

2010 年福建省福州市中考数学试卷

一、选择题（共 10 小题，每小题 4 分，满分 40 分）

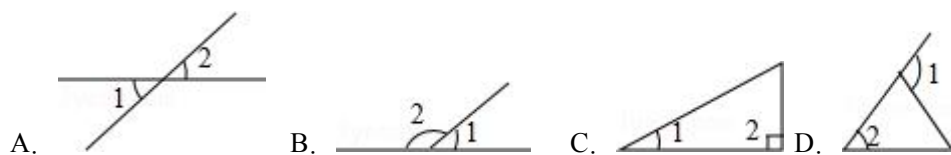
1. (2010•福州) 2 的倒数是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. 2 D. -2

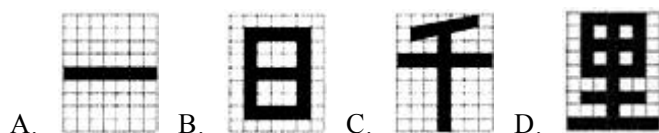
2. (2010•福州) 今年我省规划重建校舍约 3 890 000 平方米, 3 890 000 用科学记数法表示为 ()

- A. 0.389×10^7 B. 3.89×10^6 C. 3.89×10^4 D. 389×10^4

3. (2010•福州) 下面四个图形中, 能判断 $\angle 1 > \angle 2$ 的是 ()



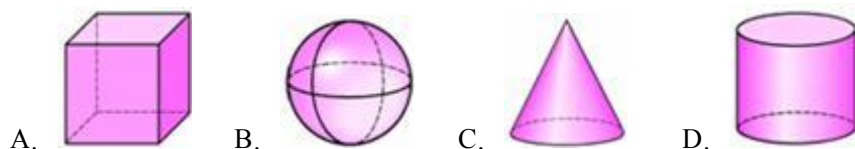
4. (2010•福州) 下面四个中文艺术字中, 不是轴对称图形的是 ()



5. (2010•莆田) 式子 $\sqrt{x-1}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围是 ()

- A. $x > 1$ B. $x \geq 1$ C. $x < 1$ D. $x \leq 1$

6. (2010•福州) 下面四个立体图形中, 主视图是三角形的是 ()



7. (2010•福州) 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象经过点 (1, 3), 则此反比例函数的图象在 ()

- A. 第一、二象限 B. 第一、三象限 C. 第二、四象限 D. 第三、四象限

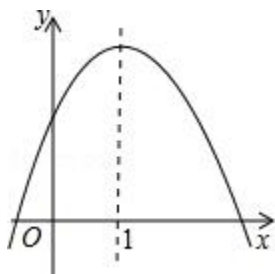
8. (2010•福州) 有人预测 2010 年南非世界杯足球赛巴西国家队夺冠的概率是 70%, 他们的理解正确的是 ()

- A. 巴西国家队一定夺冠 B. 巴西国家队一定不会夺冠 C. 巴西国家队夺冠的可能性比较大 D. 巴西国家队夺冠的可能性比较小

9. (2010•福州) 分式方程 $\frac{3}{x-2} = 1$ 的解是 ()

- A. $x=5$ B. $x=1$ C. $x=-1$ D. $x=2$

10. (2010•福州) 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示, 则下列结论正确的是 ()



- A. $a > 0$ B. $c < 0$ C. $b^2 - 4ac < 0$ D. $a+b+c > 0$

二、填空题 (共 5 小题, 每小题 4 分, 满分 20 分)

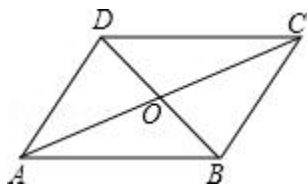
11. (2010•福州) 实数 a , b 在数轴上对应点的位置如图所示, 则 a _____ b .



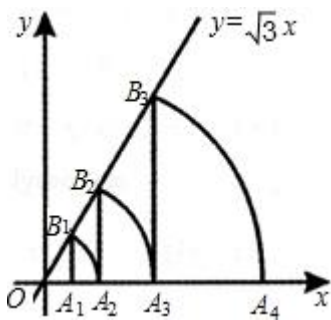
12. (2011•温州) 分解因式: $a^2 - 1 =$ _____.

13. (2010•福州) 某校七年 (2 班) 6 位女生的体重 (单位: 千克) 是: 36, 38, 40, 42, 42, 45, 这组数据的众数为 _____.

14. (2010•福州) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O , 若 $AC=14$, $BD=8$, $AB=10$, 则 $\triangle OAB$ 的周长为 _____.



15. (2010•福州) 如图, 直线 $y = \sqrt{3}x$, 点 A_1 坐标为 $(1, 0)$, 过点 A_1 作 x 的垂线交直线于点 B_1 , 以原点 O 为圆心, OB_1 长为半径画弧交 x 轴于点 A_2 ; 再过点 A_2 作 x 的垂线交直线于点 B_2 , 以原点 O 为圆心, OB_2 长为半径画弧交 x 轴于点 A_3 , ..., 按此做法进行下去, 点 A_5 的坐标为 (_____, _____).



三、解答题 (共 7 小题, 满分 90 分)

16. (2010•福州) (1) 计算: $|-3| + (-1)^0 - \sqrt{9}$.

(2) 化简: $(x+1)^2 + 2(1-x) - x^2$.

17. (2010•福州) (1) 如图 1, 点 B 、 E 、 C 、 F 在一条直线上, $BC=EF$, $AB \parallel DE$, $\angle A = \angle D$.

求证: $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.

(2) 如图 2, 在矩形 $OABC$ 中, 点 B 的坐标为 $(-2, 3)$. 画出矩形 $OABC$ 绕点 O 顺时针旋转 90° 后的矩形 $OA_1B_1C_1$, 并直接写出的坐标 A_1 、 B_1 、 C_1 的坐标.

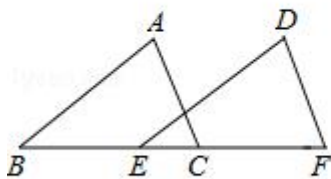


图1

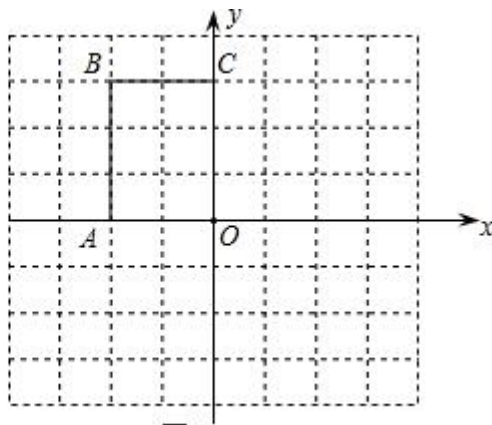
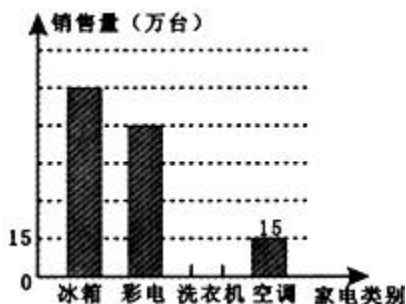


图2

18. (2010•福州) 近日从省家电下乡联席办获悉, 自 2009 年 2 月 20 日我省家电下乡全面启动以来, 最受农户热捧的四种家电是冰箱、彩电、洗衣机和空调, 其销售比为 5: 4: 2: 1, 其中空调已销售了 15 万台. 根据上述销售情况绘制了两个不完整的统计图:

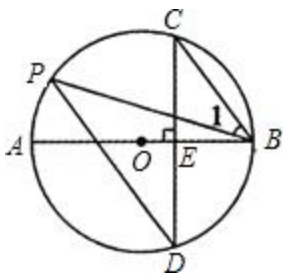


请根据以上信息解答问题:

- (1) 补全条形统计图;
- (2) 四种家电销售总量为_____万台;
- (3) 扇形统计图中彩电部分所对应的圆心角是_____度;
- (4) 为跟踪调查农户对这四种家电的使用情况, 从已销售的家电中随机抽取一台家电, 求抽到冰箱的概率.

19. (2010•福州) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$ 与点 E, 点 P 在 $\odot O$ 上, $\angle 1 = \angle C$,

- (1) 求证: $CB \parallel PD$;
- (2) 若 $BC=3$, $\sin \angle P = \frac{3}{5}$, 求 $\odot O$ 的直径.



20. (2010•福州) 郑老师想为希望小学四年 (3) 班的同学购买学习用品, 了解到某商店每个书包的价格比每本词典多 8 元, 用 124 元恰好可以买到 3 个书包和 2 本词典.

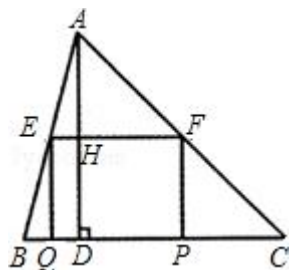
- (1) 每个书包和每本词典的价格各是多少元?
- (2) 郑老师计划用 1000 元为全班 40 位同学每人购买一件学习用品 (一个书包或一本词典) 后, 余下不少于 100 元且不超过 120 元的钱购买体育用品, 共有哪几种购买书包和词典的方案?

21. (2010•福州) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=45^\circ$, $BC=10$, 高 $AD=8$, 矩形 EFPQ 的一边 QP 在边上, E、F 两点分别在 AB、AC 上, AD 交 EF 于点 H.

(1) 求证: $\frac{AH}{AD} = \frac{EF}{BC}$;

(2) 设 $EF=x$, 当 x 为何值时, 矩形 $EFPQ$ 的面积最大? 并求其最大值;

(3) 当矩形 $EFPQ$ 的面积最大时, 该矩形 $EFPQ$ 以每秒 1 个单位的速度沿射线 QC 匀速运动 (当点 Q 与点 C 重合时停止运动), 设运动时间为 t 秒, 矩形 $EFPQ$ 与 $\triangle ABC$ 重叠部分的面积为 S , 求 S 与 t 的函数关系式.



22. (2010•福州) 如图 1, 在平面直角坐标系中, 点 B 在直线 $y=2x$ 上, 过点 B 作 x 轴的垂线, 垂足为 A , $OA=5$. 若抛物线 $y=\frac{1}{6}x^2+bx+c$ 过点 O 、 A 两点.

(1) 求该抛物线的解析式;

(2) 若 A 点关于直线 $y=2x$ 的对称点为 C , 判断点 C 是否在该抛物线上, 并说明理由;

(3) 如图 2, 在 (2) 的条件下, $\odot O_1$ 是以 BC 为直径的圆. 过原点 O 作 O_1 的切线 OP , P 为切点 (P 与点 C 不重合), 抛物线上是否存在点 Q , 使得以 PQ 为直径的圆与 O_1 相切? 若存在, 求出点 Q 的横坐标; 若不存在, 请说明理由.

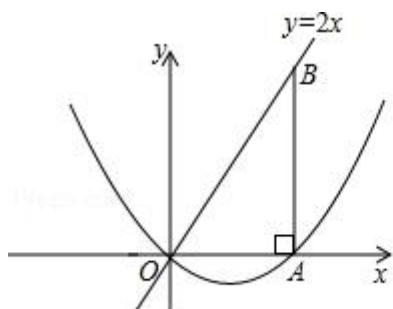


图1

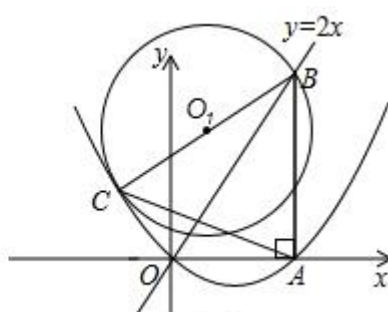


图2

2010 年福建省福州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 10 小题，每小题 4 分，满分 40 分）

1. (2010•福州) 2 的倒数是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. 2 D. -2

考点：倒数。

分析：根据倒数的概念求解。

解答：解：2 的倒数是 $\frac{1}{2}$ 。

故选 A。

点评：主要考查倒数的定义，要求熟练掌握。需要注意的是倒数的性质：负数的倒数是负数，正数的倒数是正数，0 没有倒数。

倒数的定义：若两个数的乘积是 1，我们就称这两个数互为倒数。

2. (2010•福州) 今年我省规划重建校舍约 3 890 000 平方米，3 890 000 用科学记数法表示为 ()

- A. 0.389×10^7 B. 3.89×10^6 C. 3.89×10^4 D. 389×10^4

考点：科学记数法—表示较大的数。

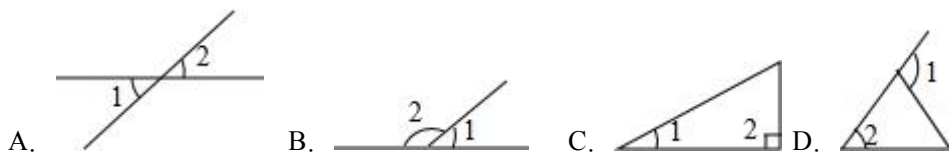
专题：应用题。

分析：科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ，n 为整数。确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位，n 的绝对值与小数点移动的位数相同。当原数绝对值大于 1 时，n 是正数；当原数的绝对值小于 1 时，n 是负数。

解答：解：3 890 000 用科学记数法表示为 3.89×10^6 。故选 B。

点评：此题考查科学记数法的表示方法。科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ，n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值。

3. (2010•福州) 下面四个图形中，能判断 $\angle 1 > \angle 2$ 的是 ()



考点：三角形的外角性质。

分析：根据图象，利用排除法求解。

解答：解：A、 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是对顶角，相等，故本选项错误；

B、根据图象， $\angle 1 < \angle 2$ ，故本选项错误；

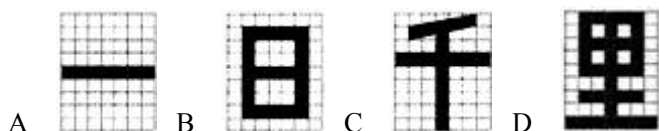
C、 $\angle 1$ 是锐角， $\angle 2$ 是直角， $\angle 1 < \angle 2$ ，故本选项错误；

D、 $\angle 1$ 是三角形的一个外角，所以 $\angle 1 > \angle 2$ ，故本选项正确。

故选 D。

点评：本题主要考查学生识图能力和三角形的外角性质。

4. (2010•福州) 下面四个中文艺术字中，不是轴对称图形的是 ()



考点：轴对称图形。

分析：根据轴对称图形的概念求解．如果一个图形沿着一条直线对折后两部分完全重合，这样的图形叫做轴对称图形，这条直线叫做对称轴．

解答：解：A、是轴对称图形，不符合题意；

B、是轴对称图形，不符合题意；

C、不是轴对称图形，符合题意；

D、不是轴对称图形，不符合题意．

故选 C．

点评：本题主要考查轴对称图形的知识点．确定轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合．

5. (2010•莆田) 式子 $\sqrt{x-1}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是 ()

A. $x > 1$ B. $x \geq 1$ C. $x < 1$ D. $x \leq 1$

考点：二次根式有意义的条件。

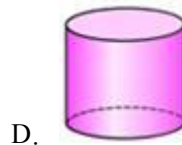
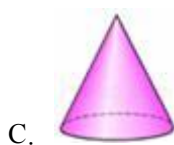
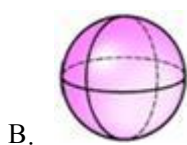
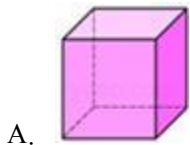
分析：根据二次根式的性质，被开方数大于等于 0，解不等式即可．

解答：解：根据题意得： $x-1 \geq 0$ ，即 $x \geq 1$ 时，二次根式有意义．

故选 B．

点评：主要考查了二次根式的意义和性质．概念：式子 $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 叫二次根式．性质：二次根式中的被开方数必须是非负数，否则二次根式无意义．

6. (2010•福州) 下面四个立体图形中，主视图是三角形的是 ()



考点：简单几何体的三视图。

分析：找到从正面看所得到的图形为三角形即可．

解答：解：A、主视图为长方形，不符合题意；

B、主视图为圆，不符合题意；

C、主视图为三角形，符合题意；

D、主视图为长方形，不符合题意；

故选 C．

点评：本题考查了三视图的知识，主视图是从物体的正面看得到的视图．

7. (2010•福州) 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象经过点 (1, 3)，则此反比例函数的图象在 ()

A. 第一、二象限 B. 第一、三象限 C. 第二、四象限 D. 第三、四象限

考点：反比例函数的性质。

分析：利用反比例函数的性质， $k=3 > 0$ ，函数位于一、三象限．

解答：解： $\because$ 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象经过点 (1, 3)，

$\therefore$ 代入 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 得， $k=3$ ，即 $k > 0$ ，

根据反比例函数的性质，反比例函数的图象在第一、三象限．

故选 B．

点评：本题考查了反比例函数的性质，重点是 $y = \frac{k}{x}$ 中 k 的取值．

8. (2010•福州) 有人预测 2010 年南非世界杯足球赛巴西国家队夺冠的概率是 70%，他们的理解正确的是 ()

A. 巴西国家队一定夺冠 B. 巴西国家队一定不会夺冠 C. 巴西国家队夺冠的可能性比较大 D. 巴西国家队夺冠的可能性比较小

考点：概率的意义；可能性的大小。

分析：根据概率的意义，反映的只是这一事件发生的可能性的的大小，不一定发生也不一定不发生，依次分析可得答案。

解答：解：根据题意，有人预测 2010 年南非世界杯足球赛巴西国家队夺冠的概率是 70%，结合概率的意义，可得巴西国家队夺冠的可能性比较大；
故选 C.

点评：理解概率的意义：反映的只是这一事件发生的可能性的的大小。

9. (2010•福州) 分式方程 $\frac{3}{x-2}=1$ 的解是 ()

A. $x=5$ B. $x=1$ C. $x=-1$ D. $x=2$

考点：解分式方程。

专题：计算题。

分析：本题的最简公分母是 $x-2$ ，方程两边都乘最简公分母，可把分式方程转换为整式方程求解。结果要检验。

解答：解：方程两边都乘 $x-2$ ，得

$$3=x-2,$$

解得 $x=5$ 。

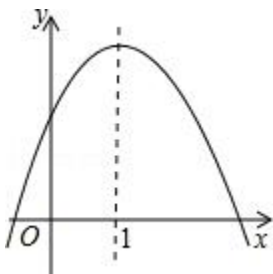
检验：当 $x=5$ 时， $x-2 \neq 0$ 。

$\therefore x=5$ 是原方程的解。

故选 A.

点评：解分式方程的基本思想是“转化思想”，方程两边都乘最简公分母，把分式方程转化为整式方程求解，解分式方程一定要注意要代入最简公分母验根。

10. (2010•福州) 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示，则下列结论正确的是 ()



A. $a > 0$ B. $c < 0$ C. $b^2 - 4ac < 0$ D. $a+b+c > 0$

考点：二次函数图象与系数的关系。

分析：由抛物线的开口方向判断 a 与 0 的关系，由抛物线与 y 轴的交点得出 c 的值，然后根据抛物线与 x 轴交点的个数及 $x=1$ 时二次函数的值的情况进行推理，进而对所得结论进行判断。

解答：解：A、由二次函数的图象开口向下可得 $a < 0$ ，故选项错误；

B、由抛物线与 y 轴交于 x 轴上方可得 $c > 0$ ，故选项错误；

C、由抛物线与 x 轴有两个交点可以看出方程 $ax^2+bx+c=0$ 的根的判别式 $b^2 - 4ac > 0$ ，故选项错误；

D、把 $x=1$ 代入 $y=ax^2+bx+c$

得： $y=a+b+c$ ，由函数图象可以看出 $x=1$ 时二次函数的值为正，正确。

故选 D.

点评：主要考查图象与二次函数系数之间的关系，二次函数与方程之间的转换，根的判别式的熟练运用。会利用特殊值代入法求得特殊的式子，如： $y=a+b+c$ ， $y=a-b+c$ ，然后根据图象判断其值。

二、填空题 (共 5 小题，每小题 4 分，满分 20 分)

11. (2010•福州) 实数 a ， b 在数轴上对应点的位置如图所示，则 a $<$ b 。



考点：实数大小比较；实数与数轴。

专题：图表型。

分析：根据数轴左边的数小于右边的数即可直接解答。

解答：解：根据数轴的特点，因为 a 在 b 的左边，
所以 $a < b$ 。

点评：此题主要考查了利用数轴比较实数的大小，解答此题的关键是熟知：数轴上的任意两个数，右边的数总比左边的数大。

12. (2011•温州) 分解因式： $a^2 - 1 = \underline{(a+1)(a-1)}$ 。

考点：因式分解-运用公式法。

分析：符合平方差公式的特征，直接运用平方差公式分解因式。平方差公式： $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ 。

解答：解： $a^2 - 1 = (a+1)(a-1)$ 。

点评：本题主要考查平方差公式分解因式，熟记公式是解题的关键。

13. (2010•福州) 某校七年 (2 班) 6 位女生的体重 (单位：千克) 是：36, 38, 40, 42, 42, 45, 这组数据的众数为 42。

考点：众数。

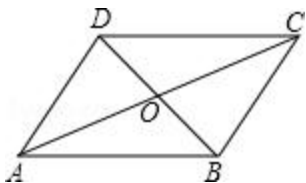
分析：由于众数是一组数据中出现次数最多的数，由此即可确定这组数据的众数。

解答：解：依题意得，在这一组数据中 42 是出现次数最多的，
 $\therefore$ 众数是 42；

故填 42。

点评：此题考查了众数的定义。注意众数是指一组数据中出现次数最多的数据，它反映了一组数据的多数水平，一组数据的众数可能不是唯一的。

14. (2010•福州) 如图，在 $\square ABCD$ 中，对角线 AC 、 BD 相交于点 O ，若 $AC=14$ ， $BD=8$ ， $AB=10$ ，则 $\triangle OAB$ 的周长为 21。



考点：平行四边形的性质。

分析： $\triangle OAB$ 的周长 $= AO + BO + AB$ ，只要求得 AO 和 BO 即可，根据平行四边形的对角线互相平分的性质求得答案。

解答：解：在 $\square ABCD$ 中， $OA = OC = \frac{1}{2}AC$ ， $OB = OD = \frac{1}{2}BD$ ，

$\because AC=14$ ， $BD=8$ ，

$\therefore OA=7$ ， $OB=4$ ，

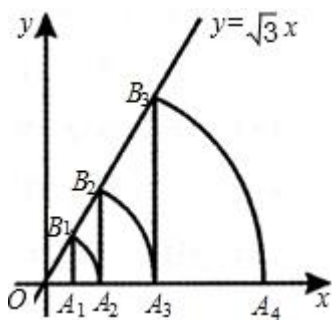
$\because AB=10$ ，

$\therefore \triangle OAB$ 的周长 $= 7 + 4 + 10 = 21$ 。

故答案为 21。

点评：本题重点考查了平行四边形的性质，并利用性质解题。平行四边形基本性质：①平行四边形两组对边分别平行；②平行四边形的两组对边分别相等；③平行四边形的两组对角分别相等；④平行四边形的对角线互相平分。

15. (2010•福州) 如图，直线 $y = \sqrt{3}x$ ，点 A_1 坐标为 $(1, 0)$ ，过点 A_1 作 x 的垂线交直线于点 B_1 ，以原点 O 为圆心， OB_1 长为半径画弧交 x 轴于点 A_2 ；再过点 A_2 作 x 的垂线交直线于点 B_2 ，以原点 O 为圆心， OB_2 长为半径画弧交 x 轴于点 A_3 ，...，按此做法进行下去，点 A_5 的坐标为 $(\underline{16}, \underline{0})$ 。



考点：一次函数综合题。

分析：∵点 A_1 坐标为 $(1, 0)$ ，且 $B_1A_1 \perp x$ 轴，∴ B_1 的横坐标为 1，将其横坐标代入直线解析式就可以求出 B_1 的坐标，就可以求出 A_1B_1 的值， OA_1 的值，根据锐角三角函数值就可以求出 $\angle xOB_3$ 的度数，从而求出 OB_1 的值，就可以求出 OA_2 值，同理可以求出 OB_2 、 OB_3 ...，从而寻找出点 A_2 、 A_3 ... 的坐标规律，最后求出 A_5 的坐标。

解答：解：∵点 A_1 坐标为 $(1, 0)$ ，

$$\therefore OA_1=1$$

∵ $B_1A_1 \perp x$ 轴

∴点 B_1 的横坐标为 1，且点 B_1 在直线上

$$\therefore y=\sqrt{3}$$

$$\therefore B_1(1, \sqrt{3})$$

$$\therefore A_1B_1=\sqrt{3}$$

在 $Rt\triangle A_1B_1O$ 中由勾股定理，得

$$OB_1=2$$

$$\therefore \sin \angle OB_1A_1=\frac{1}{2}$$

$$\therefore \angle OB_1A_1=30^\circ$$

$$\therefore \angle OB_1A_1=\angle OB_2A_2=\angle OB_3A_3=\dots=\angle OB_nA_n=30^\circ$$

$$\therefore OA_2=OB_1=2, A_2(2, 0)$$

在 $Rt\triangle OB_2A_2$ 中， $OB_2=2OA_2=4$

$$\therefore OA_3=4, A_3(4, 0) \text{ 同理，得}$$

$$OA_4=8, \dots, OA_n=2^{n-1}, A_n(2^{n-1}, 0)$$

$$\therefore OA_5=2^{5-1}=16$$

$$\therefore A_5(16, 0).$$

故答案为：(16, 0)。

点评：本题是一道一次函数的综合试题，也是一道规律试题，考查了直角三角形的性质，特别是 30° 所对的直角边等于斜边的一半的运用，点的坐标与函数图象的关系。

三、解答题（共 7 小题，满分 90 分）

$$16. (2010 \cdot \text{福州}) (1) \text{ 计算：} |-3| + (-1)^0 - \sqrt{9}.$$

$$(2) \text{ 化简：} (x+1)^2 + 2(1-x) - x^2.$$

考点：零指数幂；算术平方根；实数的运算；整式的混合运算。

专题：计算题。

分析：(1) 此题是实数的运算，首先去掉括号、绝对值的符号、算术平方根，然后就可以直接计算；

(2) 此题是整式的计算，首先按照完全平方公式去掉括号，然后合并同类项即可求出结果。

$$\text{解答：解：(1) } |-3| + (-1)^0 - \sqrt{9},$$

$$=3+1-3,$$

$$=1;$$

$$(2) (x+1)^2 + 2(1-x) - x^2,$$

$$=x^2+2x+1+2-2x-x^2,$$

$$=3.$$

故答案为 1、3。

点评：第一小题主要考查实数的计算，利用了绝对值的定义、零指数幂的定义、算术平方根的定义等知识；第二小题考查了整式的计算，利用了完全平方公式、单项式乘以多项式的法则、合并同类项等知识。

17. (2010•福州) (1) 如图 1，点 B、E、C、F 在一条直线上，BC=EF，AB // DE， $\angle A = \angle D$.

求证： $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.

(2) 如图 2，在矩形 OABC 中，点 B 的坐标为 $(-2, 3)$. 画出矩形 OABC 绕点 O 顺时针旋转 90° 后的矩形 $OA_1B_1C_1$ ，并直接写出的坐标 A_1 、 B_1 、 C_1 的坐标.

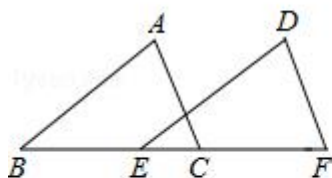


图1

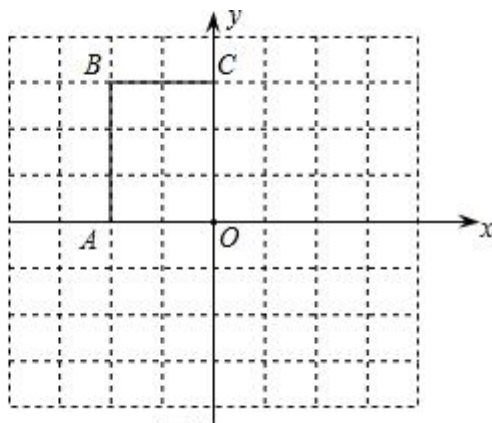


图2

考点：作图-旋转变换；全等三角形的判定。

专题：作图题；证明题。

分析：(1) 利用全等三角形的判定条件判定三角形全等，此题已知 $BC=EF$ ， $AB \parallel DE$ ， $\angle A = \angle D$ ，可用角角边定理判定.

(2) 矩形 A、B、C 三点绕点 O 顺时针旋转 90° 后得到对应点，顺次连接得到矩形 $OA_1B_1C_1$ ，并从图上读出这三点的坐标.

解答：(1) 证明： $\because AB \parallel DE$,

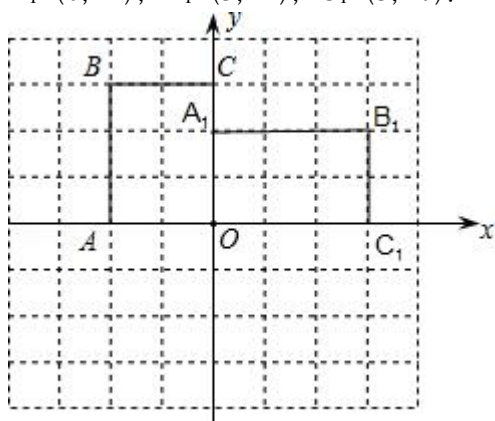
$\therefore \angle B = \angle DEF$.

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中，
$$\begin{cases} \angle B = \angle DEF \\ \angle A = \angle D \\ BC = EF \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$.

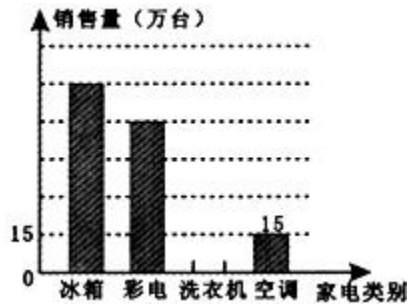
(2) 解：如图所示，矩形 $OA_1B_1C_1$ 就是所求作的，

$A_1(0, 2)$ ， $B_1(3, 2)$ ， $C_1(3, 0)$.



点评：本题综合考查了三角形全等的判定和旋转变换图形的作法.

18. (2010•福州) 近日从省家电下乡联席办获悉，自 2009 年 2 月 20 日我省家电下乡全面启动以来，最受农户热捧的四种家电是冰箱、彩电、洗衣机和空调，其销售比为 5：4：2：1，其中空调已销售了 15 万台。根据上述销售情况绘制了两个不完整的统计图：



请根据以上信息回答问题:

- (1) 补全条形统计图;
- (2) 四种家电销售总量为 180 万台;
- (3) 扇形统计图中彩电部分所对应的圆心角是 120 度;
- (4) 为跟踪调查农户对这四种家电的使用情况, 从已销售的家电中随机抽取一台家电, 求抽到冰箱的概率.

考点: 条形统计图; 扇形统计图; 概率公式.

专题: 图表型.

分析: (1) 由四种家电是冰箱、彩电、洗衣机和空调, 其销售比为 5: 4: 2: 1, 其中空调已销售了 15 万台, 可计算出销售冰箱、彩电、洗衣机的台数, 从而补全直方图;

- (2) 求得四种家电之和即可;
- (3) 由圆心角 $=360^{\circ}\times$ 所占比例计算;
- (4) 由概率公式计算.

解答: 解: (1) $\because$ 四种家电是冰箱、彩电、洗衣机和空调, 其销售比为 5: 4: 2: 1, 空调已销售了 15 万台,

$\therefore$ 冰箱销售台数 $=5\times 15=75$ 万台,

彩电销售台数 $=4\times 15=60$ 万台,

洗衣机销售台数 $=2\times 15=30$ 万台,

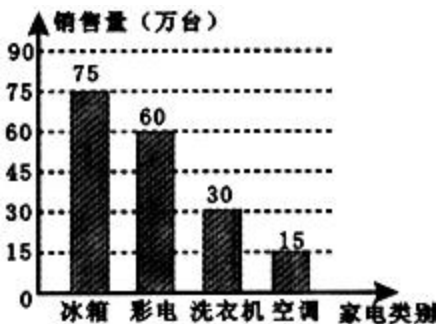
如图所示:

- (2) 四种家电销售总量 $=75+60+30+15=180$ 万台;

- (3) 扇形统计图中彩电部分所对应的圆心角 $=360\times\frac{60}{180}=120^{\circ}$;

- (4) $P_{\text{(抽到冰箱)}}=\frac{5}{5+4+2+1}=\frac{5}{12}$.

答: 抽到冰箱的概率是 $\frac{5}{12}$.

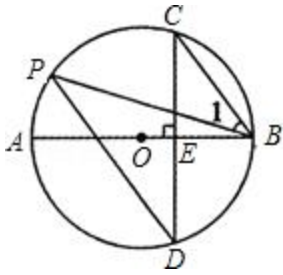


点评: 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用. 读懂统计图, 从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 用到的知识点为: 圆心角度数 $=$ 相应概率 $\times 360^{\circ}$; 概率 $=$ 所求情况数与总情况数之比.

19. (2010•福州) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD\perp AB$ 与点 E, 点 P 在 $\odot O$ 上, $\angle 1=\angle C$,

- (1) 求证: $CB\parallel PD$;

(2) 若 $BC=3$, $\sin \angle P = \frac{3}{5}$, 求 $\odot O$ 的直径.



考点: 圆周角定理; 圆心角、弧、弦的关系; 锐角三角函数的定义.

专题: 几何综合题.

分析: (1) 要证明 $CB \parallel PD$, 可以求得 $\angle 1 = \angle P$, 根据 $\widehat{BD} = \widehat{BC}$ 可以确定 $\angle C = \angle P$, 又知 $\angle 1 = \angle C$, 即可得 $\angle 1 = \angle P$;

(2) 根据题意可知 $\angle P = \angle CAB$, 则 $\sin \angle CAB = \frac{3}{5}$, 即 $\frac{BC}{AB} = \frac{3}{5}$, 所以可以求得圆的直径.

解答: (1) 证明: $\because \angle C = \angle P$

又 $\because \angle 1 = \angle C$

$\therefore \angle 1 = \angle P$

$\therefore CB \parallel PD$;

(2) 解: 连接 AC

$\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$

又 $\because CD \perp AB$,

$\therefore \widehat{BC} = \widehat{BD}$,

$\therefore \angle P = \angle CAB$,

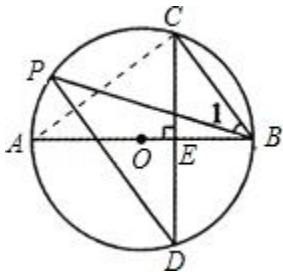
$\therefore \sin \angle CAB = \frac{3}{5}$,

即 $\frac{BC}{AB} = \frac{3}{5}$,

又知, $BC=3$,

$\therefore AB=5$,

$\therefore$ 直径为 5.



点评: 本题考查的是垂径定理和平行线、圆周角性质, 解题时细心是解答好本题的关键.

20. (2010•福州) 郑老师想为希望小学四年 (3) 班的同学购买学习用品, 了解到某商店每个书包的价格比每本词典多 8 元, 用 124 元恰好可以买到 3 个书包和 2 本词典.

(1) 每个书包和每本词典的价格各是多少元?

(2) 郑老师计划用 1000 元为全班 40 位同学每人购买一件学习用品 (一个书包或一本词典) 后, 余下不少于 100 元且不超过 120 元的钱购买体育用品, 共有哪几种购买书包和词典的方案?

考点: 一元一次不等式组的应用.

专题：方案型。

分析：(1) 设每个书包的价格为 x 元，则每本词典的价格为 $(x-8)$ 元。根据用 124 元恰好可以买到 3 个书包和 2 本词典，列方程求解；

(2) 设购买书包 y 个，则购买词典 $(40-y)$ 本。根据不等关系“余下不少于 100 元且不超过 120 元”列不等式组求解。

解答：解：(1) 设每个书包的价格为 x 元，则每本词典的价格为 $(x-8)$ 元。

根据题意，得

$$3x+2(x-8)=124,$$

解得： $x=28$ 。

$$\therefore x-8=20.$$

答：每个书包的价格为 28 元，每本词典的价格为 20 元。

(2) 设购买书包 y 个，则购买词典 $(40-y)$ 本。

根据题意得：

$$\begin{cases} 1000 - [28y + 20(40 - y)] \geq 100 \\ 1000 - [28y + 20(40 - y)] \leq 120 \end{cases}$$

解得： $10 \leq y \leq 12.5$ 。

因为 y 取整数，所以 y 的值为 10 或 11 或 12

所以有三种购买方案，分别是：

① 书包 10 个，词典 30 本；

② 书包 11 个，词典 29 本；

③ 书包 12 个，词典 28 本。

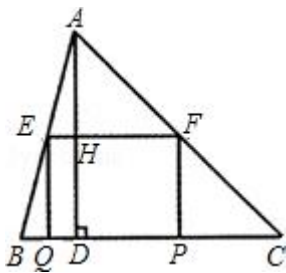
点评：解决问题的关键是读懂题意，找到关键描述语，进而找到所求的量的等量关系。

21. (2010•福州) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=45^\circ$ ， $BC=10$ ，高 $AD=8$ ，矩形 $EFPQ$ 的一边 QP 在边上， E 、 F 两点分别在 AB 、 AC 上， AD 交 EF 于点 H 。

(1) 求证： $\frac{AH}{AD} = \frac{EF}{BC}$ ；

(2) 设 $EF=x$ ，当 x 为何值时，矩形 $EFPQ$ 的面积最大？并求其最大值；

(3) 当矩形 $EFPQ$ 的面积最大时，该矩形 $EFPQ$ 以每秒 1 个单位的速度沿射线 QC 匀速运动（当点 Q 与点 C 重合时停止运动），设运动时间为 t 秒，矩形 $EFPQ$ 与 $\triangle ABC$ 重叠部分的面积为 S ，求 S 与 t 的函数关系式。



考点：二次函数的最值；矩形的性质；梯形；相似三角形的判定与性质。

专题：综合题；数形结合；分类讨论。

分析：(1) 易证得 $\triangle AEF \sim \triangle ABC$ ，而 AH 、 AD 是两个三角形的对应高， EF 、 BC 是对应边，它们的比都等于相似比，由此得证；

(2) 此题要转化为函数的最值问题来求解；由 (1) 的结论可求出 AH 的表达式，进而可得到 HD （即 FP ）的表达式；已求得了矩形的长和宽，即可根据矩形的面积公式得到关于矩形 $EFPQ$ 的面积和 x 的函数关系式，根据函数的性质即可得到矩形的最大面积及对应的 x 的值；

(3) 此题要理清几个关键点，当矩形的面积最大时，由 (2) 可知此时 $EF=5$ ， $EQ=4$ ；易证得 $\triangle CPF$ 是等腰 $Rt\triangle$ ，则 $PC=PF=4$ ， $QC=QP+PC=9$ ；

一、 P 、 C 重合时，矩形移动的距离为 PC （即 4），运动的时间为 4s；

二、E 在线段 AC 上时，矩形移动的距离为 $9 - 4 = 5$ ，运动的时间为 5s；

三、Q、C 重合时，矩形运动的距离为 QC（即 9），运动的时间为 9s；

所以本题要分三种情况讨论：

①当 $0 \leq t < 4$ 时，重合部分的面积是矩形 EFPQ 与等腰 $Rt\triangle FMN$ （设 AC 与 FE、FP 的交点为 M、N）的面积差，FM 的长即为梯形移动的距离，由此可得到 S、t 的函数关系式；

②当 $4 \leq t < 5$ 时，重合部分是个梯形，可用 t 表示出梯形的上下底，进而由梯形的面积公式求得 S、t 的函数关系式；

③当 $5 \leq t \leq 9$ 时，重合部分是个等腰直角三角形，其直角边的长易求得，即可得出此时 S、t 的函数关系式。

解答：（1）证明：∵ 四边形 EFPQ 是矩形，∴ $EF \parallel QP$

∴ $\triangle AEF \sim \triangle ABC$

又∵ $AD \perp BC$ ，∴ $AH \perp EF$ ；

$$\therefore \frac{AH}{AD} = \frac{EF}{BC};$$

$$(2) \text{ 解: 由 (1) 得 } \frac{AH}{8} = \frac{x}{10}, \therefore AH = \frac{4}{5}x$$

$$\therefore EQ = HD = AD - AH = 8 - \frac{4}{5}x$$

$$\therefore S_{\text{矩形 EFPQ}} = EF \cdot EQ = x \left(8 - \frac{4}{5}x\right) = -\frac{4}{5}x^2 + 8x = -\frac{4}{5}(x - 5)^2 + 20$$

$$\because -\frac{4}{5} < 0,$$

∴ 当 $x = 5$ 时， $S_{\text{矩形 EFPQ}}$ 有最大值，最大值为 20；

（3）解：如图 1，由（2）得 $EF = 5$ ， $EQ = 4$

∵ $\angle C = 45^\circ$ ， $\triangle NPC$ 是等腰直角三角形。

∴ $PC = FP = EQ = 4$ ， $QC = QP + PC = 9$

分三种情况讨论：

①如图 2，当 $0 \leq t < 4$ 时，

设 EF、PF 分别交 AC 于点 M、N，

则 $\triangle MFN$ 是等腰直角三角形；

∴ $FN = MF = t$

$$\therefore S = S_{\text{矩形 EFPQ}} - S_{Rt\triangle MFN} = 20 - \frac{1}{2}t^2 = -\frac{1}{2}t^2 + 20$$

②如图 3

当 $4 \leq t < 5$ 时，则 $ME = 5 - t$ ， $QC = 9 - t$ ，

$$\therefore S = S_{\text{梯形 EMCQ}} = \frac{1}{2}[(5 - t) + (9 - t)] \times 4 = -4t + 28$$

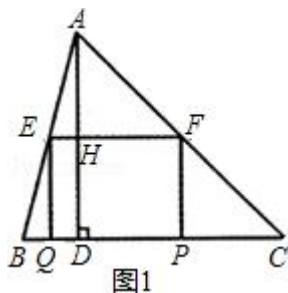
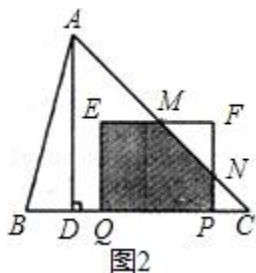
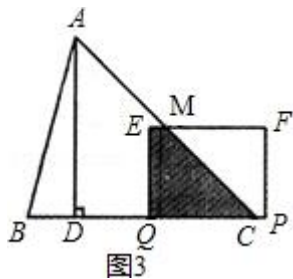
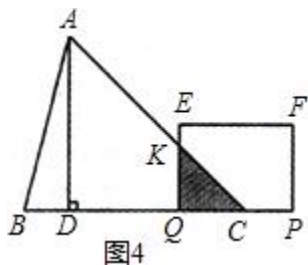
③如图 4

当 $5 \leq t \leq 9$ 时，设 EQ 交 AC 于点 K，则 $KQ = QC = 9 - t$

$$\therefore S = S_{\triangle KQC} = \frac{1}{2}(9 - t)^2 = \frac{1}{2}(t - 9)^2$$

综上所述：S 与 t 的函数关系式为：

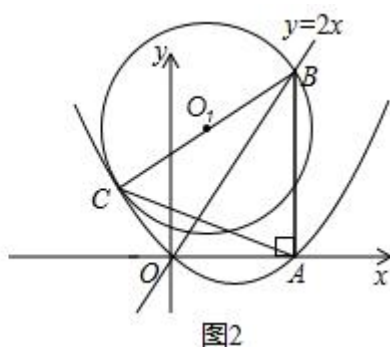
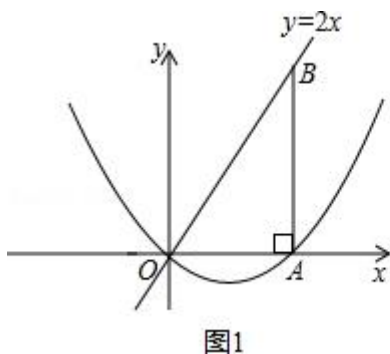
$$S = \begin{cases} -\frac{1}{2}t^2 + 20 & (0 \leq t < 4) \\ -4t + 28 & (4 \leq t < 5) \\ \frac{1}{2}(t - 9)^2 & (5 \leq t \leq 9) \end{cases}.$$



点评：此题主要考查了矩形、等腰直角三角形的性质，相似三角形的判定和性质及二次函数的应用等知识，同时还考查了分类讨论的数学思想.

22. (2010•福州) 如图 1, 在平面直角坐标系中, 点 B 在直线 $y=2x$ 上, 过点 B 作 x 轴的垂线, 垂足为 A, $OA=5$. 若抛物线 $y=-\frac{1}{6}x^2+bx+c$ 过点 O、A 两点.

- (1) 求该抛物线的解析式;
- (2) 若 A 点关于直线 $y=2x$ 的对称点为 C, 判断点 C 是否在该抛物线上, 并说明理由;
- (3) 如图 2, 在 (2) 的条件下, $\odot O_1$ 是以 BC 为直径的圆. 过原点 O 作 $\odot O_1$ 的切线 OP, P 为切点 (P 与点 C 不重合), 抛物线上是否存在点 Q, 使得以 PQ 为直径的圆与 $\odot O_1$ 相切? 若存在, 求出点 Q 的横坐标; 若不存在, 请说明理由.



考点：二次函数综合题。

专题：压轴题。

分析：(1) 将 O、A 的坐标代入抛物线的解析式中，即可求得待定系数的值；

(2) 根据 A 点的坐标和直线 OB 的解析式可求出 B 点的坐标，进而可求出 OA、AB、OB 的长；设 AC 与 OB 的交点为 E，连接 OC，由于 A、C 关于 OB 对称，那么 OB 垂直平分线段 AC，则有 BC=AB，AE=CE，OA=OC，由此可求出 OC、BC 的长，在 Rt△BCO 中，根据直角三角形面积的不同表示方法，可求出 CE 的长，进而可得到 AC 的长；过 C 作 CD⊥x 轴于 D，易证得△CDA∽△OAB，根据相似三角形的对应边成比例，即可求出 AD、CD 的长，从而得到 C 点的坐标；然后将 C 点坐标代入抛物线的解析式中进行验证即可；

(3) 在 (2) 中已经证得 BC⊥OC，则 OC 是⊙O₁ 的切线，由于 P、C 不重合，所以 P 点在第一象限；连接 O₁P，若存在符合条件的 Q 点，那么点 Q 必为直线 O₁P 与抛物线的加点点，所以解决此题的关键是求出 O₁、P 的坐标；过 O₁ 作 O₁H⊥x 轴于 H，则 O₁H 是梯形 CDAB 的中位线，易得 AH=DH= $\frac{1}{2}$ AD，由此可得出 AH、DH 的长，进而可求出 OH 的长，根据梯形中位线定理即可得到 O₁H 的长，由此可求出点 O₁ 的坐标；过 P 作 PF⊥x 轴于 F，由于 OC、OP 都是圆的切线，则 OC=OP=O₁C=O₁P=5，由此可得四边形 OCO₁P 是正方形，得∠POC=90°，根据等角的余角相等，可证得∠OCD=∠POF，由此可证得△POF≌△COD，即可得到 PF、OF 的长，也就得出了 P 点的坐标，然后用待定系数法即可求出直线 O₁P 的解析式，联立抛物线的解析式，即可得到 Q 点的横坐标。

解答：解：

(1) 把 O (0, 0)、A (5, 0) 分别代入 $y = \frac{1}{6}x^2 + bx + c$,

$$\text{得} \begin{cases} c=0 \\ \frac{25}{6} + 5b + c = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} b = -\frac{5}{6}; \\ c = 0 \end{cases}$$

∴ 该抛物线的解析式为 $y = \frac{1}{6}x^2 - \frac{5}{6}x$;

(2) 点 C 在该抛物线上.

理由：过点 C 作 CD⊥x 轴于点 D，连接 OC，设 AC 交 OB 于点 E

∵ 点 B 在直线 y=2x 上，

∴ B (5, 10)

∵ 点 A、C 关于直线 y=2x 对称，

∴ OB⊥AC，CE=AE，BC⊥OC，OC=OA=5，BC=BA=10

又∵ AB⊥x 轴，由勾股定理得 OB=5 $\sqrt{5}$

$$\because S_{\text{Rt}\triangle OAB} = \frac{1}{2}AE \cdot OB = \frac{1}{2}OA \cdot AB$$

$$\therefore AE = 2\sqrt{5}, \therefore AC = 4\sqrt{5};$$

$$\because \angle OBA + \angle CAB = 90^\circ, \angle CAD + \angle CAB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CAD = \angle OBA;$$

$$\text{又} \because \angle CDA = \angle OAB = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle CDA \sim \triangle OAB$$

$$\therefore \frac{CD}{OA} = \frac{AD}{AB} = \frac{AC}{OB};$$

$$\therefore CD = 4, AD = 8;$$

$$\therefore C (-3, 4)$$

$$\text{当 } x = -3 \text{ 时, } y = \frac{1}{6} \times 9 - \frac{5}{6} \times (-3) = 4;$$

∴ 点 C 在抛物线 $y = \frac{1}{6}x^2 - \frac{5}{6}x$ 上;

(3) 抛物线上存在点 Q, 使得以 PQ 为直径的圆与 $\odot O_1$ 相切;
 过点 P 作 $PF \perp x$ 轴于点 F, 连接 O_1P , 过点 O_1 作 $O_1H \perp x$ 轴于点 H;
 $\therefore CD \parallel O_1H \parallel BA$
 $\therefore C(-3, 4), B(5, 10)$
 $\therefore O_1$ 是 BC 的中点,

$\therefore$ 由平行线分线段成比例定理得 $AH=DH=\frac{1}{2}AD=4$,

$\therefore OH=OA-AH=1$, 同理可得 $O_1H=7$,

$\therefore$ 点 O_1 的坐标为 $(1, 7)$

$\therefore BC \perp OC$, $\therefore OC$ 为 $\odot O_1$ 的切线;

又 $\therefore OP$ 为 $\odot O_1$ 的切线,

$\therefore OC=OP=O_1C=O_1P=5$

$\therefore$ 四边形 OPO_1C 为正方形,

$\therefore \angle POF = \angle OCD$

又 $\therefore \angle PFO = \angle ODC = 90^\circ$,

$\therefore \triangle POF \cong \triangle OCD$

$\therefore OF=CD, PF=OD$,

$\therefore P(4, 3)$

设直线 O_1P 的解析式为 $y=kx+b$ ($k \neq 0$),

把 $O_1(1, 7)$ 、 $P(4, 3)$ 分别代入 $y=kx+b$,

$$\text{得} \begin{cases} k+b=7 \\ 4k+b=3 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k=-\frac{4}{3} \\ b=\frac{25}{3} \end{cases};$$

$\therefore$ 直线 O_1P 的解析式为 $y = -\frac{4}{3}x + \frac{25}{3}$;

若以 PQ 为直径的圆与 $\odot O_1$ 相切, 则点 Q 为直线 O_1P 与抛物线的交点, 可设点 Q 的坐标为 (m, n) ,

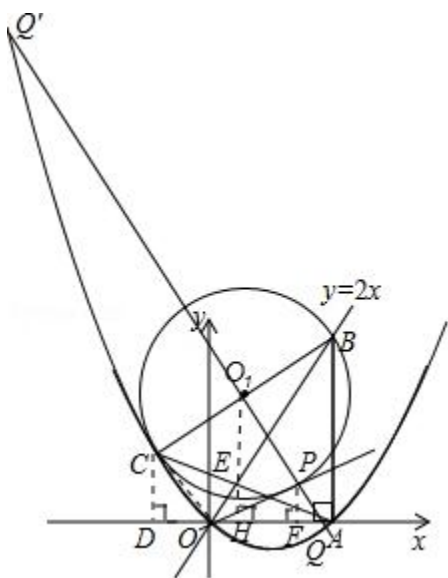
则有 $n = -\frac{4}{3}m + \frac{25}{3}$, $n = y = \frac{1}{6}m^2 - \frac{5}{6}m$

$$\therefore -\frac{4}{3}m + \frac{25}{3} = \frac{1}{6}m^2 - \frac{5}{6}m,$$

整理得 $m^2 + 3m - 50 = 0$

$$\text{解得 } m = \frac{-3 \pm \sqrt{209}}{2},$$

$\therefore$ 点 Q 的横坐标为 $\frac{-3 + \sqrt{209}}{2}$ 或 $\frac{-3 - \sqrt{209}}{2}$.



点评: 此题考查了二次函数解析式的确定、轴对称的性质、解直角三角形、相似三角形及全等三角形的判定和性质、切线的判定和性质、切线长定理、函数图象交点坐标的求法等; 涉及知识点较多, 难度很大.

