

2019年甘肃省中考数学试卷

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分，每小只有一个正确选项.

1. (3 分) 下列四个图案中，是中心对称图形的是 ()



2. (3 分) 在 0, 2, -3, $-\frac{1}{2}$ 这四个数中，最小的数是 ()

A. 0

B. 2

C. -3

D. $-\frac{1}{2}$

3. (3 分) 使得式子 $\frac{x}{\sqrt{4-x}}$ 有意义的 x 的取值范围是 ()

A. $x \geq 4$

B. $x > 4$

C. $x \leq 4$

D. $x < 4$

4. (3 分) 计算 $(-2a)^2 \cdot a^4$ 的结果是 ()

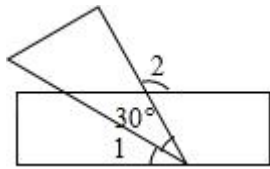
A. $-4a^6$

B. $4a^6$

C. $-2a^6$

D. $-4a^8$

5. (3 分) 如图，将一块含有 30° 的直角三角板的顶点放在直尺的一边上，若 $\angle 1 = 48^\circ$ ，那么 $\angle 2$ 的度数是 ()



A. 48°

B. 78°

C. 92°

D. 102°

6. (3 分) 已知点 $P(m+2, 2m-4)$ 在 x 轴上，则点 P 的坐标是 ()

A. (4, 0)

B. (0, 4)

C. (-4, 0)

D. (0, -4)

7. (3 分) 若一元二次方程 $x^2 - 2kx + k^2 = 0$ 的一根为 $x = -1$ ，则 k 的值为 ()

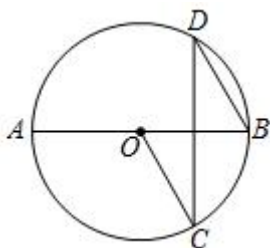
A. -1

B. 0

C. 1 或 -1

D. 2 或 0

8. (3 分) 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径，点 C 、 D 是圆上两点，且 $\angle AOC = 126^\circ$ ，则 $\angle CDB =$ ()

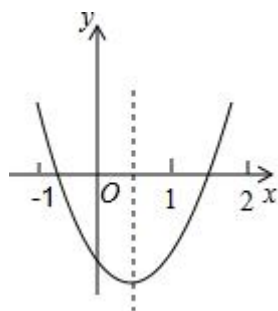


- A. 54° B. 64° C. 27° D. 37°

9. (3分) 甲、乙两个班参加了学校组织的2019年“国学小名士”国学知识竞赛选拔赛，他们成绩的平均数、中位数、方差如下表所示，规定成绩大于等于95分为优异，则下列说法正确的是 ()

	参加人数	平均数	中位数	方差
甲	45	94	93	5.3
乙	45	94	95	4.8

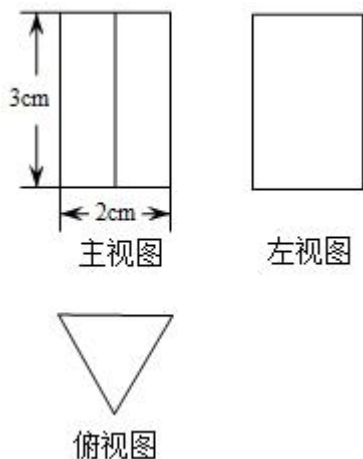
- A. 甲、乙两班的平均水平相同
 B. 甲、乙两班竞赛成绩的众数相同
 C. 甲班的成绩比乙班的成绩稳定
 D. 甲班成绩优异的人数比乙班多
10. (3分) 如图是二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象，对于下列说法：① $ac > 0$ ，② $2a + b > 0$ ，③ $4ac < b^2$ ，④ $a + b + c < 0$ ，⑤ 当 $x > 0$ 时， y 随 x 的增大而减小，其中正确的是 ()



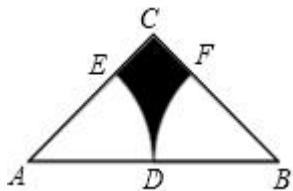
- A. ①②③ B. ①②④ C. ②③④ D. ③④⑤

二、填空题：本大题共8小题，每小题3分，共24分.

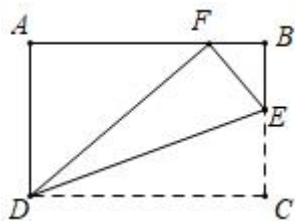
11. (3分) 分解因式： $x^3y - 4xy =$ _____.
12. (3分) 不等式组 $\begin{cases} 2-x \geq 0 \\ 2x > x-1 \end{cases}$ 的最小整数解是_____.
13. (3分) 分式方程 $\frac{3}{x+1} = \frac{5}{x+2}$ 的解为_____.
14. (3分) 在 $\triangle ABC$ 中 $\angle C = 90^\circ$ ， $\tan A = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，则 $\cos B =$ _____.
15. (3分) 已知某几何体的三视图如图所示，其中俯视图为等边三角形，则该几何体的左视图的面积为_____.



16. (3分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=BC=2$, 点 D 是 AB 的中点, 以 A 、 B 为圆心, AD 、 BD 长为半径画弧, 分别交 AC 、 BC 于点 E 、 F , 则图中阴影部分的面积为_____.



17. (3分) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=10$, $AD=6$, E 为 BC 上一点, 把 $\triangle CDE$ 沿 DE 折叠, 使点 C 落在 AB 边上的 F 处, 则 CE 的长为_____.



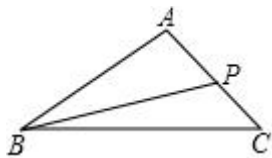
18. (3分) 如图, 每一图中有若干个大小不同的菱形, 第 1 幅图中有 1 个菱形, 第 2 幅图中有 3 个菱形, 第 3 幅图中有 5 个菱形, 如果第 n 幅图中有 2019 个菱形, 则 $n=$ _____.



三、解答题 (一) 本大共 5 小题, 共 26 分. 解答应写出必要的文字说明, 证明过程或演算步骤.

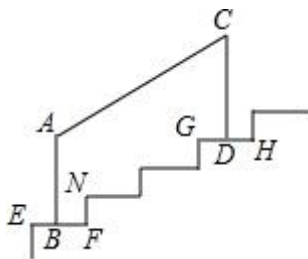
19. (4分) 计算: $(-\frac{1}{2})^{-2} + (2019 - \pi)^0 - \frac{\sqrt{3}}{3} \tan 60^\circ - |-3|$.

20. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 P 是 AC 上一点, 连接 BP , 求作一点 M , 使得点 M 到 AB 和 AC 两边的距离相等, 并且到点 B 和点 P 的距离相等. (不写作法, 保留作图痕迹)



21. (6分) 中国古代人民很早就在生产生活中发现了许多有趣的数学问题，其中《孙子算经》中有个问题，原文：今有三人共车，二车空；二人共车，九人步，问人与车各几何？译文为：今有若干人乘车，每3人共乘一车，最终剩余2辆车，若每2人共乘一车，最终剩余9个人无车可乘，问共有多少人，多少辆车？

22. (6分) 为了保证人们上下楼的安全，楼梯踏步的宽度和高度都要加以限制。中小学楼梯宽度的范围是 $260mm \sim 300mm$ (含 $300mm$)，高度的范围是 $120mm \sim 150mm$ (含 $150mm$)。如图是某中学的楼梯扶手的截面示意图，测量结果如下： AB ， CD 分别垂直平分踏步 EF ， GH ，各踏步互相平行， $AB = CD$ ， $AC = 900mm$ ， $\angle ACD = 65^\circ$ ，试问该中学楼梯踏步的宽度和高度是否符合规定。(结果精确到 $1mm$ ，参考数据： $\sin 65^\circ \approx 0.906$ ， $\cos 65^\circ \approx 0.423$)



23. (6分) 在甲乙两个不透明的口袋中，分别有大小、材质完全相同的小球，其中甲口袋中的小球上分别标有数字1，2，3，4，乙口袋中的小球上分别标有数字2，3，4，先从甲袋中任意摸出一个小球，记下数字为 m ，再从乙袋中摸出一个小球，记下数字为 n 。

(1) 请用列表或画树状图的方法表示出所有 (m, n) 可能的结果；

(2) 若 m, n 都是方程 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 的解时，则小明获胜；若 m, n 都不是方程 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 的解时，则小利获胜，问他们两人谁获胜的概率大？

四、解答题 (二)：本大题共5小题，共40分解答应写出必要的文字说明，证明过程或演算步骤

24. (7分) 良好的饮食对学生的身体、智力发育和健康起到了极其重要的作用，荤菜中蛋白质、钙、磷及脂溶性维生素优于素食，而素食中不饱和脂肪酸、维生素和纤维素又优于荤食，只有荤食与素食适当搭配，才能强化初中生的身体素质。某校为了了解学生的体质健康状况，以便食堂为学生提供合理膳食，对本校七年级、八年级学生的体质健康状况进行了调查，过程如下：

收集数据:

从七、八年级两个年级中各抽取 15 名学生, 进行了体质健康测试, 测试成绩 (百分制) 如下:

七年级: 74 81 75 76 70 75 75 79 81 70 74 80 91 69 82

八年级: 81 94 83 77 83 80 81 70 81 73 78 82 80 70 50

整理数据:

年级	$x < 60$	$60 \leq x < 80$	$80 \leq x < 90$	$90 \leq x \leq 100$
七年级	0	10	4	1
八年级	1	5	8	1

(说明: 90 分及以上为优秀, 80~90 分 (不含 90 分) 为良好, 60~80 分 (不含 80 分) 为及格, 60 分以下为不及格)

分析数据:

年级	平均数	中位数	众数
七年级	_____	75	75
八年级	77.5	80	_____

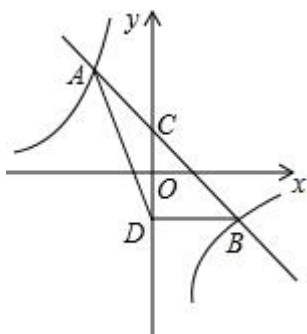
得出结论:

- (1) 根据上述数据, 将表格补充完整;
- (2) 可以推断出_____年级学生的体质健康状况更好一些, 并说明理由;
- (3) 若七年级共有 300 名学生, 请估计七年级体质健康成绩优秀的学生人数.

25. (7 分) 如图, 一次函数 $y = kx + b$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象相交于 $A(-1, n)$ 、

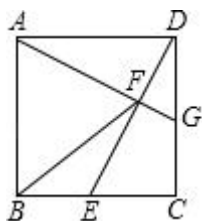
$B(2, -1)$ 两点, 与 y 轴相交于点 C .

- (1) 求一次函数与反比例函数的解析式;
- (2) 若点 D 与点 C 关于 x 轴对称, 求 $\triangle ABD$ 的面积;
- (3) 若 $M(x_1, y_1)$ 、 $N(x_2, y_2)$ 是反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 上的两点, 当 $x_1 < x_2 < 0$ 时, 比较 y_2 与 y_1 的大小关系.



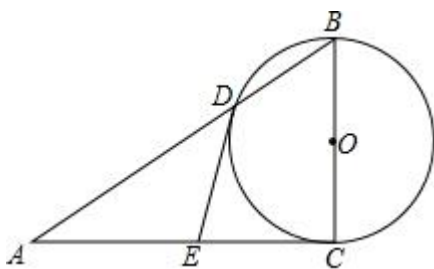
26. (8分) 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, 点 E 是 BC 的中点, 连接 DE , 过点 A 作 $AG \perp ED$ 交 DE 于点 F , 交 CD 于点 G .

- (1) 证明: $\triangle ADG \cong \triangle DCE$;
- (2) 连接 BF , 证明: $AB = FB$.



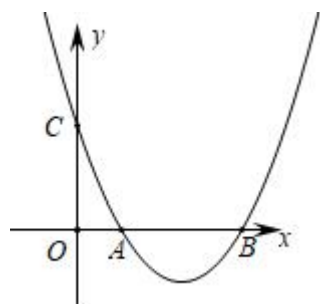
27. (8分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 以 BC 为直径的 $\odot O$ 交 AB 于点 D , 切线 DE 交 AC 于点 E .

- (1) 求证: $\angle A = \angle ADE$;
- (2) 若 $AD = 8$, $DE = 5$, 求 BC 的长.



28. (10分) 如图, 已知二次函数 $y = x^2 + bx + c$ 的图象与 x 轴交于点 $A(1, 0)$ 、 $B(3, 0)$, 与 y 轴交于点 C .

- (1) 求二次函数的解析式;
- (2) 若点 P 为抛物线上的一点, 点 F 为对称轴上的一点, 且以点 A 、 B 、 P 、 F 为顶点的四边形为平行四边形, 求点 P 的坐标;
- (3) 点 E 是二次函数第四象限图象上一点, 过点 E 作 x 轴的垂线, 交直线 BC 于点 D , 求四边形 $AEBD$ 面积的最大值及此时点 E 的坐标.



2019 年甘肃省中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分，每小只有一个正确选项.

1. (3 分) 下列四个图案中，是中心对称图形的是 ()



【分析】根据中心对称图形的概念对各选项分析判断即可得解.

【解答】解：A. 此图案是中心对称图形，符合题意；

B. 此图案不是中心对称图形，不合题意；

C. 此图案不是中心对称图形，不合题意；

D. 此图案不是中心对称图形，不合题意；

故选：A.

【点评】本题考查了中心对称图形的概念，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后两部分重合.

2. (3 分) 在 0, 2, -3, $-\frac{1}{2}$ 这四个数中，最小的数是 ()

A. 0

B. 2

C. -3

D. $-\frac{1}{2}$

【分析】正实数都大于 0，负实数都小于 0，正实数大于一切负实数，两个负实数绝对值大的反而小，据此判断即可.

【解答】解：根据实数比较大小的方法，可得

$$-3 < -\frac{1}{2} < 0 < 2,$$

所以最小的数是 -3.

故选：C.

【点评】此题主要考查了实数大小比较的方法，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：正实数 $> 0 >$ 负实数，两个负实数绝对值大的反而小.

3. (3 分) 使得式子 $\frac{x}{\sqrt{4-x}}$ 有意义的 x 的取值范围是 ()

A. $x \geq 4$

B. $x > 4$

C. $x \leq 4$

D. $x < 4$

【分析】直接利用二次根式有意义的条件分析得出答案.

【解答】解：使得式子 $\frac{x}{\sqrt{4-x}}$ 有意义，则： $4-x>0$,

解得： $x<4$,

即 x 的取值范围是： $x<4$.

故选： D .

【点评】此题主要考查了二次根式有意义的条件，正确把握定义是解题关键.

4. (3分) 计算 $(-2a)^2 \cdot a^4$ 的结果是 ()

A. $-4a^6$

B. $4a^6$

C. $-2a^6$

D. $-4a^8$

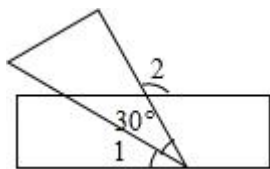
【分析】直接利用积的乘方运算法则化简，再利用同底数幂的乘法运算法则计算得出答案.

【解答】解： $(-2a)^2 \cdot a^4 = 4a^2 \cdot a^4 = 4a^6$.

故选： B .

【点评】此题主要考查了积的乘方运算以及同底数幂的乘法运算，正确掌握相关运算法则是解题关键.

5. (3分) 如图，将一块含有 30° 的直角三角板的顶点放在直尺的一边上，若 $\angle 1 = 48^\circ$ ，那么 $\angle 2$ 的度数是 ()



A. 48°

B. 78°

C. 92°

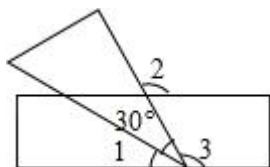
D. 102°

【分析】直接利用已知角的度数结合平行线的性质得出答案.

【解答】解： $\because$ 将一块含有 30° 的直角三角板的顶点放在直尺的一边上， $\angle 1 = 48^\circ$,

$\therefore \angle 2 = \angle 3 = 180^\circ - 48^\circ - 30^\circ = 102^\circ$.

故选： D .



【点评】此题主要考查了平行线的性质，正确得出 $\angle 3$ 的度数是解题关键.

6. (3分) 已知点 $P(m+2, 2m-4)$ 在 x 轴上，则点 P 的坐标是 ()

A. $(4, 0)$

B. $(0, 4)$

C. $(-4, 0)$

D. $(0, -4)$

【分析】直接利用关于 x 轴上点的坐标特点得出 m 的值，进而得出答案.

【解答】解： $\because$ 点 $P(m+2, 2m-4)$ 在 x 轴上，

$$\therefore 2m-4=0,$$

解得： $m=2$ ，

$$\therefore m+2=4,$$

则点 P 的坐标是： $(4, 0)$.

故选： A .

【点评】此题主要考查了点的坐标，正确得出 m 的值是解题关键.

7. (3分) 若一元二次方程 $x^2 - 2kx + k^2 = 0$ 的一根为 $x = -1$ ，则 k 的值为 ()

A. -1

B. 0

C. 1 或 -1

D. 2 或 0

【分析】把 $x = -1$ 代入方程计算即可求出 k 的值.

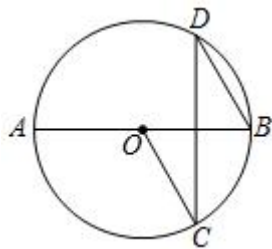
【解答】解：把 $x = -1$ 代入方程得： $1 + 2k + k^2 = 0$ ，

解得： $k = -1$ ，

故选： A .

【点评】此题考查了一元二次方程的解，方程的解即为能使方程左右两边相等的未知数的值.

8. (3分) 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径，点 C 、 D 是圆上两点，且 $\angle AOC = 126^\circ$ ，则 $\angle CDB =$ ()



A. 54°

B. 64°

C. 27°

D. 37°

【分析】由 $\angle AOC = 126^\circ$ ，可求得 $\angle BOC$ 的度数，然后由圆周角定理，求得 $\angle CDB$ 的度数.

【解答】解： $\because \angle AOC = 126^\circ$ ，

$$\therefore \angle BOC = 180^\circ - \angle AOC = 54^\circ,$$

$$\therefore \angle CDB = \frac{1}{2} \angle BOC = 27^\circ.$$

故选： C .

【点评】此题考查了圆周角定理. 注意在同圆或等圆中, 同弧或等弧所对的圆周角相等, 都等于这条弧所对的圆心角的一半.

9. (3分) 甲、乙两个班参加了学校组织的2019年“国学小名士”国学知识竞赛选拔赛, 他们成绩的平均数、中位数、方差如下表所示, 规定成绩大于等于95分为优异, 则下列说法正确的是 ()

	参加人数	平均数	中位数	方差
甲	45	94	93	5.3
乙	45	94	95	4.8

- A. 甲、乙两班的平均水平相同
 B. 甲、乙两班竞赛成绩的众数相同
 C. 甲班的成绩比乙班的成绩稳定
 D. 甲班成绩优异的人数比乙班多

【分析】由两个班的平均数相同得出选项A正确; 由众数的定义得出选项B不正确; 由方差的性质得出选项C不正确; 由两个班的中位数得出选项D不正确; 即可得出结论.

【解答】解: A、甲、乙两班的平均水平相同; 正确;

B、甲、乙两班竞赛成绩的众数相同; 不正确;

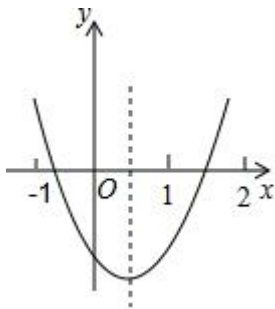
C、甲班的成绩比乙班的成绩稳定; 不正确;

D、甲班成绩优异的人数比乙班多; 不正确;

故选: A.

【点评】本题考查了平均数, 众数, 中位数, 方差; 正确的理解题意是解题的关键.

10. (3分) 如图是二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象, 对于下列说法: ① $ac > 0$, ② $2a + b > 0$, ③ $4ac < b^2$, ④ $a + b + c < 0$, ⑤当 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而减小, 其中正确的是 ()



- A. ①②③ B. ①②④ C. ②③④ D. ③④⑤

【分析】根据二次函数的图象与性质即可求出答案.

【解答】解：①由图象可知： $a > 0$ ， $c < 0$ ，

$\therefore ac < 0$ ，故①错误；

②由于对称轴可知： $-\frac{b}{2a} < 1$ ，

$\therefore 2a + b > 0$ ，故②正确；

③由于抛物线与 x 轴有两个交点，

$\therefore \Delta = b^2 - 4ac > 0$ ，故③正确；

④由图象可知： $x = 1$ 时， $y = a + b + c < 0$ ，

故④正确；

⑤当 $x > -\frac{b}{2a}$ 时， y 随着 x 的增大而增大，故⑤错误；

故选：C.

【点评】 本题考查二次函数，解题的关键是熟练运用二次函数的图象与性质，本题属于基础题型.

二、填空题：本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分.

11. (3 分) 分解因式： $x^3y - 4xy = \underline{xy(x+2)(x-2)}$.

【分析】 先提取公因式 xy ，再利用平方差公式对因式 $x^2 - 4$ 进行分解.

【解答】 解： $x^3y - 4xy$ ，

$$= xy(x^2 - 4),$$

$$= xy(x+2)(x-2).$$

【点评】 本题是考查学生对分解因式的掌握情况. 因式分解有两步，第一步提取公因式 xy ，第二步再利用平方差公式对因式 $x^2 - 4$ 进行分解，得到结果 $xy(x+2)(x-2)$ ，在作答试题时，许多学生分解不到位，提取公因式不完全，或者只提取了公因式.

12. (3 分) 不等式组 $\begin{cases} 2-x \geq 0 \\ 2x > x-1 \end{cases}$ 的最小整数解是 0.

【分析】 求出不等式组的解集，确定出最小整数解即可.

【解答】 解：不等式组整理得： $\begin{cases} x \leq 2 \\ x > -1 \end{cases}$ ，

$\therefore$ 不等式组的解集为 $-1 < x \leq 2$ ，

则最小的整数解为 0，

故答案为：0

【点评】 此题考查了一元一次不等式组的整数解，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

13. (3分) 分式方程 $\frac{3}{x+1} = \frac{5}{x+2}$ 的解为 $-\frac{1}{2}$.

【分析】分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 x 的值，经检验即可得到分式方程的解.

【解答】解：去分母得： $3x+6 = 5x+5$,

解得： $x = \frac{1}{2}$,

经检验 $x = \frac{1}{2}$ 是分式方程的解.

故答案为： $\frac{1}{2}$.

【点评】此题考查了解分式方程，利用了转化的思想，解分式方程注意要检验.

14. (3分) 在 $\triangle ABC$ 中 $\angle C = 90^\circ$, $\tan A = \frac{\sqrt{3}}{3}$, 则 $\cos B = \frac{1}{2}$.

【分析】本题可以利用锐角三角函数的定义求解，也可以利用互为余角的三角函数关系式求解.

【解答】解：利用三角函数的定义及勾股定理求解.

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$, $\tan A = \frac{\sqrt{3}}{3}$,

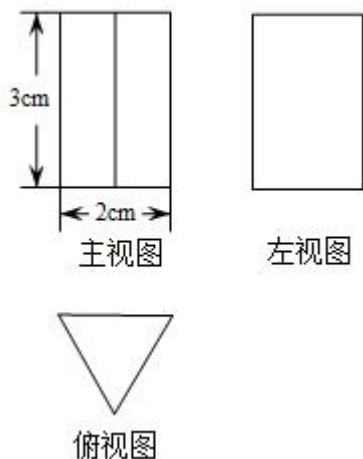
设 $a = \sqrt{3}x$, $b = 3x$, 则 $c = 2\sqrt{3}x$,

$\therefore \cos B = \frac{a}{c} = \frac{1}{2}$.

故答案为： $\frac{1}{2}$.

【点评】此题考查的知识点是特殊角的三角函数值，关键明确求锐角的三角函数值的方法：利用锐角三角函数的定义，通过设参数的方法求三角函数值，或者利用同角（或余角）的三角函数关系式求三角函数值.

15. (3分) 已知某几何体的三视图如图所示，其中俯视图为等边三角形，则该几何体的左视图的面积为 $(18+2\sqrt{3}) \text{ cm}^2$.



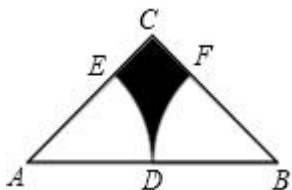
【分析】由三视图想象几何体的形状，首先，应分别根据主视图、俯视图和左视图想象几何体的前面、上面和左侧面的形状，然后综合起来考虑整体形状.

【解答】解：该几何体是一个三棱柱，底面等边三角形边长为 2cm ，高为 $\sqrt{3}\text{cm}$ ，三棱柱的高为 3，所以，其表面积为 $3 \times 2 \times 3 + 2 \times \frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{3} = 18 + 2\sqrt{3} (\text{cm}^2)$.

故答案为 $(18 + 2\sqrt{3}) \text{cm}^2$.

【点评】本题考查了三视图，三视图是中考经常考查的知识内容，难度不大，但要求对三视图画法规则要熟练掌握，对常见几何体的三视图要熟悉.

16. (3分) 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = BC = 2$ ，点 D 是 AB 的中点，以 A 、 B 为圆心， AD 、 BD 长为半径画弧，分别交 AC 、 BC 于点 E 、 F ，则图中阴影部分的面积为 $2 - \frac{\pi}{4}$.



【分析】根据 $S_{\text{阴}} = S_{\triangle ABC} - 2 \cdot S_{\text{扇形} ADE}$ ，计算即可.

【解答】解：在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\because \angle ACB = 90^\circ$ ， $CA = CB = 2$ ，

$$\therefore AB = 2\sqrt{2}, \quad \angle A = \angle B = 45^\circ,$$

$\because D$ 是 AB 的中点，

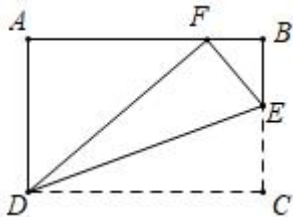
$$\therefore AD = DB = \sqrt{2},$$

$$\therefore S_{\text{阴}} = S_{\triangle ABC} - 2 \cdot S_{\text{扇形} ADE} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 - 2 \times \frac{45 \cdot \pi \cdot (\sqrt{2})^2}{360} = 2 - \frac{\pi}{4},$$

故答案为: $2 - \frac{\pi}{4}$

【点评】 本题考查扇形的面积, 等腰直角三角形的性质等知识, 解题的关键是学会用分割法求面积, 属于中考常考题型.

17. (3分) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=10$, $AD=6$, E 为 BC 上一点, 把 $\triangle CDE$ 沿 DE 折叠, 使点 C 落在 AB 边上的 F 处, 则 CE 的长为 $\frac{10}{3}$.



【分析】 设 $CE=x$, 则 $BE=6-x$ 由折叠性质可知, $EF=CE=x$, $DF=CD=AB=10$, 所以 $AF=8$, $BF=AB-AF=10-8=2$, 在 $\text{Rt}\triangle BEF$ 中, $BE^2+BF^2=EF^2$, 即 $(6-x)^2+2^2=x^2$, 解得 $x=\frac{10}{3}$.

【解答】 解: 设 $CE=x$, 则 $BE=6-x$ 由折叠性质可知, $EF=CE=x$, $DF=CD=AB=10$, 在 $\text{Rt}\triangle DAF$ 中, $AD=6$, $DF=10$,

$$\therefore AF=8,$$

$$\therefore BF=AB-AF=10-8=2,$$

在 $\text{Rt}\triangle BEF$ 中, $BE^2+BF^2=EF^2$,

$$\text{即 } (6-x)^2+2^2=x^2,$$

$$\text{解得 } x=\frac{10}{3},$$

$$\text{故答案为 } \frac{10}{3}.$$

【点评】 本题考查了矩形, 熟练掌握矩形的性质以及勾股定理是解题的关键.

18. (3分) 如图, 每一图中有若干个大小不同的菱形, 第 1 幅图中有 1 个菱形, 第 2 幅图中有 3 个菱形, 第 3 幅图中有 5 个菱形, 如果第 n 幅图中有 2019 个菱形, 则 $n=1010$.



【分析】 根据题意分析可得: 第 1 幅图中有 1 个, 第 2 幅图中有 $2 \times 2 - 1 = 3$ 个, 第 3 幅图中有 $2 \times 3 - 1 = 5$ 个, $\dots$, 可以发现, 每个图形都比前一个图形多 2 个, 继而即可得出

答案.

【解答】解：根据题意分析可得：第 1 幅图中有 1 个.

第 2 幅图中有 $2 \times 2 - 1 = 3$ 个.

第 3 幅图中有 $2 \times 3 - 1 = 5$ 个.

第 4 幅图中有 $2 \times 4 - 1 = 7$ 个.

...

可以发现，每个图形都比前一个图形多 2 个.

故第 n 幅图中共有 $(2n - 1)$ 个.

当图中有 2019 个菱形时，

$$2n - 1 = 2019,$$

$$n = 1010,$$

故答案为：1010.

【点评】本题考查规律型中的图形变化问题，难度适中，要求学生通过观察，分析、归纳并发现其中的规律.

三、解答题（一）本大共 5 小题，共 26 分.解答应写出必要的文字说明，证明过程或演算步骤.

19. (4 分) 计算： $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} + (2019 - \pi)^0 - \frac{\sqrt{3}}{3} \tan 60^\circ - |-3|$.

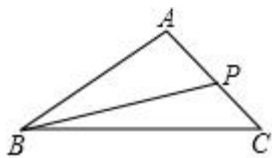
【分析】本题涉及零指数幂、负整数指数幂、绝对值、特殊角的三角函数值等 4 个考点. 在计算时，需要针对每个考点分别进行计算，然后根据实数的运算法则求得计算结果.

【解答】解：原式 $= 4 + 1 - \frac{\sqrt{3}}{3} \times \sqrt{3} - 3$.

$$= 1.$$

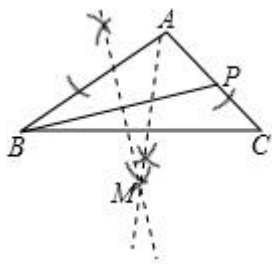
【点评】此题主要考查了实数运算，正确化简各数是解题关键.

20. (4 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 P 是 AC 上一点，连接 BP ，求作一点 M ，使得点 M 到 AB 和 AC 两边的距离相等，并且到点 B 和点 P 的距离相等. (不写作法，保留作图痕迹)



【分析】根据角平分线的作法、线段垂直平分线的作法作图即可.

【解答】解：如图，点 M 即为所求，



【点评】 本题考查的是复杂作图、角平分线的性质、线段垂直平分线的性质，掌握基本尺规作图的一般步骤是解题的关键.

21. (6分) 中国古代人民很早就在生产生活中发现了许多有趣的数学问题，其中《孙子算经》中有个问题，原文：今有三人共车，二车空；二人共车，九人步，问人与车各几何？译文为：今有若干人乘车，每3人共乘一车，最终剩余2辆车，若每2人共乘一车，最终剩余9个人无车可乘，问共有多少人，多少辆车？

【分析】 设共有 x 人，根据题意列出方程，求出方程的解即可得到结果.

【解答】 解：设共有 x 人，

$$\text{根据题意得：} \frac{x}{3} + 2 = \frac{x-9}{2},$$

$$\text{去分母得：} 2x + 12 = 3x - 27,$$

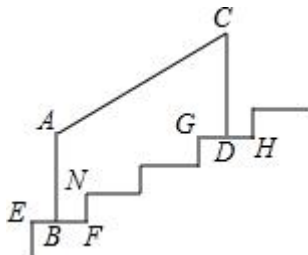
$$\text{解得：} x = 39,$$

$$\therefore \frac{39-9}{2} = 15,$$

则共有 39 人，15 辆车.

【点评】 此题考查了一元一次方程的应用，弄清题意是解本题的关键.

22. (6分) 为了保证人们上下楼的安全，楼梯踏步的宽度和高度都要加以限制. 中小学楼梯宽度的范围是 $260\text{mm} \sim 300\text{mm}$ (含 300mm)，高度的范围是 $120\text{mm} \sim 150\text{mm}$ (含 150mm). 如图是某中学的楼梯扶手的截面示意图，测量结果如下：AB, CD 分别垂直平分踏步 EF, GH, 各踏步互相平行, $AB = CD$, $AC = 900\text{mm}$, $\angle ACD = 65^\circ$, 试问该中学楼梯踏步的宽度和高度是否符合规定. (结果精确到 1mm , 参考数据: $\sin 65^\circ \approx 0.906$, $\cos 65^\circ \approx 0.423$)



【分析】 根据题意，作出合适的辅助线，然后根据锐角三角函数即可求得 BM 和 DM 的

长，然后计算出该中学楼梯踏步的宽度和高度，再与规定的比较大小，即可解答本题.

【解答】解：连接 BD ，作 $DM \perp AB$ 于点 M ，

$\because AB = CD$ ， AB ， CD 分别垂直平分踏步 EF ， GH ，

$\therefore AB \parallel CD$ ， $AB = CD$ ，

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore \angle C = \angle ABD$ ， $AC = BD$ ，

$\because \angle C = 65^\circ$ ， $AC = 900$ ，

$\therefore \angle ABD = 65^\circ$ ， $BD = 900$ ，

$\therefore BM = BD \cdot \cos 65^\circ = 900 \times 0.423 \approx 381$ ， $DM = BD \cdot \sin 65^\circ = 900 \times 0.906 \approx 815$ ，

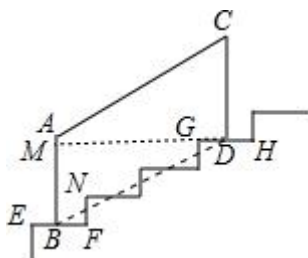
$\because 381 \div 3 = 127$ ， $120 < 127 < 150$ ，

$\therefore$ 该中学楼梯踏步的高度符合规定，

$\because 815 \div 3 \approx 272$ ， $260 < 272 < 300$ ，

$\therefore$ 该中学楼梯踏步的宽度符合规定，

由上可得，该中学楼梯踏步的宽度和高度都符合规定.



【点评】 本题考查解直角三角形的应用，解答本题的关键是明确题意，利用锐角三角函数和数形结合的思想解答.

23. (6分) 在甲乙两个不透明的口袋中，分别有大小、材质完全相同的小球，其中甲口袋中的小球上分别标有数字 1，2，3，4，乙口袋中的小球上分别标有数字 2，3，4，先从甲袋中任意摸出一个小球，记下数字为 m ，再从乙袋中摸出一个小球，记下数字为 n .

(1) 请用列表或画树状图的方法表示出所有 (m, n) 可能的结果；

(2) 若 m, n 都是方程 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 的解时，则小明获胜；若 m, n 都不是方程 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 的解时，则小利获胜，问他们两人谁获胜的概率大？

【分析】 (1) 首先根据题意画出树状图，然后由树状图可得所有可能的结果；

(2) 画树状图展示所有 6 种等可能的结果数，再找出数字之积能被 2 整除的结果数，然后根据概率公式求解.

【解答】解：（1）树状图如图所示：

（2） $\because m, n$ 都是方程 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 的解，

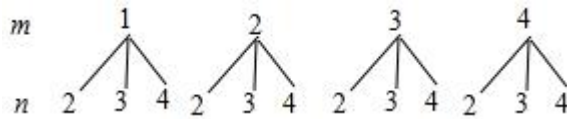
$\therefore m = 2, n = 3$ ，或 $m = 3, n = 2$ ，

由树状图得：共有 12 个等可能的结果， m, n 都是方程 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 的解的结果有 2 个，

m, n 都不是方程 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 的解的结果有 2 个，

小明获胜的概率为 $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ ，小利获胜的概率为 $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ ，

$\therefore$ 小明、小利获胜的概率一样大．



【点评】本题考查了列表法与树状图法、一元二次方程的解法以及概率公式；画出树状图是解题的关键．

四、解答题（二）：本大题共 5 小题，共 40 分解答应写出必要的文字说明，证明过程或演算步骤

24. （7 分）良好的饮食对学生的身体、智力发育和健康起到了极其重要的作用，荤菜中蛋白质、钙、磷及脂溶性维生素优于素食，而素食中不饱和脂肪酸、维生素和纤维素又优于荤食，只有荤食与素食适当搭配，才能强化初中生的身体素质．某校为了了解学生的体质健康状况，以便食堂为学生提供合理膳食，对本校七年级、八年级学生的体质健康状况进行了调查，过程如下：

收集数据：

从七、八年级两个年级中各抽取 15 名学生，进行了体质健康测试，测试成绩（百分制）如下：

七年级：74 81 75 76 70 75 75 79 81 70 74 80 91 69 82

八年级：81 94 83 77 83 80 81 70 81 73 78 82 80 70 50

整理数据：

年级	$x < 60$	$60 \leq x < 80$	$80 \leq x < 90$	$90 \leq x \leq 100$
七年级	0	10	4	1
八年级	1	5	8	1

（说明：90 分及以上为优秀，80 ~ 90 分（不含 90 分）为良好，60 ~ 80 分（不含 80 分）为及格，60 分以下为不及格）

分析数据:

年级	平均数	中位数	众数
七年级	<u>76.8</u>	75	75
八年级	77.5	80	<u>81</u>

得出结论:

- (1) 根据上述数据, 将表格补充完整;
- (2) 可以推断出八年级学生的体质健康状况更好一些, 并说明理由;
- (3) 若七年级共有 300 名学生, 请估计七年级体质健康成绩优秀的学生人数.

【分析】 (1) 由平均数和众数的定义即可得出结果;

(2) 从平均数、中位数以及众数的角度分析, 即可得到哪个年级学生的体质健康情况更好一些;

(3) 由七年级总人数乘以优秀人数所占比例, 即可得出结果.

【解 答】 解 : (1) 七 年 级 的 平 均 数 为 $\frac{1}{15}$

$$(74+81+75+76+70+75+75+79+81+70+74+80+91+69+82) = 76.8,$$

八年级的众数为 81;

故答案为: 76.8; 81;

(2) 八年级学生的体质健康状况更好一些; 理由如下:

八年级学生的平均数、中位数以及众数均高于七年级, 说明八年级学生的体质健康情况更好一些;

故答案为: 八;

(3) 若七年级共有 300 名学生, 则七年级体质健康成绩优秀的学生人数 $= 300 \times \frac{1}{15} = 20$ (人).

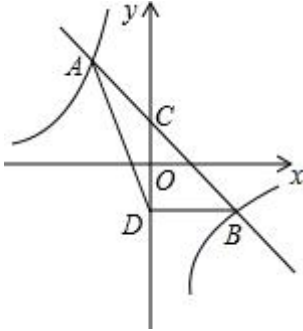
【点评】 本题主要考查了统计表, 众数, 中位数以及方差的综合运用, 利用统计图获取信息时, 必须认真观察、分析、研究统计图, 才能作出正确的判断和解决问题. 求一组数据的众数的方法: 找出频数最多的那个数据, 若几个数据频数都是最多且相同, 此时众数就是这多个数据.

25. (7 分) 如图, 一次函数 $y = kx + b$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象相交于 $A (-1, n)$ 、 $B (2, -1)$ 两点, 与 y 轴相交于点 C .

(1) 求一次函数与反比例函数的解析式;

(2) 若点 D 与点 C 关于 x 轴对称, 求 $\triangle ABD$ 的面积;

(3) 若 $M(x_1, y_1)$ 、 $N(x_2, y_2)$ 是反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 上的两点, 当 $x_1 < x_2 < 0$ 时, 比较 y_2 与 y_1 的大小关系.



【分析】 (1) 利用待定系数法即可解决求问题.

(2) 根据对称性求出点 D 坐标, 发现 $BD \parallel x$ 轴, 利用三角形的面积公式计算即可.

(3) 利用反比例函数的增减性解决问题即可.

【解答】 解: (1) $\because$ 反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 经过点 $B(2, -1)$,

$$\therefore m = -2,$$

$$\because \text{点 } A(-1, n) \text{ 在 } y = \frac{-2}{x} \text{ 上,}$$

$$\therefore n = 2,$$

$$\therefore A(-1, 2),$$

$$\text{把 } A, B \text{ 坐标代入 } y = kx + b, \text{ 则有 } \begin{cases} -k + b = 2 \\ 2k + b = -1 \end{cases},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} k = -1 \\ b = 1 \end{cases},$$

$$\therefore \text{一次函数的解析式为 } y = -x + 1, \text{ 反比例函数的解析式为 } y = -\frac{2}{x}.$$

(2) $\because$ 直线 $y = -x + 1$ 交 y 轴于 C ,

$$\therefore C(0, 1),$$

$\because D, C$ 关于 x 轴对称,

$$\therefore D(0, -1), \because B(2, -1)$$

$\therefore BD \parallel x$ 轴,

$$\therefore S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3.$$

(3) $\because M(x_1, y_1)$ 、 $N(x_2, y_2)$ 是反比例函数 $y = -\frac{2}{x}$ 上的两点, 且 $x_1 < x_2 < 0$,

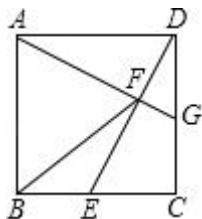
$\therefore y_1 < y_2$.

【点评】 本题考查反比例函数与一次函数的交点问题, 解题的关键是熟练掌握待定系数法解决问题, 学会利用函数的增减性, 比较函数值的大小.

26. (8分) 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, 点 E 是 BC 的中点, 连接 DE , 过点 A 作 $AG \perp ED$ 交 DE 于点 F , 交 CD 于点 G .

(1) 证明: $\triangle ADG \cong \triangle DCE$;

(2) 连接 BF , 证明: $AB = FB$.



【分析】 (1) 依据正方形的性质以及垂线的定义, 即可得到 $\angle ADG = \angle C = 90^\circ$, $AD = DC$, $\angle DAG = \angle CDE$, 即可得出 $\triangle ADG \cong \triangle DCE$;

(2) 延长 DE 交 AB 的延长线于 H , 根据 $\triangle DCE \cong \triangle HBE$, 即可得出 B 是 AH 的中点, 进而得到 $AB = FB$.

【解答】 解: (1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$\therefore \angle ADG = \angle C = 90^\circ$, $AD = DC$,

又 $\because AG \perp DE$,

$\therefore \angle DAG + \angle ADF = 90^\circ = \angle CDE + \angle ADF$,

$\therefore \angle DAG = \angle CDE$,

$\therefore \triangle ADG \cong \triangle DCE$ (ASA);

(2) 如图所示, 延长 DE 交 AB 的延长线于 H ,

$\because E$ 是 BC 的中点,

$\therefore BE = CE$,

又 $\because \angle C = \angle HBE = 90^\circ$, $\angle DEC = \angle HEB$,

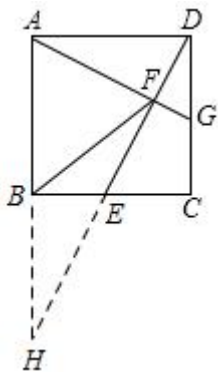
$\therefore \triangle DCE \cong \triangle HBE$ (ASA),

$\therefore BH = DC = AB$,

即 B 是 AH 的中点,

又 $\because \angle AFH = 90^\circ$,

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle AFH$ 中, $BF = \frac{1}{2}AH = AB$.

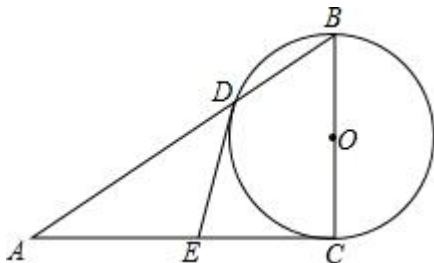


【点评】 本题主要考查了正方形的性质以及全等三角形的判定与性质, 在应用全等三角形的判定时, 要注意三角形间的公共边和公共角, 必要时添加适当辅助线构造三角形.

27. (8分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 以 BC 为直径的 $\odot O$ 交 AB 于点 D , 切线 DE 交 AC 于点 E .

(1) 求证: $\angle A = \angle ADE$;

(2) 若 $AD = 8$, $DE = 5$, 求 BC 的长.



【分析】 (1) 只要证明 $\angle A + \angle B = 90^\circ$, $\angle ADE + \angle B = 90^\circ$ 即可解决问题;

(2) 首先证明 $AC = 2DE = 10$, 在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中, $DC = 6$, 设 $BD = x$, 在 $\text{Rt}\triangle BDC$ 中, $BC^2 = x^2 + 6^2$, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $BC^2 = (x+8)^2 - 10^2$, 可得 $x^2 + 6^2 = (x+8)^2 - 10^2$, 解方程即可解决问题.

【解答】 (1) 证明: 连接 OD ,

$\because DE$ 是切线,

$\therefore \angle ODE = 90^\circ$,

$\therefore \angle ADE + \angle BDO = 90^\circ$,

$\because \angle ACB = 90^\circ$,

$\therefore \angle A + \angle B = 90^\circ$,

$$\because OD = OB,$$

$$\therefore \angle B = \angle BDO,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle A.$$

(2) 解: 连接 CD .

$$\because \angle ADE = \angle A,$$

$$\therefore AE = DE,$$

$$\because BC \text{ 是 } \odot O \text{ 的直径, } \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore EC \text{ 是 } \odot O \text{ 的切线,}$$

$$\therefore ED = EC,$$

$$\therefore AE = EC,$$

$$\because DE = 5,$$

$$\therefore AC = 2DE = 10,$$

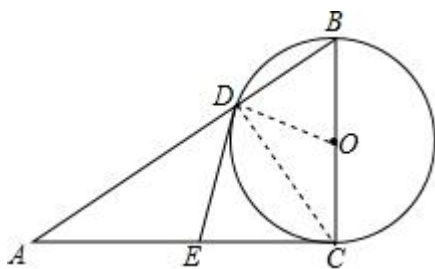
在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中, $DC = 6$,

设 $BD = x$, 在 $\text{Rt}\triangle BDC$ 中, $BC^2 = x^2 + 6^2$, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $BC^2 = (x+8)^2 - 10^2$,

$$\therefore x^2 + 6^2 = (x+8)^2 - 10^2,$$

$$\text{解得 } x = \frac{9}{2},$$

$$\therefore BC = \sqrt{6^2 + \left(\frac{9}{2}\right)^2} = \frac{15}{2}.$$



【点评】 本题考查切线的性质、勾股定理、等腰三角形的判定和性质等知识, 解题的关键是灵活运用所学知识解决问题, 属于中考常考题型.

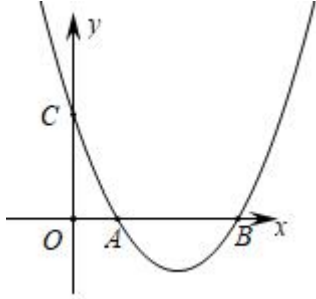
28. (10 分) 如图, 已知二次函数 $y = x^2 + bx + c$ 的图象与 x 轴交于点 $A(1, 0)$ 、 $B(3, 0)$, 与 y 轴交于点 C .

(1) 求二次函数的解析式;

(2) 若点 P 为抛物线上的一点, 点 F 为对称轴上的一点, 且以点 A 、 B 、 P 、 F 为顶点的

四边形为平行四边形，求点 P 的坐标；

(3) 点 E 是二次函数第四象限图象上一点，过点 E 作 x 轴的垂线，交直线 BC 于点 D ，求四边形 $AEBD$ 面积的最大值及此时点 E 的坐标。



【分析】 (1) 用交点式函数表达式，即可求解；

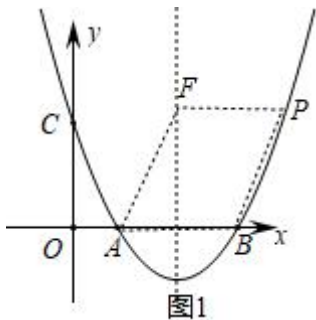
(2) 分当 AB 为平行四边形一条边、对角线，两种情况，分别求解即可；

(3) 利用 $S_{\text{四边形} AEBD} = \frac{1}{2}AB (y_D - y_E)$ ，即可求解。

【解答】 解：(1) 用交点式函数表达式得： $y = (x-1)(x-3) = x^2 - 4x + 3$ ；

故二次函数表达式为： $y = x^2 - 4x + 3$ ；

(2) ①当 AB 为平行四边形一条边时，如图 1，



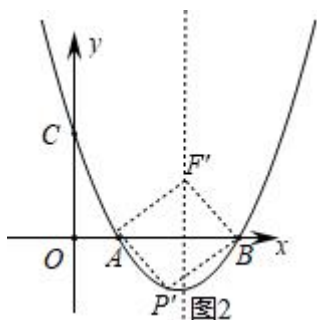
则 $AB = PE = 2$ ，

则点 P 坐标为 $(4, 3)$ ，

当点 P 在对称轴左侧时，即点 C 的位置，点 A 、 B 、 P 、 F 为顶点的四边形为平行四边形，

故：点 $P(4, 3)$ 或 $(0, 3)$ ；

②当 AB 是四边形的对角线时，如图 2，



AB 中点坐标为 $(2, 0)$

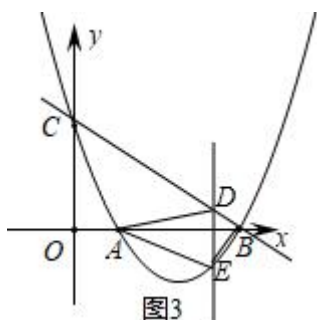
设点 P 的横坐标为 m , 点 F 的横坐标为 2 , 其中点坐标为: $\frac{m+2}{2}$,

即: $\frac{m+2}{2} = 2$, 解得: $m = 2$,

故点 $P(2, -1)$;

故: 点 $P(4, 3)$ 或 $(0, 3)$ 或 $(2, -1)$;

(3) 直线 BC 的表达式为: $y = -x + 3$,



设点 E 坐标为 $(x, x^2 - 4x + 3)$, 则点 $D(x, -x + 3)$,

$$S_{\text{四边形} AEBD} = \frac{1}{2} AB (y_D - y_E) = -x + 3 - x^2 + 4x - 3 = -x^2 + 3x,$$

$\therefore -1 < 0$, 故四边形 $AEBD$ 面积有最大值,

当 $x = \frac{3}{2}$, 其最大值为 $\frac{9}{4}$, 此时点 $E(\frac{3}{2}, -\frac{3}{4})$.

【点评】 主要考查了二次函数的解析式的求法和与几何图形结合的综合能力的培养. 要会利用数形结合的思想把代数和几何图形结合起来, 利用点的坐标的意义表示线段的长度, 从而求出线段之间的关系.

积分超值换

活动时间：2019年4月23日-6月30日

活动对象：中小学一线教师以及教育工作者



扫一扫 换礼啦

积 分 兑 换 更 超 值



会员升级服务第一拨 · 清北季



神马，有清华北大学霸方法论课；还有清华学霸向所有的父母亲述自己求学之路；

衡水名校试卷悄悄的上线了；

扫qq领取官网不首发课程，很多人我没告诉他啊！

会员qq专享等你来撩.....