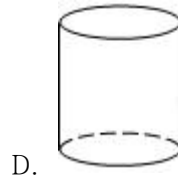
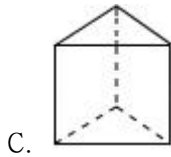
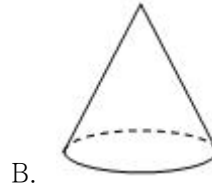
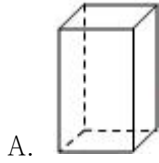


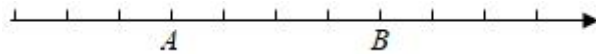
2019 年甘肃省武威市中考数学试卷

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分，每小题只有一个正确选项.

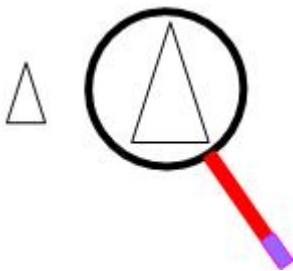
1. (3 分) 下列四个几何体中，是三棱柱的为 ()



2. (3 分) 如图，数轴的单位长度为 1，如果点 A 表示的数是 -1 ，那么点 B 表示的数是 ()



- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
3. (3 分) 下列整数中，与 $\sqrt{10}$ 最接近的整数是 ()
- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6
4. (3 分) 华为 *Mate20* 手机搭载了全球首款 7 纳米制程芯片，7 纳米就是 0.000000007 米. 数据 0.000000007 用科学记数法表示为 ()
- A. 7×10^{-7} B. 0.7×10^{-8} C. 7×10^{-8} D. 7×10^{-9}
5. (3 分) 如图，将图形用放大镜放大，应该属于 ()



- A. 平移变换 B. 相似变换 C. 旋转变换 D. 对称变换
6. (3 分) 如图，足球图片正中的黑色正五边形的内角和是 ()



- A. 180° B. 360° C. 540° D. 720°

7. (3分) 不等式 $2x+9 \geq 3(x+2)$ 的解集是 ()

- A. $x \leq 3$ B. $x \leq -3$ C. $x \geq 3$ D. $x \geq -3$

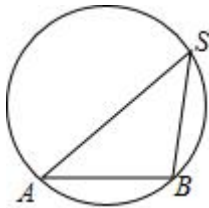
8. (3分) 下面的计算过程中, 从哪一步开始出现错误 ()

$$\frac{x}{x-y} - \frac{y}{x+y} = \frac{x(x+y)}{(x-y)(x+y)} - \frac{y(x-y)}{(x-y)(x+y)} = \frac{x^2+xy-xy-y^2}{(x-y)(x+y)} = \frac{x^2-y^2}{(x-y)(x+y)} = 1$$

① ② ③ ④

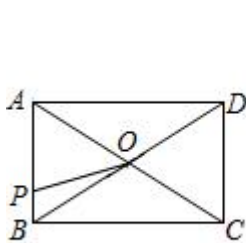
- A. ① B. ② C. ③ D. ④

9. (3分) 如图, 点 A, B, S 在圆上, 若弦 AB 的长度等于圆半径的 $\sqrt{2}$ 倍, 则 $\angle ASB$ 的度数是 ()

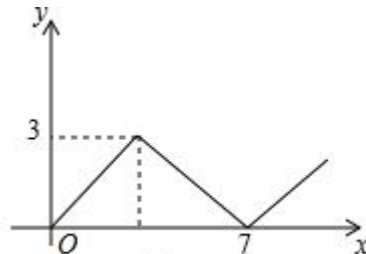


- A. 22.5° B. 30° C. 45° D. 60°

10. (3分) 如图①, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB < AD$, 对角线 AC, BD 相交于点 O , 动点 P 由点 A 出发, 沿 $AB \rightarrow BC \rightarrow CD$ 向点 D 运动. 设点 P 的运动路程为 x , $\triangle AOP$ 的面积为 y , y 与 x 的函数关系图象如图②所示, 则 AD 边的长为 ()



①



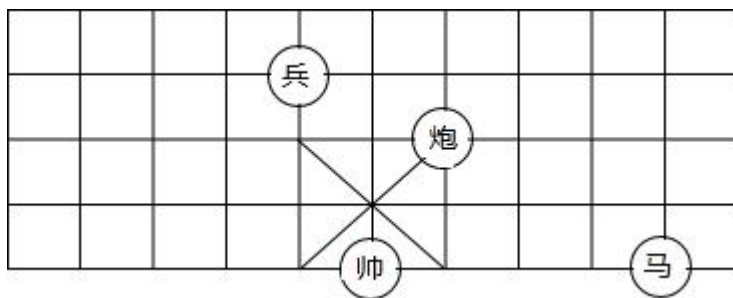
②

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

二、填空题: 本大题共 8 小题, 每小题 4 分, 共 32 分.

11. (4分) 中国象棋是中华民族的文化瑰宝, 因趣味性强, 深受大众喜爱. 如图, 若在象棋棋盘上建立平面直角坐标系, 使“帅”位于点 $(0, -2)$, “马”位于点 $(4, -2)$, 则

“兵”位于点_____.



12. (4分) 一个猜想是否正确, 科学家们要经过反复的实验论证. 下表是几位科学家“掷硬币”的实验数据:

实验者	德·摩根	蒲丰	费勒	皮尔逊	罗曼诺夫斯基
掷币次数	6140	4040	10000	36000	80640
出现“正面朝上”的次数	3109	2048	4979	18031	39699
频率	0.506	0.507	0.498	0.501	0.492

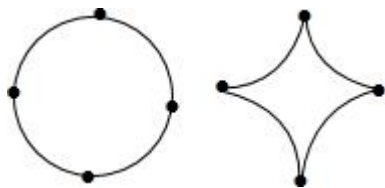
请根据以上数据, 估计硬币出现“正面朝上”的概率为_____ (精确到 0.1).

13. (4分) 因式分解: $xy^2 - 4x =$ _____.

14. (4分) 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + \sqrt{m}x + 1 = 0$ 有两个相等的实数根, 则 m 的取值为_____.

15. (4分) 将二次函数 $y = x^2 - 4x + 5$ 化成 $y = a(x - h)^2 + k$ 的形式为_____.

16. (4分) 把半径为 1 的圆分割成四段相等的弧, 再将这四段弧依次相连拼成如图所示的恒星图形, 那么这个恒星图形的面积等于_____.



17. (4分) 定义: 等腰三角形的顶角与其一个底角的度数的比值 k 称为这个等腰三角形的“特征值”. 若等腰 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 80^\circ$, 则它的特征值 $k =$ _____.

18. (4分) 已知一列数 $a, b, a+b, a+2b, 2a+3b, 3a+5b, \dots$, 按照这个规律写下去, 第 9 个数是_____.

三、解答题 (一): 本大题共 5 小题, 共 38 分. 解答应写出必要的文字说明, 证明过程或演算步骤

19. (6分) 计算: $(-2)^2 - |\sqrt{2} - 2| - 2\cos 45^\circ + (3 - \pi)^0$

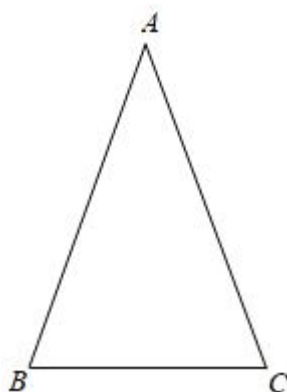
20. (6分) 小甘到文具超市去买文具. 请你根据如图中的对话信息, 求中性笔和笔记本的单价分别是多少元?



21. (8分) 已知: 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$.

(1) 求作: $\triangle ABC$ 的外接圆. (要求: 尺规作图, 保留作图痕迹, 不写作法)

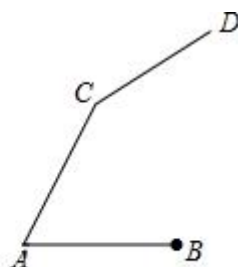
(2) 若 $\triangle ABC$ 的外接圆的圆心 O 到 BC 边的距离为 4, $BC = 6$, 则 $S_{\odot O} = \underline{\hspace{2cm}}$.



22. (8分) 如图①是图②是其侧面示意图 (台灯底座高度忽略不计), 其中灯臂 $AC = 40\text{cm}$, 灯罩 $CD = 30\text{cm}$, 灯臂与底座构成的 $\angle CAB = 60^\circ$. CD 可以绕点 C 上下调节一定的角度. 使用发现: 当 CD 与水平线所成的角为 30° 时, 台灯光线最佳. 现测得点 D 到桌面的距离为 49.6cm . 请通过计算说明此时台灯光线是否为最佳? (参考数据: $\sqrt{3}$ 取 1.73).



图①



图②

23. (10分) 2019 年中国北京世界园艺博览会 (以下简称 “世园会”) 于 4 月 29 日至 10 月 7 日在北京延庆区举行. 世园会为满足大家的游览需求, 倾情打造了 4 条各具特色的趣玩

路线，分别是：A. “解密世园会”、B. “爱我家，爱园艺”、C. “园艺小清新之旅”和 D. “快速车览之旅”。李欣和张帆都计划暑假去世园会，他们各自在这 4 条线路中任意选择一条线路游览，每条线路被选择的可能性相同。

- (1) 李欣选择线路 C. “园艺小清新之旅”的概率是多少？
- (2) 用画树状图或列表的方法，求李欣和张帆恰好选择同一线路游览的概率。

四、解答题 (二)：本大题共 5 小题，共 50 分。解答应写出必要的文字说明，证明过程或演算步骤。

24. (8 分) 为弘扬传统文化，某校开展了“传承经典文化，阅读经典名著”活动。为了解七、八年级学生（七、八年级各有 600 名学生）的阅读效果，该校举行了经典文化知识竞赛。现从两个年级各随机抽取 20 名学生的竞赛成绩（百分制）进行分析，过程如下：收集数据：

七年级：79, 85, 73, 80, 75, 76, 87, 70, 75, 94, 75, 79, 81, 71, 75, 80, 86, 59, 83, 77.

八年级：92, 74, 87, 82, 72, 81, 94, 83, 77, 83, 80, 81, 71, 81, 72, 77, 82, 80, 70, 41.

整理数据：

	$40 \leq x \leq 49$	$50 \leq x \leq 59$	$60 \leq x \leq 69$	$70 \leq x \leq 79$	$80 \leq x \leq 89$	$90 \leq x \leq 100$
七年级	0	1	0	a	7	1
八年级	1	0	0	7	b	2

分析数据：

	平均数	众数	中位数
七年级	78	75	c
八年级	78	d	80.5

应用数据：

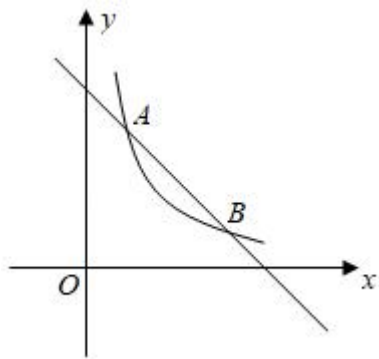
- (1) 由上表填空： $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $c = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $d = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (2) 估计该校七、八两个年级学生在本次竞赛中成绩在 90 分以上的共有多少人？
- (3) 你认为哪个年级的学生对经典文化知识掌握的总体水平较好，请说明理由。

25. (10 分) 如图，已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象与一次函数 $y = -x + b$ 的图象在第

一象限交于 $A(1, 3)$, $B(3, 1)$ 两点

(1) 求反比例函数和一次函数的表达式;

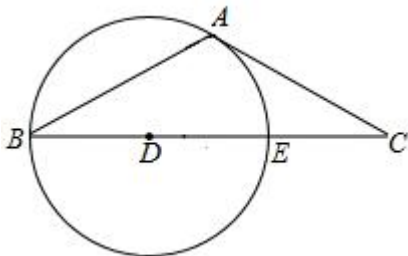
(2) 已知点 $P(a, 0)$ ($a > 0$), 过点 P 作平行于 y 轴的直线, 在第一象限内交一次函数 $y = -x + b$ 的图象于点 M , 交反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 上的图象于点 N . 若 $PM > PN$, 结合函数图象直接写出 a 的取值范围.



26. (10 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle BAC = 120^\circ$, 点 D 在 BC 边上, $\odot D$ 经过点 A 和点 B 且与 BC 边相交于点 E .

(1) 求证: AC 是 $\odot D$ 的切线;

(2) 若 $CE = 2\sqrt{3}$, 求 $\odot D$ 的半径.

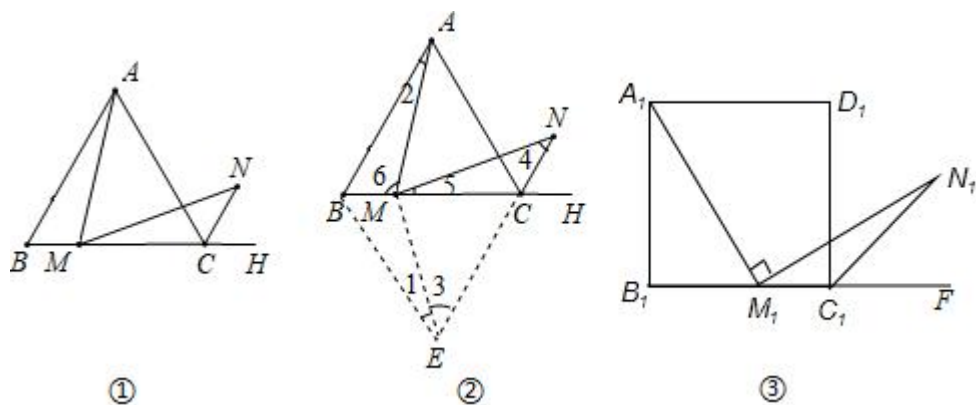


27. (10 分) 阅读下面的例题及点拨, 并解决问题:

例题: 如图①, 在等边 $\triangle ABC$ 中, M 是 BC 边上一点 (不含端点 B, C), N 是 $\triangle ABC$ 的外角 $\angle ACH$ 的平分线上一点, 且 $AM = MN$. 求证: $\angle AMN = 60^\circ$.

点拨: 如图②, 作 $\angle CBE = 60^\circ$, BE 与 NC 的延长线相交于点 E , 得等边 $\triangle BEC$, 连接 EM . 易证: $\triangle ABM \cong \triangle EBM$ (SAS), 可得 $AM = EM$, $\angle 1 = \angle 2$; 又 $AM = MN$, 则 $EM = MN$, 可得 $\angle 3 = \angle 4$; 由 $\angle 3 + \angle 1 = \angle 4 + \angle 5 = 60^\circ$, 进一步可得 $\angle 1 = \angle 2 = \angle 5$, 又因为 $\angle 2 + \angle 6 = 120^\circ$, 所以 $\angle 5 + \angle 6 = 120^\circ$, 即: $\angle AMN = 60^\circ$.

问题: 如图③, 在正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 中, M_1 是 B_1C_1 边上一点 (不含端点 B_1, C_1), N_1 是正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 的外角 $\angle D_1C_1H_1$ 的平分线上一点, 且 $A_1M_1 = M_1N_1$. 求证: $\angle A_1M_1N_1 = 90^\circ$.

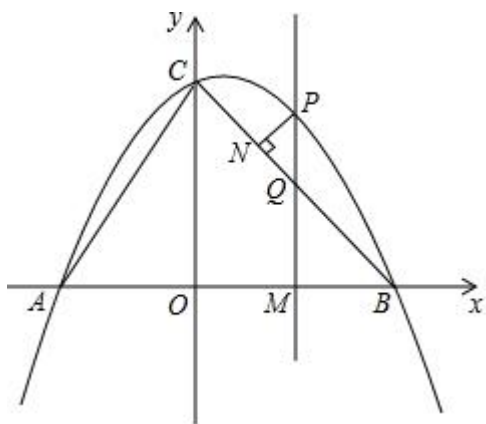


28. (12 分) 如图, 抛物线 $y = ax^2 + bx + 4$ 交 x 轴于 $A(-3, 0)$, $B(4, 0)$ 两点, 与 y 轴交于点 C , 连接 AC , BC . 点 P 是第一象限内抛物线上的一个动点, 点 P 的横坐标为 m .

(1) 求此抛物线的表达式;

(2) 过点 P 作 $PM \perp x$ 轴, 垂足为点 M , PM 交 BC 于点 Q . 试探究点 P 在运动过程中, 是否存在这样的点 Q , 使得以 A , C , Q 为顶点的三角形是等腰三角形. 若存在, 请求出此时点 Q 的坐标, 若不存在, 请说明理由;

(3) 过点 P 作 $PN \perp BC$, 垂足为点 N . 请用含 m 的代数式表示线段 PN 的长, 并求出当 m 为何值时 PN 有最大值, 最大值是多少?

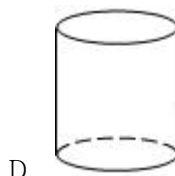
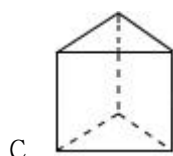
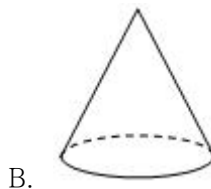
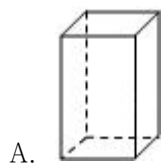


2019 年甘肃省武威市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分，每小题只有一个正确选项.

1. (3 分) 下列四个几何体中，是三棱柱的为 ()



【分析】分别判断各个几何体的形状，然后确定正确的选项即可.

【解答】解：A、该几何体为四棱柱，不符合题意；

B、该几何体为四棱锥，不符合题意；

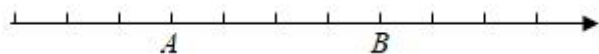
C、该几何体为三棱柱，符合题意；

D、该几何体为圆柱，不符合题意.

故选：C.

【点评】考查了认识立体图形的知识，解题的关键是能够认识各个几何体，难度不大.

2. (3 分) 如图，数轴的单位长度为 1，如果点 A 表示的数是 -1，那么点 B 表示的数是 ()



A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

【分析】直接利用数轴结合 A, B 点位置进而得出答案.

【解答】解：∵ 数轴的单位长度为 1，如果点 A 表示的数是 -1，

∴ 点 B 表示的数是：3.

故选：D.

【点评】此题主要考查了实数轴，正确应用数形结合分析是解题关键.

3. (3 分) 下列整数中，与 $\sqrt{10}$ 最接近的整数是 ()

A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

【分析】由于 $9 < 10 < 16$ ，于是 $\sqrt{9} < \sqrt{10} < \sqrt{16}$ ，10 与 9 的距离小于 16 与 10 的距离，可得答案.

【解答】解：∵ $3^2 = 9$ ， $4^2 = 16$ ，

$$\therefore 3 < \sqrt{10} < 4,$$

10 与 9 的距离小于 16 与 10 的距离，

∴ 与 $\sqrt{10}$ 最接近的是 3.

故选：A.

【点评】本题考查了无理数的估算，解题关键是确定无理数的整数部分即可解决问题.

4. (3 分) 华为 Mate20 手机搭载了全球首款 7 纳米制程芯片，7 纳米就是 0.000000007 米. 数据 0.000000007 用科学记数法表示为 ()

A. 7×10^{-7} B. 0.7×10^{-8} C. 7×10^{-8} D. 7×10^{-9}

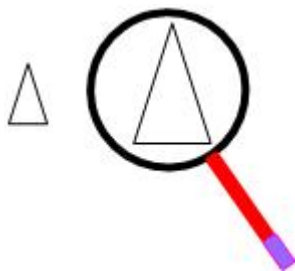
【分析】由科学记数法知 $0.000000007 = 7 \times 10^{-9}$;

【解答】解： $0.000000007 = 7 \times 10^{-9}$;

故选：D.

【点评】本题考查科学记数法；熟练掌握科学记数法 $a \times 10^n$ 中 a 与 n 的意义是解题的关键.

5. (3 分) 如图，将图形用放大镜放大，应该属于 ()



A. 平移变换 B. 相似变换 C. 旋转变换 D. 对称变换

【分析】根据放大镜成像的特点，结合各变换的特点即可得出答案.

【解答】解：根据相似图形的定义知，用放大镜将图形放大，属于图形的形状相同，大小不相同，所以属于相似变换.

故选：B.

【点评】本题考查的是相似形的识别，关键要联系图形，根据相似图形的定义得出.

6. (3 分) 如图，足球图片正中的黑色正五边形的内角和是 ()



- A. 180° B. 360° C. 540° D. 720°

【分析】根据多边形内角和公式 $(n-2) \times 180^\circ$ 即可求出结果.

【解答】解：黑色正五边形的内角和为： $(5-2) \times 180^\circ = 540^\circ$ ，

故选：C.

【点评】本题考查了多边形的内角和公式，解题关键是牢记多边形的内角和公式.

7. (3分) 不等式 $2x+9 \geq 3(x+2)$ 的解集是 ()

- A. $x \leq 3$ B. $x \leq -3$ C. $x \geq 3$ D. $x \geq -3$

【分析】先去括号，然后移项、合并同类项，再系数化为1即可.

【解答】解：去括号，得 $2x+9 \geq 3x+6$ ，

移项，合并得 $-x \geq -3$

系数化为1，得 $x \leq 3$ ；

故选：A.

【点评】本题考查了解简单不等式的能力，解答这类题学生往往在解题时不注意移项要改变符号这一点而出错.

解不等式要依据不等式的基本性质，在不等式的两边同时加上或减去同一个数或整式不等号的方向不变；在不等式的两边同时乘以或除以同一个正数不等号的方向不变；在不等式的两边同时乘以或除以同一个负数不等号的方向改变.

8. (3分) 下面的计算过程中，从哪一步开始出现错误 ()

$$\frac{x}{x-y} - \frac{y}{x+y} = \frac{x(x+y)}{(x-y)(x+y)} - \frac{y(x-y)}{(x-y)(x+y)} = \frac{x^2+xy-xy-y^2}{(x-y)(x+y)} = \frac{x^2-y^2}{(x-y)(x+y)} = 1$$

① ② ③ ④

- A. ① B. ② C. ③ D. ④

【分析】直接利用分式的加减运算法则计算得出答案.

【解答】解： $\frac{x}{x-y} - \frac{y}{x+y}$

$$= \frac{x(x+y)}{(x-y)(x+y)} - \frac{y(x-y)}{(x-y)(x+y)}$$

$$= \frac{x^2 + xy - xy + y^2}{(x-y)(x+y)}$$

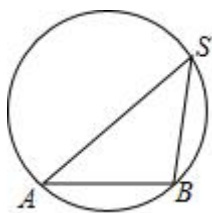
$$= \frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2}.$$

故从第②步开始出现错误.

故选: B.

【点评】此题主要考查了分式的加减运算, 正确掌握相关运算法则是解题关键.

9. (3分) 如图, 点 A, B, S 在圆上, 若弦 AB 的长度等于圆半径的 $\sqrt{2}$ 倍, 则 $\angle ASB$ 的度数是 ()



- A. 22.5° B. 30° C. 45° D. 60°

【分析】设圆心为 O , 连接 OA, OB , 如图, 先证明 $\triangle OAB$ 为等腰直角三角形得到 $\angle AOB = 90^\circ$, 然后根据圆周角定理确定 $\angle ASB$ 的度数.

【解答】解: 设圆心为 O , 连接 OA, OB , 如图,

$\because$ 弦 AB 的长度等于圆半径的 $\sqrt{2}$ 倍,

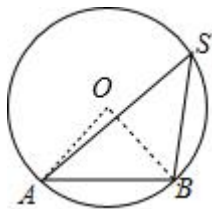
即 $AB = \sqrt{2}OA$,

$\therefore OA^2 + OB^2 = AB^2$,

$\therefore \triangle OAB$ 为等腰直角三角形, $\angle AOB = 90^\circ$,

$\therefore \angle ASB = \frac{1}{2} \angle AOB = 45^\circ$.

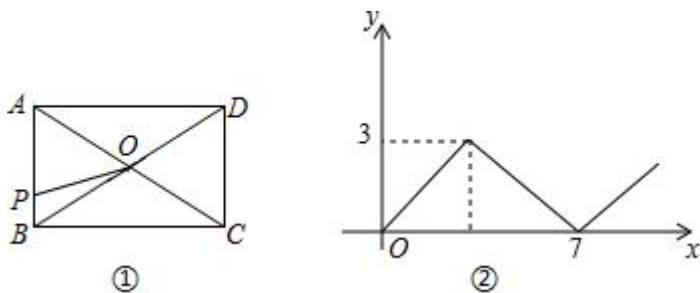
故选: C.



【点评】本题考查了圆周角定理: 在同圆或等圆中, 同弧或等弧所对的圆周角相等, 都等于这条弧所对的圆心角的一半.

10. (3分) 如图①, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB < AD$, 对角线 AC, BD 相交于点 O , 动点 P 由点 A 出发, 沿 $AB \rightarrow BC \rightarrow CD$ 向点 D 运动. 设点 P 的运动路程为 x , $\triangle AOP$ 的面积为 y , y

与 x 的函数关系图象如图②所示，则 AD 边的长为 ()



- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

【分析】当 P 点在 AB 上运动时， $\triangle AOP$ 面积逐渐增大，当 P 点到达 B 点时，结合图象可得 $\triangle AOP$ 面积最大为 3，得到 AB 与 BC 的积为 12；当 P 点在 BC 上运动时， $\triangle AOP$ 面积逐渐减小，当 P 点到达 C 点时， $\triangle AOP$ 面积为 0，此时结合图象可知 P 点运动路径长为 7，得到 AB 与 BC 的和为 7，构造关于 AB 的一元二方程可求解.

【解答】解：当 P 点在 AB 上运动时， $\triangle AOP$ 面积逐渐增大，当 P 点到达 B 点时， $\triangle AOP$ 面积最大为 3.

$$\therefore \frac{1}{2}AB \cdot \frac{1}{2} = 3, \text{ 即 } AB \cdot BC = 12.$$

当 P 点在 BC 上运动时， $\triangle AOP$ 面积逐渐减小，当 P 点到达 C 点时， $\triangle AOP$ 面积为 0，此时结合图象可知 P 点运动路径长为 7，

$$\therefore AB + BC = 7.$$

则 $BC = 7 - AB$ ，代入 $AB \cdot BC = 12$ ，得 $AB^2 - 7AB + 12 = 0$ ，解得 $AB = 4$ 或 3，

因为 $AB < AD$ ，即 $AB < BC$ ，

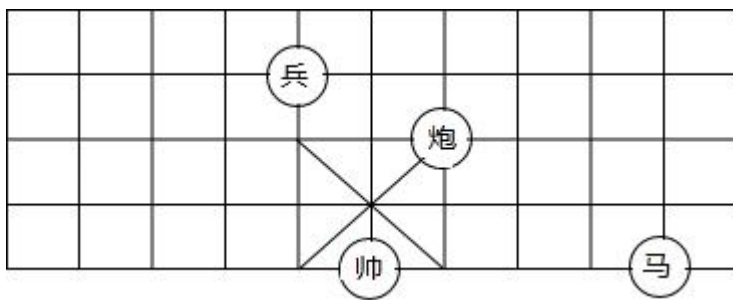
所以 $AB = 3$ ， $BC = 4$.

故选：B.

【点评】本题主要考查动点问题的函数图象，解题的关键是分析三角形面积随动点运动的变化过程，找到分界点极值，结合图象得到相关线段的具体数值.

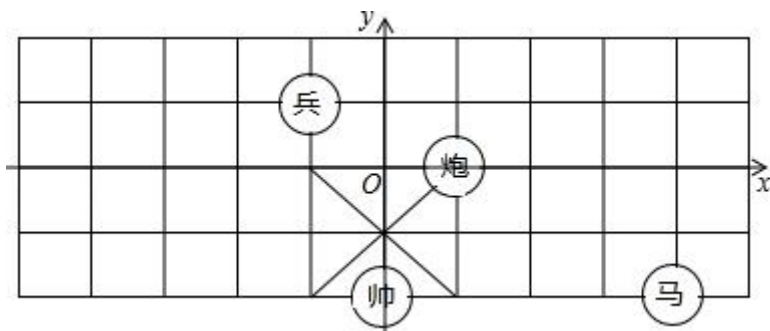
二、填空题：本大题共 8 小题，每小题 4 分，共 32 分.

11. (4 分) 中国象棋是中华名族的文化瑰宝，因趣味性强，深受大众喜爱. 如图，若在象棋棋盘上建立平面直角坐标系，使“帅”位于点 $(0, -2)$ ，“马”位于点 $(4, -2)$ ，则“兵”位于点 $(-1, 1)$.



【分析】直接利用“帅”位于点 $(0, -2)$ ，可得原点的位置，进而得出“兵”的坐标.

【解答】解：如图所示：可得原点位置，则“兵”位于 $(-1, 1)$.



故答案为： $(-1, 1)$.

【点评】本题考查了直角坐标系、点的坐标，解题的关键是确定坐标系的原点的位置.

12. (4分) 一个猜想是否正确，科学家们要经过反复的实验论证. 下表是几位科学家“掷硬币”的实验数据:

实验者	德•摩根	蒲丰	费勒	皮尔逊	罗曼诺夫斯基
掷币次数	6140	4040	10000	36000	80640
出现“正面朝上”的次数	3109	2048	4979	18031	39699
频率	0.506	0.507	0.498	0.501	0.492

请根据以上数据，估计硬币出现“正面朝上”的概率为 0.5 (精确到 0.1).

【分析】由于表中硬币出现“正面朝上”的频率在 0.5 左右波动，则根据频率估计概率可得到硬币出现“正面朝上”的概率.

【解答】解：因为表中硬币出现“正面朝上”的频率在 0.5 左右波动，所以估计硬币出现“正面朝上”的概率为 0.5.

故答案为 0.5.

【点评】本题考查了利用频率估计概率：大量重复实验时，事件发生的频率在某个固定

位置左右摆动，并且摆动的幅度越来越小，根据这个频率稳定性定理，可以用频率的集中趋势来估计概率，这个固定的近似值就是这个事件的概率．用频率估计概率得到的是近似值，随实验次数的增多，值越来越精确．

13. (4分) 因式分解: $xy^2 - 4x = \underline{x(y+2)(y-2)}$.

【分析】先提取公因式 x ，再对余下的多项式利用平方差公式继续分解．

【解答】解: $xy^2 - 4x$,

$$= x(y^2 - 4),$$

$$= x(y+2)(y-2).$$

【点评】本题主要考查提公因式法分解因式和利用平方差公式分解因式，熟记公式是解题的关键，难点在于要进行二次因式分解．

14. (4分) 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + \sqrt{\pi}x + 1 = 0$ 有两个相等的实数根，则 m 的取值为 4.

【分析】要使方程有两个相等的实数根，即 $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ ，则利用根的判别式即可求得一次项的系数．

【解答】解:

$$\text{由题意, } \Delta = b^2 - 4ac = (\sqrt{\pi})^2 - 4 = 0$$

$$\text{得 } m = 4$$

故答案为 4

【点评】此题主要考查一元二次方程的根的判别式，利用一元二次方程根的判别式 ($\Delta = b^2 - 4ac$) 可以判断方程的根的情况：一元二次方程的根与根的判别式 有如下关系：

①当 $\Delta > 0$ 时，方程有两个不相等的实数根；②当 $\Delta = 0$ 时，方程有两个相等的实数根；

③当 $\Delta < 0$ 时，方程无实数根，但有 2 个共轭复根．上述结论反过来也成立．

15. (4分) 将二次函数 $y = x^2 - 4x + 5$ 化成 $y = a(x - h)^2 + k$ 的形式为 $y = (x - 2)^2 + 1$.

【分析】利用配方法整理即可得解．

$$\text{【解答】解: } y = x^2 - 4x + 5 = x^2 - 4x + 4 + 1 = (x - 2)^2 + 1,$$

$$\text{所以, } y = (x - 2)^2 + 1.$$

$$\text{故答案为: } y = (x - 2)^2 + 1.$$

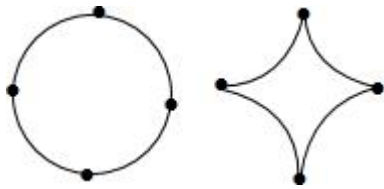
【点评】本题考查了二次函数的解析式有三种形式：

(1) 一般式: $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$, a 、 b 、 c 为常数)；

(2) 顶点式: $y = a(x - h)^2 + k$ ；

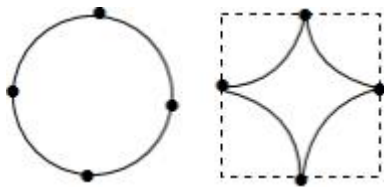
(3) 交点式 (与 x 轴): $y = a(x - x_1)(x - x_2)$.

16. (4 分) 把半径为 1 的圆分割成四段相等的弧, 再将这四段弧依次相连拼成如图所示的恒星图形, 那么这个恒星图形的面积等于 $4 - \pi$.



【分析】 恒星的面积 = 边长为 2 的正方形面积 - 半径为 1 的圆的面积, 依此列式计算即可.

【解答】 解: 如图:



新的正方形的边长为 $1+1=2$,

$\therefore$ 恒星的面积 $= 2 \times 2 - \pi = 4 - \pi$.

故答案为 $4 - \pi$.

【点评】 本题考查了扇形面积的计算, 关键是理解恒星的面积 = 边长为 2 的正方形面积 - 半径为 1 的圆的面积.

17. (4 分) 定义: 等腰三角形的顶角与其一个底角的度数的比值 k 称为这个等腰三角形的“特征值”. 若等腰 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 80^\circ$, 则它的特征值 $k = \frac{8}{5}$ 或 $\frac{1}{4}$.

【分析】 可知等腰三角形的两底角相等, 则可求得底角的度数. 从而可求解

【解答】 解:

①当 $\angle A$ 为顶角时, 等腰三角形两底角的度数为: $\frac{180^\circ - 80^\circ}{2} = 50^\circ$

$\therefore$ 特征值 $k = \frac{80^\circ}{50^\circ} = \frac{8}{5}$

②当 $\angle A$ 为底角时, 顶角的度数为: $180^\circ - 80^\circ - 80^\circ = 20^\circ$

$\therefore$ 特征值 $k = \frac{20^\circ}{80^\circ} = \frac{1}{4}$

综上所述, 特征值 k 为 $\frac{5}{8}$ 或 $\frac{1}{4}$

故答案为 $\frac{8}{5}$ 或 $\frac{1}{4}$

【点评】本题主要考查等腰三角形的性质，熟记等腰三角形的性质是解题的关键，要注意到本题中，已知 $\angle A$ 的底数，要进行判断是底角或顶角，以免造成答案的遗漏.

18. (4分) 已知一列数 $a, b, a+b, a+2b, 2a+3b, 3a+5b, \dots$, 按照这个规律写下去, 第9个数是 $13a+21b$.

【分析】由题意得出从第3个数开始, 每个数均为前两个数的和, 从而得出答案.

【解答】解: 由题意知第7个数是 $5a+8b$, 第8个数是 $8a+13b$, 第9个数是 $13a+21b$, 故答案为: $13a+21b$.

【点评】本题主要考查数字的变化规律, 解题的关键是得出从第3个数开始, 每个数均为前两个数的和的规律.

三、解答题 (一): 本大题共5小题, 共38分. 解答应写出必要的文字说明, 证明过程或演算步骤

19. (6分) 计算: $(-2)^2 - |\sqrt{2}-2| - 2\cos 45^\circ + (3-\pi)^0$

【分析】先根据乘方的计算法则、绝对值的性质、零指数幂及特殊角的三角函数值分别计算出各数, 再根据实数混合运算的法则进行计算即可.

【解答】解: $(-2)^2 - |\sqrt{2}-2| - 2\cos 45^\circ + (3-\pi)^0$,
 $= 4 - (2-\sqrt{2}) - 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 1$,
 $= 4 - 2 + \sqrt{2} - \sqrt{2} + 1$,
 $= 3$.

【点评】本题考查的是实数的运算, 熟知零指数幂的计算法则、绝对值的性质及特殊角的三角函数值是解答此题的关键.

20. (6分) 小甘到文具超市去买文具. 请你根据如图中的对话信息, 求中性笔和笔记本的单价分别是多少元?



【分析】根据对话分别利用总钱数得出等式求出答案.

【解答】解: 设中性笔和笔记本的单价分别是 x 元、 y 元, 根据题意可得:

$$\begin{cases} 12y+20x=112 \\ 12x+20y=144 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x=2 \\ y=6 \end{cases},$$

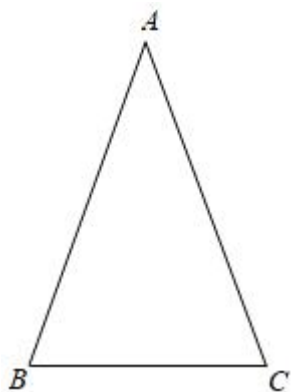
答：中性笔和笔记本的单价分别是 2 元、6 元.

【点评】 此题主要考查了二元一次方程组的应用，正确得出等量关系是解题关键.

21. (8 分) 已知：在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$.

(1) 求作： $\triangle ABC$ 的外接圆. (要求：尺规作图，保留作图痕迹，不写作法)

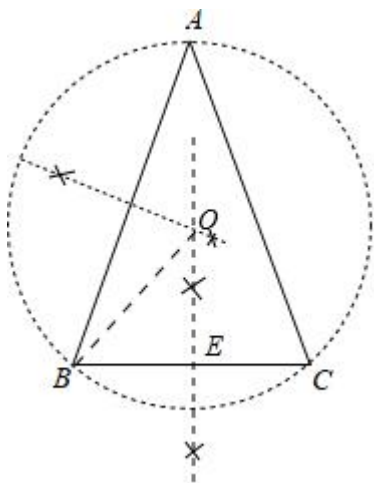
(2) 若 $\triangle ABC$ 的外接圆的圆心 O 到 BC 边的距离为 4， $BC=6$ ，则 $S_{\odot O} = \underline{25\pi}$.



【分析】 (1) 作线段 AB , BC 的垂直平分线，两线交于点 O ，以 O 为圆心， OB 为半径作 $\odot O$ ， $\odot O$ 即为所求.

(2) 在 $\text{Rt}\triangle OBE$ 中，利用勾股定理求出 OB 即可解决问题.

【解答】 解：(1) 如图 $\odot O$ 即为所求.



(2) 设线段 BC 的垂直平分线交 BC 于点 E .

由题意 $OE=4$ ， $BE=EC=3$,

在 $\text{Rt}\triangle OBE$ 中， $OB = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$,

$$\therefore S_{\text{圆}O} = \pi \cdot 5^2 = 25\pi.$$

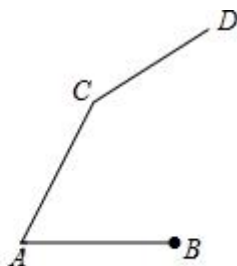
故答案为 25π .

【点评】 本题考查作图 - 复杂作图，等腰三角形的性质，三角形的外接圆与外心等知识，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型.

22. (8 分) 如图①是图②是其侧面示意图 (台灯底座高度忽略不计)，其中灯臂 $AC = 40\text{cm}$ ，灯罩 $CD = 30\text{cm}$ ，灯臂与底座构成的 $\angle CAB = 60^\circ$. CD 可以绕点 C 上下调节一定的角度. 使用发现：当 CD 与水平线所成的角为 30° 时，台灯光线最佳. 现测得点 D 到桌面的距离为 49.6cm . 请通过计算说明此时台灯光线是否为最佳? (参考数据: $\sqrt{3}$ 取 1.73).



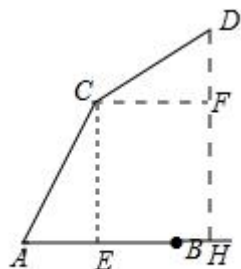
图①



图②

【分析】 如图，作 $CE \perp AB$ 于 E ， $DH \perp AB$ 于 H ， $CF \perp DH$ 于 F . 解直角三角形求出 $\angle DCF$ 即可判断.

【解答】 解：如图，作 $CE \perp AB$ 于 E ， $DH \perp AB$ 于 H ， $CF \perp DH$ 于 F .



图③

$$\because \angle CEH = \angle CFH = \angle FHE = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $CEHF$ 是矩形,

$$\therefore CE = FH,$$

在 $\text{Rt}\triangle ACE$ 中, $\because AC = 40\text{cm}$, $\angle A = 60^\circ$,

$$\therefore CE = AC \cdot \sin 60^\circ = 34.6 \text{ (cm)},$$

$$\therefore FH = CE = 34.6 \text{ (cm)}$$

$$\because DH = 49.6\text{cm},$$

$$\therefore DF = DH - FH = 49.6 - 34.6 = 15 \text{ (cm)},$$

在 $\text{Rt}\triangle CDF$ 中, $\sin \angle DCF = \frac{DF}{CD} = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}$,

$\therefore \angle DCF = 30^\circ$,

$\therefore$ 此时台灯光线为最佳.

【点评】 本题考查解直角三角形的应用, 解题的关键是学会添加常用辅助线构造直角三角形解决问题, 属于中考常考题型.

23. (10 分) 2019 年中国北京世界园艺博览会 (以下简称“世园会”) 于 4 月 29 日至 10 月 7 日在北京延庆区举行. 世园会为满足大家的游览需求, 倾情打造了 4 条各具特色的趣玩路线, 分别是: A. “解密世园会”、B. “爱我家, 爱园艺”、C. “园艺小清新之旅”和 D. “快速车览之旅”. 李欣和张帆都计划暑假去世园会, 他们各自在这 4 条线路中任意选择一条线路游览, 每条线路被选择的可能性相同.

(1) 李欣选择线路 C. “园艺小清新之旅”的概率是多少?

(2) 用画树状图或列表的方法, 求李欣和张帆恰好选择同一线路游览的概率.

【分析】 (1) 由概率公式即可得出结果;

(2) 画出树状图, 共有 16 种等可能的结果, 李欣和张帆恰好选择同一线路游览的结果有 4 种, 由概率公式即可得出结果.

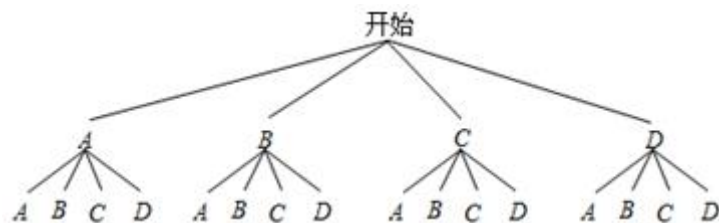
【解答】 解: (1) 在这四条线路任选一条, 每条被选中的可能性相同,

$\therefore$ 在四条线路中, 李欣选择线路 C. “园艺小清新之旅”的概率是 $\frac{1}{4}$;

(2) 画树状图分析如下:

共有 16 种等可能的结果, 李欣和张帆恰好选择同一线路游览的结果有 4 种,

$\therefore$ 李欣和张帆恰好选择同一线路游览的概率为 $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$.



【点评】 本题考查的是用列表法或画树状图法求概率. 列表法或画树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果, 列表法适合于两步完成的事件, 树状图法适合两步或两步以上完成的事件. 用到的知识点为: 概率 = 所求情况数与总情况数之比.

四、解答题 (二): 本大题共 5 小题, 共 50 分. 解答应写出必要的文字说明, 证明过程或演算步骤.

24. (8分) 为弘扬传统文化, 某校开展了“传承经典文化, 阅读经典名著”活动. 为了解七、八年级学生(七、八年级各有600名学生)的阅读效果, 该校举行了经典文化知识竞赛. 现从两个年级各随机抽取20名学生的竞赛成绩(百分制)进行分析, 过程如下:

收集数据:

七年级: 79, 85, 73, 80, 75, 76, 87, 70, 75, 94, 75, 79, 81, 71, 75, 80, 86, 59, 83, 77.

八年级: 92, 74, 87, 82, 72, 81, 94, 83, 77, 83, 80, 81, 71, 81, 72, 77, 82, 80, 70, 41.

整理数据:

	$40 \leq x \leq 49$	$50 \leq x \leq 59$	$60 \leq x \leq 69$	$70 \leq x \leq 79$	$80 \leq x \leq 89$	$90 \leq x \leq 100$
七年级	0	1	0	a	7	1
八年级	1	0	0	7	b	2

分析数据:

	平均数	众数	中位数
七年级	78	75	c
八年级	78	d	80.5

应用数据:

(1) 由上表填空: $a = \underline{11}$, $b = \underline{10}$, $c = \underline{78}$, $d = \underline{81}$.

(2) 估计该校七、八两个年级学生在本次竞赛中成绩在90分以上的共有多少人?

(3) 你认为哪个年级的学生对经典文化知识掌握的总体水平较好, 请说明理由.

【分析】 (1) 根据已知数据及中位数和众数的概念求解可得;

(2) 利用样本估计总体思想求解可得;

(3) 答案不唯一, 合理均可.

【解答】 解: (1) 由题意知 $a = 11$, $b = 10$,

将七年级成绩重新排列为: 59, 70, 71, 73, 75, 75, 75, 75, 76, 77, 79, 79, 80, 80, 81, 83, 85, 86, 87, 94,

$\therefore$ 其中位数 $c = \frac{77+79}{2} = 78$,

八年级成绩的众数 $d = 81$,

故答案为：11，10，78，81；

(2) 估计该校七、八两个年级学生在本次竞赛中成绩在 90 分以上的共有 $1200 \times \frac{1+2}{40} = 90$ (人)；

(3) 八年级的总体水平较好，

$\therefore$ 七、八年级的平均成绩相等，而八年级的中位数大于七年级的中位数，

$\therefore$ 八年级得分高的人数相对较多，

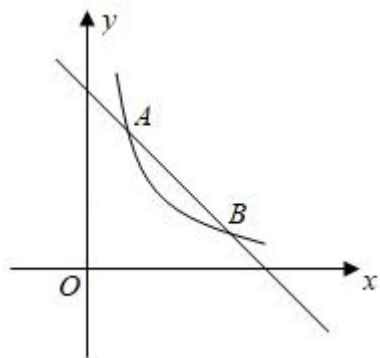
$\therefore$ 八年级的学生对经典文化知识掌握的总体水平较好 (答案不唯一，合理即可)。

【点评】 本题考查了众数、中位数以及平均数，掌握众数、中位数以及平均数的定义是解题的关键。

25. (10 分) 如图，已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象与一次函数 $y = -x + b$ 的图象在第一象限交于 $A(1, 3)$ ， $B(3, 1)$ 两点

(1) 求反比例函数和一次函数的表达式；

(2) 已知点 $P(a, 0)$ ($a > 0$)，过点 P 作平行于 y 轴的直线，在第一象限内交一次函数 $y = -x + b$ 的图象于点 M ，交反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象于点 N 。若 $PM > PN$ ，结合函数图象直接写出 a 的取值范围。



【分析】 (1) 利用待定系数法即可求得；

(2) 根据图象可解。

【解答】 解：(1) $\because$ 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象与一次函数 $y = -x + b$ 的图象在第一象限交于 $A(1, 3)$ ， $B(3, 1)$ 两点，

$$\therefore 3 = \frac{k}{1}, \quad 3 = -1 + b,$$

$$\therefore k=3, b=4,$$

$$\therefore \text{反比例函数和一次函数的表达式分别为 } y=\frac{3}{x}, y=-x+4;$$

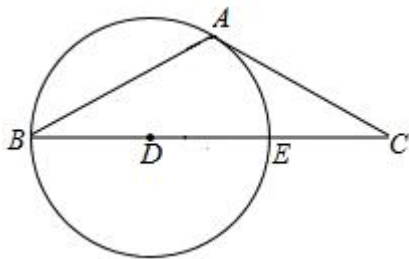
(2) 由图象可得: 当 $1 < a < 3$ 时, $PM > PN$.

【点评】 本题考查了一次函数与反比例函数的交点问题, 待定系数法求解析式, 利用函数图象性质解决问题是本题的关键.

26. (10分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle BAC=120^\circ$, 点 D 在 BC 边上, $\odot D$ 经过点 A 和点 B 且与 BC 边相交于点 E .

(1) 求证: AC 是 $\odot D$ 的切线;

(2) 若 $CE=2\sqrt{3}$, 求 $\odot D$ 的半径.



【分析】 (1) 连接 AD , 根据等腰三角形的性质得到 $\angle B = \angle C = 30^\circ$, $\angle BAD = \angle B = 30^\circ$, 求得 $\angle ADC = 60^\circ$, 根据三角形的内角和得到 $\angle DAC = 180^\circ - 60^\circ - 30^\circ = 90^\circ$, 于是得到 AC 是 $\odot D$ 的切线;

(2) 连接 AE , 推出 $\triangle ADE$ 是等边三角形, 得到 $AE=DE$, $\angle AED=60^\circ$, 求得 $\angle EAC = \angle AED - \angle C = 30^\circ$, 得到 $AE=CE=2\sqrt{3}$, 于是得到结论.

【解答】 (1) 证明: 连接 AD ,

$$\because AB=AC, \angle BAC=120^\circ,$$

$$\therefore \angle B = \angle C = 30^\circ,$$

$$\because AD=BD,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle B = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle ADC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle DAC = 180^\circ - 60^\circ - 30^\circ = 90^\circ,$$

$\therefore AC$ 是 $\odot D$ 的切线;

(2) 解: 连接 AE ,

$$\because AD=DE, \angle ADE=60^\circ,$$

$\therefore \triangle ADE$ 是等边三角形,

$= \angle B_1C_1E = 45^\circ$, 证出 $\angle B_1C_1E + \angle M_1C_1N_1 = 180^\circ$, 得出 E, C_1, N_1 , 三点共线, 由 SAS 证明 $\triangle A_1B_1M_1 \cong \triangle EB_1M_1$ 得出 $A_1M_1 = EM_1$, $\angle 1 = \angle 2$, 得出 $EM_1 = M_1N_1$, 由等腰三角形的性质得出 $\angle 3 = \angle 4$, 证出 $\angle 1 = \angle 2 = \angle 5$, 得出 $\angle 5 + \angle 6 = 90^\circ$, 即可得出结论.

【解答】解: 延长 A_1B_1 至 E , 使 $EB_1 = A_1B_1$, 连接 EM_1C, EC_1 , 如图所示:

则 $EB_1 = B_1C_1$, $\angle EB_1M_1 = 90^\circ = \angle A_1B_1M_1$,

$\therefore \triangle EB_1C_1$ 是等腰直角三角形,

$\therefore \angle B_1EC_1 = \angle B_1C_1E = 45^\circ$,

$\therefore N_1$ 是正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 的外角 $\angle D_1C_1H_1$ 的平分线上一点,

$\therefore \angle M_1C_1N_1 = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ$,

$\therefore \angle B_1C_1E + \angle M_1C_1N_1 = 180^\circ$,

$\therefore E, C_1, N_1$, 三点共线,

在 $\triangle A_1B_1M_1$ 和 $\triangle EB_1M_1$ 中,
$$\begin{cases} A_1B_1 = EB_1 \\ \angle A_1B_1M_1 = \angle EB_1M_1 \\ B_1M_1 = B_1M_1 \end{cases}$$

$\therefore \triangle A_1B_1M_1 \cong \triangle EB_1M_1$ (SAS),

$\therefore A_1M_1 = EM_1$, $\angle 1 = \angle 2$,

$\therefore A_1M_1 = M_1N_1$,

$\therefore EM_1 = M_1N_1$,

$\therefore \angle 3 = \angle 4$,

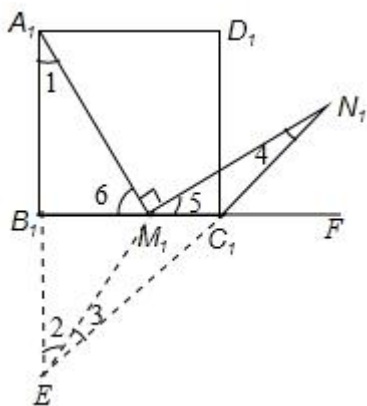
$\therefore \angle 2 + \angle 3 = 45^\circ$, $\angle 4 + \angle 5 = 45^\circ$,

$\therefore \angle 1 = \angle 2 = \angle 5$,

$\therefore \angle 1 + \angle 6 = 90^\circ$,

$\therefore \angle 5 + \angle 6 = 90^\circ$,

$\therefore \angle A_1M_1N_1 = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$.



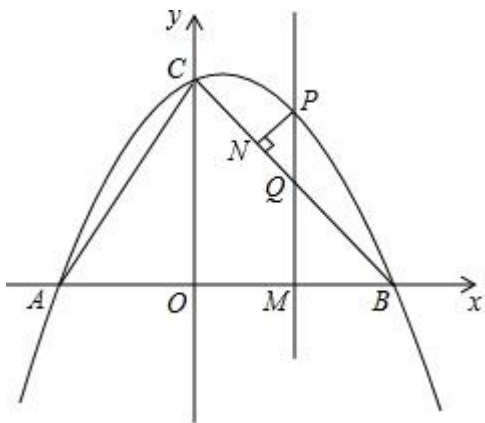
【点评】此题是四边形综合题目，考查了正方形的性质、全等三角形的判定与性质、等腰直角三角形的判定与性质、等腰三角形的判定与性质、三角形的外角性质等知识；本题综合性强，熟练掌握正方形的性质，通过作辅助线构造三角形全等是解本题的关键.

28. (12 分) 如图，抛物线 $y = ax^2 + bx + 4$ 交 x 轴于 $A(-3, 0)$, $B(4, 0)$ 两点，与 y 轴交于点 C ，连接 AC , BC . 点 P 是第一象限内抛物线上的一个动点，点 P 的横坐标为 m .

(1) 求此抛物线的表达式；

(2) 过点 P 作 $PM \perp x$ 轴，垂足为点 M ， PM 交 BC 于点 Q . 试探究点 P 在运动过程中，是否存在这样的点 Q ，使得以 A , C , Q 为顶点的三角形是等腰三角形. 若存在，请求出此时点 Q 的坐标，若不存在，请说明理由；

(3) 过点 P 作 $PN \perp BC$ ，垂足为点 N . 请用含 m 的代数式表示线段 PN 的长，并求出当 m 为何值时 PN 有最大值，最大值是多少？



【分析】(1) 由二次函数交点式表达式，即可求解；

(2) 分 $AC = AQ$ 、 $AC = CQ$ 、 $CQ = AQ$ 三种情况，分别求解即可；

(3) 由 $PN = PQ \sin \angle PQN = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(-\frac{1}{3}m^2 + \frac{1}{3}m + 4 + m - 4 \right)$ 即可求解.

【解答】解：(1) 由二次函数交点式表达式得： $y = a(x+3)(x-4) = a(x^2 - x - 12)$,

即： $-12a=4$ ，解得： $a=-\frac{1}{3}$ ，

则抛物线的表达式为 $y=-\frac{1}{3}x^2+\frac{1}{3}x+4$ ；

(2) 存在，理由：

点 A 、 B 、 C 的坐标分别为 $(-3, 0)$ 、 $(4, 0)$ 、 $(0, 4)$ ，

则 $AC=5$ ， $AB=7$ ， $BC=4\sqrt{2}$ ， $\angle OAB=\angle OBA=45^\circ$ ，

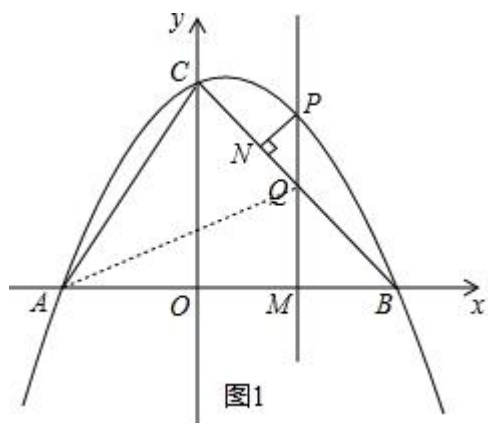
将点 B 、 C 的坐标代入一次函数表达式： $y=kx+b$ 并解得： $y=-x+4$ …①，

同理可得直线 AC 的表达式为： $y=\frac{4}{3}x+4$ ，

设直线 AC 的中点为 $M(-\frac{3}{2}, 4)$ ，过点 M 与 CA 垂直直线的表达式中的 k 值为 $-\frac{3}{4}$ ，

同理可得过点 M 与直线 AC 垂直直线的表达式为： $y=-\frac{3}{4}x+\frac{7}{8}$ …②，

①当 $AC=AQ$ 时，如图 1，



则 $AC=AQ=5$ ，

设： $QM=MB=n$ ，则 $AM=7-n$ ，

由勾股定理得： $(7-n)^2+n^2=25$ ，解得： $n=3$ 或 4 （舍去 4 ），

故点 $Q(1, 3)$ ；

②当 $AC=CQ$ 时，如图 1，

$CQ=5$ ，则 $BQ=BC-CQ=4\sqrt{2}-5$ ，

则 $QM=MB=\frac{8-5\sqrt{2}}{2}$ ，

故点 $Q(\frac{5\sqrt{2}}{2}, \frac{8-5\sqrt{2}}{2})$ ；

③当 $CQ=AQ$ 时，

联立①②并解得: $x = \frac{25}{2}$ (舍去);

故点 Q 的坐标为: $Q(1, 3)$ 或 $(-\frac{5\sqrt{2}}{2}, \frac{8-5\sqrt{2}}{2})$;

(3) 设点 $P(m, -\frac{1}{3}m^2 + \frac{1}{3}m + 4)$, 则点 $Q(m, -m + 4)$,

$\because OB = OC, \therefore \angle ABC = \angle OCB = 45^\circ = \angle PQN$,

$$PN = PQ \sin \angle PQN = \frac{\sqrt{2}}{2} (-\frac{1}{3}m^2 + \frac{1}{3}m + 4 - (-m + 4)) = -\frac{\sqrt{2}}{6}m^2 + \frac{7\sqrt{2}}{6}m,$$

$\therefore -\frac{\sqrt{2}}{6} < 0, \therefore PN$ 有最大值,

当 $m = \frac{7}{2}$ 时, PN 的最大值为: $\frac{49\sqrt{2}}{24}$.

【点评】 主要考查了二次函数的解析式的求法和与几何图形结合的综合能力的培养. 要会利用数形结合的思想把代数和几何图形结合起来, 利用点的坐标的意义表示线段的长度, 从而求出线段之间的关系.



积分超值换

活动时间: 2019年4月23日-6月30日

活动对象: 中小学一线教师以及教育工作者

扫一扫 换礼啦

积分兑换更超值

海报背景为浅蓝色，底部有黄色波浪形装饰。海报中央有一个二维码，下方有“扫一扫 换礼啦”的提示。底部有“积分兑换更超值”的彩色按钮，以及一个展示书籍和文具的插图。

会员升级服务第一拨 · 清北季



神马，有清华北大学霸方法论课；还有清华学霸向所有的父母亲述自己求学之路；

衡水名校试卷悄悄的上线了；

扫qq领取官网不首发课程，很多人我没告诉他啊！

会员qq专享等你来撩.....