

金昌市 2020 年初中毕业及高中阶段教育招生考试

数学试卷

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分，每小题只有一个正确选项.

1. 下列实数是无理数的是 ()

- A. -2 B. $\frac{1}{6}$ C. $\sqrt{9}$ D. $\sqrt{11}$

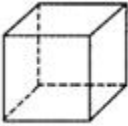
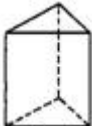
2. 若 $a = 70^\circ$ ，则 a 的补角的度数是 ()

- A. 130° B. 110° C. 30° D. 20°

3. 若一个正方形的面积是 12，则它的边长是 ()

- A. $2\sqrt{3}$ B. 3 C. $3\sqrt{2}$ D. 4

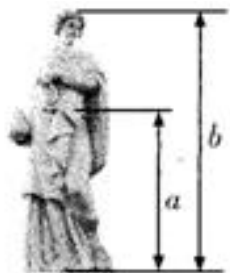
4. 下列几何体中，其俯视图与主视图完全相同的是 ()

- A.  B.  C.  D. 

5. 下列各式中计算结果为 x^6 的是 ()

- A. $x^2 + x^4$ B. $x^8 - x^2$ C. $x^2 \cdot x^4$ D. $x^{12} \div x^2$

6. 生活中到处可见黄金分割的美. 如图，在设计人体雕像时，使雕像的腰部以下 a 与全身 b 的高度比值接近 0.618，可以增加视觉美感. 若图中 b 为 2 米，则 a 约为 ()

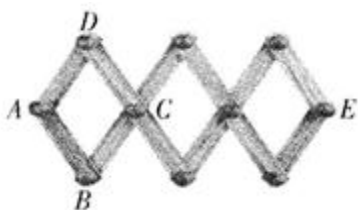


- A. 1.24 米 B. 1.38 米 C. 1.42 米 D. 1.62 米

7. 已知 $x = 1$ 是一元二次方程 $(m - 2)x^2 + 4x - m^2 = 0$ 的一个根，则 m 的值为 ()

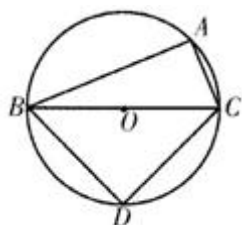
- A. -1 或 2 B. -1 C. 2 D. 0

8. 如图所示的木制活动衣帽架是由三个全等的菱形构成，根据实际需要可以调节 AE 间的距离. 若 AE 间的距离调节到 60cm ，菱形的边长 $AB = 20\text{cm}$ ，则 $\angle DAB$ 的度数是 ()



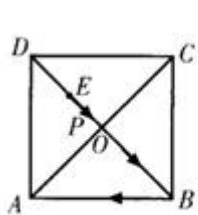
- A. 90° B. 100° C. 120° D. 150°

9.如图, A 是 $\odot O$ 上一点, BC 是直径, $AC = 2$, $AB = 4$, 点 D 在 $\odot O$ 上且平分 $\widehat{BC}$, 则 DC 的长为 ()

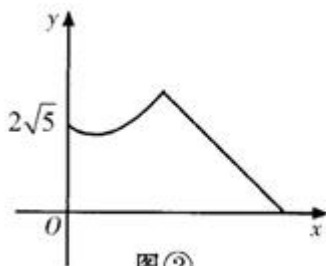


- A. $2\sqrt{2}$ B. $\sqrt{5}$ C. $2\sqrt{5}$ D. $\sqrt{10}$

10.如图①, 正方形 $ABCD$ 中, AC , BD 相交于点 O , E 是 OD 的中点. 动点 P 从点 E 出发, 沿着 $E \rightarrow O \rightarrow B \rightarrow A$ 的路径以每秒 1 个单位长度的速度运动到点 A , 在此过程中线段 AP 的长度 y 随着运动时间 x 的函数关系如图②所示, 则 AB 的长为 ()



图①



图②

- A. $4\sqrt{2}$ B. 4 C. $3\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{2}$

二、填空题: 本大题共 8 小题, 每小题 4 分, 共 32 分.

11.如果盈利 100 元记作 +100 元, 那么亏损 50 元记作_____元.

12.分解因式: $a^2 + a =$ _____.

13.暑假期间, 亮视眼镜店开展学生配镜优惠活动.某款式眼镜的广告如图, 请你为广告牌填上原价.

原价: _____元

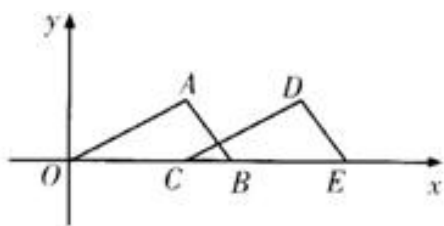
暑假八折优惠, 现价: 160 元

14.要使分式 $\frac{x+2}{x-1}$ 有意义, x 需满足的条件是_____.

15.在一个不透明的袋中装有若干个材质、大小完全相同的红球, 小明在袋中放入 3 个黑球 (每个黑球除颜色外其余都与红球相同), 摇匀后每次随机从袋中摸出一个球, 记下颜色后放回袋中, 通过大量重复摸球试

验后发现，摸到红球的频率稳定在 0.85 左右，估计袋中红球有_____个.

16.如图，在平面直角坐标系中， $\triangle OAB$ 的顶点 A, B 的坐标分别为 $(3, \sqrt{3}), (4, 0)$. 把 $\triangle OAB$ 沿 x 轴向右平移得到 $\triangle CDE$ ，如果点 D 的坐标为 $(6, \sqrt{3})$ ，则点 E 的坐标为_____.



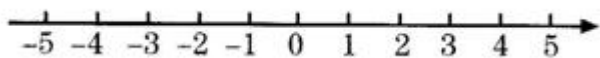
17.若一个扇形的圆心角为 60° ，面积为 $\frac{\pi}{6} \text{ cm}^2$ ，则这个扇形的弧长为_____ cm （结果保留 π ）.

18.已知 $y = \sqrt{(x-4)^2} - x + 5$ ，当 x 分别取 $1, 2, 3, \dots, 2020$ 时，所对应 y 值的总和是_____.

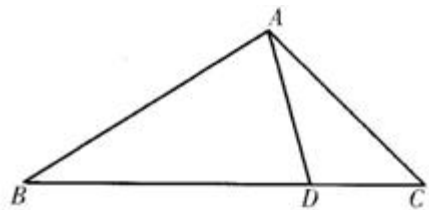
三、解答题（一）：本大题共 5 小题，共 38 分.解答应写出必要的文字说明，证明过程或演算步骤.

19.计算： $(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) + \tan 60^\circ - (\pi - 2\sqrt{3})^0$

20.解不等式组： $\begin{cases} 3x - 5 < x + 1 \\ 2(2x - 1) \geq 3x - 4 \end{cases}$ ，并把它解集在数轴上表示出来.



21.如图，在 $\triangle ABC$ 中， D 是 BC 边上一点，且 $BD = BA$.



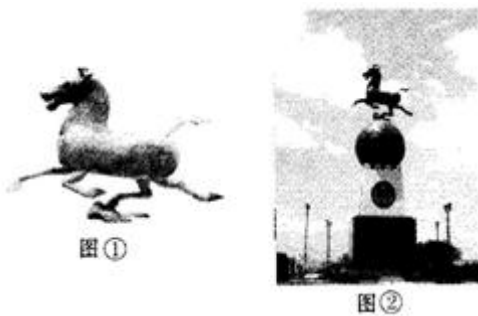
(1) 尺规作图（保留作图痕迹，不写作法）：

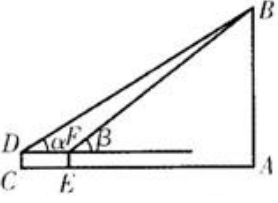
①作 $\angle ABC$ 的角平分线交 AD 于点 E ；

②作线段 DC 的垂直平分线交 DC 于点 F .

(2) 连接 EF ，直接写出线段 EF 和 AC 的数量关系及位置关系.

22.图①是甘肃省博物馆的镇馆之宝——铜奔马，又称“马踏飞燕”，于 1969 年 10 月出土于武威市的雷台汉墓，1983 年 10 月被国家旅游局确定为中国旅游标志.在很多旅游城市的广场上都有“马踏飞燕”雕塑.某学习小组把测量本城市广场的“马踏飞燕”雕塑（图②）最高点离地面的高度作为一次课题活动，同学们制定了测量方案，并完成了实地测量，测得结果如下表：



课题	测量“马路飞燕”雕塑最高点离地面的高度			
测量示意图	 如图，雕塑的最高点 B 到地面的高度为 BA，在测点 C 用仪器测得点 B 的仰角为 α，前进一段距离到达测点 E，再用该仪器测得点 B 的仰角为 β，且点 A, B, C, D, E, F 均在同一竖直面内，点 A, C, E 在同一条直线上.			
测量数据	α 的度数	β 的度数	CE 的长度	仪器 $CD(EF)$ 的高度
	31°	42°	5 米	1.5 米

请你根据上表中的测量数据，帮助该小组求出“马踏飞燕”雕塑最高点离地面的高度（结果保留一位小数）.

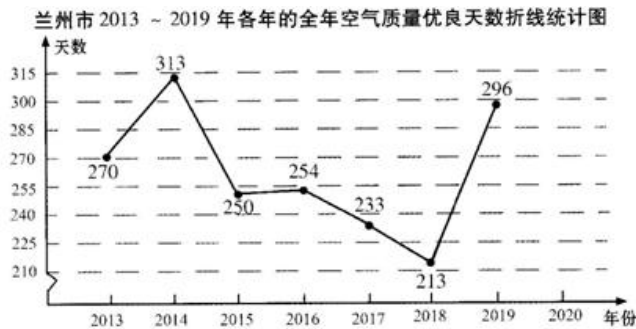
（参考数据： $\sin 31^\circ \approx 0.52$ ， $\cos 31^\circ \approx 0.86$ ， $\tan 31^\circ \approx 0.60$ ， $\sin 42^\circ \approx 0.67$ ， $\cos 42^\circ \approx 0.74$ ， $\tan 42^\circ \approx 0.90$ ）

23.2019 年甘肃在国际知名旅游指南《孤独星球》亚洲最佳旅游地排名第一.截至 2020 年 1 月，甘肃省已有五家国家 5A 级旅游景区，分别为 A ：嘉峪关文物景区； B ：平凉崆山风景名胜区； C ：天水麦积山景区； D ：敦煌鸣沙山月牙泉景区； E ：张掖七彩丹霞景区.张帆同学与父母计划在暑假期间从中选择部分景区游玩.

- 张帆一家选择 E ：张掖七彩丹霞景区的概率是多少？
- 若张帆一家选择了 E ：张掖七彩丹霞景区，他们再从 A, B, C, D 四个景区中任选两个景区去旅游，求选择 A, D 两个景区的概率（要求画树状图或列表求概率）.

四、解答题（二）：本大题共 5 小题，共 50 分，解答应写出必要的文字说明，证明过程或演算步骤.

24.习近平总书记于 2019 年 8 月在兰州考察时说“黄河之滨也很美”.兰州是古丝绸之路商贸重镇，也是黄河唯一穿城而过的省会城市，被称为“黄河之都”.近年来，在市政府的积极治理下，兰州的空气质量得到极大改善，“兰州蓝”成为兰州市民引以为豪的城市名片.下图是根据兰州市环境保护局公布的 2013~2019 年各年的全年空气质量优良天数绘制的折线统计图.

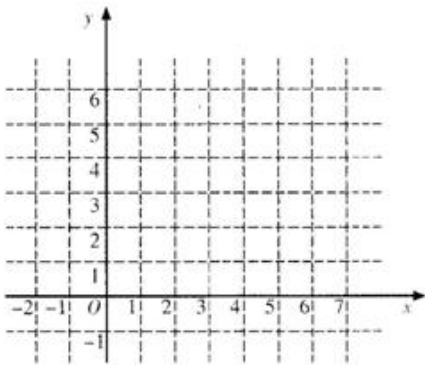


请结合统计图解答下列问题:

- (1) 2019 年比 2013 年的全年空气质量优良天数增加了_____天;
- (2) 这七年的全年空气质量优良天数的中位数是_____天;
- (3) 求这七年的全年空气质量优良天数的平均天数;
- (4) 《兰州市“十三五”质量发展规划》中指出: 2020 年, 确保兰州市全年空气质量优良天数比率达 80% 以上. 试计算 2020 年 (共 366 天) 兰州市空气质量优良天数至少需要多少天才能达标.

25. 通过课本上对函数的学习, 我们积累了一定的经验. 下表是一个函数的自变量 x 与函数值 y 的部分对应值, 请你借鉴以往学习函数的经验, 探究下列问题:

x	...	0	1	2	3	4	5	...
y	...	6	3	2	1.5	1.2	1	...



- (1) 当 $x =$ _____时, $y = 1.5$;
- (2) 根据表中数值描点 (x, y) , 并画出函数图象;
- (3) 观察画出的图象, 写出这个函数的一条性质: _____.

26. 如图, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, 其切线 AE 与直径 BD 的延长线相交于点 E , 且 $AE = AB$.

15.17

16. $(7, 0)$ 17. $\frac{\pi}{3}$

18.2032

三、解答题

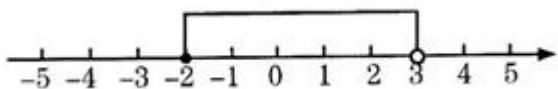
19.解: 原式 $= 4 - 3 + \sqrt{3} - 1 = \sqrt{3}$

20.解:
$$\begin{cases} 3x - 5 < x + 1 \text{ ①} \\ 2(2x - 1) \geq 3x - 4 \text{ ②} \end{cases}$$

解①得 $x < 3$, 解②得 $x \geq -2$;

所以不等式组的解集为 $-2 \leq x < 3$.

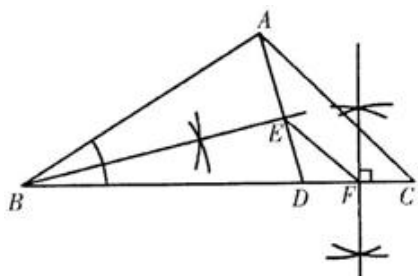
在数轴上表示为:



21.解: (1) ①作出 $\angle ABC$ 的角平分线;

②作出线段 DC 的垂直平分线.

(2) 数量关系: $EF = \frac{1}{2} AC$; 位置关系: $EF \parallel AC$.



22.解: 延长 DF 交 AB 于点 G , 设 BG 的长为 x .

在 $Rt\triangle BFG$ 中, $\therefore \tan \beta = \frac{BG}{FG}$, $\therefore FG = \frac{x}{\tan 42^\circ}$.

在 $Rt\triangle BDG$ 中, $\therefore \tan \alpha = \frac{BG}{DG}$, $\therefore DG = \frac{x}{\tan 31^\circ}$.

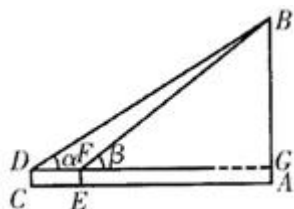
$\therefore DG - FG = DF = CE = 5$,

$\therefore \frac{x}{\tan 31^\circ} - \frac{x}{\tan 42^\circ} = 5$.

$\therefore \frac{x}{0.6} - \frac{x}{0.9} = 5$, 解得 $x = 9$.

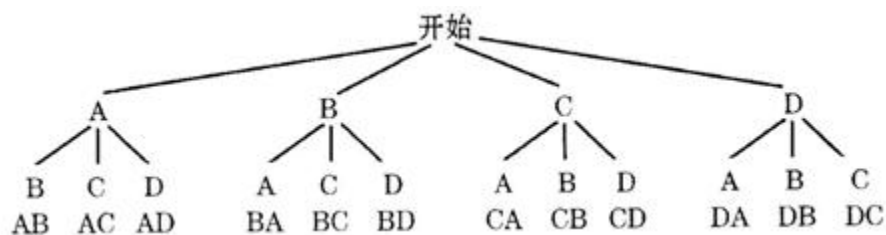
$\therefore AB = BG + GA = 9 + 1.5 = 10.5$

答: “马踏飞燕”雕塑最高点离地面的高度大约是 10.5 米.



23.解: (1) 选择 E : 张掖七彩丹霞景区的概率为 $\frac{1}{5}$;

(2) 画树状图得:



或列表得:

	A	B	C	D
A		(A, B)	(A, C)	(A, D)
B	(B, A)		(B, C)	(B, D)
C	(C, A)	(C, B)		(C, D)
D	(D, A)	(D, B)	(D, C)	

共有 12 种等可能结果, 选择 A, D 两个景区有 2 种结果,

所以选择 A, D 两个景区的概率为 $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

四、解答题

24.解: (1) 26;

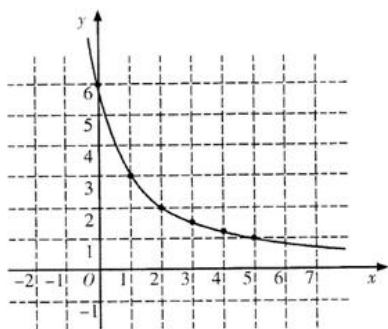
(2) 254;

(3) $\bar{x} = \frac{270 + 313 + 250 + 254 + 233 + 213 + 296}{7} \approx 261$ (天);

(4) $366 \times 80\% = 292.8 \approx 293$ (天) .

25.解: (1) 3;

(2)



(3) 性质写出一条即可.如: 函数值 y 随 x 的增大而减小.

26.解: (1) 如图, 连接 OA .

$\because AE$ 是 $\odot O$ 的切线, $\therefore \angle OAE = 90^\circ$.

又 $\because OB = OA$, $\therefore \angle 1 = \angle 2$.

$\because AB = AE$, $\therefore \angle 1 = \angle E$, $\therefore \angle AOE = 2\angle 1 = 2\angle E$.

又 $\because$ 在 $Rt\triangle AOE$ 中, $\angle AOE + \angle E = 90^\circ$,

$\therefore 3\angle E = 90^\circ \therefore \angle E = 30^\circ \therefore \angle AOB = 120^\circ$.

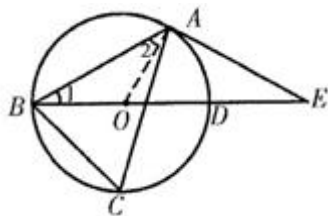
$\therefore \angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB = 60^\circ$.

(2) 设 $\odot O$ 的半径为 r ,

在 $Rt\triangle OAE$ 中, $\because \angle E = 30^\circ$, $\therefore OE = 2OA$.

$\therefore OD + DE = 2OA \therefore r + 2 = 2r \therefore r = 2$.

$\therefore \odot O$ 的半径是 2.



27.证明: (1) 如图, 由旋转知 $\triangle ADN \cong \triangle ABE$,

$\therefore AN = AE$, $\angle 1 = \angle 2$.

$\because \angle BAD = 90^\circ$, $\angle MAN = 45^\circ$,

$\therefore \angle 1 + \angle 3 = 45^\circ$, $\therefore \angle 2 + \angle 3 = 45^\circ$.

$\therefore \angle EAM = \angle NAM = 45^\circ$.

在 $\triangle AEM$ 和 $\triangle ANM$ 中,
$$\begin{cases} AE = AN \\ \angle EAM = \angle NAM, \\ AM = AM \end{cases}$$

$\therefore \triangle AEM \cong \triangle ANM$.

解: (2) 由 (1) 知 $ME = MN$, 即 $BM + BE = MN$,

$\therefore BE = DN$, $\therefore BM + DN = MN$,

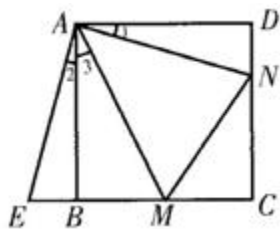
又 $\because BM = 3$, $DN = 2$, $\therefore MN = 5$.

设正方形的边长为 a , 则 $MC = a - 3$, $NC = a - 2$

在 $Rt\triangle MNC$ 中, $\therefore MC^2 + NC^2 = MN^2$, $\therefore (a - 3)^2 + (a - 2)^2 = 5^2$.

解得 $a_1 = 6$, $a_2 = -1$ (舍去).

故正方形的边长为 6.



28.解: (1) 由 $y = ax^2 + bx - 2$ 可得点 $C(0, -2)$, 即 $OC = 2$.

$\therefore OA = 2OC = 8OB$, $\therefore A(-4, 0)$, $B\left(\frac{1}{2}, 0\right)$.

把 A, B 两点坐标代入 $y = ax^2 + bx - 2$, 解得 $a = 1$, $b = \frac{7}{2}$,

$\therefore$ 抛物线的表达式为 $y = x^2 + \frac{7}{2}x - 2$.

(2) $\because PC \parallel AB$, $C(0, -2)$, $\therefore$ 点 P 的纵坐标为 -2 ,

$\therefore -2 = x^2 + \frac{7}{2}x - 2$. 解得 $x_1 = -\frac{7}{2}$, $x_2 = 0$ (舍).

$\therefore P\left(-\frac{7}{2}, -2\right)$.

(3) 设直线 AC 的表达式为 $y = x - 2$ ($k \neq 0$):

把 $A(-4, 0)$ 代入可得 $k = -\frac{1}{2}$,

$\therefore$ 直线 AC 的表达式为 $y = -\frac{1}{2}x - 2$.

过点 P 作 x 轴的垂线, 垂足为 D , 交线段 AC 于点 E ;

过点 C 作 $CM \perp PE$, M 为垂足.

设点 $P\left(m, m^2 + \frac{7}{2}m - 2\right)$ ($-4 < m < 0$), 则点 $E\left(m, -\frac{1}{2}m - 2\right)$,

$$\therefore PE = PD - ED = -\left(m^2 + \frac{7}{2}m - 2\right) - \left(\frac{1}{2}m + 2\right) = -m^2 - 4m.$$

$$\begin{aligned}\therefore S_{\triangle PAC} &= S_{\triangle APE} + S_{\triangle PEC} = \frac{1}{2}PE \cdot AD + \frac{1}{2}PE \cdot MC = \frac{1}{2}PE \cdot AO \\ &= \frac{1}{2} \times (-m^2 - 4m) \times 4 = -2m^2 - 8m = -2(m+2)^2 + 8\end{aligned}$$

$$\therefore \text{当 } m = -2 \text{ 时, } S_{\triangle PAC \text{最大}} = 8.$$

$$m^2 + \frac{7}{2}m - 2 = (-2)^2 + \frac{7}{2} \times (-2) - 2 = -5,$$

故点 $P(-2, -5)$.

