BD = 24$ 厘米, $\triangle OAB$ 的周长是 18 厘米, 则 $EF =$ _____厘米.



16. 某采石场爆破时, 点燃导火线的甲工人要在爆破前转移到 400 米以外的安全区域. 甲工人在转移过程中, 前 40 米只能步行, 之后骑自行车. 已知导火线燃烧的速度为 0.01 米/秒,

步行的速度为 1 米/秒, 骑车的速度为 4 米/秒. 为了确保甲工人的安全, 则导火线的长要大于_____米.

17. 如图 5, 在平面直角坐标系中, 点 O 是原点, 点 $B(0, \sqrt{3})$, 点 A 在第一象限且 $AB \perp BO$, 点 E 是线段 AO 的中点, 点 M 在线段 AB 上. 若点 B 和点 E 关于直线 OM 对称, 且则点 M 的坐标是 (_____, _____).



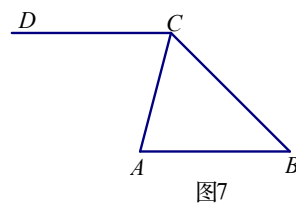
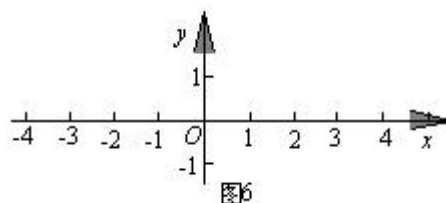
三、解答题 (本大题有 9 小题, 共 89 分)

18. (本题满分 21 分)

(1) 计算: $5a + 2b + (3a - 2b)$;

(2) 在平面直角坐标系中, 已知点 $A(-4, 1)$, $B(-2, 0)$, $C(-3, -1)$, 请在图 6 上[来源: 画出 $\triangle ABC$, 并画出与 $\triangle ABC$ 关于原点 O 对称的图形;

(3) 如图 7, 已知 $\angle ACD = 70^\circ$, $\angle ACB = 60^\circ$, $\angle ABC = 50^\circ$. 求证: $AB \parallel CD$.



19. (本题满分 21 分)

(1) 甲市共有三个郊县, 各郊县的人数及人均耕地面积如下表所示:

郊县	人数/万	人均耕地面积/公顷
A	20	0.15
B	5	0.20
C	10	0.18

求甲市郊县所有人口的人均耕地面积 (精确到 0.01 公顷);

(2) 先化简下式, 再求值:

$$\frac{2x^2 + y^2}{x + y} - \frac{x^2 + 2y^2}{x + y}, \text{ 其中 } x = \sqrt{2} + 1, y = 2\sqrt{2} - 2;$$

- (3) 如图 8, 已知 A, B, C, D 是 $\odot O$ 上的四点, 延长 DC, AB 相交于点 E . 若 $BC = BE$. 求证: $\triangle ADE$ 是等腰三角形.

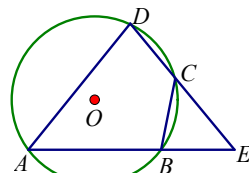


图8

20. (本题满分 6 分) 有一个质地均匀的正 12 面体, 12 个面上分别写有 1~12 这 12 个整数 (每个面上只有一个整数且每个面上的整数互不相同). 投掷这个正 12 面体一次, 记事件 A 为 “向上一面的数字是 2 或 3 的整数倍”, 记事件 B 为 “向上一面的数字是 3 的整数倍”, 请你判断等式 “ $P(A) = \frac{1}{2} + P(B)$ ” 是否成立, 并说明理由.

21. (本题满分 6 分) 如图 9, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 对角线 AC, BD 相交于点 E , 若 $AE = 4, CE = 8, DE = 3$, 梯形 $ABCD$ 的高是 $\frac{36}{5}$, 面积是 54. 求证: $AC \perp BD$.

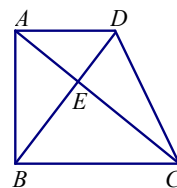


图9

22. (本题满分 6 分) 一个有进水管与出水管的容器, 从某时刻开始的 3 分内只进水不出水, 在随后的 9 分内既进水又出水, 每分的进水量和出水量都是常数. 容器内的水量 y (单位: 升) 与时间 x (单位: 分) 之间的关系如图 10 所示. 当容器内的水量大于 5 升时, 求时间 x 的取值范围.

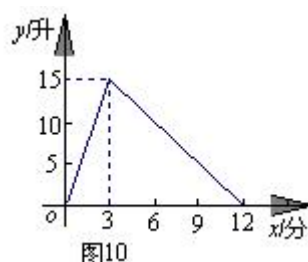


图10

23. (本题满分 6 分) 如图 11, 在正方形 $ABCD$ 中, 点 G 是边 BC 上的任意一点, $DE \perp AG$, 垂足为 E , 延长 DE 交 AB 于点 F . 在线段 AG 上取点 H , 使得 $AG = DE + HG$, 连接 BH . 求证: $\angle ABH = \angle CDE$.

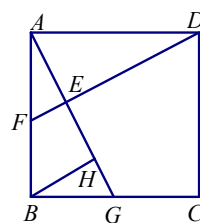


图11

24. (本题满分 6 分) 已知点 O 是坐标系的原点, 直线 $y = -x + m + n$ 与双曲线 $y = \frac{1}{x}$ 交于两个不同的点 $A(m, n)$ ($m \geq 2$) 和 $B(p, q)$, 直线 $y = -x + m + n$ 与 y 轴交于点 C , 求 $\triangle OBC$ 的面积 S 的取值范围.

25. (本题满分 6 分) 如图 12, 已知四边形 $OABC$ 是菱形, $\angle O = 60^\circ$, 点 M 是 OA 的中点. 以点 O 为圆心, r 为半径作 $\odot O$ 分别交 OA, OC 于点 D, E ,

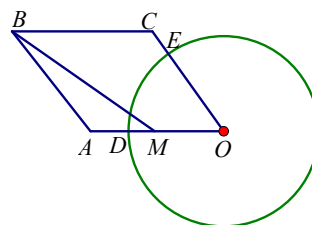


图12

连接 BM . 若 $BM = \sqrt{7}$, $\widehat{DE}$ 的长是 $\frac{\sqrt{3}\pi}{3}$. [来源:学科网]

求证: 直线 BC 与 $\odot O$ 相切.

26. (本题满分 11 分) 若 x_1, x_2 是关于 x 的方程 $x^2 + bx + c = 0$ 的两个实数根, 且 $|x_1| + |x_2| = 2|k|$ (k 是整数), 则称方程 $x^2 + bx + c = 0$ 为“偶系二次方程”. 如方程 $x^2 - 6x - 27 = 0$, $x^2 - 2x - 8 = 0$, $x^2 + 3x - \frac{27}{4} = 0$, $x^2 + 6x - 27 = 0$, $x^2 + 4x + 4 = 0$ 都是“偶系二次方程”.
- (1) 判断方程 $x^2 + x - 12 = 0$ 是否是“偶系二次方程”, 并说明理由;
- (2) 对于任意一个整数 b , 是否存在实数 c , 使得关于 x 的方程 $x^2 + bx + c = 0$ 是“偶系二次方程”, 并说明理由.

福建省厦门市 2013 年中考数学试卷答案与解析

一、选择题（本大题共 7 小题，每小题 3 分，共 21 分。每小题都有四个选项，其中有且只有一个选项正确）

1. (3 分) (2013•厦门) 下列计算正确的是 ()

- A $-1+2=1$ B $-1-1=0$ C $(-1)^2=-1$ D $-1^2=1$

考点: 有理数的乘方; 有理数的加法; 有理数的减法.

分析: 根据有理数的加减法运算法则, 有理数的乘方对各选项分析判断后利用排除法求解.

解答: 解: A、 $-1+2=1$, 故本选项正确;

B、 $-1-1=-2$, 故本选项错误;

C、 $(-1)^2=1$, 故本选项错误;

D、 $-1^2=-1$, 故本选项错误.

故选 A.

点评: 本题考查了有理数的乘方, 有理数的加减运算, 要特别注意 -1^2 和 $(-1)^2$ 的区别.

2. (3 分) (2013•厦门) $\angle A=60^\circ$, 则 $\angle A$ 的补角是 ()

- A 160° B 120° C 60° D 30°

考点: 余角和补角.

分析: 根据互为补角的两个角的和等于 180° 列式进行计算即可得解.

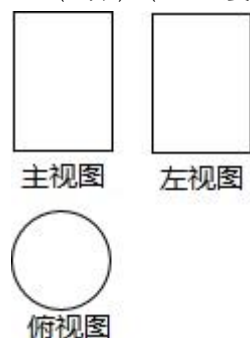
解答: 解: $\because \angle A=60^\circ$,

$\therefore \angle A$ 的补角 $=180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$.

故选 B.

点评: 本题考查了余角和补角, 熟记互为补角的两个角的和等于 180° 是解题的关键.

3. (3 分) (2013•厦门) 如图是下列一个立体图形的三视图, 则这个立体图形是 ()



- A 圆锥 B 球 C 圆柱 D 正方体

考点: 由三视图判断几何体.

分析: 由主视图和左视图确定是柱体, 锥体还是球体, 再由俯视图确定具体形状.

解答: 解: 根据主视图和左视图为矩形判断出是柱体, 根据俯视图是圆可判断出这个几何体应该是圆柱.

故选 C.

点评: 本题由物体的三种视图推出原来几何体的形状, 考查了学生的思考能力和对几何体三种视图的空间想象能力和综合能力.

4. (3 分) (2013•厦门) 掷一个质地均匀的正方体骰子, 当骰子停止后, 朝上一面的点数为 5 的概率是 ()

A 1

B $\frac{1}{5}$

C $\frac{1}{6}$

D 0

考点: 概率公式.

分析: 根据随机事件概率大小的求法, 找准两点: ①符合条件的情况数目; ②全部情况的总数. 二者的比值就是其发生的概率的大小.

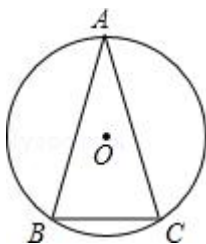
解答: 解: $\because$ 任意抛掷一个均匀的正方体骰子, 朝上的点数总共会出现 6 种情况, 且每一种情况出现的可能性相等, 而朝上一面的点数为 5 的只有一种,

$\therefore$ 朝上一面的点数为 5 的概率是 $\frac{1}{6}$.

故选 C.

点评: 本题考查概率公式, 用到的知识点为: 概率=所求情况数与总情况数之比.

5. (3 分) (2013•厦门) 如图所示, 在 $\odot O$ 中, $\widehat{AB} = \widehat{AC}$, $\angle A = 30^\circ$, 则 $\angle B =$ ()



A 150°

B 75°

C 60°

D 15°

考点: 圆心角、弧、弦的关系.

分析: 先根据等弧所对的弦相等求得 $AB=AC$, 从而判定 $\triangle ABC$ 是等腰三角形; 然后根据等腰三角形的两个底角相等得出 $\angle B = \angle C$; 最后由三角形的内角和定理求角 B 的度数即可.

解答: 解: $\because$ 在 $\odot O$ 中, $\widehat{AB} = \widehat{AC}$,

$\therefore AB = AC$,

$\therefore \triangle ABC$ 是等腰三角形,

$\therefore \angle B = \angle C$;

又 $\angle A = 30^\circ$,

$\therefore \angle B = \frac{180^\circ - 30^\circ}{2} = 75^\circ$ (三角形内角和定理).

故选 B.

点评: 本题综合考查了圆心角、弧、弦的关系, 以及等腰三角形的性质. 解题的关键是根据

等弧对等弦推知 $\triangle ABC$ 是等腰三角形.

6. (3分) (2013•厦门) 方程 $\frac{2}{x-1}=\frac{3}{x}$ 的解是 ()

A 3

B 2

C 1

D 0

考点: 解分式方程.

专题: 计算题.

分析: 分式方程去分母转化为整式方程, 求出整式方程的解得到 x 的值, 经检验即可得到分式方程的解.

解答: 解: 去分母得: $2x=3x-3$,
解得: $x=3$,
经检验 $x=3$ 是分式方程的解.
故选 A

点评: 此题考查了解分式方程, 解分式方程的基本思想是“转化思想”, 把分式方程转化为整式方程求解. 解分式方程一定要注意要验根.

7. (3分) (2013•厦门) 在平面直角坐标系中, 将线段 OA 向左平移 2 个单位, 平移后, 点 O 、 A 的对应点分别为点 O_1 、 A_1 . 若点 $O(0, 0)$, $A(1, 4)$, 则点 O_1 、 A_1 的坐标分别是 ()

A $(0, 0)$, $(1, 4)$

B $(0, 0)$, $(3, 4)$

C $(-2, 0)$, $(1, 4)$

D $(-2, 0)$, $(-1, 4)$

考点: 坐标与图形变化-平移.

分析: 根据向左平移, 横坐标减, 纵坐标不变求出点 O_1 、 A_1 的坐标即可得解.

解答: 解: $\because$ 线段 OA 向左平移 2 个单位, 点 $O(0, 0)$, $A(1, 4)$,
 $\therefore$ 点 O_1 、 A_1 的坐标分别是 $(-2, 0)$, $(-1, 4)$.
故选 D.

点评: 本题考查了坐标与图形变化-平移, 熟记平移中点的变化规律是: 横坐标右移加, 左移减; 纵坐标上移加, 下移减是解题的关键.

二、填空题 (本大题共 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分)

8. (4分) (2013•厦门) -6 的相反数是 6.

考点: 相反数.

分析: 求一个数的相反数, 即在这个数的前面加负号.

解答: 解: 根据相反数的概念, 得
 -6 的相反数是 $-(-6)=6$.

点评: 此题考查了相反数的定义, 互为相反数的两个数分别在原点两旁且到原点的距离相等.

9. (4分) (2013•厦门) 计算: $m^2 \cdot m^3 = \underline{m^5}$.

考点：同底数幂的乘法.

分析：根据同底数幂相乘，底数不变指数相加进行计算即可得解.

解答：解： $m^2 \cdot m^3 = m^{2+3} = m^5$.

故答案为： m^5 .

点评：本题考查了同底数幂相乘，底数不变指数相加的性质，熟记性质是解题的关键.

10. (4分) (2013•厦门) 若 $\sqrt{x-3}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是 $x \geq 3$.

考点：二次根式有意义的条件.

分析：根据被开方数大于等于 0 列式进行计算即可求解.

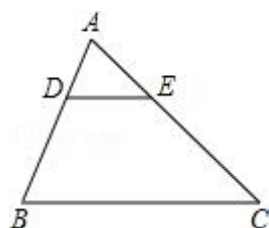
解答：解：根据题意得 $x-3 \geq 0$,

解得 $x \geq 3$.

故答案为： $x \geq 3$.

点评：本题考查了二次根式有意义的条件，知识点为：二次根式的被开方数是非负数.

11. (4分) (2013•厦门) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $DE \parallel BC$ ， $AD=1$ ， $AB=3$ ， $DE=2$ ，则 $BC=$ 6.



考点：相似三角形的判定与性质.

分析：根据 $DE \parallel BC$ ，可判断 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ ，利用对应边成比例的知识可求出 BC .

解答：解： $\because DE \parallel BC$,

$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC$,

$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$, 即 $\frac{1}{3} = \frac{2}{BC}$

解得： $BC=6$.

故答案为： 6.

点评：本题考查了相似三角形的判定与性质，解答本题的关键是掌握：相似三角形的对应边成比例.

12. (4分) (2013•厦门) 在一次中学生田径运动会上，参加男子跳高的 15 名运动员成绩如下表

成绩 (米)	1.50	1.60	1.65	1.70	1.75	1.80
人数 (个)	2	3	3	2	4	1

则这些运动员成绩的中位数是 1.65 米.

考点：中位数.

专题：计算题.

分析：找中位数要把数据按从小到大的顺序排列，位于最中间的一个数或两个数的平均数为

中位数.

解答: 解: 按从小到大的顺序排列后,
最中间的数是 1.65,
所以中位数是 1.65 (米).
故答案为 1.65.

点评: 考查中位数的意义, 注意找中位数的时候一定要先排好顺序, 然后再根据奇数和偶数个来确定中位数. 如果数据有奇数个, 则正中间的数字即为所求; 如果是偶数个, 则找中间两位数的平均数.

13. (4 分) (2013•厦门) $x^2 - 4x + 4 = (\underline{x - 2})^2$.

考点: 因式分解-运用公式法.

分析: 利用完全平方公式分解因式即可.

解答: 解: $x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$.
故答案为: $x - 2$.

点评: 本题考查了公式法分解因式, 熟记完全平方公式结构是解题的关键.

14. (4 分) (2013•厦门) 已知反比例函数 $y = \frac{m-1}{x}$ 的图象的一支位于第一象限, 则常数 m 的取值范围是 $\underline{m > 1}$.

考点: 反比例函数的性质.

分析: 根据反比例函数的图象关于原点对称可得到图象的另一分支所在的象限及 m 的取值范围.

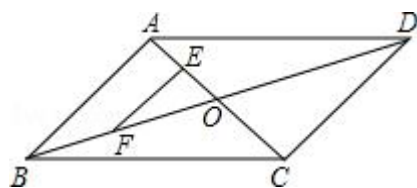
解答: 解: $\because$ 反比例函数的图象关于原点对称, 图象一支位于第一象限,
 $\therefore$ 图象的另一分支位于第三象限;
 $\therefore m - 1 > 0$,
 $\therefore m > 1$;
故答案为: $m > 1$.

点评: 本题考查的是反比例函数的图象和反比例函数的性质, 即

①反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象是双曲线;

②当 $k > 0$, 双曲线的两支分别位于第一、第三象限, 在每一象限内 y 随 x 的增大而减小.

15. (4 分) (2013•厦门) 如图, $\square ABCD$ 的对角线 AC , BD 相交于点 O , 点 E , F 分别是线段 AO , BO 的中点, 若 $AC + BD = 24$ 厘米, $\triangle OAB$ 的周长是 18 厘米, 则 $EF = \underline{3}$ 厘米.



考点: 三角形中位线定理; 平行四边形的性质.

分析: 根据 $AC+BD=24$ 厘米, 可得出 $OA+OB=12\text{cm}$, 继而求出 AB , 判断 EF 是 $\triangle OAB$ 的中位线即可得出 EF 的长度.

解答: 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,
 $\therefore OA=OC, OB=OD$,
又 $\because AC+BD=24$ 厘米,
 $\therefore OA+OB=12\text{cm}$,
 $\therefore \triangle OAB$ 的周长是 18 厘米,
 $\therefore AB=6\text{cm}$,
 $\because$ 点 E, F 分别是线段 AO, BO 的中点,
 $\therefore EF$ 是 $\triangle OAB$ 的中位线,
 $\therefore EF=\frac{1}{2}AB=3\text{cm}$.

故答案为: 3.

点评: 本题考查了三角形的中位线定理, 解答本题需要用到: 平行四边形的对角线互相平分, 三角形中位线的判定定理及性质.

16. (4 分) (2013•厦门) 某采石场爆破时, 点燃导火线的甲工人要在爆破前转移到 400 米以外的安全区域. 甲工人在转移过程中, 前 40 米只能步行, 之后骑自行车. 已知导火线燃烧的速度为 0.01 米/秒, 步行的速度为 1 米/秒, 骑车的速度为 4 米/秒. 为了确保甲工人的安全, 则导火线的长要大于 1.3 米.

考点: 一元一次不等式的应用

分析: 计算出工人转移需要的最短时间, 然后即可确定导火线的最短长度.

解答: 解: 设导火线的长度为 x ,

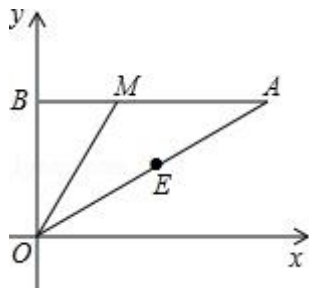
$$\text{工人转移需要的时间为: } \frac{40}{1} + \frac{360}{4} = 130 \text{ 秒},$$

由题意得, $x \geq 130 \times 0.01 \text{m/s} = 1.3\text{m}$.

故答案为: 1.3.

点评: 本题考查了一元一次不等式的应用, 解答本题关键是确定工人转移需要的时间.

17. (4 分) (2013•厦门) 如图, 在平面直角坐标系中, 点 O 是原点, 点 $B(0, \sqrt{3})$, 点 A 在第一象限且 $AB \perp BO$, 点 E 是线段 AO 的中点, 点 M 在线段 AB 上. 若点 B 和点 E 关于直线 OM 对称, 则点 M 的坐标是 (1, $\sqrt{3}$).



考点: 轴对称的性质; 坐标与图形性质; 解直角三角形

分析: 根据点 B 的坐标求出 OB 的长, 再连接 ME , 根据轴对称的性质可得 $OB=OE$, 再求出 AO 的长度, 然后利用勾股定理列式求出 AB 的长, 利用 $\angle A$ 的余弦值列式求出 AM

的长度，再求出 BM 的长，然后写出点 M 的坐标即可.

解答: 解: $\because$ 点 B $(0, \sqrt{3})$,

$$\therefore OB = \sqrt{3},$$

连接 ME,

$\because$ 点 B 和点 E 关于直线 OM 对称,

$$\therefore OB = OE = \sqrt{3},$$

$\because$ 点 E 是线段 AO 的中点,

$$\therefore AO = 2OE = 2\sqrt{3},$$

$$\text{根据勾股定理, } AB = \sqrt{AO^2 - OB^2} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 - (\sqrt{3})^2} = 3,$$

$$\tan \angle A = \frac{OE}{AM} = \frac{OB}{AO},$$

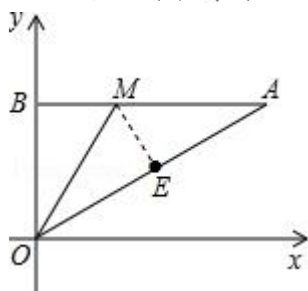
$$\text{即 } \frac{\sqrt{3}}{AM} = \frac{3}{2\sqrt{3}},$$

解得 $AM = 2$,

$$\therefore BM = AB - AM = 3 - 2 = 1,$$

$\therefore$ 点 M 的坐标是 $(1, \sqrt{3})$.

故答案为: $(1, \sqrt{3})$.



点评: 本题考查了轴对称的性质，坐标与图形性质，解直角三角形，熟练掌握轴对称的性质并作出辅助线构造出直角三角形是解题的关键.

三、解答题 (本大题共 9 小题, 共 89 分)

18. (21 分) (2013·厦门) (1) 计算: $5a + 2b + (3a - 2b)$;

(2) 在平面直角坐标系中, 已知点 A $(-4, 1)$, B $(-2, 0)$, C $(-3, -1)$. 请在图 1 上画出 $\triangle ABC$, 并画出与 $\triangle ABC$ 关于原点 O 对称的图形;

(3) 如图 2 所示, 已知 $\angle ACD = 70^\circ$, $\angle ACB = 60^\circ$, $\angle ABC = 50^\circ$. 求证: $AB \parallel CD$.

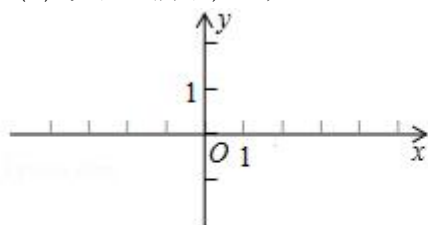


图1

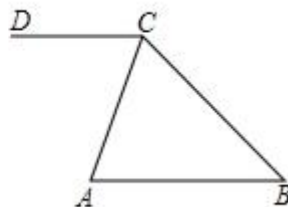


图2

考点: 作图-旋转变换; 整式的加减; 平行线的判定

分析: (1) 根据整式的加减法则直接去括号合并同类项即可得出;

(2) 根据点的坐标得出 $\triangle ABC$, 再利用关于原点对称点坐标性质得出与 $\triangle ABC$ 关于

原点 O 对称的图形即可；

(3) 利用三角形内角和定理得出 $\angle A=70^\circ$ ，再利用平行线的判定得出 $AB \parallel CD$ 。

解答： (1) 解： $5a+2b+(3a-2b)$
 $=5a+3a+2b-2b$
 $=8a$ 。

(2) 解： 如图所示： $\triangle A'B'C'$ 与 $\triangle ABC$ 关于原点 O 对称；

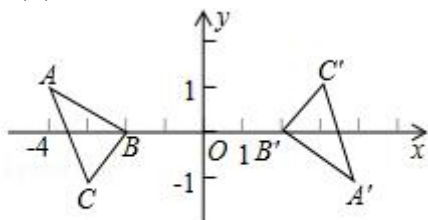


图1

(3) 证明： $\because \angle ACB=60^\circ, \angle ABC=50^\circ$,
 $\therefore \angle A=180^\circ-60^\circ-50^\circ=70^\circ$,
 $\therefore \angle ACD=70^\circ$,
 $\therefore AB \parallel CD$ 。

点评： 此题主要考查了整式的加减以及平行线的判定和关于原点对称点的图形画法知识，根据已知得出对应点位置是解题关键。

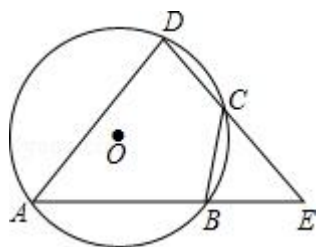
19. (21 分) (2013•厦门) (1) 甲市共有三个郊县，各郊县的人数及人均耕地面积如表所示：

郊县	人数/万	人均耕地面积/公顷
A	20	0.15
B	5	0.20
C	10	0.18

求甲市郊县所有人口的人均耕地面积（精确到 0.01 公顷）；

(2) 先化简下式，再求值： $\frac{2x^2+y^2}{x+y} - \frac{x^2+2y^2}{x+y}$ ，其中 $x=\sqrt{2}+1$ ， $y=2\sqrt{2}-2$ ；

(3) 如图，已知 A, B, C, D 是 $\odot O$ 上的四点，延长 DC, AB 相交于点 E，若 $BC=BE$ 。求证： $\triangle ADE$ 是等腰三角形。



考点： 圆周角定理；分式的化简求值；等腰三角形的判定；加权平均数。

分析： (1) 求出总面积和总人口，再相除即可；

(2) 先算加法，再化成最简分式，再代入求出即可；

(3) 求出 $\angle A=\angle BCE=\angle E$ ，即可得出 $AD=DE$ 。

解答: 解: (1) 甲市郊县所有人口的人均耕地面积是 $\frac{20 \times 0.15 + 5 \times 0.20 + 10 \times 0.18}{20 + 5 + 10} \approx 0.17$ (公顷);

$$(2) \text{ 原式} = \frac{2x^2 + y^2 - x^2 - 2y^2}{x+y}$$

$$= \frac{x^2 - y^2}{x+y}$$

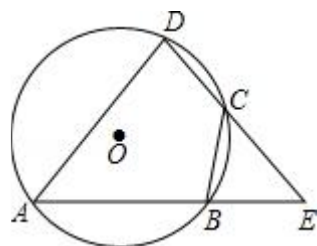
$$= x - y,$$

$$\text{当 } x = \sqrt{2} + 1, y = 2\sqrt{2} - 2 \text{ 时,}$$

$$\text{原式} = \sqrt{2} + 1 - (2\sqrt{2} - 2)$$

$$= 3 - \sqrt{2};$$

(3) $\because A, D, C, B$ 四点共圆,
 $\therefore \angle A = \angle BCE$,
 $\because BC = BE$,
 $\therefore \angle BCE = \angle E$,
 $\therefore \angle A = \angle E$,
 $\therefore AD = DE$,
 即 $\triangle ADE$ 是等腰三角形.



点评: 本题考查了分式求值, 四点共圆, 等腰三角形的性质和判定, 求平均数等知识点的应用, 主要考查学生的推理和计算能力.

20. (6分) (2013•厦门) 有一个质地均匀的正 12 面体, 12 个面上分别写有 1~12 这 12 个整数 (每个面只有一个整数且互不相同). 投掷这个正 12 面体一次, 记事件 A 为“向上一面的数字是 2 或 3 的整数倍”, 记事件 B 为“向上一面的数字是 3 的整数倍”, 请你判断等式 $P(A) = \frac{1}{2} + P(B)$ 是否成立, 并说明理由.

考点: 概率公式.

分析: 让向上一面的数字是 2 的倍数或 3 的倍数的情况数除以总情况数即为事件 A 所求的概率, 进而得出事件 B 的概率, 进而得出答案.

解答: 解: 不成立;

理由:

$\because$ 投掷这个正 12 面体一次, 记事件 A 为“向上一面的数字是 2 或 3 的整数倍”,

$\therefore$ 符合要求的数有: 2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 12 一共有 8 个,

$$\text{则 } P(A) = \frac{2}{3},$$

∵ 事件 B 为“向上一面的数字是 3 的整数倍”，
∴ 符合要求的数有：3，6，9，12 一共有 4 个，

$$\text{则 } P(B) = \frac{1}{3},$$

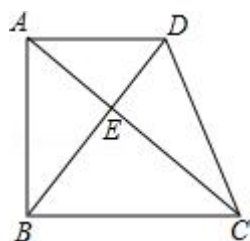
$$\therefore \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6} \neq \frac{2}{3},$$

$$\therefore P(A) \neq \frac{1}{2} + P(B).$$

点评：此题考查了概率的求法：如果一个事件有 n 种可能，而且这些事件的可能性相同，其

中事件 A 出现 m 种结果，那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

21. (6 分) (2013•厦门) 如图，在梯形 ABCD 中，AD ∥ BC，对角线 AC，BD 相交于点 E. 若 AE=4，CE=8，DE=3，梯形 ABCD 的高是 $\frac{36}{5}$ ，面积是 54. 求证：AC ⊥ BD.



考点：相似三角形的判定与性质；勾股定理的逆定理；梯形.

专题：证明题.

分析：由 AD ∥ BC，可证明 $\triangle EAD \sim \triangle ECB$ ，利用相似三角形的性质即可求出 BE 的长，过 D 作 DF ∥ AC 交 BC 延长线于 F，则四边形 ACFD 是平行四边形，所以 CF=AD，再根据勾股定理的逆定理证明 BD ⊥ DF 即可证明 AC ⊥ BD.

解答：证明：∵ AD ∥ BC，

$$\therefore \triangle EAD \sim \triangle ECB,$$

$$\therefore AE:CE = DE:BE,$$

$$\because AE=4, CE=8, DE=3,$$

$$\therefore BE=6,$$

$$S_{\text{梯形}} = \frac{1}{2} (AD+BC) \times \frac{36}{5} = 54,$$

$$\therefore AD+BC=15,$$

过 D 作 DF ∥ AC 交 BC 延长线于 F，

则四边形 ACFD 是平行四边形，

$$\therefore CF=AD,$$

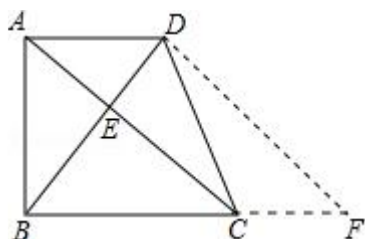
$$\therefore BF=AD+BC=15,$$

$$\text{在 } \triangle BDF \text{ 中, } BD^2 + DF^2 = 9^2 + 12^2 = 225, BF^2 = 225,$$

$$\therefore BD^2 + DF^2 = BF^2,$$

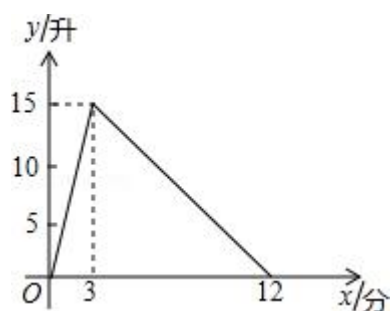
$$\therefore BD \perp DF,$$

$\therefore AC \parallel DF$,
 $\therefore AC \perp BD$.



点评: 本题考查了相似三角形的判定和性质、平行四边形的判定和性质、梯形的面积公式以及勾股定理的逆定理的运用，题目的综合性很强，难度中等.

22. (6分) (2013•厦门) 一个有进水管与出水管的容器，从某时刻开始的3分内只进水不出水，在随后的9分内既进水又出水，每分的进水量和出水量都是常数. 容器内的水量 y (单位: 升) 与时间 x (单位: 分) 之间的关系如图所示. 当容器内的水量大于5升时，求时间 x 的取值范围.



考点: 一次函数的应用

分析: 分别求出 $0 \leq x < 3$ 和 $3 \leq x \leq 12$ 时的函数解析式，再求出 $y=5$ 时的 x 的值，然后根据函数图象写出 x 的取值范围即可.

解答: 解: ① $0 \leq x < 3$ 时，设 $y=mx$,

则 $3m=15$,

解得 $m=5$,

所以， $y=5x$,

② $3 \leq x \leq 12$ 时，设 $y=kx+b$,

$\therefore$ 函数图象经过点 $(3, 15)$, $(12, 0)$,

$$\therefore \begin{cases} 3k+b=15 \\ 12k+b=0 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k=-\frac{5}{3} \\ b=20 \end{cases},$$

所以， $y=-\frac{5}{3}x+20$,

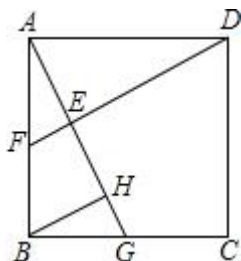
当 $y=5$ 时，由 $5x=5$ 得， $x=1$,

由 $-\frac{5}{3}x+20=5$ 得， $x=9$,

所以，当容器内的水量大于5升时，时间 x 的取值范围是 $1 < x < 9$.

点评: 本题考查了一次函数的应用, 主要利用了待定系数法求一次函数解析式, 以及已知函数值求自变量的方法.

23. (6分) (2013•厦门) 如图所示, 在正方形 ABCD 中, 点 G 是边 BC 上任意一点, $DE \perp AG$, 垂足为 E, 延长 DE 交 AB 于点 F. 在线段 AG 上取点 H, 使得 $AG=DE+HG$, 连接 BH. 求证: $\angle ABH=\angle CDE$.



考点: 正方形的性质; 全等三角形的判定与性质.

专题: 证明题.

分析: 根据正方形的性质可得 $AB=AD$, $\angle ABG=\angle DAF=90^\circ$, 再根据同角的余角相等求出 $\angle 1=\angle 2$, 然后利用“角边角”证明 $\triangle ABG$ 和 $\triangle DAF$ 全等, 根据全等三角形对应边相等可 $AF=BG$, $AG=DF$, 全等三角形对应角相等可得 $\angle AFD=\angle BGA$, 然后求出 $EF=HG$, 再利用“边角边”证明 $\triangle AEF$ 和 $\triangle BHG$ 全等, 根据全等三角形对应角相等可得 $\angle 1=\angle 3$, 从而得到 $\angle 2=\angle 3$, 最后根据等角的余角相等证明即可.

解答: 证明: 在正方形 ABCD 中, $AB=AD$, $\angle ABG=\angle DAF=90^\circ$,

$\because DE \perp AG$,

$\therefore \angle 2+\angle EAD=90^\circ$,

又 $\because \angle 1+\angle EAD=90^\circ$,

$\therefore \angle 1=\angle 2$,

在 $\triangle ABG$ 和 $\triangle DAF$ 中,
$$\begin{cases} \angle 1=\angle 2 \\ AB=AD \\ \angle ABG=\angle DAF=90^\circ \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABG \cong \triangle DAF$ (ASA),

$\therefore AF=BG$, $AG=DF$, $\angle AFD=\angle BGA$,

$\because AG=DE+HG$, $AG=DE+EF$,

$\therefore EF=HG$,

在 $\triangle AEF$ 和 $\triangle BHG$ 中,
$$\begin{cases} AF=BG \\ \angle AFD=\angle BGA, \\ EF=HG \end{cases}$$

$\therefore \triangle AEF \cong \triangle BHG$ (SAS),

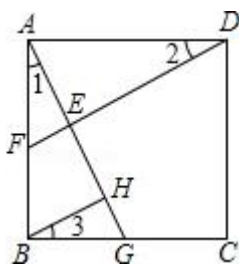
$\therefore \angle 1=\angle 3$,

$\therefore \angle 2=\angle 3$,

$\because \angle 2+\angle CDE=\angle ADC=90^\circ$,

$\angle 3+\angle ABH=\angle ABC=90^\circ$,

$\therefore \angle ABH=\angle CDE$.



点评: 本题考查了正方形的性质, 全等三角形的判定与性质, 等角或同角的余角相等的性质, 本题难点在于两次证明三角形全等, 用阿拉伯数字加弧线表示角可以更形象直观.

24. (6 分) (2013·厦门) 已知点 O 是平面直角坐标系的原点, 直线 $y = -x + m + n$ 与双曲线 $y = \frac{1}{x}$ 交于两个不同的点 A (m, n) ($m \geq 2$) 和 B (p, q). 直线 $y = -x + m + n$ 与 y 轴交于点 C, 求 $\triangle OBC$ 的面积 S 的取值范围.

考点: 反比例函数与一次函数的交点问题.

分析: 先确定直线 $y = -x + m + n$ 与坐标轴的交点坐标, 即 C 点坐标为 (0, m+n), D 点坐标为 (m+n, 0), 则 $\triangle OCD$ 为等腰直角三角形, 根据反比例函数的对称性得到点 A 与点 B 关于直线 $y = x$ 对称, 则 B 点坐标为 (n, m), 根据三角形面积公式得到 $S_{\triangle OBC} = \frac{1}{2}$

(m+n) · n, 然后 $mn = 1$, $m \geq 2$ 确定 S 的范围.

解答: 解: 如图, C 点坐标为 (0, m+n), D 点坐标为 (m+n, 0), 则 $\triangle OCD$ 为等腰直角三角形,

∴ 点 A 与点 B 关于直线 $y = x$ 对称, 则 B 点坐标为 (n, m),

$$\therefore S = S_{\triangle OBC} = \frac{1}{2} (m+n) \cdot n = \frac{1}{2} mn + \frac{1}{2} n^2,$$

∵ 点 A (m, n) 在双曲线 $y = \frac{1}{x}$ 上,

$$\therefore mn = 1, \text{ 即 } n = \frac{1}{m}$$

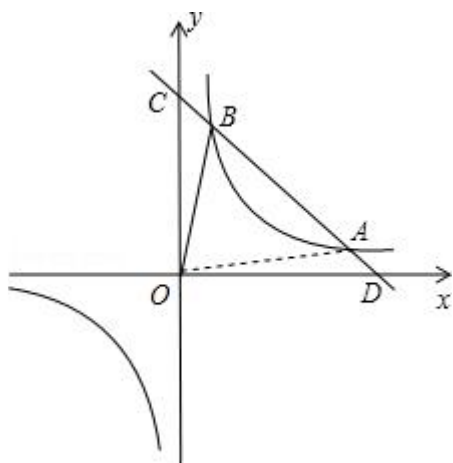
$$\therefore S = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{m} \right)^2$$

∵ $m \geq 2$,

$$\therefore 0 < \frac{1}{m^2} \leq \frac{1}{4},$$

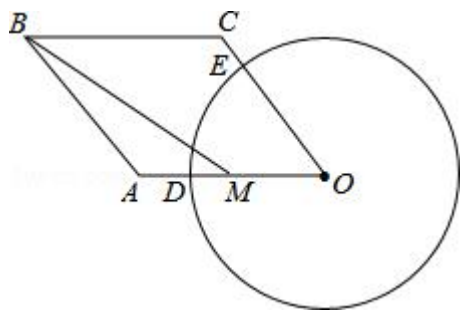
$$\therefore 0 < \left(\frac{1}{m} \right)^2 \leq \frac{1}{4},$$

$$\therefore \frac{1}{2} < S \leq \frac{5}{8}.$$



点评: 本题考查了反比例函数图象与一次函数的交点问题: 反比例函数与一次函数的图象的交点坐标满足两函数的解析式. 也考查了一次函数的性质.

25. (6分) (2013•厦门) 如图所示, 已知四边形 OABC 是菱形, $\angle O=60^\circ$, 点 M 是边 OA 的中点, 以点 O 为圆心, r 为半径作 $\odot O$ 分别交 OA, OC 于点 D, E, 连接 BM. 若 $BM=\sqrt{7}$, $\widehat{DE}$ 的长是 $\frac{\sqrt{3}\pi}{3}$. 求证: 直线 BC 与 $\odot O$ 相切.



考点: 切线的判定; 菱形的性质; 弧长的计算.

专题: 证明题.

分析: 过点 O 作 $OF \perp BC$ 于 F, 过点 B 作 $BG \perp OA$ 于 G, 则四边形 BGOF 为矩形, $OF=BG$. 设菱形 OABC 的边长为 $2a$, 先在 $Rt\triangle BMG$ 中, 利用勾股定理得出 $BG^2+GM^2=BM^2$, 即 $(\sqrt{3}a)^2+(2a)^2=(\sqrt{7})^2$, 求得 $a=1$, 得到 $OF=\sqrt{3}$, 再根据弧长公式求出 $r=\sqrt{3}$, 则圆心 O 到直线 BC 的距离等于圆的半径 r, 从而判定直线 BC 与 $\odot O$ 相切.

解答: 证明: 如图, 过点 O 作 $OF \perp BC$ 于 F, 过点 B 作 $BG \perp OA$ 于 G, 则四边形 BGOF 为矩形, $OF=BG$.

设菱形 OABC 的边长为 $2a$, 则 $AM=\frac{1}{2}OA=a$.

$\because$ 菱形 OABC 中, $AB \parallel OC$,

$\therefore \angle BAG=\angle COA=60^\circ$, $\angle ABG=90^\circ-60^\circ=30^\circ$,

$\therefore AG=\frac{1}{2}AB=a$, $BG=\sqrt{3}AG=\sqrt{3}a$.

在 $Rt\triangle BMG$ 中, $\because \angle BGM=90^\circ$, $BG=\sqrt{3}a$, $GM=a+a=2a$, $BM=\sqrt{7}$,

$\therefore BG^2+GM^2=BM^2$, 即 $(\sqrt{3}a)^2+(2a)^2=(\sqrt{7})^2$,

解得 $a=1$,

$$\therefore \widehat{DE} \text{ 的长} = \frac{60\pi r}{180} = \frac{\sqrt{3}\pi}{3},$$

$\therefore OF=r=\sqrt{3}$, 即圆心 O 到直线 BC 的距离等于圆的半径 r,

26. (11 分) (2013·厦门) 若 x_1, x_2 是关于 x 的方程 $x^2+bx+c=0$ 的两个实数根, 且 $|x_1|+|x_2|=2|k|$ (k 是整数), 则称方程 $x^2+bx+c=0$ 为“偶系二次方程”. 如方程 $x^2-6x-27=0$, $x^2-2x-8=0$, $x^2+3x-\frac{27}{4}=0$, $x^2+6x-27=0$, $x^2+4x+4=0$, 都是“偶系二次方程”.

- 分析: (1) 求出原方程的根, 再代入 $|x_1|+|x_2|$ 看结果是否为 2 的整数倍就可以得出结论;
(2) 由条件 $x^2-6x-27=0$ 和 $x^2+6x-27=0$ 是偶系二次方程建模, 设 $c=mb^2+n$, 就可以表示出 c , 然后根据公式法就可以求出其根, 再代入 $|x_1|+|x_2|$ 就可以得出结论.

$\therefore n=0$ 时, $m=-\frac{3}{4}$,

$$\therefore c = -\frac{3}{4}b^2.$$

$$\because x^2 + 3x - \frac{27}{4} = 0 \text{ 是偶系二次方程,}$$

$$\text{当 } b=3 \text{ 时, } c = -\frac{3}{4} \times 3^2.$$

$$\therefore \text{可设 } c = -\frac{3}{4}b^2.$$

$$\text{对于任意一个整数 } b, c = -\frac{3}{4}b^2 \text{ 时,}$$

$$\Delta = b^2 - 4c,$$

$$= 4b^2.$$

$$x = \frac{-b \pm 2b}{2},$$

$$\therefore x_1 = \frac{3}{2}b, x_2 = \frac{1}{2}b.$$

$$\therefore |x_1| + |x_2| = 2b,$$

$$\because b \text{ 是整数,}$$

$$\therefore \text{对于任何一个整数 } b, c = -\frac{3}{4}b^2 \text{ 时, 关于 } x \text{ 的方程 } x^2 + bx + c = 0 \text{ 是“偶系二次方程”}.$$

点评: 本题考查了一元二次方程的解法的运用, 根的判别式的运用根与系数的关系的运用及数学建模思想的运用, 解答本体时根据条件特征建立模型是关键.