

# 2011 年福建省厦门市中考数学试题

## 一、选择题 (本大题有 7 小题, 每小题 3 分, 共 21 分)

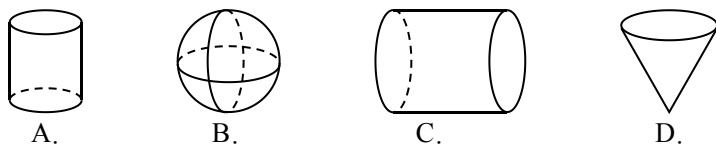
1. 化简  $| -2 |$  等于 【     】

- A. 2                      B. -2                      C.  $\pm 2$                       D.  $\frac{1}{2}$

2. 下列事件中, 必然事件是 【     】

- A. 掷一枚普通的正方体骰子, 骰子停止后朝上的点数是 1  
B. 掷一枚普通的正方体骰子, 骰子停止后朝上的点数是偶数  
C. 抛掷一枚普通的硬币, 掷得的结果不是正面就是反面  
D. 从装有 99 个红球和 1 个白球的布袋中随机取出一个球, 这个球是红球

3. 下列物体中, 俯视图为矩形的是 【     】

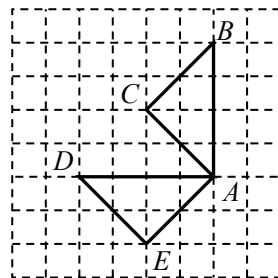


4. 下列计算结果正确的是 【     】

- A.  $a \cdot a = a^2$                       B.  $(3a)^2 = 6a^2$   
C.  $(a+1)^2 = a^2 + 1$                       D.  $a + a = a^2$

5. 如图, 在正方形网格中, 将  $\triangle ABC$  绕点  $A$  旋转后得到  $\triangle ADE$ , 则下列旋转方式中, 符合题意的是 【     】

- A. 顺时针旋转  $90^\circ$                       B. 逆时针旋转  $90^\circ$   
C. 顺时针旋转  $45^\circ$                       D. 逆时针旋转  $45^\circ$



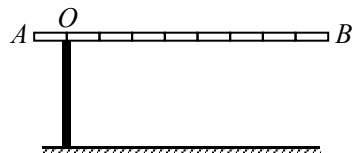
6. 已知  $\odot O_1$ 、 $\odot O_2$  的半径分别为 5 和 2,  $O_1O_2 = 3$ , 则  $\odot O_1$  与  $\odot O_2$  的位置关系为 【     】

- A. 外离                      B. 外切  
C. 相交                      D. 内切

7. 如图, 铁道口的栏杆短臂  $OA$  长 1m, 长臂  $OB$  长 8m.

当短臂外端  $A$  下降 0.5m 时, 长臂外端  $B$  升高 【     】

- A. 2m                      B. 4m                      C. 4.5m                      D. 8m



## 二、填空题 (本大题有 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分)

8.  $\frac{1}{3}$  的相反数是\_\_\_\_\_.

9. 若  $\angle A = 30^\circ$ , 则  $\angle A$  的补角是\_\_\_\_\_.

10. 将 1 200 000 用科学记数法表示为\_\_\_\_\_.

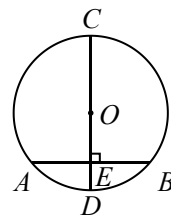
11. 某年 6 月上旬, 厦门市最高气温如下表所示:

| 日期                       | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 |
|--------------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 最高气温( $^\circ\text{C}$ ) | 30 | 28 | 30 | 32 | 34 | 31 | 27 | 32 | 33 | 30 |

那么, 这些日最高气温的众数为\_\_\_\_\_  $^\circ\text{C}$ .

12. 若一个  $n$  边形的内角和为  $720^\circ$ , 则边数  $n =$ \_\_\_\_\_.

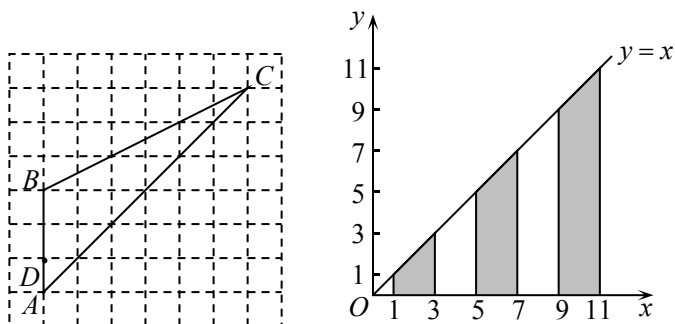
13. 如图,  $\odot O$  的直径  $CD$  垂直于弦  $AB$ , 垂足为  $E$ . 若  $AB = 6\text{cm}$ , 则  $AE =$ \_\_\_\_\_  $\text{cm}$ .



14. 在  $\triangle ABC$  中, 若  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AC = 1$ ,  $AB = 5$ , 则  $\sin B =$ \_\_\_\_\_.

15. 已知一个圆锥的底面半径长为 3cm、母线长为 6cm, 则圆锥的侧面积是\_\_\_\_\_  $\text{cm}^2$ .

16. 如图，在正方形网格中，点  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  都是格点，点  $E$  是线段  $AC$  上任意一点. 如果  $AD = 1$ ，那么当  $AE = \underline{\hspace{2cm}}$  时，以点  $A$ 、 $D$ 、 $E$  为顶点的三角形与  $\triangle ABC$  相似.



17. 如图，一系列“黑色梯形”是由  $x$  轴、直线  $y=x$  和过  $x$  轴上的正奇数  $1, 3, 5, 7, 9, \dots$  所对应的点且与  $y$  轴平行的直线围成的. 从左到右，将其面积依次记为  $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n, \dots$ . 则  $S_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $S_n = \underline{\hspace{2cm}}$ .

### 三、解答题 (本大题有 9 小题，共 89 分)

18. (本题共 3 小题，满分 18 分)

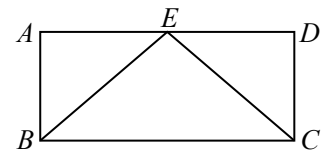
(1) 计算:  $-1 + 3 \times (-2)^2 - \sqrt{16}$ ;

(2) 解不等式组: 
$$\begin{cases} x+1 > 2, \\ x-1 < 3; \end{cases}$$

(3) 化简: 
$$\frac{a^2}{a^2+2a} \left[ \frac{a^2}{a-2} - \frac{4}{a-2} \right].$$

19. (8 分) 甲袋中有三个红球，分别标有数字 1、2、3；乙袋中有三个白球，分别标有数字 2、3、4. 这些球除颜色和数字外完全相同. 小明先从甲袋中随机摸出一个红球，再从乙袋中随机摸出一个白球. 请画出树状图，并求摸得的两球数字相同的概率.

20. (8分)如图, 在矩形  $ABCD$  中,  $E$  为  $AD$  的中点.  
求证:  $\angle EBC = \angle ECB$ .



21. (8分)甲、乙两辆汽车同时分别从  $A$ 、 $B$  两城沿同一条高速公路匀速驶向  $C$  城. 已知  $A$ 、 $C$  两城的距离为  $360\text{km}$ ,  $B$ 、 $C$  两城的距离为  $320\text{km}$ , 甲车比乙车的速度快  $10\text{km/h}$ , 结果两辆车同时到达  $C$  城.  
设乙车的速度为  $x\text{km/h}$ .

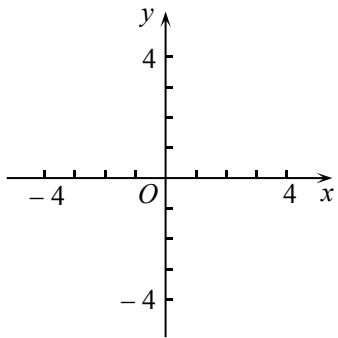
(1)根据题意填写下表:

|    | 行驶的路程(km) | 速度(km/h) | 所需时间(h) |
|----|-----------|----------|---------|
| 甲车 | 360       |          |         |
| 乙车 | 320       | $x$      |         |

(2)求甲、乙两车的速度.

22. (8分)已知一次函数  $y = kx + b$  与反比例函数  $y = \frac{4}{x}$  的图象相交于点  $A(-1, m)$ 、 $B(-4, n)$ .

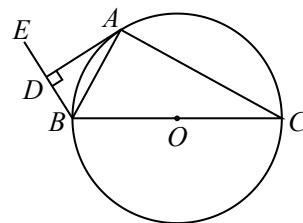
- (1)求一次函数的关系式;  
(2)在给定的直角坐标系中画出这两个函数的图象, 并根据图象回答: 当  $x$  为何值时, 一次函数的值大于反比例函数的值?



23. (8分)如图,  $\odot O$  为  $\triangle ABC$  的外接圆,  $BC$  为  $\odot O$  的直径,  $BA$  平分  $\angle CBE$ ,  $AD \perp BE$ , 垂足为  $D$ .

(1)求证:  $AD$  为  $\odot O$  的切线;

(2)若  $AC = 2\sqrt{5}$ ,  $\tan \angle ABD = 2$ , 求  $\odot O$  的直径.



24. (10分)已知关于  $x$  的方程  $x^2 - 2x - 2n = 0$  有两个不相等的实数根.

(1)求  $n$  的取值范围;

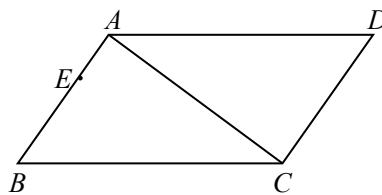
(2)若  $n < 5$ , 且方程的两个实数根都是整数, 求  $n$  的值.

25. (10分)如图, 在四边形  $ABCD$  中,  $\angle BAC = \angle ACD = 90^\circ$ ,  $\angle B = \angle D$ .

(1)求证: 四边形  $ABCD$  是平行四边形;

(2)若  $AB = 3\text{cm}$ ,  $BC = 5\text{cm}$ ,  $AE = \frac{1}{3}AB$ , 点  $P$  从  $B$  点出发,

以  $1\text{cm/s}$  的速度沿  $BC \rightarrow CD \rightarrow DA$  运动至  $A$  点停止, 则从运动开始经过多少时间,  $\triangle BEP$  为等腰三角形?



26. (11分)已知抛物线  $y = -x^2 + 2mx - m^2 + 2$  的顶点  $A$  在第一象限, 过点  $A$  作  $AB \perp y$  轴于点  $B$ ,  $C$  是线段  $AB$  上一点(不与点  $A$ 、 $B$  重合), 过点  $C$  作  $CD \perp x$  轴于点  $D$  并交抛物线于点  $P$ .

(1)若点  $C(1, a)$  是线段  $AB$  的中点, 求点  $P$  的坐标;

(2)若直线  $AP$  交  $y$  轴的正半轴于点  $E$ , 且  $AC = CP$ , 求  $\triangle OEP$  的面积  $S$  的取值范围.

## 答案与解析

1、(2011•厦门) 化简 $|-2|$ 等于 ( )

- A、2      B、-2    C、 $\pm 2$       D、 $\frac{1}{2}$

考点：绝对值。

分析：根据负数的绝对值是它的相反数直接进行化简即可。

解答：解： $|-2|=2$ 。

故选 A。

点评：本题考查了绝对值，注意正数的绝对值是它本身，负数的绝对值是它的相反数，0 的绝对值是 0。

2、(2011•厦门) 下列事件中，必然事件是 ( )

- A、掷一枚普通的正方体骰子，骰子停止后朝上的点数是 1      B、掷一枚普通的正方体骰子，骰子停止后朝上的点数是偶数  
C、抛掷一枚普通的硬币，掷得的结果不是正面就是反面      D、从装有 99 个红球和 1 个白球的布袋中随机取出一个球，这个球是红球

考点：随机事件。

分析：必然事件就是一定发生的事件，根据定义即可判断。

解答：解：A、是随机事件，故选项错误；

B、是随机事件，故选项错误；

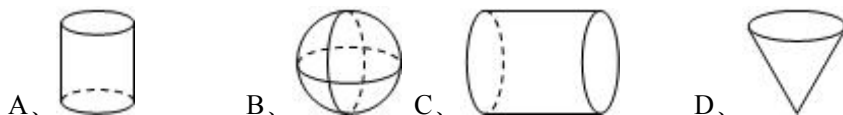
C、是必然事件，故选项正确；

D、是随机事件，故选项错误。

故选 C。

点评：本题考查了必然事件的定义，关键是理解必然事件的定义。

3、(2011•厦门) 下列物体中，俯视图为矩形的是 ( )



考点：简单几何体的三视图。

分析：根据各个立体图形的俯视图进行逐一分析判断。

解答：解：A、其俯视图是圆，故本选项不符合；

B、其俯视图是圆，故本选项不符合；

C、其俯视图是矩形，故本选项符合；

D、其俯视图是圆，故本选项不符合.

故选 C.

**点评：**此题考查了各类立体图形的俯视图.

4、(2011•厦门) 下列计算结果正确的是 ( )

A、 $a \cdot a = a^2$       B、 $(3a)^2 = 6a^2$       C、 $(a+1)^2 = a^2 + 1$       D、 $a + a = a^2$

**考点：**完全平方公式；合并同类项；同底数幂的乘法；幂的乘方与积的乘方.

**专题：**常规题型.

**分析：**根据同底数幂相乘，底数不变指数相加；积的乘方，等于把每一个因式分别乘方，再把所得的幂相乘；完全平方公式；合并同类项法则对各选项分析判断后利用排除法.

**解答：**解：A、 $a \cdot a = a^2$ ，正确；

B、应为  $(3a)^2 = 9a^2$ ，故本选项错误；

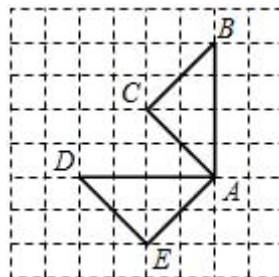
C、应为  $(a+1)^2 = a^2 + 2a + 1$ ，故本选项错误；

D、应为  $a + a = 2a$ ，故本选项错误.

故选 A.

**点评：**本题考查了完全平方公式，同底数幂的乘法，积的乘方. 理清指数的变化是解题的关键.

5、(2011•厦门) 如图，在正方形网格中，将  $\triangle ABC$  绕点 A 旋转后得到  $\triangle ADE$ ，则下列旋转方式中，符合题意的是 ( )



A、顺时针旋转  $90^\circ$       B、逆时针旋转  $90^\circ$

C、顺时针旋转  $45^\circ$       D、逆时针旋转  $45^\circ$

**考点：**旋转的性质.

**分析：**此题根据给出的图形先确定出旋转中心，再确定出旋转的方向和度数即可求出答案.

**解答：**解：根据图形可知：将  $\triangle ABC$  绕点 A 逆时针旋转  $90^\circ$  可得到  $\triangle ADE$ .

故选 B.

**点评：**本题主要考查旋转的性质，在解题时，一定要明确三个要素：旋转中心、旋转方向、旋

转角度.

6、(2011•厦门) 已知 $\odot O_1$ 、 $\odot O_2$ 的半径分别为 5 和 2,  $O_1O_2=3$ , 则 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 的位置关系为 ( )

A、外离      B、外切 C、相交      D、内切

考点: 圆与圆的位置关系。

分析: 由 $\odot O_1$ 、 $\odot O_2$ 的半径分别为 5 和 2,  $O_1O_2=3$ , 根据两圆位置关系与圆心距  $d$ , 两圆半径  $R$ ,  $r$  的数量关系间的联系即可得出两圆位置关系.

解答: 解:  $\because \odot O_1$ 、 $\odot O_2$ 的半径分别为 5 和 2,  $O_1O_2=3$ ,

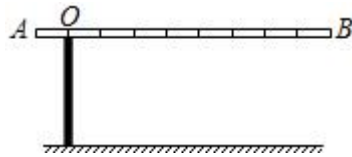
又  $\because 5 - 2 = 3$ ,

$\therefore \odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 的位置关系为内切.

故选 D.

点评: 此题考查了圆与圆的位置关系. 此题那比较简单, 解题的关键是注意掌握两圆位置关系与圆心距  $d$ , 两圆半径  $R$ ,  $r$  的数量关系间的联系.

7、(2011•厦门) 如图, 铁道口的栏杆短臂 OA 长 1m, 长臂 OB 长 8m. 当短臂外端 A 下降 0.5m 时, 长臂外端 B 升高 ( )



A、2m      B、4m      C、4.5m      D、8m

考点: 相似三角形的应用。

分析: 栏杆长短臂在升降过程中, 将形成两个相似三角形, 利用对应边成比例解题.

解答: 解: 设长臂端点升高  $x$  米,

$$\text{则 } \frac{0.5}{x} = \frac{1}{8}.$$

$\therefore x=4$ .

故选: B.

点评: 此题是相似三角形在实际生活中的运用, 比较简单.

二、填空题 (本大题有 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分)

8、(2011•厦门)  $\frac{1}{3}$  的相反数是  $-\frac{1}{3}$ .

考点: 相反数。

**专题：**计算题。

**分析:** 根据相反数的定义: 只有符号不同的两个数称互为相反数计算即可.

解答: 解:  $\frac{1}{3} + (-\frac{1}{3}) = 0$ ,

故 $\frac{1}{3}$ 的相反数是 $-\frac{1}{3}$ ,

故答案为  $-\frac{1}{3}$ .

**点评:** 本题主要考查了相反数的定义, 根据相反数的定义做出判断, 属于基础题.

9、(2011•厦门) 若 $\angle A=30^\circ$ ，则 $\angle A$ 的补角是  $150^\circ$  .

**考点：**余角和补角。

**专题：**常规题型。

**分析:** 根据补角的和等于  $180^\circ$  计算即可.

解答: 解:  $\because \angle A=30^\circ$ ,

$\therefore \angle A$  的补角是  $180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$ .

故答案为:  $150^{\circ}$ .

**点评:** 本题考查了补角的和等于  $180^\circ$  的性质, 需要熟练掌握.

10、把 1200000 用科学记数法表示为  $1.2 \times 10^6$ .

**考点：**科学记数法—表示较大的数。

**专题：**计算题。

**分析:** 科学记数法的表示形式为  $a \times 10^n$  的形式, 其中  $1 \leq |a| < 10$ ,  $n$  为整数. 确定  $n$  的值时, 要看把原数变成  $a$  时, 小数点移动了多少位,  $n$  的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值  $> 1$  时,  $n$  是正数; 当原数的绝对值  $< 1$  时,  $n$  是负数.

1200000 中 a 为 1.2, 小数点移动了 6, 即  $n=6$ .

**解答:** 解: 将 1200000 用科学记数法表示为  $1.2 \times 10^6$ .

**点评:** 此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为  $a \times 10^n$  的形式, 其中  $1 \leq |a| < 10$ ,  $n$  为整数, 表示时关键要正确确定  $a$  的值以及  $n$  的值.

11、(2011·厦门) 某年 6 月上旬, 厦门市最高气温如下表所示:

[illegible]

|           |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|-----------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 最高气温 (°C) | 0 | 8 | 0 | 2 | 4 | 1 | 7 | 2 | 3 | 0 |
|-----------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

那么, 这些日最高气温的众数为 30 °C.

**考点:** 众数。

**分析:** 根据众数的定义就可以解答.

**解答:** 解: 30 出现 3 次是最多的数, 所以众数为 30.

故答案为 30.

**点评:** 本题考查了众数的定义, 组数据中出现次数最多的数据叫做众数.

12、(2011•厦门) 若一个  $n$  边形的内角和为  $720^\circ$ , 则边数  $n = \underline{6}$ .

**考点:** 多边形内角与外角。

**分析:**  $n$  边形的内角和可以表示成  $(n-2) \cdot 180^\circ$ , 设这个多边形的边数是  $n$ , 就得到方程, 从而求出边数.

**解答:** 解: 由题意可得:  $(n-2) \cdot 180^\circ = 720^\circ$ ,

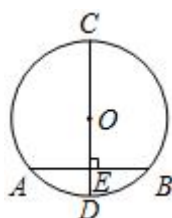
解得:  $n=6$ .

所以, 多边形的边数为 6.

故答案为 6.

**点评:** 此题比较简单, 只要结合多边形的内角和公式寻求等量关系, 构建方程求解.

13、(2011•厦门) 如图,  $\odot O$  的直径  $CD$  垂直于弦  $AB$ , 垂足为  $E$ . 若  $AB=6\text{cm}$ , 则  $AE = \underline{3}$  cm.



**考点:** 垂径定理; 勾股定理。

**分析:** 由  $\odot O$  的直径  $CD$  垂直于弦  $AB$ ,  $AB=6\text{cm}$ , 根据垂径定理, 即可求得  $AE$  的长.

**解答:** 解:  $\because \odot O$  的直径  $CD$  垂直于弦  $AB$ ,

$$\therefore AE = \frac{1}{2}AB,$$

$$\because AB=6\text{cm},$$

$$\therefore AE=3\text{cm}.$$

故答案为: 3.

**点评：**此题考查了垂径定理的知识．此题比较简单，解题的关键是熟记垂径定理，注意数形结合思想的应用．

14、(2011•厦门) 在 $\triangle ABC$  中，若 $\angle C=90^\circ$ ， $AC=1$ ， $AB=5$ ，则 $\sin B=\frac{1}{5}$ ．

**考点：**锐角三角函数的定义．

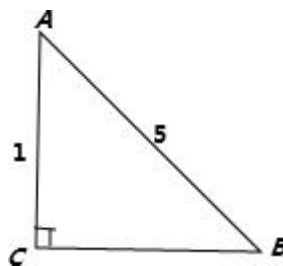
**专题：**数形结合．

**分析：**利用锐角三角函数的定义知：锐角的正弦值 $=\frac{\text{对边}}{\text{斜边}}$ ．

**解答：**解： $\because \angle C=90^\circ$ ， $AC=1$ ， $AB=5$ （如图），

$$\sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{5}.$$

故答案是： $\frac{1}{5}$ ．



**点评：**本题考查了锐角三角函数的定义．①正弦（sin）等于对边比斜边；②余弦（cos）等于邻边比斜边；③正切（tan）等于对边比邻边；④余切（cot）等于邻边比对边；⑤正割（sec）等于斜边比邻边；⑥余割（csc）等于斜边比对边．

15、(2011•厦门) 已知一个圆锥的底面半径长为 3cm、母线长为 6cm，则圆锥的侧面积是  $18\pi$   $\text{cm}^2$ ．

**考点：**圆锥的计算．

**专题：**计算题．

**分析：**圆锥的侧面积 $=\pi \times \text{底面半径} \times \text{母线长}$ ，把相关数值代入计算即可．

**解答：**解： $\because$ 圆锥的底面半径长为 3cm、母线长为 6cm，

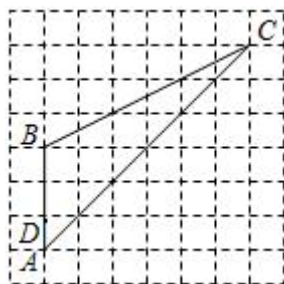
$\therefore$ 圆锥的侧面积为 $\pi \times 3 \times 6 = 18\pi \text{cm}^2$ ．

故答案为  $18\pi$ ．

**点评：**考查圆锥的计算；掌握圆锥的侧面积计算公式是解决本题的关键．

16、(2011•厦门) 如图，在正方形网格中，点 A、B、C、D 都是格点，点 E 是线段 AC 上任意一

点．如果  $AD=1$ ，那么当  $AE=\underline{2\sqrt{2}}$  或  $\underline{\frac{\sqrt{2}}{4}}$  时，以点 A、D、E 为顶点的三角形与  $\triangle ABC$  相似．



考点：相似三角形的性质。

专题：网格型。

分析：首先根据图，可得  $AD=1$ ， $AB=3$ ， $AC=\sqrt{6^2+6^2}=6\sqrt{2}$ ，然后分别从若  $\triangle ADE \sim \triangle ABC$  与若  $\triangle ADE \sim \triangle ACB$  去分析，根据相似三角形的对应边成比例，即可求得  $AE$  的值，小心别漏解。

解答：解：根据题意得：  $AD=1$ ， $AB=3$ ， $AC=\sqrt{6^2+6^2}=6\sqrt{2}$ ，

$\because \angle A = \angle A$ ，

$\therefore$  若  $\triangle ADE \sim \triangle ABC$  时，  $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ ，

即：  $\frac{1}{3} = \frac{AE}{6\sqrt{2}}$ ，

解得：  $AE=2\sqrt{2}$ ，

若  $\triangle ADE \sim \triangle ACB$  时，  $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB}$ ，

即：  $\frac{1}{6\sqrt{2}} = \frac{AE}{3}$ ，

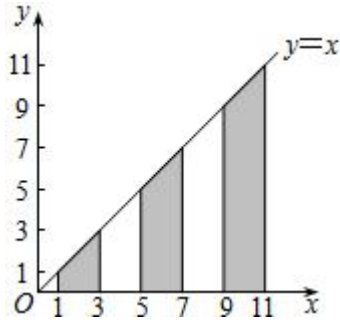
解得：  $AE=\frac{\sqrt{2}}{4}$ ，

$\therefore$  当  $AE=2\sqrt{2}$  或  $\frac{\sqrt{2}}{4}$  时，以点  $A$ 、 $D$ 、 $E$  为顶点的三角形与  $\triangle ABC$  相似。

故答案为：  $2\sqrt{2}$  或  $\frac{\sqrt{2}}{4}$ 。

**点评：**此题考查了相似三角形的性质．此题难度不大，解题的关键是注意数形结合思想与分类讨论思想的应用．

- 17、(2011•厦门) 如图，一系列“黑色梯形”是由  $x$  轴、直线  $y=x$  和过  $x$  轴上的正奇数 1、3、5、7、9、... 所对应的点且与  $y$  轴平行的直线围成的．从左到右，将其面积依次记为  $S_1$ 、 $S_2$ 、 $S_3$ 、...、 $S_n$ 、... 则  $S_1=4$ ， $S_n=4(2n-1)$ ．



**考点：**一次函数综合题．

**专题：**规律型．

**分析：**由图得， $S_1=\frac{(1+3) \times 2}{2}=4$ ， $S_2=\frac{(5+7) \times 2}{2}=12$ ， $S_3=\frac{(9+11) \times 2}{2}=20$ ，...， $S_n=4(2n-1)$ ．

**解答：**解：由图可得，

$$S_1=\frac{(1+3) \times 2}{2}=4=4(2 \times 1-1),$$

$$S_2=\frac{(5+7) \times 2}{2}=12=4(2 \times 2-1),$$

$$S_3=\frac{(9+11) \times 2}{2}=20=4(2 \times 3-1),$$

...

$$\therefore S_n=4(2n-1).$$

故答案为：4； $4(2n-1)$ ．

**点评：**本题主要考查了一次函数综合题目，根据  $S_1$ 、 $S_2$ 、 $S_3$ ，找出规律，是解答本题的关键．

### 三、解答题（本大题有 9 小题，共 89 分）

- 18、(2011•厦门) (1) 计算： $-1+3 \times (-2)^2-\sqrt{16}$ ；

(2) 解不等式组: 
$$\begin{cases} x+1 > 2 \\ x-1 < 3 \end{cases};$$

(3) 化简: 
$$\frac{a^2}{a^2+2a} \cdot \left( \frac{a^2}{a-2} - \frac{4}{a-2} \right).$$

**考点:** 分式的混合运算; 实数的运算; 解一元一次不等式组。

**分析:** (1) 实数的基本运算. 搞清楚运算的先后顺序及各种运算的法则;

(2) 解不等式组. 求每个不等式解集的公共部分;

(3) 分式的混合运算. 注意通分、约分的方法.

**解答:** 解: (1) 原式 =  $-1 + 3 \times 4 - 4 = -5 + 12 = 7$ ;

(2) 由  $x+1 > 2$  得  $x > 1$ ;

由  $x-1 < 3$  得  $x < 4$ .

所以不等式组的解集为  $1 < x < 4$ ;

(3) 原式 = 
$$\frac{a^2}{a(a+2)} \cdot \frac{(a+2)(a-2)}{a-2} = a.$$

**点评:** 此题考查实数的运算、解不等式组、分式的运算等知识点, 难度中等.

19、(2011•厦门) 甲袋中有三个红球, 分别标有数字 1、2、3; 乙袋中有三个白球, 分别标有数字 2、3、4. 这些球除颜色和数字外完全相同. 小明先从甲袋中随机摸出一个红球, 再从乙袋中随机摸出一个白球. 请画出树状图, 并求摸得的两球数字相同的概率.

**考点:** 列表法与树状图法.

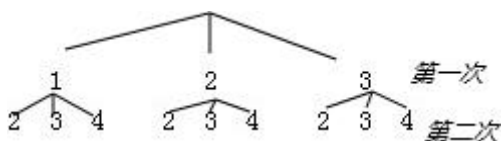
**专题:** 图表型.

**分析:** 首先根据题意画树状图, 然后由树状图求得所有等可能的结果与摸出两球的数字相同的情况, 利用概率公式即可求得答案.

**解答:** 解: 画树状图可得

共有 9 种等可能的结果, 数字相同的有 2 种,

$$\therefore P(\text{两个球上的数字相同}) = \frac{2}{9}.$$

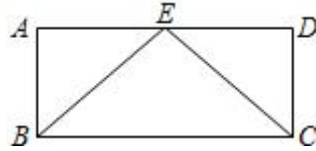


**点评:** 此题考查了树状图法与列表法求概率. 注意树状图法与列表法可以不重不漏的表示出所

有等可能的结果. 用到的知识点为: 概率=所求情况数与总情况数之比.

20、(2011•厦门) 如图, 在矩形 ABCD 中, E 为 AB 的中点.

求证:  $\angle EBC = \angle ECB$ .



**考点:** 矩形的性质; 全等三角形的判定与性质.

**专题:** 证明题.

**分析:** 要证出  $\angle EBC = \angle ECB$ , 只需证明  $\triangle BEC$  是等腰三角形, 一般采用证边或证角相等, 由此考虑到用三角形全等进行证明.

**解答:** 证明:  $\because$  ABCD 是矩形,

$\therefore \angle A = \angle D = 90^\circ$ ,  $AB = CD$ .

$\because$  E 是 AD 中点,

$\therefore AE = DE$ .

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle DCE$ .

$\therefore BE = CE$ .

$\therefore \triangle BEC$  是等腰三角形,

$\therefore \angle EBC = \angle ECB$ .

**点评:** 此题主要利用矩形的性质及三角形全等的判定来证明  $\triangle BEC$  为等腰三角形, 从而证明  $\angle EBC = \angle ECB$ .

21、(2011•厦门) 甲、乙两辆汽车同时分别从 A、B 两城沿同一条高速公路匀速驶向 C 城. 已知 A、C 两城的距离为 360km, B、C 两城的距离为 320km, 甲车比乙车的速度快 10km/h, 结果两辆车同时到达 C 城. 设乙车的速度为 xkm/h.

(1) 根据题意填写下表:

|    | 行驶的路程 (km) | 速度 (km/h)          | 所需时间 (h)           |
|----|------------|--------------------|--------------------|
| 甲车 | 360        | $\underline{x+10}$ | $\frac{360}{x+10}$ |
| 乙车 | 320        | x                  | $\frac{320}{x}$    |

(2) 求甲、乙两车的速度.

考点：分式方程的应用。

专题：行程问题。

分析：（1）设乙的速度是  $x$  千米/时，那么甲的速度是  $(x+10)$  千米/时，根据时间 $=\frac{\text{路程}}{\text{速度}}$ 可求

甲、乙两辆汽车所需时间；

（2）路程知道，且同时到达，可以时间做为等量关系列方程求解。

解答：解：（1）甲的速度是  $(x+10)$  千米/时，

甲车所需时间是 $\frac{360}{x+10}$ ，

乙车所需时间是： $\frac{320}{x}$ ；

（2）设乙的速度是  $x$  千米/时，甲的速度是  $(x-10)$  千米/时，依题意得：

$$\frac{360}{x+10} = \frac{320}{x},$$

解得  $x=80$

经检验： $x=80$  是原方程的解

$$x+10=90$$

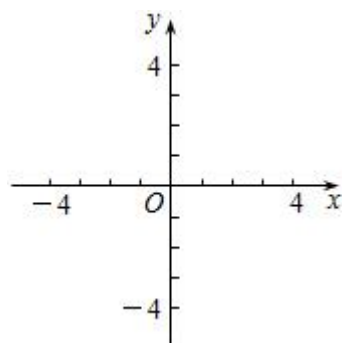
答：甲的速度是 90 千米/时，乙的速度是 80 千米/时。

点评：本题考查理解题意能力，关键是以时间做为等量关系，根据时间 $=\frac{\text{路程}}{\text{速度}}$ ，列方程求解。

22、(2011•厦门) 已知一次函数  $y=kx+b$  与反比例函数  $y=\frac{4}{x}$  的图象相交于点 A  $(-1, m)$ 、B  $(-4, n)$ 。

（1）求一次函数的关系式；

（2）在给定的直角坐标系中画出这两个函数的图象，并根据图象回答：当  $x$  为何值时，一次函数的值大于反比例函数的值？



**考点：**反比例函数与一次函数的交点问题。

**专题：**探究型。

**分析：**（1）先把 A、B 两点坐标代入反比例函数解析式即可求出 m、n 的值，进而可得出 A、B 两点的坐标，再把 A、B 两点的坐标代入一次函数的关系式即可求出 k、b 的值，进而得出其关系式；

（2）利用描点法在坐标系内画出两函数的图象，再利用数形结合进行解答即可。

**解答：**解：（1）把 A 点坐标代入反比例函数解析式得， $m = \frac{4}{-1} = -4$ ；

把 B 点坐标代入反比例函数解析式得， $n = \frac{4}{-4} = -1$ ；

故 A（-1， -4）、B（-4， -1），

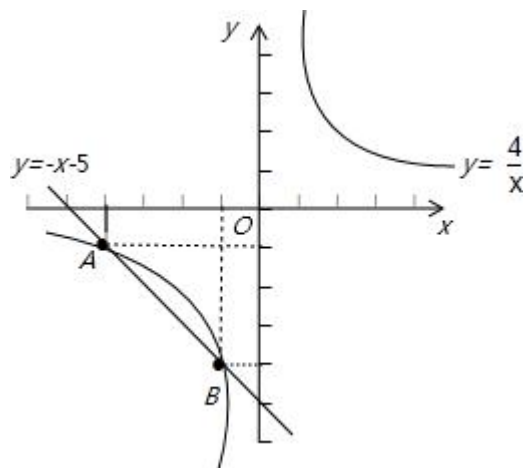
代入一次函数  $y = kx + b$  得，
$$\begin{cases} -4 = -k + b \\ -1 = -4k + b \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k = -1 \\ b = -5 \end{cases},$$

故一次函数的关系式为：  $y = -x - 5$ ；

（2）如图所示：

∵ 由函数图象可知，当  $x < -4$  或  $-1 < x < 0$  时，一次函数的图象在反比例函数图象的上方，

∴ 当  $x < -4$  或  $-1 < x < 0$  时，一次函数的值大于反比例函数的值。

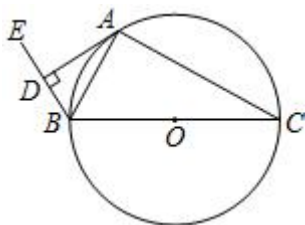


**点评：** 本题考查的是反比例函数与一次函数的交点问题、利用描点法画一次函数及反比例函数的图象及用待定系数法求一次函数的解析式，熟知以上知识是解答此题的关键.

23、(2011•厦门) 如图， $\odot O$  为  $\triangle ABC$  的外接圆， $BC$  为  $\odot O$  的直径， $BA$  平分  $\angle CBE$ ， $AD \perp BE$ ，垂足为  $D$ .

(1) 求证： $AD$  为  $\odot O$  的切线；

(2) 若  $AC=2\sqrt{5}$ ， $\tan \angle ABD=2$ ，求  $\odot O$  的直径.



**考点：** 切线的判定；圆周角定理；解直角三角形。

**专题：** 计算题；证明题。

**分析：** (1) 先连接  $OA$ ，由于  $BA$  平分  $\angle CBE$ ，那么  $\angle ABE = \angle ABO$ ，而  $\angle ABO = \angle BAO$ ，易得  $\angle BAO = \angle ABD$ ，结合  $AD \perp BE$ ，易求  $\angle BAO + \angle BAD = 90^\circ$ ，即  $\angle DAO = 90^\circ$ ，从而可证  $AD$  是  $\odot O$  切线；

(2) 由于  $BC$  是直径，那么  $\angle BAC = 90^\circ$ ，而  $\angle ABD = \angle ABO$ ， $\tan \angle ABD = 2$ ，易得  $\tan \angle ABO = 2$ ，在  $Rt\triangle ABC$  中，易求  $AB$ ，进而可求  $BC$ 。

**解答：** 解：如右图所示，连接  $OA$ 。

(1)  $\because BA$  平分  $\angle CBE$ ,

$\therefore \angle ABE = \angle ABO$ ,

又  $\because \angle ABO = \angle BAO$ ,

$$\therefore \angle BAO = \angle ABD,$$

$$\because AD \perp BE,$$

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABD + \angle BAD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAO + \angle BAD = 90^\circ,$$

$$\text{即 } \angle DAO = 90^\circ,$$

$$\therefore AD \text{ 是 } \odot O \text{ 切线};$$

$$(2) \because BC \text{ 是直径},$$

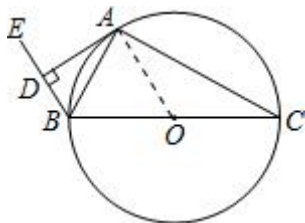
$$\therefore \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\text{又 } \because \angle ABD = \angle ABO, \tan \angle ABD = 2,$$

$$\therefore \tan \angle ABO = 2,$$

$$\text{在 Rt}\triangle ABC \text{ 中}, AB = \frac{AC}{\tan \angle ABO} = \sqrt{5},$$

$$\therefore BC = \sqrt{AC^2 + AB^2} = \sqrt{25} = 5.$$



**点评：** 本题考查了切线的判定、勾股定理、正切。解题的关键是连接 OA，并求出 AB。

24、(2011•厦门) 已知关于 x 的方程  $x^2 - 2x - 2n = 0$  有两个不相等的实数根。

(1) 求 n 的取值范围；

(2) 若  $n < 5$ ，且方程的两个实数根都是整数，求 n 的值。

**考点：** 根的判别式。

**专题：** 计算题。

**分析：** (1) 关于 x 的方程  $x^2 - 2x - 2n = 0$  有两个不相等的实数根，即判别式  $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ 。即可得到关于 n 的不等式，从而求得 n 的范围；

(2) 利用配方法解方程，然后根据 n 的取值范围和限制条件“方程的两个实数根都是整数”来求 n 的值。

**解答：** 解：(1)  $\because$  关于 x 的方程  $x^2 - 2x - 2n = 0$  的二次项系数  $a = 1$ 、一次项系数  $b = -2$ 、常数项

$$c = -2n,$$

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = 4 + 8n > 0,$$

$$\text{解得, } n > -\frac{1}{2};$$

(2) 由原方程, 得

$$(x-1)^2 = 2n+1,$$

$$\therefore x = 1 \pm \sqrt{2n+1};$$

$\because$  方程的两个实数根都是整数, 且  $n < 5$ ,

$\therefore 0 < 2n+1 < 11$ , 且  $2n+1$  是完全平方形式,

$$\therefore 2n+1=1, \quad 2n+1=4 \text{ 或 } 2n+1=9,$$

解得,  $n=0$ ,  $n=1.5$  或  $n=4$ .

**点评:** 本题考查了一元二次方程的根的判别式. 一元二次方程根的情况与判别式  $\Delta$  的关系:

(1)  $\Delta > 0 \Leftrightarrow$  方程有两个不相等的实数根;

(2)  $\Delta = 0 \Leftrightarrow$  方程有两个相等的实数根;

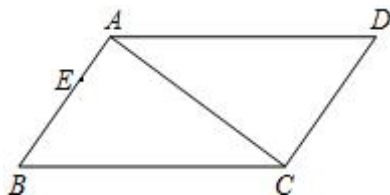
(3)  $\Delta < 0 \Leftrightarrow$  方程没有实数根.

25、(2011•厦门) 如图, 在四边形 ABCD 中,  $\angle BAC = \angle ACD = 90^\circ$ ,  $\angle B = \angle D$ .

(1) 求证: 四边形 ABCD 是平行四边形;

(2) 若  $AB=3\text{cm}$ ,  $BC=5\text{cm}$ ,  $AE=\frac{1}{3}AB$ , 点 P 从 B 点出发, 以  $1\text{cm/s}$  的速度沿  $BC \rightarrow CD \rightarrow DA$

运动至 A 点停止, 则从运动开始经过多少时间,  $\triangle BEP$  为等腰三角形?



**考点:** 平行四边形的判定与性质; 全等三角形的判定与性质; 等腰三角形的性质; 勾股定理; 相似三角形的判定与性质.

**专题:** 证明题.

**分析:** (1) 根据全等三角形判定证  $\triangle ABC \cong \triangle CDA$  即可;

(2) 求出 AC, 当 P 在 BC 上时, ①  $BE=BP=2$ , ②  $BP=PE$ , 作  $PM \perp AB$  于 M, 根据  $\cos B$  求

出 BP, ③BE=PE=2, 作 EN⊥BC 于 N, 根据 cosB 求出 BN; 当 P 在 CD 上不能得出等腰三角形; 当 P 在 AD 上时, 过 P 作 PN⊥BA 于 N, 证△NAP∽△ABC, 推出 PN: AN: AP=4: 3: 5, 设 PN=4x, AN=3x, 在△EPN 中, 由勾股定理得出方程  $(3x+1)^2 + (4x)^2 = 2^2$ , 求出方程的解即可.

解答: (1) 证明: 在△ABC 和△CDA 中

$$\begin{cases} \angle B = \angle D \\ \angle BAC = \angle DCA \\ AC = AC \end{cases}$$

∴ △ABC≌△CDA,

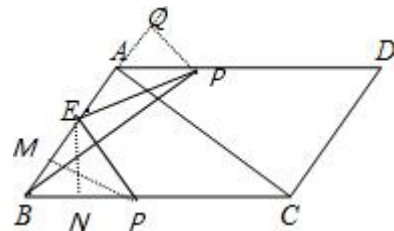
∴ AD=BC, AB=CD,

∴ 四边形 ABCD 是平行四边形.

(2) 解: ∵ ∠BAC=90°, BC=5, AB=3, '

由勾股定理得: AC=4,

即 AB、CD 间的最短距离是 4,



设经过 ts 时, △BEP 是等腰三角形,

当 P 在 BC 上时,

①BE=BP=2,

t=2 时, △BEP 是等腰三角形;

②BP=PE,

作 PM⊥AB 于 M,

$$\because \cos B = \frac{AB}{BC} = \frac{BM}{BP} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore BP = \frac{5}{3},$$

t =  $\frac{5}{3}$  时, △BEP 是等腰三角形;

③BE=PE=2,

作 EN⊥BC 于 N,

$$\therefore \cos B = \frac{BN}{BE} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore \frac{BN}{2} = \frac{3}{5}, \quad BN = \frac{6}{5},$$

$$\therefore BP = \frac{6}{5},$$

$t = \frac{6}{5}$  时,  $\triangle BEP$  是等腰三角形;

当  $P$  在  $CD$  上不能得出等腰三角形,

$\because AB$ 、 $CD$  间的最短距离是 4,  $CA \perp AB$ ,  $CA=4$ ,

当  $P$  在  $AD$  上时, 只能  $BE=EP=2$ ,

过  $P$  作  $PQ \perp BA$  于  $Q$ ,

$\because$  平行四边形  $ABCD$ ,

$\therefore AD \parallel BC$ ,

$\therefore \angle NAD = \angle ABC$ ,

$\because \angle BAC = \angle N = 90^\circ$ ,

$\therefore \triangle QAP \sim \triangle ABC$ ,

$\therefore PQ : AQ : AP = 4 : 3 : 5$ ,

设  $PQ=4x$ ,  $AQ=3x$ ,

在  $\triangle EPQ$  中, 由勾股定理得:  $(3x+1)^2 + (4x)^2 = 2^2$ ,

$$\therefore x = \frac{2\sqrt{21} - 3}{25},$$

$$AP = 5x = \frac{2\sqrt{21} - 3}{5},$$

$$\therefore t = 5 + 5 + 3 - \frac{2\sqrt{21} - 3}{5} = \frac{68 - 2\sqrt{21}}{5},$$

答: 从运动开始经过  $2s$  或  $\frac{5}{3}s$  或  $\frac{6}{5}s$  或  $\frac{68 - 2\sqrt{21}}{5}s$  时,  $\triangle BEP$  为等腰三角形.

**点评:** 本题主要考查对平行四边形的性质和判定, 相似三角形的性质和判定. 全等三角形的性质和判定, 勾股定理, 等腰三角形的性质, 勾股定理等知识点的理解和掌握, 综合运用这些性质进行推理是解此题的关键.

26、(2011•厦门) 已知抛物线  $y = -x^2 + 2mx - m^2 + 2$  的顶点  $A$  在第一象限, 过点  $A$  作  $AB \perp y$  轴于

点 B, C 是线段 AB 上一点 (不与点 A、B 重合), 过点 C 作  $CD \perp x$  轴于点 D 并交抛物线于点 P.

(1) 若点 C (1, a) 是线段 AB 的中点, 求点 P 的坐标;

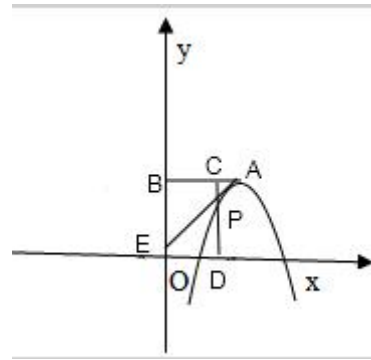
(2) 若直线 AP 交 y 轴的正半轴于点 E, 且  $AC=CP$ , 求  $\triangle OEP$  的面积 S 的取值范围.

**考点:** 二次函数综合题.

**分析:** (1) 根据题意得顶点 A 的坐标为 (2, a), 然后设 P (1, n) 代入  $x = -\frac{b}{2a}$ , 得 A 点的

横坐标为 m, 求得函数的解析式, 把 P 点的坐标代入得  $n=1$ , 从而求得函数的解析式;

(2) 把抛物线化为顶点式:  $y = -(x-m)^2 + 2$ , 求得其顶点坐标, 设 C (n, 2), 然后表示出 P (n,  $-(n-m)^2 + 2$ ) 根据  $AC=CP$  求得  $m-n$  的值, 然后表示出 OB、OE 的值从而表示出  $\triangle OPE$  的面积, 进而求得面积的取值范围.



**解答:** 解: (1) 依题意得顶点 A 的坐标为 (2, a),

设 P (1, n) 据  $x = -\frac{b}{2a}$ , 得 A 点的横坐标为 m, 即  $m=2$ ,

所以  $y = x^2 + 4x - 2$ , 把 P 点的坐标代入得  $n=1$ ,

即 P 点的坐标为 (1, 1)

(2) 把抛物线化为顶点式:  $y = -(x-m)^2 + 2$ ,

可知 A (m, 2), 设 C (n, 2),

把 n 代入  $y = -(x-m)^2 + 2$  得  $y = -(n-m)^2 + 2$ ,

所以 P (n,  $-(n-m)^2 + 2$ )

$\because AC=CP$

$\therefore m-n = 2 + (m-n)^2 - 2$ ,

即  $m-n = (m-n)^2$ ,

$\therefore m-n=0$  或  $m-n=1$ ,

又  $\because$  C 点不与端点 A、B 重合

$$\therefore m \neq n,$$

$$\text{即 } m - n = 1,$$

$$\text{则 } A(m, 2), P(m-1, 1)$$

$$\text{由 } AC=CP \text{ 可得 } BE=AB$$

$$\therefore OB=2$$

$$\therefore OE=2-m,$$

$$\therefore \triangle OPE \text{ 的面积 } S = \frac{1}{2} (2-m)(m-1) = -\left(m-\frac{3}{2}\right)^2 + \frac{1}{8} \quad (1 < m < 2),$$

$$\therefore 0 < S < \frac{1}{8}.$$

**点评:** 本题考查了二次函数的应用, 解题的关键是正确的用字母表示出点的坐标, 并利用题目的已知条件得到有关的方程或不等式, 从而求得未知数的值或取值范围.