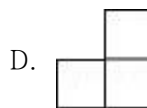
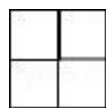
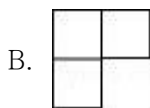
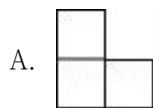
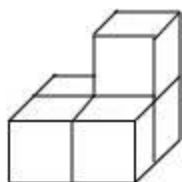


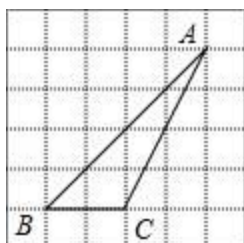
2017 年甘肃省天水市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分）

1. 若 x 与 3 互为相反数，则 $|x+3|$ 等于（ ）
A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
2. 如图所示的几何体是由 5 个大小相同的小立方块搭成，它的俯视图是（ ）



3. 下列运算正确的是（ ）
A. $2x+y=2xy$ B. $x \cdot 2y^2=2xy^2$ C. $2x \div x^2=2x$ D. $4x-5x=-1$
4. 下列说法正确的是（ ）
A. 不可能事件发生的概率为 0
B. 随机事件发生的概率为 $\frac{1}{2}$
C. 概率很小的事件不可能发生
D. 投掷一枚质地均匀的硬币 1000 次，正面朝上的次数一定是 500 次
5. 我国平均每平方千米的土地一年从太阳得到的能量，相当于燃烧 130 000 000kg 的煤所产生的能量. 把 130 000 000kg 用科学记数法可表示为（ ）
A. $13 \times 10^7 \text{kg}$ B. $0.13 \times 10^8 \text{kg}$ C. $1.3 \times 10^7 \text{kg}$ D. $1.3 \times 10^8 \text{kg}$
6. 在正方形网格中， $\triangle ABC$ 的位置如图所示，则 $\cos B$ 的值为（ ）



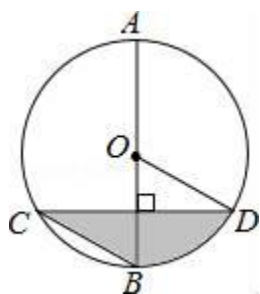
- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

7. 关于 $\sqrt{8}$ 的叙述不正确的是（ ）
A. $\sqrt{8}=2\sqrt{2}$
B. 面积是 8 的正方形的边长是 $\sqrt{8}$
C. $\sqrt{8}$ 是有理数
D. 在数轴上可以找到表示 $\sqrt{8}$ 的点
8. 下列给出的函数中，其图象是中心对称图形的是（ ）

①函数 $y=x$; ②函数 $y=x^2$; ③函数 $y=\frac{1}{x}$.

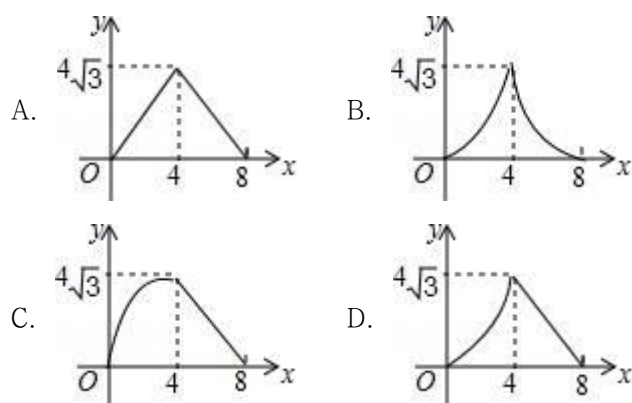
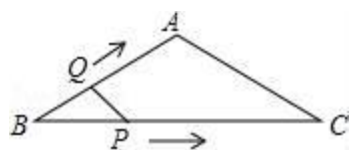
- A. ①② B. ②③ C. ①③ D. 都不是

9. 如图，AB 是圆 O 的直径，弦 $CD \perp AB$ ， $\angle BCD=30^\circ$ ， $CD=4\sqrt{3}$ ，则 $S_{\text{阴影}}=（ ）$



- A. 2π B. $\frac{8}{3}\pi$ C. $\frac{4}{3}\pi$ D. $\frac{3}{8}\pi$

10. 如图，在等腰 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC=4\text{cm}$ ， $\angle B=30^\circ$ ，点P从点B出发，以 $\sqrt{3}\text{cm/s}$ 的速度沿BC方向运动到点C停止，同时点Q从点B出发，以 1cm/s 的速度沿BA-AC方向运动到点C停止，若 $\triangle BPQ$ 的面积为 $y(\text{cm}^2)$ ，运动时间为 $x(\text{s})$ ，则下列最能反映 y 与 x 之间函数关系的图象是（ ）



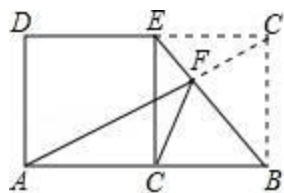
二、填空题（本大题共8小题，每小题4分，共32分）

11. 若式子 $\frac{\sqrt{x+2}}{x}$ 有意义，则 x 的取值范围是_____.

12. 分解因式： $x^3 - x =$ _____.

13. 定义一种新的运算： $x*y = \frac{x+2y}{x}$ ，如： $3*1 = \frac{3+2\times 1}{3} = \frac{5}{3}$ ，则 $(2*3)*2 =$ _____.

14. 如图所示，在矩形ABCD中， $\angle DAC=65^\circ$ ，点E是CD上一点，BE交AC于点F，将 $\triangle BCE$ 沿BE折叠，点C恰好落在AB边上的点C'处，则 $\angle AFC' =$ _____.

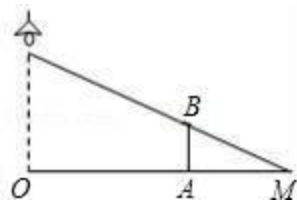


15. 观察下列的“蜂窝图”

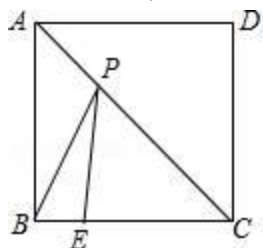


则第 n 个图案中的“”的个数是_____。（用含有 n 的代数式表示）

16. 如图，路灯距离地面 8 米，身高 1.6 米的小明站在距离灯的底部（点 O ）20 米的 A 处，则小明的影子 AM 长为_____米.

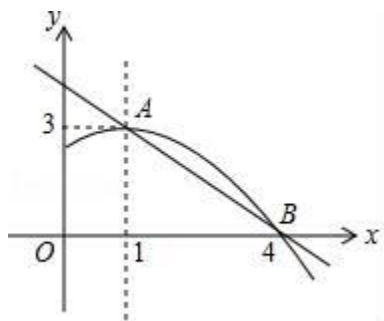


17. 如图所示，正方形 $ABCD$ 的边长为 4， E 是边 BC 上的一点，且 $BE=1$ ， P 是对角线 AC 上的一动点，连接 PB 、 PE ，当点 P 在 AC 上运动时， $\triangle PBE$ 周长的最小值是_____.



18. 如图是抛物线 $y_1=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象的一部分，抛物线的顶点坐标是 $A(1, 3)$ ，与 x 轴的一个交点是 $B(4, 0)$ ，直线 $y_2=mx+n$ ($m \neq 0$) 与抛物线交于 A, B 两点，下列结论：

① $abc > 0$ ；② 方程 $ax^2+bx+c=3$ 有两个相等的实数根；③ 抛物线与 x 轴的另一个交点是 $(-1, 0)$ ；④ 当 $1 < x < 4$ 时，有 $y_2 > y_1$ ；⑤ $x(ax+b) \leq a+b$ ，其中正确的结论是_____。（只填写序号）



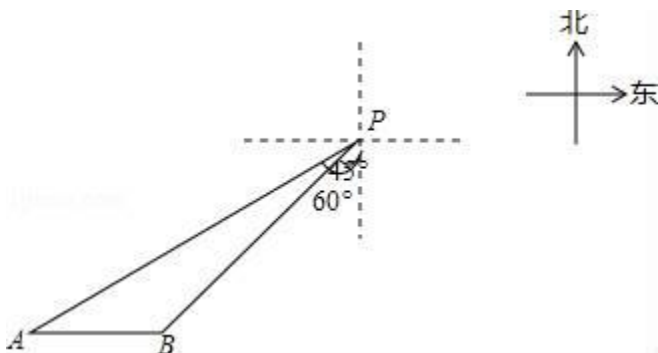
三、解答题（本大题共 3 小题，共 28 分）

19. (1) 计算： $-1^4 + \sqrt{12} \sin 60^\circ + (\frac{1}{2})^{-2} - (\pi - \sqrt{5})^0$

(2) 先化简，再求值： $(1 - \frac{1}{x+2}) \div \frac{x^2+2x+1}{x+2}$ ，其中 $x = \sqrt{3} - 1$.

20. 一艘轮船位于灯塔 P 南偏西 60° 方向的 A 处，它向东航行 20 海里到达灯塔 P 南偏西

45° 方向上的 B 处, 若轮船继续沿正东方向航行, 求轮船航行途中与灯塔 P 的最短距离. (结果保留根号)



21. 八年级一班开展了“读一本好书”的活动, 班委会对学生阅读书籍的情况进行了问卷调查, 问卷设置了“小说”“戏剧”“散文”“其他”四个类型, 每位同学仅选一项, 根据调查结果绘制了不完整的频数分布表和扇形统计图.

类别	频数 (人数)	频率
小说		0.5
戏剧	4	
散文	10	0.25
其他	6	
合计		1

根据图表提供的信息, 解答下列问题:

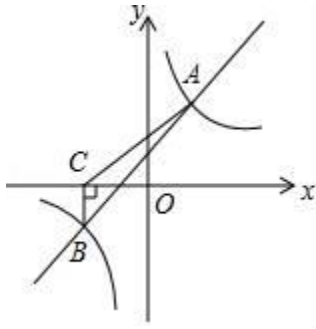
- (1) 八年级一班有多少名学生?
- (2) 请补全频数分布表, 并求出扇形统计图中“其他”类所占的百分比;
- (3) 在调查问卷中, 甲、乙、丙、丁四位同学选择了“戏剧”类, 现从以上四位同学中任意选出 2 名同学参加学校的戏剧兴趣小组, 请用画树状图或列表法的方法, 求选取的 2 人恰好是乙和丙的概率.



四、解答题 (共 50 分)

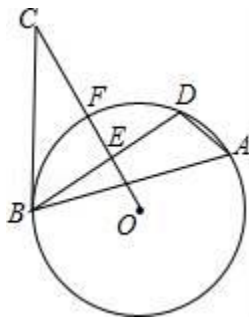
22. 如图所示, 一次函数 $y=kx+b$ 与反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象交于 A (2, 4) , B (- 4, n) 两点.

- (1) 分别求出一次数函数与反比例函数的表达式;
- (2) 过点 B 作 $BC \perp x$ 轴, 垂足为点 C, 连接 AC, 求 $\triangle ACB$ 的面积.



23. 如图， $\triangle ABD$ 是 $\odot O$ 的内接三角形， E 是弦 BD 的中点，点 C 是 $\odot O$ 外一点且 $\angle DBC = \angle A$ ，连接 OE 延长与圆相交于点 F ，与 BC 相交于点 G 。

- (1) 求证： BC 是 $\odot O$ 的切线；
- (2) 若 $\odot O$ 的半径为 6， $BC=8$ ，求弦 BD 的长。

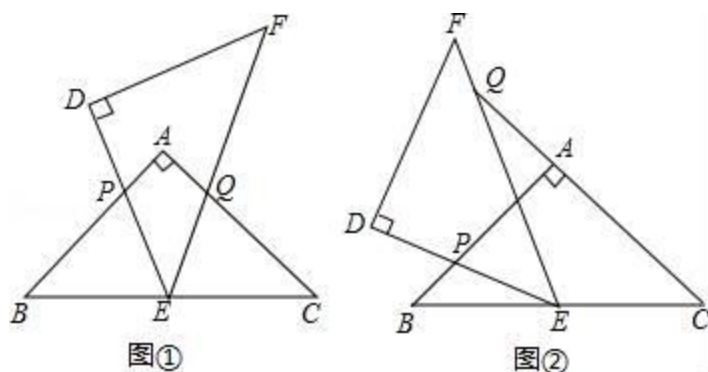


24. 天水某公交公司将淘汰某一条线路上“冒黑烟”较严重的公交车，计划购买 A 型和 B 型两行环保节能公交车共 10 辆，若购买 A 型公交车 1 辆，B 型公交车 2 辆，共需 400 万元；若购买 A 型公交车 2 辆，B 型公交车 1 辆，共需 350 万元，

- (1) 求购买 A 型和 B 型公交车每辆各需多少万元？
- (2) 预计在该条线路上 A 型和 B 型公交车每辆年均载客量分别为 60 万人次和 100 万人次. 若该公司购买 A 型和 B 型公交车的总费用不超过 1220 万元，且确保这 10 辆公交车在该线路的年均载客量总和不少于 650 万人次，则该公司有哪几种购车方案？哪种购车方案总费用最少？最少总费用是多少？

25. $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 是两个全等的等腰直角三角形， $\angle BAC = \angle EDF = 90^\circ$ ， $\triangle DEF$ 的顶点 E 与 $\triangle ABC$ 的斜边 BC 的中点重合，将 $\triangle DEF$ 绕点 E 旋转，旋转过程中，线段 DE 与线段 AB 相交于点 P ，线段 EF 与射线 CA 相交于点 Q 。

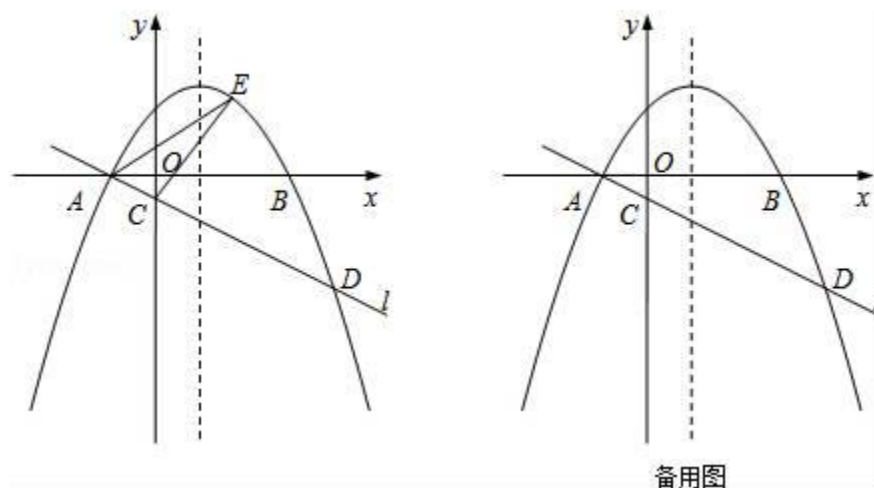
- (1) 如图①，当点 Q 在线段 AC 上，且 $AP=AQ$ 时，求证： $\triangle BPE \cong \triangle CQE$ ；
- (2) 如图②，当点 Q 在线段 CA 的延长线上时，求证： $\triangle BPE \sim \triangle CEQ$ ；并求当 $BP=2$ ， $CQ=9$ 时 BC 的长。



26. 如图所示，在平面直角坐标系中 xOy 中，抛物线 $y=ax^2-2ax-3a$ ($a<0$) 与 x 轴交于 A , B 两点 (点 A 在点 B 的左侧)，经过点 A 的直线 $l: y=kx+b$ 与 y 轴负半轴交于点 C ，与抛物线的另一个交点为 D ，且 $CD=4AC$.

- (1) 求 A 、 B 两点的坐标及抛物线的对称轴；
- (2) 求直线 l 的函数表达式 (其中 k 、 b 用含 a 的式子表示)；
- (3) 点 E 是直线 l 上方的抛物线上的动点，若 $\triangle ACE$ 的面积的最大值为 $\frac{5}{4}$ ，求 a 的值；
- (4) 设 P 是抛物线对称轴上的一点，点 Q 在抛物线上，以点 A 、 D 、 P 、 Q 为顶点的四边形能否成为矩形？若能，求出点 P 的坐标；若不能，请说明理由.

945509668制作，提供全套中考真题、专题



2017 年甘肃省天水市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分）

1. 若 x 与 3 互为相反数，则 $|x+3|$ 等于（ ）

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

【考点】15：绝对值；14：相反数.

【分析】先求出 x 的值，进而可得出结论.

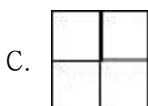
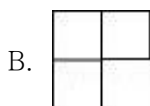
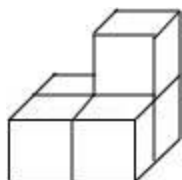
【解答】解：∵ x 与 3 互为相反数，

$$\therefore x = -3,$$

$$\therefore |x+3| = |-3+3| = 0.$$

故选 A. 945509668 制作，提供全套中考真题、专题

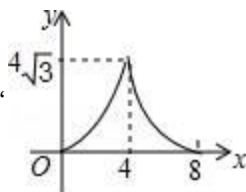
2. 如图所示的几何体是由 5 个大小相同的小立方块搭成，它的俯视图是（ ）



【考点】U2：简单组合体的三视图.

【分析】找到从上面看所得到的图形即可，注意所有的看到的棱都应表现在俯视图中.

【解答】解：从上面看易得横着的“ ”字，



故选 C.

3. 下列运算正确的是（ ）

- A. $2x+y=2xy$ B. $x \cdot 2y^2=2xy^2$ C. $2x \div x^2=2x$ D. $4x-5x=-1$

【考点】4H：整式的除法；35：合并同类项；49：单项式乘单项式.

【分析】直接利用合并同类项法则和整式的乘除运算法则分别化简求出答案.

【解答】解：A、 $2x+y$ 无法计算，故此选项错误；

B、 $x \cdot 2y^2=2xy^2$ ，正确；

C、 $2x \div x^2=$ ，故此选项错误；

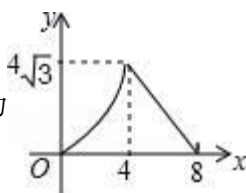
D、 $4x-5x=-x$ ，故此选项错误；

故选：B.

4. 下列说法正确的是（ ）

- A. 不可能事件发生的概率为 0

B. 随机事件发生的概率为



C. 概率很小的事件不可能发生

D. 投掷一枚质地均匀的硬币 1000 次，正面朝上的次数一定是 500 次

【考点】X3: 概率的意义.

【分析】根据不可能事件是指在任何条件下不会发生，随机事件就是可能发生，也可能不發生的事件，發生的机会大于 0 并且小于 1，进行判断.

【解答】解：A、不可能事件發生的概率为 0，故本选项正确；

B、随机事件發生的概率 P 为 $0 < P < 1$ ，故本选项错误；

C、概率很小的事件，不是不發生，而是發生的机会少，故本选项错误；

D、投掷一枚质地均匀的硬币 1000 次，是随机事件，正面朝上的次数不确定是多少次，故本选项错误；

故选 A.

5. 我国平均每平方千米的土地一年从太阳得到的能量，相当于燃烧 130 000 000kg 的煤所产生的能量. 把 130 000 000kg 用科学记数法可表示为 ()

A. 13×10^7 kg B. 0.13×10^8 kg C. 1.3×10^7 kg D. 1.3×10^8 kg

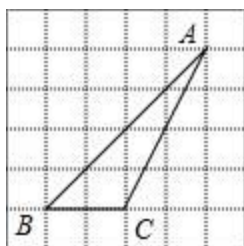
【考点】1I: 科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】解：130 000 000kg = 1.3×10^8 kg.

故选：D.

6. 在正方形网格中， $\triangle ABC$ 的位置如图所示，则 $\cos B$ 的值为 ()



A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

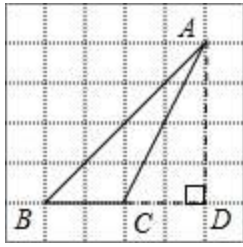
【考点】KQ: 勾股定理；T1: 锐角三角函数的定义.

【分析】先设小正方形的边长为 1，然后找个与 $\angle B$ 有关的 $RT\triangle ABD$ ，算出 AB 的长，再求出 BD 的长，即可求出余弦值.

【解答】解：设小正方形的边长为 1，则 $AB = 4\sqrt{2}$ ， $BD = 4$ ，

$$\therefore \cos \angle B = \frac{4}{4\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

故选 B.



7. 关于 $\sqrt{8}$ 的叙述不正确的是 ()

- A. $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$
- B. 面积是 8 的正方形的边长是 $\sqrt{8}$
- C. $\sqrt{8}$ 是有理数
- D. 在数轴上可以找到表示 $\sqrt{8}$ 的点

【考点】27: 实数.

【分析】 $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$, $\sqrt{8}$ 是无理数, 可以在数轴上表示, 还可以表示面积是 8 的正方形的边长, 由此作判断.

【解答】解: A、 $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$, 所以此选项叙述正确;

B、面积是 8 的正方形的边长是 $\sqrt{8}$, 所以此选项叙述正确;

C、 $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$, 它是无理数, 所以此选项叙述不正确;

D、数轴既可以表示有理数, 也可以表示无理数, 所以在数轴上可以找到表示 $\sqrt{8}$ 的点; 所以此选项叙述正确;

本题选择叙述不正确的,

故选 C.

8. 下列给出的函数中, 其图象是中心对称图形的是 ()

- ①函数 $y=x$; ②函数 $y=x^2$; ③函数 $y=\frac{1}{x}$.

- A. ①② B. ②③ C. ①③ D. 都不是

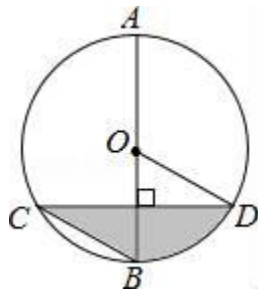
【考点】G2: 反比例函数的图象; F4: 正比例函数的图象; H2: 二次函数的图象; R5: 中心对称图形.

【分析】函数①③是中心对称图形, 对称中心是原点.

【解答】解: 根据中心对称图形的定义可知函数①③是中心对称图形.

故选 C

9. 如图, AB 是圆 O 的直径, 弦 $CD \perp AB$, $\angle BCD = 30^\circ$, $CD = 4\sqrt{3}$, 则 $S_{\text{阴影}} = ()$



- A. 2π B. $\frac{8}{3}\pi$ C. $\frac{4}{3}\pi$ D. $\frac{3}{8}\pi$

【考点】M5: 圆周角定理; M2: 垂径定理; MO: 扇形面积的计算.

【分析】根据垂径定理求得 $CE=ED=2\sqrt{3}$ ，然后由圆周角定理知 $\angle DOE=60^\circ$ ，然后通过解直角三角形求得线段 OD 、 OE 的长度，最后将相关线段的长度代入 $S_{\text{阴影}}=S_{\text{扇形 ODB}}-S_{\triangle DOE}+S_{\triangle BEC}$ 。

【解答】解：如图，假设线段 CD 、 AB 交于点 E ，

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径，弦 $CD \perp AB$ ，

$\therefore CE=ED=2\sqrt{3}$ ，

又 $\because \angle BCD=30^\circ$ ，

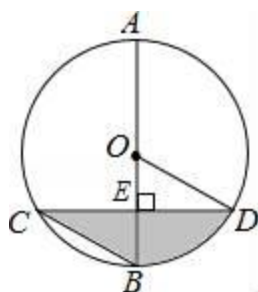
$\therefore \angle DOE=2\angle BCD=60^\circ$ ， $\angle ODE=30^\circ$ ，

$\therefore OE=DE \cdot \cot 60^\circ = 2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 2$ ， $OD=2OE=4$ ，

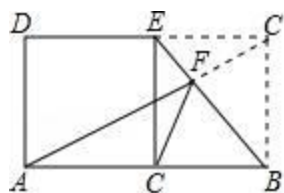
$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形 ODB}} - S_{\triangle DOE} + S_{\triangle BEC} = \frac{60\pi \times OD^2}{360} - \frac{1}{2}OE \times DE + \frac{\sqrt{x+2}}{x}BE \cdot CE = \frac{x+2y}{x} -$

$2\frac{3+2 \times 1}{3} + 2\frac{5}{3} = \frac{8\pi}{3}$ 。

故选 B。



10. 如图，在等腰 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC=4\text{cm}$ ， $\angle B=30^\circ$ ，点 P 从点 B 出发，以



cm/s 的速度沿 BC 方向运动到点 C 停止，同时点 Q 从点 B 出发，以

1cm/s 的速度沿 $BA-AC$ 方向运动到点 C 停止，若 $\triangle BPQ$ 的面积为 y (cm^2)，运动时间为 x (s)，则下列最能反映 y 与 x 之间函数关系的图象是 ()



第1个



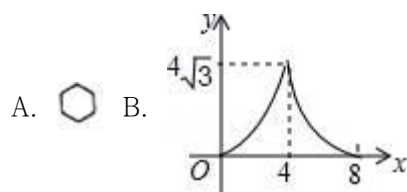
第2个

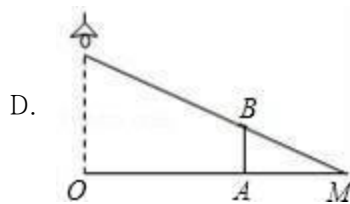
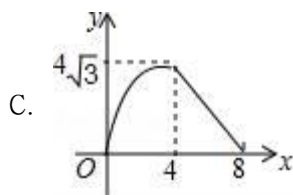


第3个



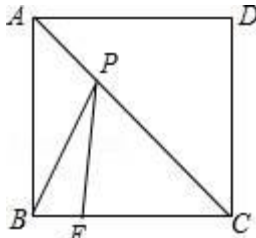
第4个

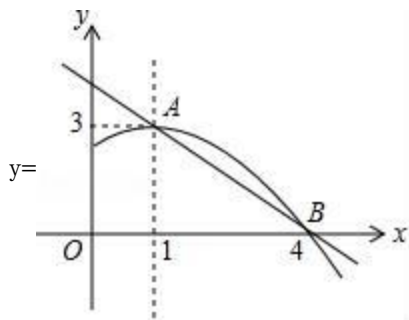




【考点】E7：动点问题的函数图象.

【分析】作 $AH \perp BC$ 于 H ，根据等腰三角形的性质得 $BH=CH$ ，利用 $\angle B=30^\circ$ 可计算出 $AH=\frac{1}{2}AB=2$ ， $BH=\sqrt{3}AH=2\sqrt{3}$ ，则 $BC=2BH=4\sqrt{3}$ ，利用速度公式可得点 P 从 B 点运动到 C 需 $4s$ ， Q 点运动到 C 需 $8s$ ，然后分类讨论：当 $0 \leq x \leq 4$ 时，作 $QD \perp BC$ 于 D ，如图 1， $BQ=x$ ，

$BP=\sqrt{3}x$ ， $DQ=$  $BQ=\frac{1}{2}x$ ，利用三角形面积公式得到



x^2 ；当 $4 < x \leq 8$ 时，作 $QD \perp BC$ 于 D ，如图 2， $CQ=8-x$ ，

$BP=4\sqrt{12}$ ， $DQ=\frac{1}{2}CQ=\sqrt{5}(8-x)$ ，利用三角形面积公式得 $y=-\frac{1}{x+2}x+8\frac{x^2+2x+1}{x+2}$ ，于是可得 $0 \leq x \leq 4$ 时，函数图象为抛物线的一部分，当 $4 < x \leq 8$ 时，函数图象为线段，则易得答案为 D.

【解答】解：作 $AH \perp BC$ 于 H ，

$\because AB=AC=4\text{cm}$ ，

$\therefore BH=CH$ ，

$\because \angle B=30^\circ$ ，

$\therefore AH=\sqrt{3}AB=2$ ， $BH=\sqrt{3}AH=2\sqrt{3}$ ，

$\therefore BC=2BH=4\sqrt{3}$ ，

$\because$ 点 P 运动的速度为 $\sqrt{3}\text{cm/s}$ ， Q 点运动的速度为 1cm/s ，

$\therefore$ 点 P 从 B 点运动到 C 需 $4s$ ， Q 点运动到 C 需 $8s$ ，

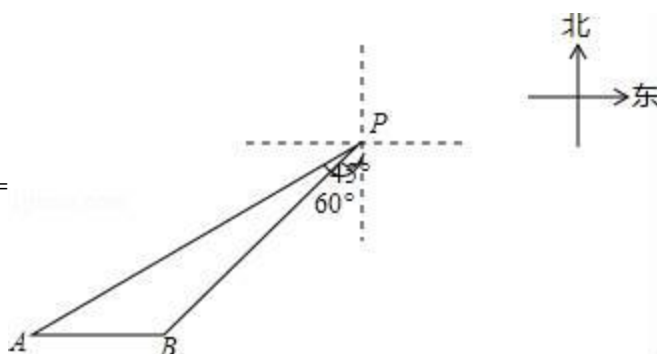
当 $0 \leq x \leq 4$ 时，作 $QD \perp BC$ 于 D ，如图 1， $BQ=x$ ， $BP=\sqrt{3}x$ ，

在 $\text{Rt}\triangle BDQ$ 中， $DQ=\frac{1}{2}BQ=\frac{1}{2}x$ ，

$\therefore y=\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}x \cdot \sqrt{3}x=\frac{\sqrt{3}}{4}x^2$ ，

当 $4 < x \leq 8$ 时，作 $QD \perp BC$ 于 D ，如图 2， $CQ=8-x$ ， $BP=4\sqrt{3}$

在 $\text{Rt}\triangle BDQ$ 中, $DQ=$

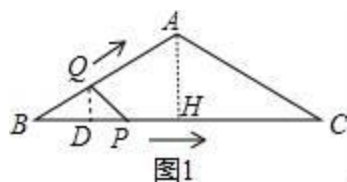


$$CQ = \frac{1}{2} (8 - x),$$

$$\therefore y = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} (8 - x) \cdot 4\sqrt{3} = -\sqrt{3}x + 8\sqrt{3}.$$

$$\text{综上所述, } y = \begin{cases} \frac{\sqrt{3}}{4} x^2 (0 \leq x \leq 4) \\ -\sqrt{3}x + 8\sqrt{3} (4 < x \leq 8) \end{cases}.$$

故选 D.



二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 4 分, 共 32 分)

11. 若式子 $\frac{\sqrt{x+2}}{x}$ 有意义, 则 x 的取值范围是 $x \geq -2$ 且 $x \neq 0$.

【考点】 72: 二次根式有意义的条件; 62: 分式有意义的条件.

【分析】 分式中: 分母不为零、分子的被开方数是非负数.

【解答】 解: 根据题意, 得

$$x+2 \geq 0, \text{ 且 } x \neq 0,$$

$$\text{解得 } x \geq -2 \text{ 且 } x \neq 0.$$

故答案是: $x \geq -2$ 且 $x \neq 0$.

12. 分解因式: $x^3 - x = x(x+1)(x-1)$.

【考点】 55: 提公因式法与公式法的综合运用.

【分析】 本题可先提公因式 x , 分解成 $x(x^2 - 1)$, 而 $x^2 - 1$ 可利用平方差公式分解.

【解答】 解: $x^3 - x,$

$$= x(x^2 - 1),$$

$$= x(x+1)(x-1).$$

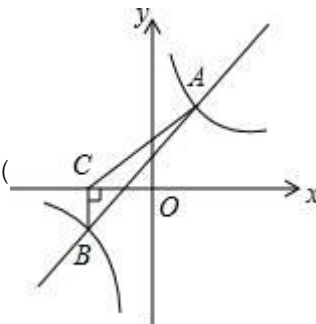
故答案为: $x(x+1)(x-1)$.

13. 定义一种新的运算: $x*y=\frac{x+2y}{x}$, 如: $3*1=\frac{3+2\times 1}{3}=\frac{5}{3}$, 则 $(2*3)*2=\underline{2}$.

【考点】1G: 有理数的混合运算.

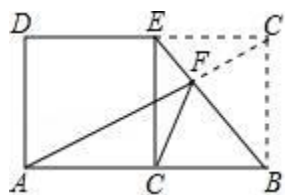
【分析】原式利用题中的新定义计算即可得到结果.

【解答】解: 根据题中的新定义得: $(2*3)*2=(\frac{2+2\times 3}{2})*2=4*2=\frac{4+4}{4}=2$,



故答案为: 2

14. 如图所示, 在矩形 ABCD 中, $\angle DAC=65^\circ$, 点 E 是 CD 上一点, BE 交 AC 于点 F, 将 $\triangle BCE$ 沿 BE 折叠, 点 C 恰好落在 AB 边上的点 C' 处, 则 $\angle AFC'=\underline{40^\circ}$.

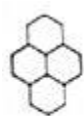


【考点】PB: 翻折变换 (折叠问题); LB: 矩形的性质.

【分析】根据直角三角形两锐角互余求出 $\angle ACD$, 再根据翻折变换的性质判断出四边形 $BCEC'$ 是正方形, 根据正方形的性质可得 $\angle BEC=45^\circ$, 然后根据三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和求出 $\angle BFC$, 再根据翻折变换的性质可得 $\angle BFC'=\angle BFC$, 然后根据平角等于 180° 列式计算即可得解.

【解答】解: $\because$ 矩形 ABCD, $\angle DAC=65^\circ$,
 $\therefore \angle ACD=90^\circ-\angle DAC=90^\circ-65^\circ=25^\circ$,
 $\because \triangle BCE$ 沿 BE 折叠, 点 C 恰好落在 AB 边上的点 C' 处,
 $\therefore$ 四边形 $BCEC'$ 是正方形,
 $\therefore \angle BEC=45^\circ$,
 由三角形的外角性质, $\angle BFC=\angle BEC+\angle ACD=45^\circ+25^\circ=70^\circ$,
 由翻折的性质得, $\angle BFC'=\angle BFC=70^\circ$,
 $\therefore \angle AFC'=180^\circ-\angle BFC-\angle BFC'=180^\circ-70^\circ-70^\circ=40^\circ$.
 故答案为: 40° .

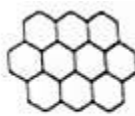
15. 观察下列的“蜂窝图”



第1个



第2个



第3个



第4个

则第 n 个图案中的“”的个数是 $\underline{3n+1}$. (用含有 n 的代数式表示)

【考点】38：规律型：图形的变化类.

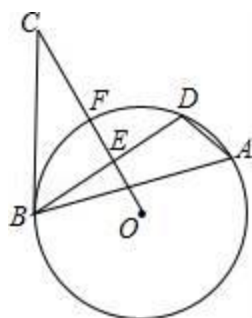
【分析】根据题意可知：第1个图有4个图案，第2个共有7个图案，第3个共有10个图案，第4个共有13个图案，由此可得出规律.

【解答】解：由题意可知：每1个都比前一个多出了3个“”，

∴第n个图案中共有“”为： $4+3(n-1)=3n+1$

故答案为： $3n+1$

16. 如图，路灯距离地面8米，身高1.6米的小明站在距离灯的底部（点O）20米的A处，则小明的影子AM长为 5 米.



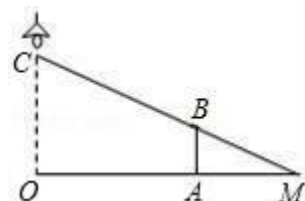
【考点】SA：相似三角形的应用.

【分析】易得： $\triangle ABM \sim \triangle OCM$ ，利用相似三角形的相似比可得出小明的影长.

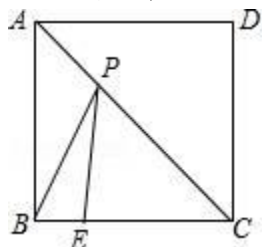
【解答】解：根据题意，易得 $\triangle MBA \sim \triangle MCO$ ，

根据相似三角形的性质可知 $\frac{AB}{OC} = \frac{AM}{OA+AM}$ ，即 $\frac{1.6}{8} = \frac{AM}{20+AM}$ ，

解得 $AM=5m$ ，则小明的影长为5米.



17. 如图所示，正方形ABCD的边长为4，E是边BC上的一点，且BE=1，P是对角线AC上的一动点，连接PB、PE，当点P在AC上运动时， $\triangle PBE$ 周长的最小值是 6 .

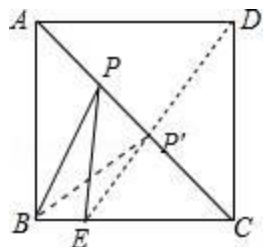


【考点】PA：轴对称—最短路线问题；LE：正方形的性质.

【分析】根据两点之间线段最短和点B和点D关于AC对称，即可求得 $\triangle PBE$ 周长的最小值，本题得以解决.

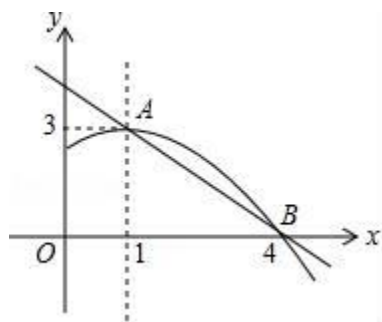
【解答】解：连接DE于AC交于点P'，连接BP'，则此时 $\triangle BP'E$ 的周长就是 $\triangle PBE$ 周长的最小值，

$\therefore BE=1, BC=CD=4,$
 $\therefore CE=3, DE=5,$
 $\therefore BP' + P'E=DE=5,$
 $\therefore \triangle PBE$ 周长的最小值是 $5+1=6,$
 故答案为: 6.



18. 如图是抛物线 $y_1=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象的一部分, 抛物线的顶点坐标是 $A(1, 3)$, 与 x 轴的一个交点是 $B(4, 0)$, 直线 $y_2=mx+n$ ($m \neq 0$) 与抛物线交于 A, B 两点, 下列结论:

① $abc > 0$; ② 方程 $ax^2+bx+c=3$ 有两个相等的实数根; ③ 抛物线与 x 轴的另一个交点是 $(-1, 0)$; ④ 当 $1 < x < 4$ 时, 有 $y_2 > y_1$; ⑤ $x(ax+b) \leq a+b$, 其中正确的结论是 ②⑤. (只填写序号)



【考点】 HC: 二次函数与不等式(组); H4: 二次函数图象与系数的关系; HA: 抛物线与 x 轴的交点.

【分析】 根据二次函数的性质、方程与二次函数的关系、函数与不等式的关系一一判断即可.

【解答】 解: 由图象可知: $a < 0, b > 0, c > 0$, 故 $abc < 0$, 故①错误.

观察图象可知, 抛物线与直线 $y=3$ 只有一个交点, 故方程 $ax^2+bx+c=3$ 有两个相等的实数根, 故②正确.

根据对称性可知抛物线与 x 轴的另一个交点是 $(-2, 0)$, 故③错误,

观察图象可知, 当 $1 < x < 4$ 时, 有 $y_2 < y_1$, 故④错误,

因为 $x=1$ 时, y_1 有最大值, 所以 $ax^2+bx+c \leq a+b+c$, 即 $x(ax+b) \leq a+b$, 故⑤正确,

所以②⑤正确,

故答案为②⑤.

三、解答题 (本大题共 3 小题, 共 28 分)

19. (1) 计算: $-1^4 + \sqrt{12} \sin 60^\circ + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} - (\pi - \sqrt{5})^0$

(2) 先化简, 再求值: $\left(1 - \frac{1}{x+2}\right) \div \frac{x^2+2x+1}{x+2}$, 其中 $x = \sqrt{3} - 1$.

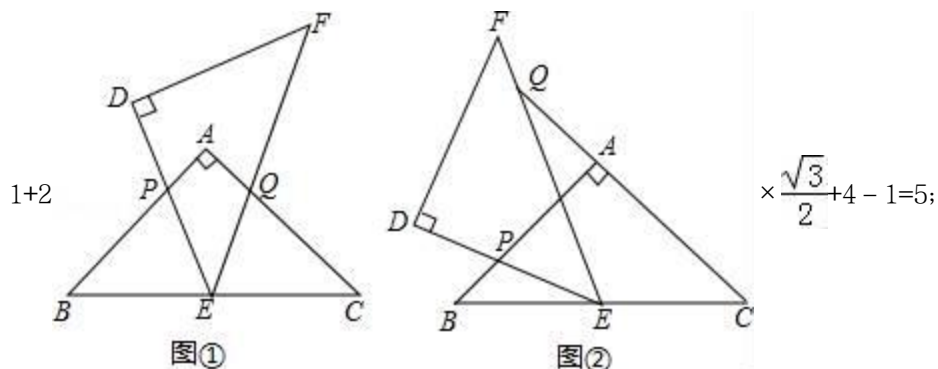
【考点】 6D: 分式的化简求值; 2C: 实数的运算; 6E: 零指数幂; 6F: 负整数指数幂; T5:

特殊角的三角函数值.

【分析】(1) 根据实数的运算法则计算即可;

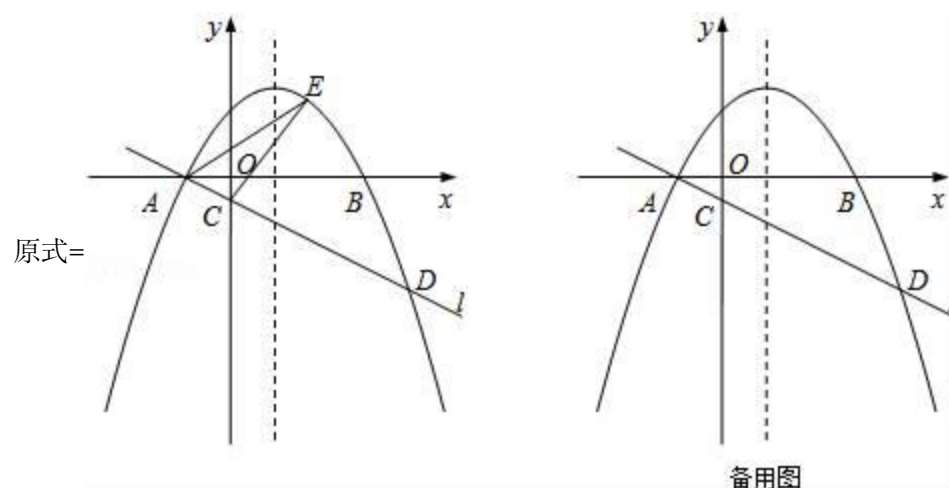
(2) 原式利用除法法则变形, 约分得到最简结果, 把 x 的值代入计算即可求出值.

【解答】解: (1) $-1^4 + \sqrt{12} \sin 60^\circ + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} - (\pi - \sqrt{5})^0 = -$

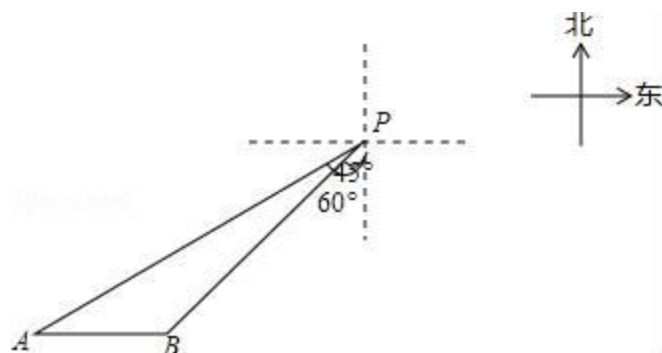


$$(2) \left(1 - \frac{1}{x+2}\right) \div \frac{x^2+2x+1}{x+2} = \frac{x+2-1}{x+2} \times \frac{x+2}{(x+1)^2} = \frac{1}{x+1},$$

当 $x = \frac{5}{4} - 1$ 时,



20. 一艘轮船位于灯塔 P 南偏西 60° 方向的 A 处, 它向东航行 20 海里到达灯塔 P 南偏西 45° 方向上的 B 处, 若轮船继续沿正东方向航行, 求轮船航行途中与灯塔 P 的最短距离. (结果保留根号)



【考点】TB: 解直角三角形的应用 - 方向角问题; KU: 勾股定理的应用.

【分析】利用题意得到 $AC \perp PC$ ， $\angle APC = 60^\circ$ ， $\angle BPC = 45^\circ$ ， $AP = 20$ ，如图，在 $\text{Rt}\triangle APC$ 中，利用余弦的定义计算出 $PC = 10$ ，利用勾股定理计算出 $AC = 10\sqrt{3}$ ，再判断 $\triangle PBC$ 为等腰直角三角形得到 $BC = PC = 10$ ，然后计算 $AC - BC$ 即可．

【解答】解：如图， $AC \perp PC$ ， $\angle APC = 60^\circ$ ， $\angle BPC = 45^\circ$ ， $AP = 200$ ，

在 $\text{Rt}\triangle APC$ 中， $\therefore \cos \angle APC = \frac{PC}{AP}$ ，

$$\therefore PC = 20 \cdot \cos 60^\circ = 10,$$

$$\therefore AC = \sqrt{20^2 - 10^2} = 10\sqrt{3}.$$

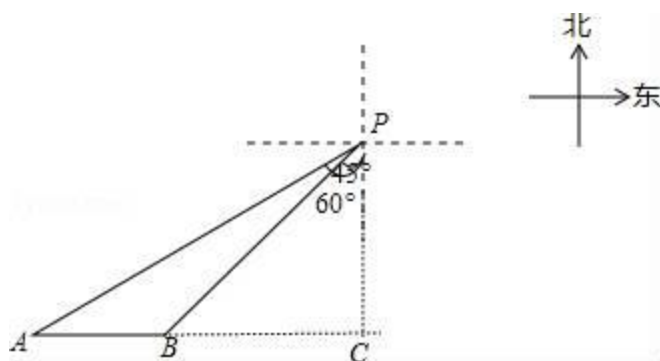
在 $\triangle PBC$ 中， $\therefore \angle BPC = 45^\circ$ ，

$\therefore \triangle PBC$ 为等腰直角三角形，

$$\therefore BC = PC = 10,$$

$$\therefore AB = AC - BC = 10\sqrt{3} - 10 \text{ (海里)}.$$

答：轮船航行途中与灯塔 P 的最短距离是 $(10\sqrt{3} - 10)$ 海里．



21. 八年级一班开展了“读一本好书”的活动，班委会对学生阅读书籍的情况进行了问卷调查，问卷设置了“小说”“戏剧”“散文”“其他”四个类型，每位同学仅选一项，根据调查结果绘制了不完整的频数分布表和扇形统计图．

类别	频数 (人数)	频率
小说		0.5
戏剧	4	
散文	10	0.25
其他	6	
合计		1

根据图表提供的信息，解答下列问题：

(1) 八年级一班有多少名学生？

(2) 请补全频数分布表，并求出扇形统计图中“其他”类所占的百分比；

(3) 在调查问卷中，甲、乙、丙、丁四位同学选择了“戏剧”类，现从以上四位同学中任意选出 2 名同学参加学校的戏剧兴趣小组，请用画树状图或列表法的方法，求选取的 2 人恰好是乙和丙的概率．



【考点】X6: 列表法与树状图法; V7: 频数 (率) 分布表; VB: 扇形统计图.

【分析】(1) 用散文的频数除以其频率即可求得样本总数;

(2) 根据其他类的频数和总人数求得其百分比即可;

(3) 画树状图得出所有等可能的情况数, 找出恰好是丙与乙的情况, 即可确定出所求概率.

【解答】解: (1) $\because$ 喜欢散文的有 10 人, 频率为 0.25,

$\therefore$ 总人数 $= 10 \div 0.25 = 40$ (人);

(2) 在扇形统计图中, “其他”类所占的百分比为 $\frac{6}{40} \times 100\% = 15\%$,

故答案为: 15%;

(3) 画树状图, 如图所示:



所有等可能的情况有 12 种, 其中恰好是丙与乙的情况有 2 种,

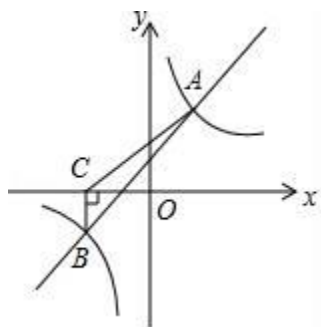
$$\therefore P(\text{丙和乙}) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}.$$

四、解答题 (共 50 分)

22. 如图所示, 一次函数 $y=kx+b$ 与反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象交于 A (2, 4), B (-4, n) 两点.

(1) 分别求出一一次函数与反比例函数的表达式;

(2) 过点 B 作 $BC \perp x$ 轴, 垂足为点 C, 连接 AC, 求 $\triangle ACB$ 的面积.



【考点】G8: 反比例函数与一次函数的交点问题.

【分析】(1) 将点 A 坐标代入 $y=\frac{m}{x}$ 可得反比例函数解析式, 据此求得点 B 坐标, 根据 A、B 两点坐标可得直线解析式;

(2) 根据点 B 坐标可得底边 $BC=2$, 由 A、B 两点的横坐标可得 BC 边上的高, 据此可得.

【解答】解: (1) 将点 A (2, 4) 代入 $y=\frac{m}{x}$, 得: $m=8$,

则反比例函数解析式为 $y=\frac{8}{x}$,

当 $x=-4$ 时, $y=-2$,

则点 B (-4, -2),

将点 A (2, 4)、B (-4, -2) 代入 $y=kx+b$,

$$\text{得: } \begin{cases} 2k+b=4 \\ -4k+b=-2 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k=1 \\ b=2 \end{cases},$$

则一次函数解析式为 $y=x+2$;

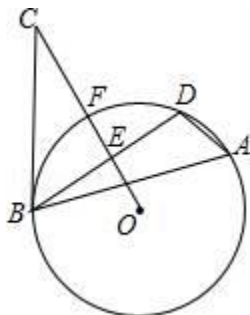
(2) 由题意知 $BC=2$,

则 $\triangle ACB$ 的面积 $=\frac{1}{2} \times 2 \times 6=6$.

23. 如图, $\triangle ABD$ 是 $\odot O$ 的内接三角形, E 是弦 BD 的中点, 点 C 是 $\odot O$ 外一点且 $\angle DBC=\angle A$, 连接 OE 延长与圆相交于点 F, 与 BC 相交于点 G.

(1) 求证: BC 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $\odot O$ 的半径为 6, $BC=8$, 求弦 BD 的长.



【考点】MD: 切线的判定.

【分析】(1) 连接 OB, 由垂径定理的推论得出 $BE=DE$, $OE \perp BD$, $\widehat{BF}=\widehat{DF}=\frac{1}{2}\widehat{BD}$, 由圆周角定理得出 $\angle BOE=\angle A$, 证出 $\angle OBE+\angle DBC=90^\circ$, 得出 $\angle OBC=90^\circ$ 即可;

(2) 由勾股定理求出 OC, 由 $\triangle OBC$ 的面积求出 BE, 即可得出弦 BD 的长.

【解答】(1) 证明: 连接 OB, 如图所示:

$\because$ E 是弦 BD 的中点,

$\therefore BE=DE$, $OE \perp BD$, $\widehat{BF}=\widehat{DF}=\frac{1}{2}\widehat{BD}$,

$\therefore \angle BOE=\angle A$, $\angle OBE+\angle BOE=90^\circ$,

$\because \angle DBC=\angle A$,

$\therefore \angle BOE=\angle DBC$,

$\therefore \angle OBE+\angle DBC=90^\circ$,

$\therefore \angle OBC=90^\circ$,

即 $BC \perp OB$,

$\therefore$ BC 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 解: $\because OB=6$, $BC=8$, $BC \perp OB$,

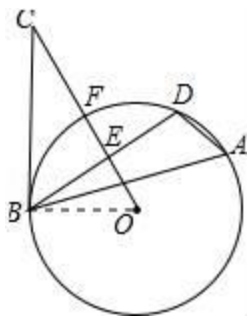
$\therefore OC=\sqrt{OB^2+BC^2}=10$,

$$\therefore \triangle OBC \text{ 的面积} = \frac{1}{2} OC \cdot BE = \frac{1}{2} OB \cdot BC,$$

$$\therefore BE = \frac{OB \cdot BC}{OC} = \frac{6 \times 8}{10} = 4.8,$$

$$\therefore BD = 2BE = 9.6,$$

即弦 BD 的长为 9.6.



24. 天水某公交公司将淘汰某一条线路上“冒黑烟”较严重的公交车，计划购买 A 型和 B 型两行环保节能公交车共 10 辆，若购买 A 型公交车 1 辆，B 型公交车 2 辆，共需 400 万元；若购买 A 型公交车 2 辆，B 型公交车 1 辆，共需 350 万元，

(1) 求购买 A 型和 B 型公交车每辆各需多少万元？

(2) 预计在该条线路上 A 型和 B 型公交车每辆年均载客量分别为 60 万人次和 100 万人次. 若该公司购买 A 型和 B 型公交车的总费用不超过 1220 万元，且确保这 10 辆公交车在该线路的年均载客量总和不少于 650 万人次，则该公司有哪几种购车方案？哪种购车方案总费用最少？最少总费用是多少？

【考点】 CE：一元一次不等式组的应用；9A：二元一次方程组的应用.

【分析】 (1) 设购买 A 型公交车每辆需 x 万元，购买 B 型公交车每辆需 y 万元，根据“A 型公交车 1 辆，B 型公交车 2 辆，共需 400 万元；A 型公交车 2 辆，B 型公交车 1 辆，共需 350 万元”列出方程组解决问题；

(2) 设购买 A 型公交车 a 辆，则 B 型公交车 $(10 - a)$ 辆，由“购买 A 型和 B 型公交车的总费用不超过 1220 万元”和“10 辆公交车在该线路的年均载客总和不少于 650 万人次”列出不等式组探讨得出答案即可.

【解答】 解：(1) 设购买 A 型公交车每辆需 x 万元，购买 B 型公交车每辆需 y 万元，由题意得

$$\begin{cases} x + 2y = 400 \\ 2x + y = 350 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = 100 \\ y = 150 \end{cases},$$

答：购买 A 型公交车每辆需 100 万元，购买 B 型公交车每辆需 150 万元.

(2) 设购买 A 型公交车 a 辆，则 B 型公交车 $(10 - a)$ 辆，由题意得

$$\begin{cases} 100a + 150(10 - a) \leq 1220 \\ 60a + 100(10 - a) \geq 650 \end{cases},$$

$$\text{解得：} \frac{28}{5} \leq a \leq \frac{35}{4},$$

因为 a 是整数，

所以 $a=6, 7, 8$;

则 $(10-a)=4, 3, 2$;

三种方案:

①购买 A 型公交车 6 辆, 则 B 型公交车 4 辆: $100 \times 6 + 150 \times 4 = 1200$ 万元;

②购买 A 型公交车 7 辆, 则 B 型公交车 3 辆: $100 \times 7 + 150 \times 3 = 1150$ 万元;

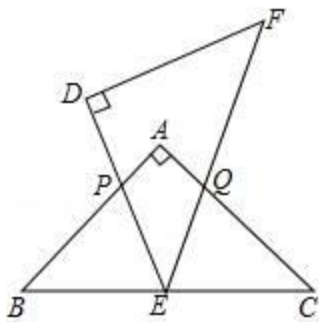
③购买 A 型公交车 8 辆, 则 B 型公交车 2 辆: $100 \times 8 + 150 \times 2 = 1100$ 万元;

购买 A 型公交车 8 辆, 则 B 型公交车 2 辆费用最少, 最少总费用为 1100 万元.

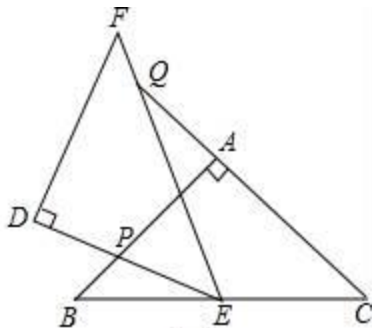
25. $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 是两个全等的等腰直角三角形, $\angle BAC = \angle EDF = 90^\circ$, $\triangle DEF$ 的顶点 E 与 $\triangle ABC$ 的斜边 BC 的中点重合, 将 $\triangle DEF$ 绕点 E 旋转, 旋转过程中, 线段 DE 与线段 AB 相交于点 P, 线段 EF 与射线 CA 相交于点 Q.

(1) 如图①, 当点 Q 在线段 AC 上, 且 $AP=AQ$ 时, 求证: $\triangle BPE \cong \triangle CQE$;

(2) 如图②, 当点 Q 在线段 CA 的延长线上时, 求证: $\triangle BPE \sim \triangle CEQ$; 并求当 $BP=2$, $CQ=9$ 时 BC 的长.



图①



图②

【考点】 S9: 相似三角形的判定与性质; KD: 全等三角形的判定与性质; KW: 等腰直角三角形; R2: 旋转的性质.

【分析】 (1) 由 $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形, 易得 $\angle B = \angle C = 45^\circ$, $AB=AC$, 又由 $AP=AQ$, E 是 BC 的中点, 利用 SAS, 可证得: $\triangle BPE \cong \triangle CQE$;

(2) 由 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 是两个全等的等腰直角三角形, 易得 $\angle B = \angle C = \angle DEF = 45^\circ$, 然后利用三角形的外角的性质, 即可得 $\angle BEP = \angle EQC$, 则可证得: $\triangle BPE \sim \triangle CEQ$; 根据相似三角形的对应边成比例, 即可求得 BE 的长, 即可得 BC 的长,

【解答】 (1) 证明: $\because \triangle ABC$ 是等腰直角三角形,

$\therefore \angle B = \angle C = 45^\circ$, $AB=AC$,

$\because AP=AQ$,

$\therefore BP=CQ$,

$\because E$ 是 BC 的中点,

$\therefore BE=CE$,

在 $\triangle BPE$ 和 $\triangle CQE$ 中,

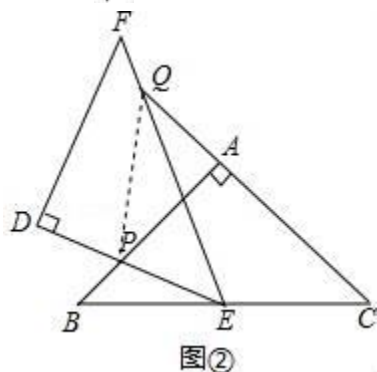
$$\therefore \begin{cases} BE=CE \\ \angle B=\angle C, \\ BP=CQ \end{cases}$$

$\therefore \triangle BPE \cong \triangle CQE$ (SAS);

(2) 解: 连接 PQ,

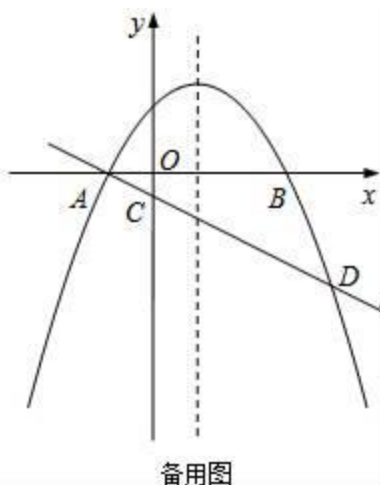
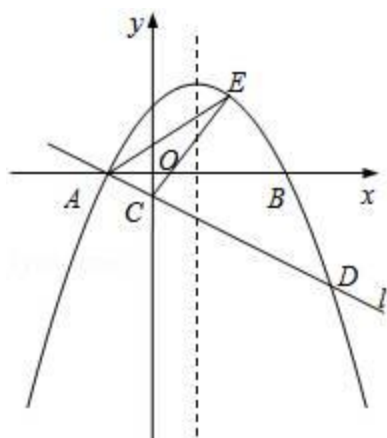
$\because \triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 是两个全等的等腰直角三角形,

$\therefore \angle B = \angle C = \angle DEF = 45^\circ$,
 $\therefore \angle BEQ = \angle EQC + \angle C$,
 即 $\angle BEP + \angle DEF = \angle EQC + \angle C$,
 $\therefore \angle BEP + 45^\circ = \angle EQC + 45^\circ$,
 $\therefore \angle BEP = \angle EQC$,
 $\therefore \triangle BPE \sim \triangle CEQ$,
 $\therefore \frac{BP}{CE} = \frac{BE}{CQ}$,
 $\because BP = 2, CQ = 9, BE = CE$,
 $\therefore BE^2 = 18$,
 $\therefore BE = CE = 3\sqrt{2}$,
 $\therefore BC = 6\sqrt{2}$.



26. 如图所示，在平面直角坐标系中 xOy 中，抛物线 $y = ax^2 - 2ax - 3a$ ($a < 0$) 与 x 轴交于 A , B 两点 (点 A 在点 B 的左侧)，经过点 A 的直线 $l: y = kx + b$ 与 y 轴负半轴交于点 C ，与抛物线的另一个交点为 D ，且 $CD = 4AC$ 。

- (1) 求 A 、 B 两点的坐标及抛物线的对称轴；
- (2) 求直线 l 的函数表达式 (其中 k 、 b 用含 a 的式子表示)；
- (3) 点 E 是直线 l 上方的抛物线上的动点，若 $\triangle ACE$ 的面积的最大值为 $\frac{5}{4}$ ，求 a 的值；
- (4) 设 P 是抛物线对称轴上的一点，点 Q 在抛物线上，以点 A 、 D 、 P 、 Q 为顶点的四边形能否成为矩形？若能，求出点 P 的坐标；若不能，请说明理由。



【考点】 HF：二次函数综合题.

【分析】(1) 解方程即可得到结论；

(2) 根据直线 $l: y=kx+b$ 过 $A(-1, 0)$ ，得到直线 $l: y=kx+k$ ，解方程得到点 D 的横坐标为 4，求得 $k=a$ ，得到直线 l 的函数表达式为 $y=ax+a$ ；

(3) 过 E 作 $EF \parallel y$ 轴交直线 l 于 F ，设 $E(x, ax^2 - 2ax - 3a)$ ，得到 $F(x, ax+a)$ ，求出 $EF=ax^2 - 3ax - 4a$ ，根据三角形的面积公式列方程即可得到结论；

(4) 令 $ax^2 - 2ax - 3a=ax+a$ ，即 $ax^2 - 3ax - 4a=0$ ，得到 $D(4, 5a)$ ，设 $P(1, m)$ ，①若 AD 是矩形 $ADPQ$ 的一条边，②若 AD 是矩形 $APDQ$ 的对角线，列方程即可得到结论。

【解答】解：(1) 当 $y=0$ 时， $ax^2 - 2ax - 3a=0$ ，

解得： $x_1=-1$ ， $x_2=3$ ，

$\therefore A(-1, 0)$ ， $B(3, 0)$ ，

对称轴为直线 $x=\frac{-1+3}{2}=1$ ；

(2) $\because$ 直线 $l: y=kx+b$ 过 $A(-1, 0)$ ，

$\therefore 0=-k+b$ ，

即 $k=b$ ，

$\therefore$ 直线 $l: y=kx+k$ ，

$\because$ 抛物线与直线 l 交于点 A, D ，

$\therefore ax^2 - 2ax - 3a=kx+k$ ，

即 $ax^2 - (2a+k)x - 3a - k=0$ ，

$\therefore CD=4AC$ ，

$\therefore$ 点 D 的横坐标为 4，

$\therefore -3 - \frac{k}{a} = -1 \times 4$ ，

$\therefore k=a$ ，

$\therefore$ 直线 l 的函数表达式为 $y=ax+a$ ；

(3) 过 E 作 $EF \parallel y$ 轴交直线 l 于 F ，设 $E(x, ax^2 - 2ax - 3a)$ ，

则 $F(x, ax+a)$ ， $EF=ax^2 - 2ax - 3a - ax - a=ax^2 - 3ax - 4a$ ，

$\therefore S_{\triangle ACE} = S_{\triangle AFE} - S_{\triangle CEF} = \frac{1}{2} (ax^2 - 3ax - 4a) (x+1) - \frac{1}{2} (ax^2 - 3ax - 4a) x = \frac{1}{2} (ax^2 - 3ax - 4a)$

$= \frac{1}{2} a (x - \frac{3}{2})^2 - \frac{25}{8} a$ ，

$\therefore \triangle ACE$ 的面积的最大值 $= -\frac{25}{8} a$ ，

$\therefore \triangle ACE$ 的面积的最大值为 $-\frac{5}{4}$ ，

$\therefore -\frac{25}{8} a = -\frac{5}{4}$ ，

解得 $a = -\frac{2}{5}$ ；

(4) 以点 A, D, P, Q 为顶点的四边形能成为矩形，

令 $ax^2 - 2ax - 3a=ax+a$ ，即 $ax^2 - 3ax - 4a=0$ ，

解得： $x_1=1$ ， $x_2=4$ ，

$\therefore D(4, 5a)$ ，

∴ 抛物线的对称轴为直线 $x=1$,

设 $P(1, m)$,

①若 AD 是矩形 $ADPQ$ 的一条边,

则易得 $Q(-4, 21a)$,

$m=21a+5a=26a$, 则 $P(1, 26a)$,

∴ 四边形 $ADPQ$ 是矩形,

∴ $\angle ADP=90^\circ$,

∴ $AD^2+PD^2=AP^2$,

∴ $5^2+(5a)^2+3^2+(26-5a)^2=2^2+(26a)^2$,

即 $a^2=\frac{1}{7}$,

∵ $a<0$,

∴ $a=-\frac{\sqrt{7}}{7}$,

∴ $P(1, -\frac{26\sqrt{7}}{7})$;

②若 AD 是矩形 $APDQ$ 的对角线,

则易得 $Q(2, -3a)$,

$m=5a-(-3a)=8a$, 则 $P(1, 8a)$,

∴ 四边形 $APDQ$ 是矩形,

∴ $\angle APD=90^\circ$,

∴ $AP^2+PD^2=AD^2$,

∴ $(-1-1)^2+(8a)^2+(1-4)^2+(8a-5a)^2=5^2+(5a)^2$,

即 $a^2=\frac{1}{4}$,

∵ $a<0$,

∴ $a=-\frac{1}{2}$,

∴ $P(1, -4)$,

综上所述, 点 A 、 D 、 P 、 Q 为顶点的四边形能成为矩形, 点 $P(1, -\frac{26\sqrt{7}}{7})$ 或 $(1, -4)$.

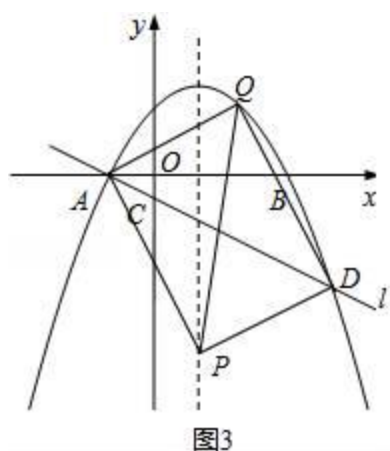


图3

