

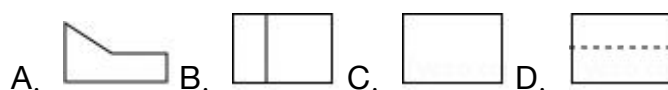
2017 年甘肃省兰州市中考数学试卷

一、选择题（共 15 小题，每小题 4 分，满分 60 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的.）

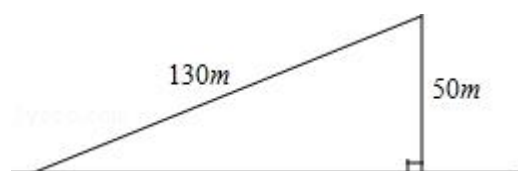
1. (4 分) 已知 $2x=3y$ ($y \neq 0$)，则下面结论成立的是 ()

A. $\frac{x}{y} = \frac{3}{2}$ B. $\frac{x}{3} = \frac{2}{y}$ C. $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$ D. $\frac{x}{2} = \frac{y}{3}$

2. (4 分) 如图所示，该几何体的左视图是 ()

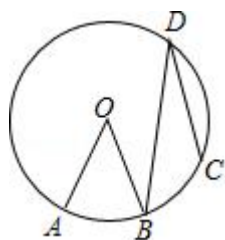


3. (4 分) 如图，一个斜坡长 130m，坡顶离水平地面的距离为 50m，那么这个斜坡与水平地面夹角的正切值等于 ()



A. $\frac{5}{13}$ B. $\frac{12}{13}$ C. $\frac{5}{12}$ D. $\frac{13}{12}$

4. (4 分) 如图，在 $\odot O$ 中， $AB=BC$ ，点 D 在 $\odot O$ 上， $\angle CDB=25^\circ$ ，则 $\angle AOB=$ ()



A. 45° B. 50° C. 55° D. 60°

5. (4 分) 下表是一组二次函数 $y=x^2+3x-5$ 的自变量 x 与函数值 y 的对应值:

x	1	1.1	1.2	1.3	1.4
y	-1	-0.49	0.04	0.59	1.16

那么方程 $x^2+3x-5=0$ 的一个近似根是 ()

A. 1 B. 1.1 C. 1.2 D. 1.3

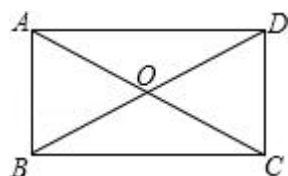
6. (4 分) 如果一元二次方程 $2x^2+3x+m=0$ 有两个相等的实数根, 那么是实数 m 的取值为 ()

A. $m > \frac{9}{8}$ B. $m > \frac{8}{9}$ C. $m = \frac{9}{8}$ D. $m = \frac{8}{9}$

7. (4 分) 一个不透明的盒子里有 n 个除颜色外其他完全相同的小球, 其中有 9 个黄球. 每次摸球前先将盒子里的球摇匀, 任意摸出一个球记下颜色后再放回盒子, 通过大量重复摸球实验后发现, 摸到黄球的频率稳定在 30%, 那么估计盒子中小球的个数 n 为 ()

A. 20 B. 24 C. 28 D. 30

8. (4 分) 如图, 矩形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 相交于点 O , $\angle ADB=30^\circ$, $AB=4$, 则 $OC=$ ()



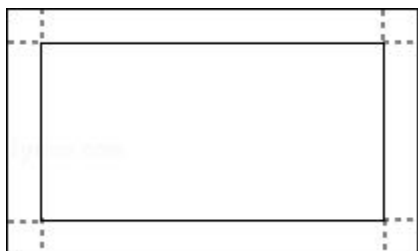
A. 5 B. 4 C. 3.5 D. 3

9. (4 分) 抛物线 $y=3x^2-3$ 向右平移 3 个单位长度, 得到新抛物线的表达式为 ()

A. $y=3(x-3)^2-3$ B. $y=3x^2$ C. $y=3(x+3)^2-3$ D. $y=3x^2-6$

10. (4 分) 王叔叔从市场上买了一块长 80cm, 宽 70cm 的矩形铁皮, 准备制作一个工具箱. 如图, 他将矩形铁皮的四个角各剪掉一个边长 x cm 的正方形后, 剩余的部分刚好能围成一个底面积为 3000cm^2 的无盖长方形工具箱, 根据题意

列方程为 ()



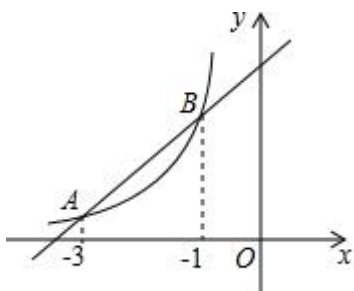
A. $(80 - x)(70 - x) = 3000$ B. $80 \times 70 - 4x^2 = 3000$

C. $(80 - 2x)(70 - 2x) = 3000$ D. $80 \times 70 - 4x^2 - (70+80)x = 3000$

11. (4分) 如图, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k < 0$) 与一次函数 $y = x + 4$ 的图象交于 A、

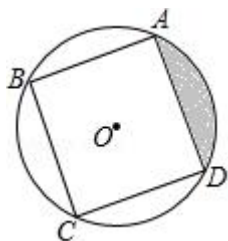
B 两点的横坐标分别为 -3 , -1 . 则关于 x 的不等式 $\frac{k}{x} < x + 4$ ($x < 0$) 的解集为

()



A. $x < -3$ B. $-3 < x < -1$ C. $-1 < x < 0$ D. $x < -3$ 或 $-1 < x < 0$

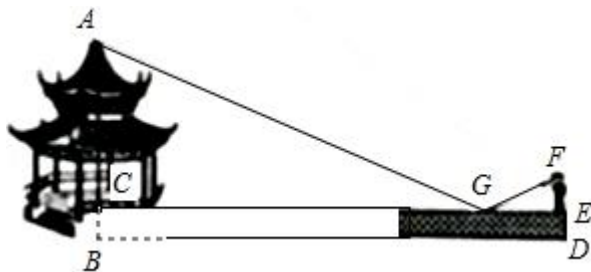
12. (4分) 如图, 正方形 ABCD 内接于半径为 2 的 $\odot O$, 则图中阴影部分的面积为 ()



A. $\pi + 1$ B. $\pi + 2$ C. $\pi - 1$ D. $\pi - 2$

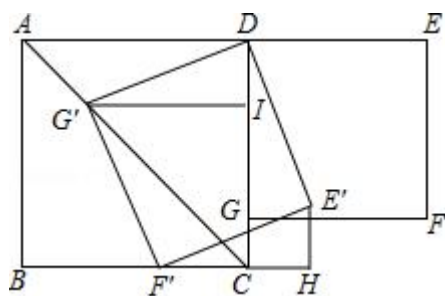
13. (4分) 如图, 小明为了测量一凉亭的高度 AB (顶端 A 到水平地面 BD 的距离), 在凉亭的旁边放置一个与凉亭台阶 BC 等高的台阶 DE ($DE = BC = 0.5$ 米,

A、B、C 三点共线), 把一面镜子水平放置在平台上的点 G 处, 测得 $CG=15$ 米, 然后沿直线 CG 后退到点 E 处, 这时恰好在镜子里看到凉亭的顶端 A, 测得 $EG=3$ 米, 小明身高 1.6 米, 则凉亭的高度 AB 约为 ()



A. 8.5 米 B. 9 米 C. 9.5 米 D. 10 米

14. (4 分) 如图, 在正方形 ABCD 和正方形 DEFG 中, 点 G 在 CD 上, $DE=2$, 将正方形 DEFG 绕点 D 顺时针旋转 60° , 得到正方形 $DE'F'G'$, 此时点 G' 在 AC 上, 连接 CE' , 则 $CE'+CG'=()$



A. $\sqrt{2} + \sqrt{6}$ B. $\sqrt{3} + 1$ C. $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ D. $\sqrt{3} + \sqrt{6}$

15. (4 分) 如图 1, 在矩形 ABCD 中, 动点 E 从 A 出发, 沿 $AB \rightarrow BC$ 方向运动, 当点 E 到达点 C 时停止运动, 过点 E 做 $FE \perp AE$, 交 CD 于 F 点, 设点 E 运动路程为 x, $FC=y$, 如图 2 所表示的是 y 与 x 的函数关系的大致图象, 当点 E 在 BC 上运动时, FC 的最大长度是 $\frac{2}{5}$, 则矩形 ABCD 的面积是 ()

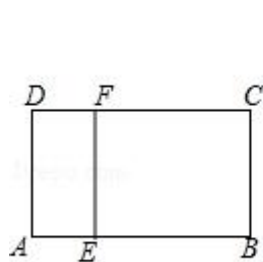


图1

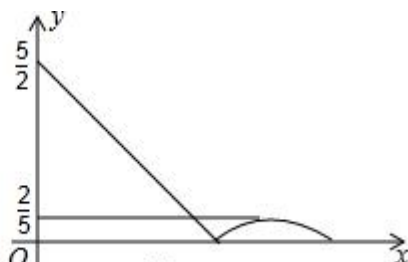


图2

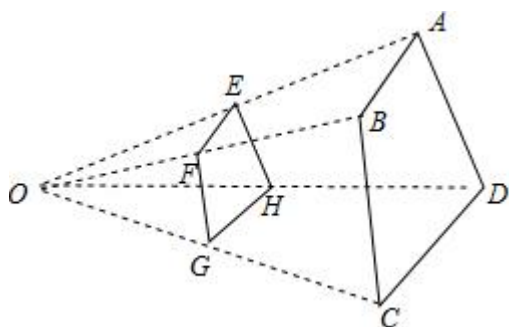
- A. $\frac{23}{5}$ B. 5 C. 6 D. $\frac{25}{4}$

二、填空题 (共 5 小题, 每小题 4 分, 满分 20 分)

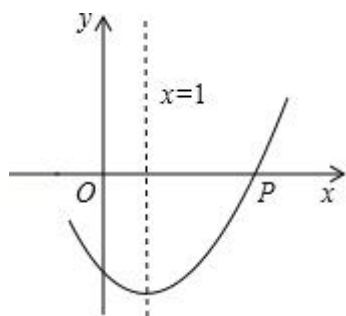
16. (4 分) 若反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 $(-1, 2)$, 则 k 的值是_____.

17. (4 分) 如图, 四边形 $ABCD$ 与四边形 $EFGH$ 位似, 位似中心点是 O , $\frac{OE}{OA} = \frac{3}{5}$

则 $\frac{FG}{BC} =$ _____.



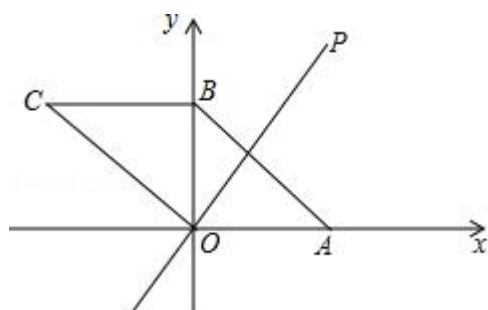
18. (4 分) 如图, 若抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 上的 $P(4, 0)$, Q 两点关于它的对称轴 $x = 1$ 对称, 则 Q 点的坐标为_____.



19. (4 分) 在平行四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 与 BD 相交于点 O , 要使四边

形 $ABCD$ 是正方形, 还需添加一组条件. 下面给出了四组条件: ① $AB \perp AD$, 且 $AB=AD$; ② $AB=BD$, 且 $AB \perp BD$; ③ $OB=OC$, 且 $OB \perp OC$; ④ $AB=AD$, 且 $AC=BD$. 其中正确的序号是_____.

20. (4 分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, $\square ABCO$ 的顶点 A, B 的坐标分别是 $A(3, 0), B(0, 2)$. 动点 P 在直线 $y=\frac{3}{2}x$ 上运动, 以点 P 为圆心, PB 长为半径的 $\odot P$ 随点 P 运动, 当 $\odot P$ 与 $\square ABCO$ 的边相切时, P 点的坐标为_____.

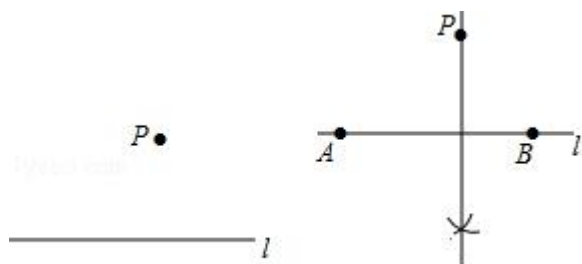


三、解答题 (共 8 小题, 满分 70 分. 解答时, 写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.)

21. (10 分) 计算: $(\sqrt{2}-3)^0 + (-\frac{1}{2})^{-2} - |-2| - 2\cos 60^\circ$.

22. (6 分) 在数学课本上, 同学们已经探究过“经过已知直线外一点作这条直线的垂线”的尺规作图过程:

已知: 直线 l 和 l 外一点 P



求作: 直线 l 的垂线, 使它经过点 P .

作法：如图：(1) 在直线 l 上任取两点 A 、 B ；

(2) 分别以点 A 、 B 为圆心， AP ， BP 长为半径画弧，两弧相交于点 Q ；

(3) 作直线 PQ 。

参考以上材料作图的方法，解决以下问题：

(1) 以上材料作图的依据是：_____

(3) 已知，直线 l 和 l 外一点 P ，

求作： $\odot P$ ，使它与直线 l 相切。（尺规作图，不写作法，保留作图痕迹，并把作图痕迹用黑色签字笔描黑）



23. (7 分) 甘肃省省府兰州，又名金城，在金城，黄河母亲河通过自身文化的演绎，衍生和流传了独特的“金城八宝”美食，“金城八宝”美食中甜品类有：味甜汤糊“灰豆子”、醇香软糯“甜胚子”、生津润肺“热冬果”、香甜什锦“八宝百合”；其他类有：青白红绿“牛肉面”、酸辣清凉“酿皮子”、清爽溜滑“浆水面”、香醇肥美“手抓羊肉”，李华和王涛同时去品尝美食，李华准备在“甜胚子、牛肉面、酿皮子、手抓羊肉”这四种美食中选择一种，王涛准备在“八宝百合、灰豆子、热冬果、浆水面”这四种美食中选择一种。（甜胚子、牛肉面、酿皮子、手抓羊肉分别记为 A ， B ， C ， D ，八宝百合、灰豆子、热冬果、浆水面分别记为 E ， F ， G ， H ）

(1) 用树状图或表格的方法表示李华和王涛同学选择美食的所有可能结果；

(2) 求李华和王涛同时选择的美食都是甜品类的概率。

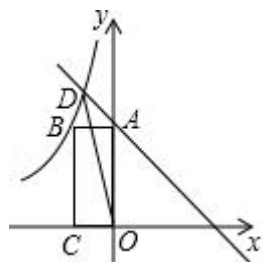
24. (7 分) 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y = -x + 3$ 交 y 轴于点 A ，交

反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k < 0$) 的图象于点 D ， $y = \frac{k}{x}$ ($k < 0$) 的图象过矩形 $OABC$ 的

顶点 B，矩形 OABC 的面积为 4，连接 OD.

(1) 求反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的表达式；

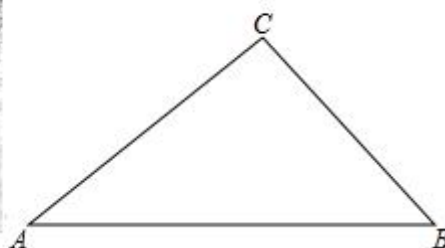
(2) 求 $\triangle AOD$ 的面积.



25. (8 分) “兰州中山桥”位于兰州滨河路中段白塔山下、金城关前，是黄河上第一座真正意义上的桥梁，有“天下黄河第一桥”之美誉. 它像一部史诗，记载着兰州古往今来历史的变迁. 桥上飞架了 5 座等高的弧形钢架拱桥.

小芸和小刚分别在桥面上的 A, B 两处，准备测量其中一座弧形钢架拱梁顶部 C 处到桥面的距离 $AB=20\text{m}$ ，小芸在 A 处测得 $\angle CAB=36^\circ$ ，小刚在 B 处测得 $\angle CBA=43^\circ$ ，求弧形钢架拱梁顶部 C 处到桥面的距离. (结果精确到 0.1m)

(参考数据 $\sin 36^\circ \approx 0.59$, $\cos 36^\circ \approx 0.81$, $\tan 36^\circ \approx 0.73$, $\sin 43^\circ \approx 0.68$, $\cos 43^\circ \approx 0.73$, $\tan 43^\circ \approx 0.93$)



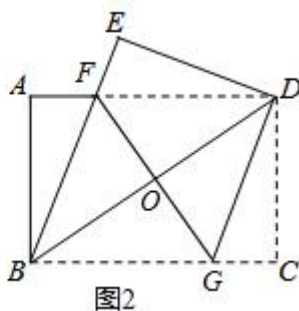
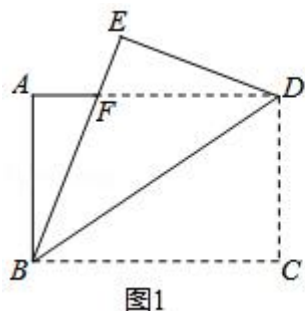
26. (10 分) 如图 1，将一张矩形纸片 ABCD 沿着对角线 BD 向上折叠，顶点 C 落到点 E 处，BE 交 AD 于点 F.

(1) 求证: $\triangle BDF$ 是等腰三角形;

(2) 如图 2, 过点 D 作 $DG \parallel BE$, 交 BC 于点 G, 连接 FG 交 BD 于点 O.

①判断四边形 BFDG 的形状, 并说明理由;

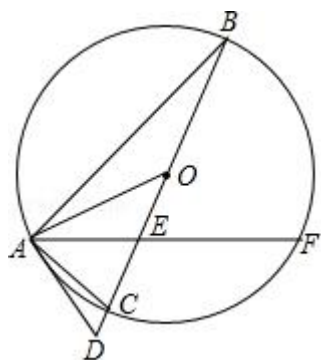
②若 $AB=6$, $AD=8$, 求 FG 的长.



27. (10 分) 如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, BC 是 $\odot O$ 的直径, 弦 AF 交 BC 于点 E, 延长 BC 到点 D, 连接 OA, AD, 使得 $\angle FAC = \angle AOD$, $\angle D = \angle BAF$.

(1) 求证: AD 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $\odot O$ 的半径为 5, $CE=2$, 求 EF 的长.



28. (12 分) 如图, 抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 与直线 AB 交于 A $(-4, -4)$, B $(0, 4)$ 两点, 直线 AC: $y = -\frac{1}{2}x - 6$ 交 y 轴于点 C. 点 E 是直线 AB 上的动点, 过点 E 作 $EF \perp x$ 轴交 AC 于点 F, 交抛物线于点 G.

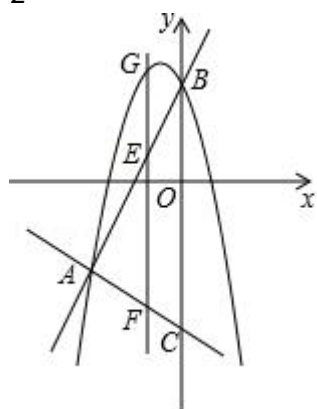
(1) 求抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 的表达式;

(2) 连接 GB, EO, 当四边形 GEOB 是平行四边形时, 求点 G 的坐标;

(3) ①在 y 轴上存在一点 H, 连接 EH, HF, 当点 E 运动到什么位置时, 以 A, E, F, H 为顶点的四边形是矩形? 求出此时点 E, H 的坐标;

②在①的前提下，以点 E 为圆心， EH 长为半径作圆，点 M 为 $\odot E$ 上一动点，求

$\frac{1}{2}AM+CM$ 它的最小值.



2017 年甘肃省兰州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 15 小题，每小题 4 分，满分 60 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的.）

1. (4 分) (2017•兰州) 已知 $2x=3y$ ($y \neq 0$)，则下面结论成立的是 ()

A. $\frac{x}{y}=\frac{3}{2}$ B. $\frac{x}{3}=\frac{2}{y}$ C. $\frac{x}{y}=\frac{2}{3}$ D. $\frac{x}{2}=\frac{y}{3}$

【考点】S1：比例的性质.

【分析】根据等式的性质，可得答案.

【解答】解：A、两边都除以 $2y$ ，得 $\frac{x}{y}=\frac{3}{2}$ ，故 A 符合题意；

B、两边除以不同的整式，故 B 不符合题意；

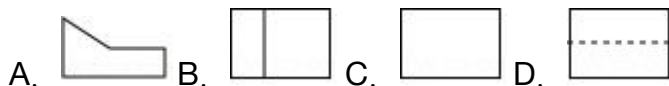
C、两边都除以 $2y$ ，得 $\frac{x}{y}=\frac{3}{2}$ ，故 C 不符合题意；

D、两边除以不同的整式，故 D 不符合题意；

故选：A.

【点评】本题考查了等式的性质，利用等式的性质是解题关键.

2. (4 分) (2017•兰州) 如图所示，该几何体的左视图是 ()



【考点】U2：简单组合体的三视图.

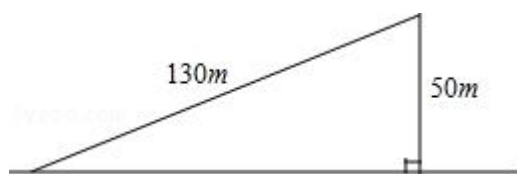
【分析】根据左视图就是从物体的左边进行观察，得出左视图.

【解答】解：在三视图中，实际存在而被遮挡的线用虚线表示，

故选：D.

【点评】此题主要考查了三视图的画法中左视图画法，主视图、左视图、俯视图是分别从物体正面、左面和上面看，所得到的图形.

3. (4 分) (2017•兰州) 如图，一个斜坡长 130m，坡顶离水平地面的距离为 50m，那么这个斜坡与水平地面夹角的正切值等于 ()



- A. $\frac{5}{13}$ B. $\frac{12}{13}$ C. $\frac{5}{12}$ D. $\frac{13}{12}$

【考点】T9: 解直角三角形的应用 – 坡度坡角问题.

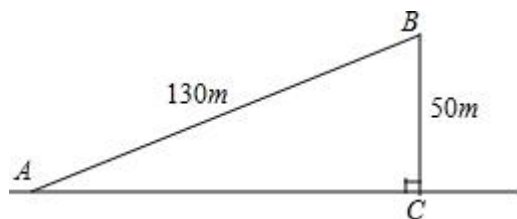
【分析】如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{130^2 - 50^2} = 120\text{m}$ ，根据 $\tan \angle BAC = \frac{BC}{AC}$ ，计算即可.

【解答】解：如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\because \angle ACB = 90^\circ$ ， $AB = 130\text{m}$ ， $BC = 50\text{m}$ ，

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{130^2 - 50^2} = 120\text{m},$$

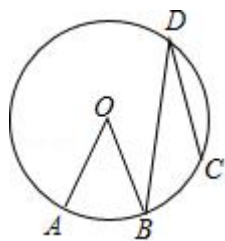
$$\therefore \tan \angle BAC = \frac{BC}{AC} = \frac{50}{120} = \frac{5}{12}$$

故选 C.



【点评】本题考查解直角三角形的应用、勾股定理的应用等知识，解题的关键是记住锐角三角函数的定义，属于基础题.

4. (4 分) (2017•兰州) 如图, 在 $\odot O$ 中, $AB=BC$, 点 D 在 $\odot O$ 上, $\angle CDB=25^\circ$, 则 $\angle AOB=$ ()



A. 45° B. 50° C. 55° D. 60°

【考点】 M5: 圆周角定理.

【分析】 直接根据圆周角定理即可得出结论.

【解答】 解: $\because$ 在 $\odot O$ 中, $\widehat{AB}=\widehat{BC}$, 点 D 在 $\odot O$ 上, $\angle CDB=25^\circ$,
 $\therefore \angle AOB=2\angle CDB=50^\circ$.

故选 B.

【点评】 本题考查的是圆周角定理, 熟知在同圆或等圆中, 同弧或等弧所对的圆周角相等, 都等于这条弧所对的圆心角的一半是解答此题的关键.

5. (4 分) (2017•兰州) 下表是一组二次函数 $y=x^2+3x-5$ 的自变量 x 与函数值 y 的对应值:

x	1	1.1	1.2	1.3	1.4
y	-1	-0.49	0.04	0.59	1.16

那么方程 $x^2+3x-5=0$ 的一个近似根是 ()

A. 1 B. 1.1 C. 1.2 D. 1.3

【考点】 HB: 图象法求一元二次方程的近似根.

【专题】 11 : 计算题; 53: 函数及其图象.

【分析】 观察表格可得 0.04 更接近于 0, 得到所求方程的近似根即可.

【解答】解：观察表格得：方程 $x^2+3x-5=0$ 的一个近似根为 1.2，

故选 C

【点评】此题考查了图象法求一元二次方程的近似根，弄清表格中的数据是解本题的关键.

6. (4 分) (2017•兰州) 如果一元二次方程 $2x^2+3x+m=0$ 有两个相等的实数根，那么是实数 m 的取值为 ()

A. $m > \frac{9}{8}$ B. $m > \frac{8}{9}$ C. $m = \frac{9}{8}$ D. $m = \frac{8}{9}$

【考点】AA: 根的判别式.

【分析】根据方程的系数结合根的判别式，即可得出 $\Delta = 9 - 8m = 0$ ，解之即可得出结论.

【解答】解：∵一元二次方程 $2x^2+3x+m=0$ 有两个相等的实数根，

$$\therefore \Delta = 3^2 - 4 \times 2m = 9 - 8m = 0,$$

$$\text{解得: } m = \frac{9}{8}.$$

故选 C.

【点评】本题考查了根的判别式，牢记“当 $\Delta = 0$ 时，方程有两个相等的实数根”是解题的关键.

7. (4 分) (2017•兰州) 一个不透明的盒子里有 n 个除颜色外其他完全相同的小球，其中有 9 个黄球. 每次摸球前先将盒子里的球摇匀，任意摸出一个球记下颜色后再放回盒子，通过大量重复摸球实验后发现，摸到黄球的频率稳定在 30%，那么估计盒子中小球的个数 n 为 ()

A. 20 B. 24 C. 28 D. 30

【考点】X8: 利用频率估计概率.

【分析】根据利用频率估计概率得到摸到黄球的概率为 30%，然后根据概率公式计算 n 的值.

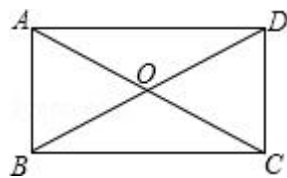
【解答】解：根据题意得 $\frac{9}{n}=30\%$ ，解得 $n=30$ ，

所以这个不透明的盒子里大约有 30 个除颜色外其他完全相同的小球.

故选 D.

【点评】本题考查了利用频率估计概率：大量重复实验时，事件发生的频率在某个固定位置左右摆动，并且摆动的幅度越来越小，根据这个频率稳定性定理，可以用频率的集中趋势来估计概率，这个固定的近似值就是这个事件的概率. 当实验的所有可能结果不是有限个或结果个数很多，或各种可能结果发生的可能性不相等时，一般通过统计频率来估计概率.

8. (4 分) (2017•兰州) 如图，矩形 ABCD 的对角线 AC 与 BD 相交于点 O， $\angle ADB=30^\circ$ ， $AB=4$ ，则 $OC=$ ()



A. 5 B. 4 C. 3.5 D. 3

【考点】LB: 矩形的性质.

【分析】由矩形的性质得出 $AC=BD$ ， $OA=OC$ ， $\angle BAD=90^\circ$ ，由直角三角形的性质得出 $AC=BD=2AB=8$ ，得出 $OC=\frac{1}{2}AC=4$ 即可.

【解答】解： $\because$ 四边形 ABCD 是矩形，

$\therefore AC=BD$ ， $OA=OC$ ， $\angle BAD=90^\circ$ ，

$\because \angle ADB=30^\circ$ ，

$\therefore AC=BD=2AB=8$ ，

$$\therefore OC = \frac{1}{2}AC = 4;$$

故选：B.

【点评】此题考查了矩形的性质、含 30° 角的直角三角形的性质. 熟练掌握矩形的性质，注意掌握数形结合思想的应用.

9. (4 分) (2017•兰州) 抛物线 $y=3x^2-3$ 向右平移 3 个单位长度，得到新抛物线的表达式为 ()

A. $y=3(x-3)^2-3$ B. $y=3x^2$ C. $y=3(x+3)^2-3$ D. $y=3x^2-6$

【考点】H6: 二次函数图象与几何变换.

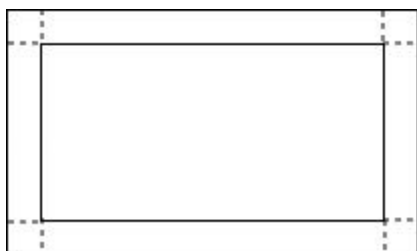
【分析】根据二次函数图象左加右减，上加下减的平移规律进行解答即可.

【解答】解: $y=3x^2-3$ 向右平移 3 个单位长度，得到新抛物线的表达式为 $y=3(x-3)^2-3$,

故选：A.

【点评】此题主要考查了函数图象的平移，要求熟练掌握平移的规律: 左加右减，上加下减.

10. (4 分) (2017•兰州) 王叔叔从市场上买了一块长 80cm，宽 70cm 的矩形铁皮，准备制作一个工具箱. 如图，他将矩形铁皮的四个角各剪掉一个边长 xcm 的正方形后，剩余的部分刚好能围成一个底面积为 3000cm^2 的无盖长方形工具箱，根据题意列方程为 ()



A. $(80-x)(70-x)=3000$ B. $80 \times 70 - 4x^2 = 3000$

C. $(80 - 2x)(70 - 2x) = 3000$ D. $80 \times 70 - 4x^2 - (70 + 80)x = 3000$

【考点】AC: 由实际问题抽象出一元二次方程.

【分析】根据题意可知裁剪后的底面的长为 $(80 - 2x)$ cm, 宽为 $(70 - 2x)$ cm, 从而可以列出相应的方程, 本题得以解决.

【解答】解: 由题意可得,

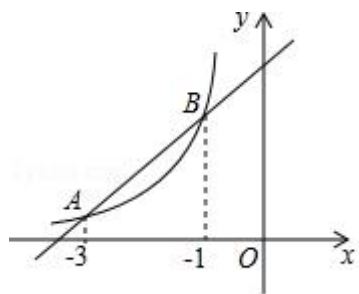
$$(80 - 2x)(70 - 2x) = 3000,$$

故选 C.

【点评】本题考查由实际问题抽象出一元二次方程, 解答本题的关键是明确题意, 找出题目中的等量关系, 列出相应的方程.

11. (4 分) (2017•兰州) 如图, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k < 0$) 与一次函数 $y = x + 4$ 的

图象交于 A、B 两点的横坐标分别为 -3 , -1 . 则关于 x 的不等式 $\frac{k}{x} < x + 4$ ($x < 0$) 的解集为 ()



A. $x < -3$ B. $-3 < x < -1$ C. $-1 < x < 0$ D. $x < -3$ 或 $-1 < x < 0$

【考点】G8: 反比例函数与一次函数的交点问题.

【分析】把 A 的横坐标代入一次函数的解析式可求出其纵坐标, 再把 A 的横纵坐标代入反比例函数的解析式即可求出 k 的值, 由此可知求关于 x 的不等式 $\frac{k}{x} < x + 4$ ($x < 0$) 的解集可转化为一次函数的图象在反比例函数图象的上方所对应

的自变量 x 取值范围，问题得解.

【解答】解:

$\therefore$ 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k < 0$) 与一次函数 $y = x + 4$ 的图象交于 A 点的横坐标为 -3 ,

$\therefore$ 点 A 的纵坐标 $y = -3 + 4 = 1$,

$\therefore k = xy = -3$,

$\therefore$ 关于 x 的不等式 $\frac{k}{x} < x + 4$ ($x < 0$) 的解集即不等式 $-\frac{3}{x} < x + 4$ ($x < 0$) 的解集,

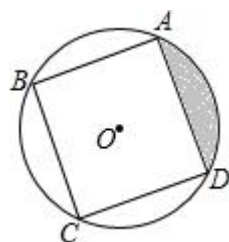
观察图象可知, 当 $-3 < x < -1$ 时, 一次函数的图象在反比例函数图象的上方,

$\therefore$ 关于 x 的不等式 $\frac{k}{x} < x + 4$ ($x < 0$) 的解集为: $-3 < x < -1$.

故选 B.

【点评】 本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题, 用待定系数法求出反比例函数的解析式, 函数的图象的应用, 主要考查学生的计算能力和观察图象的能力, 用了数形结合思想.

12. (4 分) (2017·兰州) 如图, 正方形 ABCD 内接于半径为 2 的 $\odot O$, 则图中阴影部分的面积为 ()



A. $\pi + 1$ B. $\pi + 2$ C. $\pi - 1$ D. $\pi - 2$

【考点】 MM: 正多边形和圆; MO: 扇形面积的计算.

【分析】 根据对称性可知阴影部分的面积等于圆的面积减去正方形的 $\frac{1}{4}$, 求出圆内接正方形的边长, 即可求解.

【解答】解：连接 AO，DO，

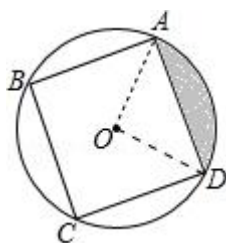
$\because$ ABCD 是正方形，

$\therefore \angle AOD = 90^\circ$ ，

$$AD = \sqrt{OA^2 + OD^2} = 2\sqrt{2},$$

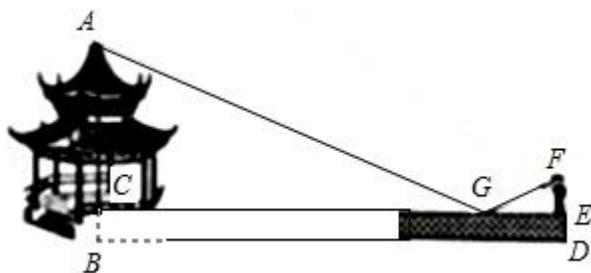
圆内接正方形的边长为 $2\sqrt{2}$ ，所以阴影部分的面积 $= \frac{1}{4}[4\pi - (2\sqrt{2})^2] = (\pi - 2)$ cm^2 .

故选 D.



【点评】本题考查正多边形与圆、正方形的性质、圆的面积公式、扇形的面积公式等知识，解题的关键是利用对称性可知阴影部分的面积等于圆的面积减去正方形的 $\frac{1}{4}$ ，也可以用扇形的面积减去三角形的面积计算，属于中考常考题型.

13. (4 分) (2017•兰州) 如图，小明为了测量一凉亭的高度 AB (顶端 A 到水平地面 BD 的距离)，在凉亭的旁边放置一个与凉亭台阶 BC 等高的台阶 DE (DE=BC=0.5 米，A、B、C 三点共线)，把一面镜子水平放置在平台上的点 G 处，测得 CG=15 米，然后沿直线 CG 后退到点 E 处，这时恰好镜子里看到凉亭的顶端 A，测得 EG=3 米，小明身高 1.6 米，则凉亭的高度 AB 约为 ()



A. 8.5 米 B. 9 米 C. 9.5 米 D. 10 米

【考点】SA：相似三角形的应用.

【分析】只要证明 $\triangle ACG \sim \triangle FEG$ ，可得 $\frac{AC}{EF} = \frac{CG}{GD}$ ，代入已知条件即可解决问题.

【解答】解：由题意 $\angle AGC = \angle FGE$ ， $\therefore \angle ACG = \angle FEG = 90^\circ$ ，

$\therefore \triangle ACG \sim \triangle FEG$ ，

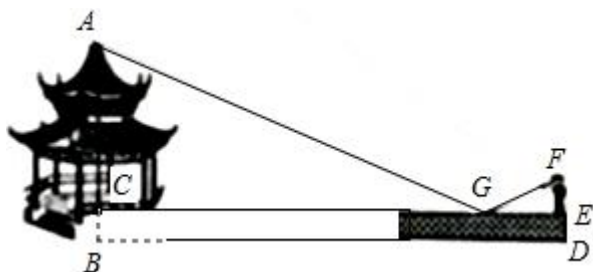
$$\therefore \frac{AC}{EF} = \frac{CG}{GD},$$

$$\therefore \frac{AC}{1.6} = \frac{15}{3},$$

$$\therefore AC = 8,$$

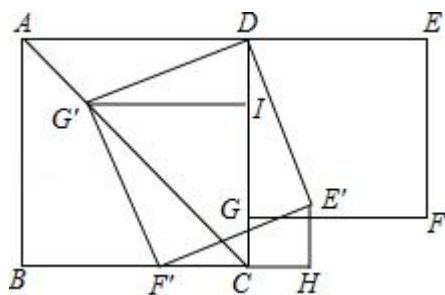
$$\therefore AB = AC + BC = 8 + 0.5 = 8.5 \text{ 米}.$$

故选 A.



【点评】本题考查相似三角形的判定和性质，解题的关键是理解光的反射定理，属于基础题，中考常考题型.

14. (4 分) (2017•兰州) 如图，在正方形 ABCD 和正方形 DEFG 中，点 G 在 CD 上，DE=2，将正方形 DEFG 绕点 D 顺时针旋转 60° ，得到正方形 DE'F'G'，此时点 G' 在 AC 上，连接 CE'，则 $CE' + CG' =$ ()



A. $\sqrt{2} + \sqrt{6}$ B. $\sqrt{3} + 1$ C. $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ D. $\sqrt{3} + \sqrt{6}$

【考点】R2: 旋转的性质; LE: 正方形的性质.

【分析】作 $G'I \perp CD$ 于 I , $G'R \perp BC$ 于 R , $E'H \perp BC$ 交 BC 的延长线于 H . 连接 RF' . 则四边形 $RCIG'$ 是正方形. 首先证明点 F' 在线段 BC 上, 再证明 $CH=HE'$ 即可解决问题.

【解答】解: 作 $G'I \perp CD$ 于 I , $G'R \perp BC$ 于 R , $E'H \perp BC$ 交 BC 的延长线于 H . 连接 RF' . 则四边形 $RCIG'$ 是正方形.

$$\therefore \angle DG'F' = \angle IGR = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DG'I = \angle RG'F',$$

在 $\triangle G'ID$ 和 $\triangle G'RF$ 中,

$$\begin{cases} G'D = G'F \\ \angle DG' = \angle RG'F', \\ G'I = G'R \end{cases}$$

$$\therefore \triangle G'ID \cong \triangle G'RF,$$

$$\therefore \angle G'ID = \angle G'RF' = 90^\circ,$$

$\therefore$ 点 F 在线段 BC 上,

在 $Rt\triangle E'F'H$ 中, $\therefore E'F'=2$, $\angle E'F'H=30^\circ$,

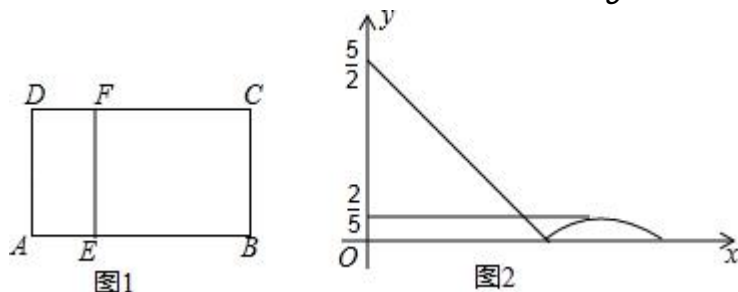
$$\therefore E'H = \frac{1}{2}E'F' = 1, F'H = \sqrt{3},$$

易证 $\triangle RG'F' \cong \triangle HF'E'$,

$$\therefore RF' = E'H, RG'RC = F'H,$$

$$\therefore CE' + CG' = \sqrt{2} + \sqrt{6}.$$

15. (4 分) (2017•兰州) 如图 1, 在矩形 ABCD 中, 动点 E 从 A 出发, 沿 AB→BC 方向运动, 当点 E 到达点 C 时停止运动, 过点 E 做 $FE \perp AE$, 交 CD 于 F 点, 设点 E 运动路程为 x, $FC=y$, 如图 2 所表示的是 y 与 x 的函数关系的大致图象, 当点 E 在 BC 上运动时, FC 的最大长度是 $\frac{2}{5}$ 则矩形 ABCD 的面积是 ()

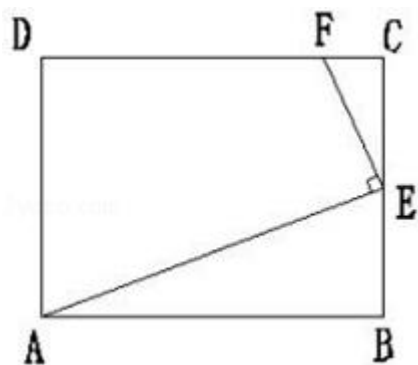


- 【考点】** E7: 动点问题的函数图象.

【分析】易证 $\triangle CFE \sim \triangle BEA$ ，可得 $\frac{CF}{BE} = \frac{CE}{AB}$ ，根据二次函数图象对称性可得 E

在 BC 中点时，CF 有最大值，列出方程式即可解题.

【解答】解：若点 E 在 BC 上时，如图



$$\therefore \angle EFC + \angle AEB = 90^\circ, \quad \angle FEC + \angle EFC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CFE = \angle AEB, \quad \therefore \text{在 } \triangle CFE \text{ 和 } \triangle BEA \text{ 中}, \quad \begin{cases} \angle CFE = \angle AEB \\ \angle C = \angle B = 90^\circ \end{cases}, \quad \therefore \triangle CFE \sim$$

$\triangle BEA$,

由二次函数图象对称性可得 E 在 BC 中点时，CF 有最大值，此时 $\frac{CF}{BE} = \frac{CE}{AB}$,

$$BE = CE = x - \frac{5}{2}, \quad \text{即 } \frac{y}{x - \frac{5}{2}} = \frac{x - \frac{5}{2}}{\frac{5}{2}},$$

$$\therefore y = \frac{2}{5} \left(x - \frac{5}{2}\right)^2, \quad \text{当 } y = \frac{2}{5} \text{ 时, 代入方程式解得: } x_1 = \frac{3}{2} \text{ (舍去), } x_2 = \frac{7}{2},$$

$$\therefore BE = CE = 1, \quad \therefore BC = 2, \quad AB = \frac{5}{2},$$

$$\therefore \text{矩形 ABCD 的面积为 } 2 \times \frac{5}{2} = 5;$$

故选 B.

【点评】本题考查了二次函数顶点问题，考查了相似三角形的判定和性质，考查了矩形面积的计算，本题中由图象得出 E 为 BC 中点是解题的关键.

二、填空题 (共 5 小题, 每小题 4 分, 满分 20 分)

16. (4分) (2017•兰州) 若反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 $(-1, 2)$, 则 k 的值是 -2.

【考点】G7: 待定系数法求反比例函数解析式.

【专题】41: 待定系数法.

【分析】因为 $(-1, 2)$ 在函数图象上, $k=xy$, 从而可确定 k 的值.

【解答】解: $\because$ 图象经过点 $(-1, 2)$,

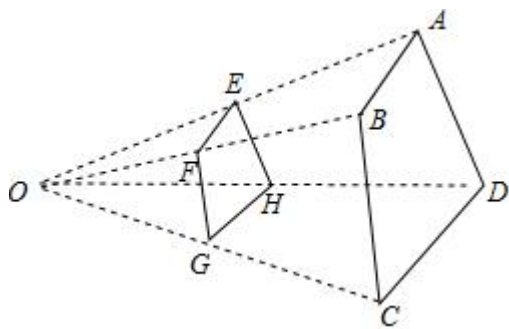
$$\therefore k=xy=-1 \times 2=-2.$$

故答案为: -2.

【点评】本题考查待定系数法求反比例函数解析式, 关键知道反比例函数式的形式, 从而得解.

17. (4分) (2017•兰州) 如图, 四边形 $ABCD$ 与四边形 $EFGH$ 位似, 位似中心

点是 O , $\frac{OE}{OA} = \frac{3}{5}$ 则 $\frac{FG}{BC} = \frac{3}{5}$.



【考点】SC: 位似变换.

【分析】直接利用位似图形的性质得出 $\triangle OEF \sim \triangle OAB$, $\triangle OFG \sim \triangle OBC$, 进而得出答案.

【解答】解: 如图所示:

$\because$ 四边形 $ABCD$ 与四边形 $EFGH$ 位似,

$\therefore \triangle OEF \sim \triangle OAB, \triangle OFG \sim \triangle OBC,$

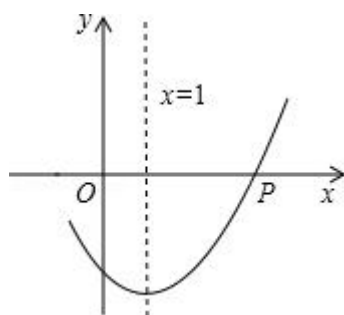
$$\therefore \frac{OE}{OA} = \frac{OF}{OB} = \frac{3}{5}$$

$$\therefore \frac{FG}{BC} = \frac{OF}{OB} = \frac{3}{5}$$

故答案为: $\frac{3}{5}$

【点评】 此题主要考查了位似变换, 正确得出相似比是解题关键.

18. (4分) (2017•兰州) 如图, 若抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 上的 P (4, 0), Q 两点关于它的对称轴 $x=1$ 对称, 则 Q 点的坐标为 (-2, 0).



【考点】 H3: 二次函数的性质.

【分析】 直接利用二次函数的对称性得出 Q 点坐标即可.

【解答】 解: $\because$ 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 上的 P (4, 0), Q 两点关于它的对称轴 $x=1$ 对称,

$\therefore$ P, Q 两点到对称轴 $x=1$ 的距离相等,

$\therefore$ Q 点的坐标为: (-2, 0).

故答案为: (-2, 0).

【点评】 此题主要考查了二次函数的性质, 正确利用函数对称性得出答案是解题关键.

19. (4分) (2017•兰州) 在平行四边形 ABCD 中, 对角线 AC 与 BD 相交于点

O, 要使四边形 $ABCD$ 是正方形, 还需添加一组条件. 下面给出了四组条件: ① $AB \perp AD$, 且 $AB=AD$; ② $AB=BD$, 且 $AB \perp BD$; ③ $OB=OC$, 且 $OB \perp OC$; ④ $AB=AD$, 且 $AC=BD$. 其中正确的序号是 ①③④.

【考点】 LF: 正方形的判定; L5: 平行四边形的性质.

【分析】 由矩形、菱形、正方形的判定方法对各个选项进行判断即可.

【解答】 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $AB=AD$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

又 $\because AB \perp AD$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是正方形, ①正确;

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $AB=BD$, $AB \perp BD$,

$\therefore$ 平行四边形 $ABCD$ 不可能是正方形, ②错误;

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $OB=OC$,

$\therefore AC=BD$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

又 $OB \perp OC$, 即对角线互相垂直,

$\therefore$ 平行四边形 $ABCD$ 是正方形, ③正确;

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $AB=AD$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

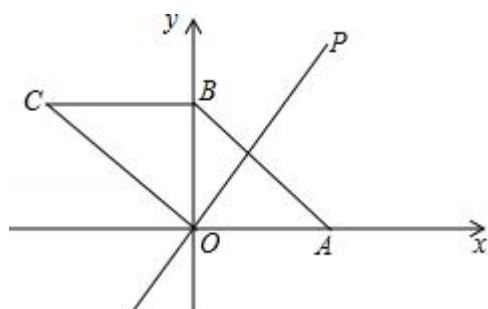
又 $\because AC=BD$, $\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore$ 平行四边形 $ABCD$ 是正方形, ④正确;

故答案为: ①③④.

【点评】 本题考查了矩形、菱形、正方形的判定; 熟记判定是解决问题的关键.

20. (4分) (2017•兰州) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, $\square ABCO$ 的顶点 A , B 的坐标分别是 $A(3, 0)$, $B(0, 2)$. 动点 P 在直线 $y = \frac{3}{2}x$ 上运动, 以点 P 为圆心, PB 长为半径的 $\odot P$ 随点 P 运动, 当 $\odot P$ 与 $\square ABCO$ 的边相切时, P 点的坐标为 $(0, 0)$ 或 $(\frac{2}{3}, 1)$ 或 $(3 - \sqrt{5}, \frac{9 - 3\sqrt{5}}{2})$.



【考点】 MC: 切线的性质; F8: 一次函数图象上点的坐标特征.

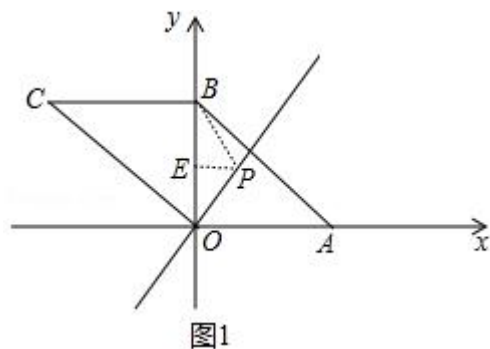
【分析】 设 $P(x, \frac{3}{2}x)$, $\odot P$ 的半径为 r , 由题意 $BC \perp y$ 轴, 直线 OP 的解析式 $y = \frac{3}{2}x$, 直线 OC 的解析式为 $y = -\frac{2}{3}x$, 可知 $OP \perp OC$, 分四种情形讨论即可.

【解答】 解: ①当 $\odot P$ 与 BC 相切时, $\therefore$ 动点 P 在直线 $y = \frac{3}{2}x$ 上,

$\therefore P$ 与 O 重合, 此时圆心 P 到 BC 的距离为 OB ,

$\therefore P(0, 0)$.

②如图 1 中, 当 $\odot P$ 与 OC 相切时, 则 $OP = BP$, $\triangle OPB$ 是等腰三角形, 作 $PE \perp y$ 轴于 E , 则 $EB = EO$, 易知 P 的纵坐标为 1, 可得 $P(\frac{2}{3}, 1)$.



③如图 2 中, 当 $\odot P$ 与 OA 相切时, 则点 P 到点 B 的距离与点 P 到 x 轴的距离

相等, 可得 $\sqrt{x^2 + (\frac{3}{2}x - 2)^2} = \frac{3}{2}x$,

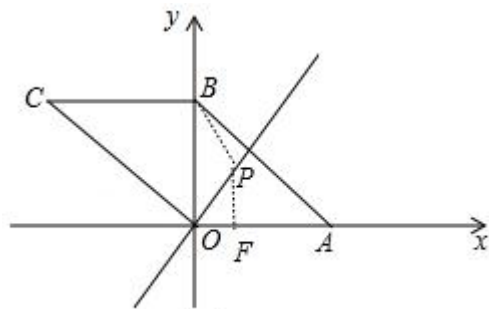


图2

解得 $x=3+\sqrt{5}$ 或 $3-\sqrt{5}$,

$\therefore x=3+\sqrt{5} > OA$,

$\therefore P$ 不会与 OA 相切,

$\therefore x=3+\sqrt{5}$ 不合题意,

$\therefore P(3-\sqrt{5}, \frac{9-3\sqrt{5}}{2})$.

④如图3中, 当 $\odot P$ 与 AB 相切时, 设线段 AB 与直线 OP 的交点为 G , 此时 $PB=PG$,

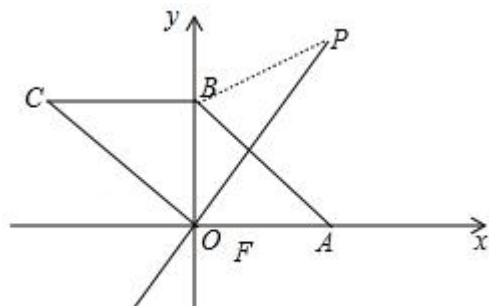


图3

$\therefore OP \perp AB$,

$\therefore \angle BGP = \angle PBG = 90^\circ$ 不成立,

$\therefore$ 此种情形, 不存在 P .

综上所述, 满足条件的 P 的坐标为 $(0, 0)$ 或 $(\frac{2}{3}, 1)$ 或 $(3-\sqrt{5}, \frac{9-3\sqrt{5}}{2})$.

【点评】 本题考查切线的性质、一次函数的应用、勾股定理、等腰三角形的性质等知识, 解题的关键是学会利用参数解决问题, 学会用分类讨论的思想思考问题, 属于中考填空题中的压轴题.

三、解答题（共 8 小题，满分 70 分.解答时，写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.）

21. (10 分) (2017•兰州) 计算： $(\sqrt{2}-3)^0 + (-\frac{1}{2})^{-2} - |-2| - 2\cos 60^\circ$.

【考点】2C：实数的运算；6E：零指数幂；6F：负整数指数幂；T5：特殊角的三角函数值.

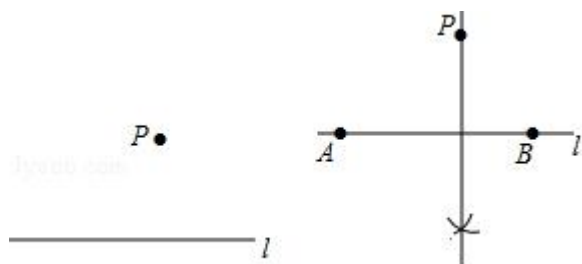
【分析】直接利用绝对值的性质以及特殊角的三角函数值和零指数幂的性质、负整数指数幂的性质分别化简求出答案.

【解答】解： $(\sqrt{2}-3)^0 + (-\frac{1}{2})^{-2} - |-2| - 2\cos 60^\circ$
 $= 1 + 4 - 2 - 2 \times \frac{1}{2}$
 $= 2.$

【点评】此题主要考查了实数运算，正确化简各数是解题关键.

22. (6 分) (2017•兰州) 在数学课本上，同学们已经探究过“经过已知直线外一点作这条直线的垂线”的尺规作图过程：

已知：直线 l 和 l 外一点 P



求作：直线 l 的垂线，使它经过点 P .

作法：如图：(1) 在直线 l 上任取两点 A 、 B ；

(2) 分别以点 A 、 B 为圆心， AP ， BP 长为半径画弧，两弧相交于点 Q ；

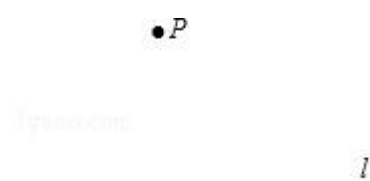
(3) 作直线 PQ .

参考以上材料作图的方法，解决以下问题：

(1) 以上材料作图的依据是： 线段垂直平分线上的点到线段两端点的距离相等

(3) 已知，直线 l 和 l 外一点 P ，

求作： $\odot P$ ，使它与直线 l 相切. (尺规作图，不写作法，保留作图痕迹，并把作图痕迹用黑色签字笔描黑)



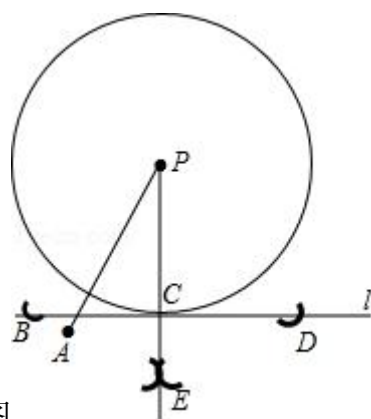
【考点】 N3：作图—复杂作图；MD：切线的判定.

【分析】 (1) 根据线段垂直平分线的性质，可得答案；

(2) 根据线段垂直平分线的性质，切线的性质，可得答案.

【解答】 解：(1) 以上材料作图的依据是：线段垂直平分线上的点到线段两端点的距离相等，

故答案为：线段垂直平分线上的点到线段两端点的距离相等；



(2) 如图

【点评】 本题考查了作图，利用线段垂直平分线的性质是解题关键.

23. (7 分) (2017•兰州) 甘肃省省府兰州，又名金城，在金城，黄河母亲河通过自身文化的演绎，衍生和流传了独特的“金城八宝”美食，“金城八宝”美食中甜

品类有：味甜汤糊“灰豆子”、醇香软糯“甜胚子”、生津润肺“热冬果”、香甜什锦“八宝百合”；其他类有：青白红绿“牛肉面”、酸辣清凉“酿皮子”、清爽溜滑“浆水面”、香醇肥美“手抓羊肉”，李华和王涛同时去品尝美食，李华准备在“甜胚子、牛肉面、酿皮子、手抓羊肉”这四种美食中选择一种，王涛准备在“八宝百合、灰豆子、热冬果、浆水面”这四种美食中选择一种.（甜胚子、牛肉面、酿皮子、手抓羊肉分别记为 A, B, C, D，八宝百合、灰豆子、热冬果、浆水面分别记为 E, F, G, H）

- (1) 用树状图或表格的方法表示李华和王涛同学选择美食的所有可能结果；
- (2) 求李华和王涛同时选择的美食都是甜品类的概率.

【考点】 X6: 列表法与树状图法.

【分析】 (1) 根据题意用列表法即可求出李华和王涛同学选择美食的所有可能结果；

(2) 根据 (1) 中的结果，再找到李华和王涛同时选择的美食都是甜品类的数目，利用概率公式即可求得答案.

【解答】 解：

(1) 列表得：

李华 王涛	E	F	G	H
A	AE	AF	AG	AH
B	BE	BF	BG	BH
C	CE	CF	CG	CH
D	DE	DF	DG	DH

由列表可知共有 16 种情况；

(2) 由 (1) 可知有 16 种情况，其中李华和王涛同时选择的美食都是甜品类的

情况有 AE, AF, AG 三种情况, 所以李华和王涛同时选择的美食都是甜品类的

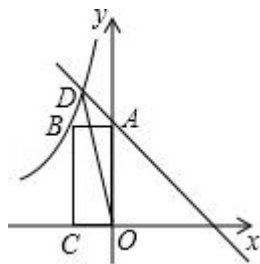
$$\text{概率} = \frac{3}{16}$$

【点评】 本题涉及树状图或列表法的相关知识, 难度中等, 考查了学生的分析能力. 用到的知识点为: 概率=所求情况数与总情况数之比.

24. (7 分) (2017•兰州) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $y = -x + 3$ 交 y 轴于点 A, 交反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k < 0$) 的图象于点 D, $y = \frac{k}{x}$ ($k < 0$) 的图象过矩形 OABC 的顶点 B, 矩形 OABC 的面积为 4, 连接 OD.

(1) 求反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的表达式;

(2) 求 $\triangle AOD$ 的面积.



【考点】 G8: 反比例函数与一次函数的交点问题.

【分析】 (1) 根据矩形的面积求出 AB, 求出反比例函数的解析式;

(2) 解方程组求出反比例函数与一次函数的交点, 确定点 D 的坐标, 根据三角形的面积公式计算即可.

【解答】 解: (1) $\because$ 直线 $y = -x + 3$ 交 y 轴于点 A,

$\therefore$ 点 A 的坐标为 (0, 3), 即 $OA = 3$,

$\because$ 矩形 OABC 的面积为 4,

$$\therefore AB = \frac{4}{3}$$

∴双曲线在第二象限,

∴ $k=4$,

∴反比例函数的表达式为 $y = -\frac{4}{x}$;

$$(2) \text{ 解方程组 } \begin{cases} y = -x + 3 \\ y = -\frac{4}{x} \end{cases},$$

$$\text{得 } \begin{cases} x_1 = 4 \\ y_1 = -1 \end{cases}, \begin{cases} x_2 = -4 \\ y_2 = 1 \end{cases},$$

∴点 D 在第二象限,

∴点 D 的坐标为 $(-1, 4)$,

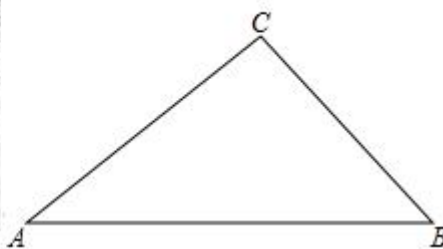
$$\therefore \triangle AOD \text{ 的面积} = \frac{1}{2} \times 3 \times 1 = \frac{3}{2}.$$

【点评】 本题考查的是反比例函数与一次函数的交点问题, 掌握反比例函数的系数 k 的几何意义、解方程组求出反比例函数与一次函数的交点是解题的关键.

25. (8 分) (2017•兰州) “兰州中山桥”位于兰州滨河路中段白塔山下、金城关前, 是黄河上第一座真正意义上的桥梁, 有“天下黄河第一桥”之美誉. 它像一部史诗, 记载着兰州古往今来历史的变迁. 桥上飞架了 5 座等高的弧形钢架拱桥.

小芸和小刚分别在桥面上的 A, B 两处, 准备测量其中一座弧形钢架拱梁顶部 C 处到桥面的距离 $AB=20\text{m}$, 小芸在 A 处测得 $\angle CAB=36^\circ$, 小刚在 B 处测得 $\angle CBA=43^\circ$, 求弧形钢架拱梁顶部 C 处到桥面的距离. (结果精确到 0.1m)

(参考数据 $\sin 36^\circ \approx 0.59$, $\cos 36^\circ \approx 0.81$, $\tan 36^\circ \approx 0.73$, $\sin 43^\circ \approx 0.68$, $\cos 43^\circ \approx 0.73$, $\tan 43^\circ \approx 0.93$)



【考点】 T8: 解直角三角形的应用.

【分析】 过点 C 作 $CD \perp AB$ 于 D. 设 $CD=x$, 在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中, 可得 $AD = \frac{x}{\tan 36^\circ}$,

在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中, $BD = \frac{x}{\tan 43^\circ}$, 可得 $\frac{x}{0.93} + \frac{x}{0.73} = 20$, 解方程即可解决问题.

【解答】 解: 过点 C 作 $CD \perp AB$ 于 D. 设 $CD=x$,

在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中, $\tan 36^\circ = \frac{CD}{AD}$,

$$\therefore AD = \frac{x}{\tan 36^\circ},$$

在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中, $\tan \angle B = \frac{CD}{BD}$,

$$BD = \frac{x}{\tan 43^\circ},$$

$$\therefore \frac{x}{0.93} + \frac{x}{0.73} = 20,$$

解得 $x = 8.179 \approx 8.2\text{m}$.

答: 拱梁顶部 C 处到桥面的距离 8.2m.

【点评】 本题考查解直角三角形的应用、锐角三角函数等知识, 解题的关键是学会添加辅助线, 构造直角三角形解决问题, 属于中考常考题型.

26. (10 分) (2017•兰州) 如图 1, 将一张矩形纸片 ABCD 沿着对角线 BD 向上

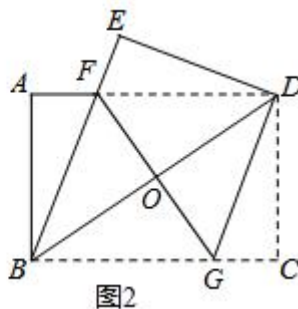
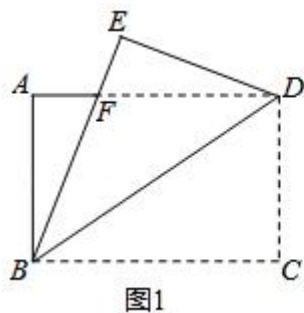
折叠，顶点 C 落到点 E 处， BE 交 AD 于点 F 。

(1) 求证： $\triangle BDF$ 是等腰三角形；

(2) 如图 2，过点 D 作 $DG \parallel BE$ ，交 BC 于点 G ，连接 FG 交 BD 于点 O 。

①判断四边形 $BFDG$ 的形状，并说明理由；

②若 $AB=6$ ， $AD=8$ ，求 FG 的长。



【考点】 LO：四边形综合题。

【分析】 (1) 根据两直线平行内错角相等及折叠特性判断；

(2) ①根据已知矩形性质及第一问证得邻边相等判断；

②根据折叠特性设未知边，构造勾股定理列方程求解。

【解答】 (1) 证明：如图 1，根据折叠， $\angle DBC = \angle DBE$ ，

又 $AD \parallel BC$ ，

$\therefore \angle DBC = \angle ADB$ ，

$\therefore \angle DBE = \angle ADB$ ，

$\therefore DF = BF$ ，

$\therefore \triangle BDF$ 是等腰三角形；

(2) ① $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$\therefore AD \parallel BC$ ，

$\therefore FD \parallel BG$ ，

又 $\because FD \parallel BG$,

$\therefore$ 四边形 BFDG 是平行四边形,

$\therefore DF = BF$,

$\therefore$ 四边形 BFDG 是菱形;

② $\because AB = 6, AD = 8$,

$\therefore BD = 10$.

$\therefore OB = \frac{1}{2}BD = 5$.

假设 $DF = BF = x$, $\therefore AF = AD - DF = 8 - x$.

$\therefore$ 在直角 $\triangle ABF$ 中, $AB^2 + AF^2 = BF^2$, 即 $6^2 + (8 - x)^2 = x^2$,

解得 $x = \frac{25}{4}$,

即 $BF = \frac{25}{4}$,

$\therefore FO = \sqrt{BF^2 - OB^2} = \sqrt{\left(\frac{25}{4}\right)^2 - 5^2} = \frac{15}{4}$,

$\therefore FG = 2FO = \frac{15}{2}$.

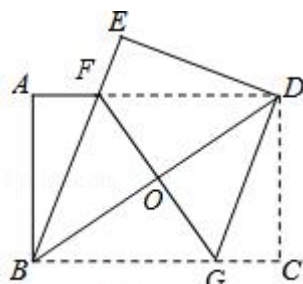


图2

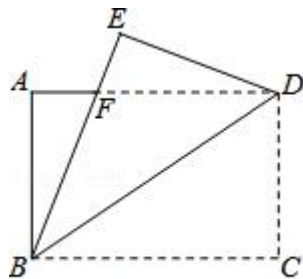


图1

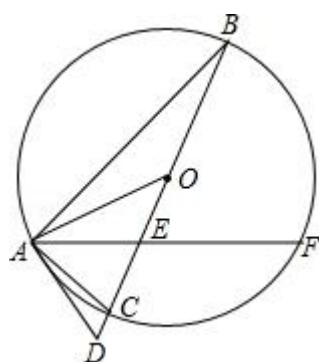
【点评】 此题考查了四边形综合题, 结合矩形的性质、菱形的判定和性质、勾股

定理解答，考查了翻折不变性，综合性较强，是一道好题.

27. (10 分) (2017•兰州) 如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, BC 是 $\odot O$ 的直径, 弦 AF 交 BC 于点 E , 延长 BC 到点 D , 连接 OA , AD , 使得 $\angle FAC = \angle AOD$, $\angle D = \angle BAF$.

(1) 求证: AD 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $\odot O$ 的半径为 5, $CE=2$, 求 EF 的长.



【考点】 ME: 切线的判定与性质; S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】 (1) 由 BC 是 $\odot O$ 的直径, 得到 $\angle BAF + \angle FAC = 90^\circ$, 等量代换得到 $\angle D + \angle AOD = 90^\circ$, 于是得到结论;

(2) 连接 BF , 根据相似三角形的判定和性质即可得到结论.

【解答】 解: (1) $\because BC$ 是 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore \angle BAF + \angle FAC = 90^\circ,$$

$$\because \angle D = \angle BAF, \angle AOD = \angle FAC,$$

$$\therefore \angle D + \angle AOD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle OAD = 90^\circ,$$

$\therefore AD$ 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 连接 BF ,

$$\therefore \angle FAC = \angle AOD,$$

$$\therefore \triangle ACE \sim \triangle DCA,$$

$$\therefore \frac{AC}{OC} = \frac{AE}{OA} = \frac{CE}{AC},$$

$$\therefore \frac{AC}{5} = \frac{AE}{5} = \frac{2}{AC},$$

$$\therefore AC = AE = \sqrt{10},$$

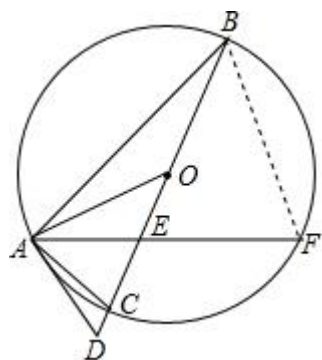
$$\therefore \angle CAE = \angle CBF,$$

$$\therefore \triangle ACE \sim \triangle BFE,$$

$$\therefore \frac{AE}{CE} = \frac{BE}{EF},$$

$$\therefore \frac{\sqrt{10}}{2} = \frac{8}{EF},$$

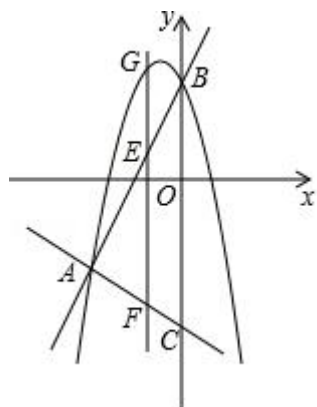
$$\therefore EF = \frac{8\sqrt{10}}{5}.$$



【点评】 本题考查了切线的判定和性质，相似三角形的判定和性质，正确的作出辅助线是解题的关键.

28. (12 分) (2017•兰州) 如图，抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 与直线 AB 交于 A (-4, -4), B (0, 4) 两点，直线 AC: $y = -\frac{1}{2}x - 6$ 交 y 轴于点 C. 点 E 是直线 AB 上的动点，过点 E 作 $EF \perp x$ 轴交 AC 于点 F，交抛物线于点 G.

- (1) 求抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 的表达式；
- (2) 连接 GB, EO, 当四边形 GEOB 是平行四边形时, 求点 G 的坐标；
- (3) ①在 y 轴上存在一点 H, 连接 EH, HF, 当点 E 运动到什么位置时, 以 A, E, F, H 为顶点的四边形是矩形? 求出此时点 E, H 的坐标；
- ②在①的前提下, 以点 E 为圆心, EH 长为半径作圆, 点 M 为 $\odot E$ 上一动点, 求 $\frac{1}{2}AM + CM$ 它的最小值.



【考点】HF: 二次函数综合题.

【分析】(1) 利用待定系数法求出抛物线解析式；

(2) 先利用待定系数法求出直线 AB 的解析式, 进而利用平行四边形的对边相等建立方程求解即可；

(3) ①先判断出要以点 A, E, F, H 为顶点的四边形是矩形, 只有 EF 为对角线, 利用中点坐标公式建立方程即可；

②先取 EG 的中点 P 进而判断出 $\triangle PEM \sim \triangle MEA$ 即可得出 $PM = \frac{1}{2}AM$, 连接 CP 交圆 E 于 M, 再求出点 P 的坐标即可得出结论.

【解答】解: (1) $\because$ 点 A (-4, -4), B (0, 4) 在抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 上,

$$\therefore \begin{cases} -16 - 4b + c = -4 \\ c = 4 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} b = -2 \\ c = 4 \end{cases},$$

∴ 抛物线的解析式为 $y = -x^2 - 2x + 4$;

(2) 设直线 AB 的解析式为 $y = kx + n$ 过点 A, B,

$$\therefore \begin{cases} n = 4 \\ -4k + n = -4 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} k = 2 \\ n = 4 \end{cases}$$

∴ 直线 AB 的解析式为 $y = 2x + 4$,

设 E (m, 2m+4),

∴ G (m, $-m^2 - 2m + 4$),

∴ 四边形 GEOB 是平行四边形,

∴ EG = OB = 4,

∴ $-m^2 - 2m + 4 - 2m - 4 = 4$,

∴ $m = -2$,

∴ G (-2, 4);

(3) ①如图 1,

由 (2) 知, 直线 AB 的解析式为 $y = 2x + 4$,

∴ 设 E (a, 2a+4),

∴ 直线 AC: $y = -\frac{1}{2}x - 6$,

∴ F (a, $-\frac{1}{2}a - 6$),

设 H (0, p),

∴ 以点 A, E, F, H 为顶点的四边形是矩形,

∴直线 AB 的解析式为 $y=2x+4$, 直线 AC: $y=-\frac{1}{2}x-6$,

∴ $AB \perp AC$,

∴ EF 为对角线,

$$\therefore \frac{1}{2}(-4+0) = \frac{1}{2}(a+a), \quad \frac{1}{2}(-4+p) = \frac{1}{2}(2a+4 - \frac{1}{2}a - 6),$$

$$\therefore a = -2, \quad p = -1,$$

$$\therefore E(-2, 0), \quad H(0, -1);$$

②如图 2,

由①知, $E(-2, 0), H(0, -1), A(-4, -4)$,

$$\therefore EH = \sqrt{5}, \quad AE = 2\sqrt{5},$$

设 AE 交 $\odot E$ 于 G, 取 EG 的中点 P,

$$\therefore PE = \frac{\sqrt{5}}{2},$$

连接 PC 交 $\odot E$ 于 M, 连接 EM,

$$\therefore EM = EH = \sqrt{5},$$

$$\therefore \frac{PE}{ME} = \frac{\frac{\sqrt{5}}{2}}{\sqrt{5}} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{ME}{AE} = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{PE}{ME} = \frac{ME}{AE} = \frac{1}{2}, \quad \therefore \angle PEM = \angle MEA,$$

$$\therefore \triangle PEM \sim \triangle MEA,$$

$$\therefore \frac{PM}{AM} = \frac{ME}{AE} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore PM = \frac{1}{2}AM,$$

$$\therefore \frac{1}{2}AM + CM \text{ 的最小值} = PC,$$

设点 $P(p, 2p+4)$,

$$\therefore E(-2, 0),$$

$$\therefore PE^2 = (p+2)^2 + (2p+4)^2 = 5(p+2)^2,$$

$$\therefore PE = \frac{\sqrt{5}}{2},$$

$$\therefore 5(p+2)^2 = \frac{5}{4},$$

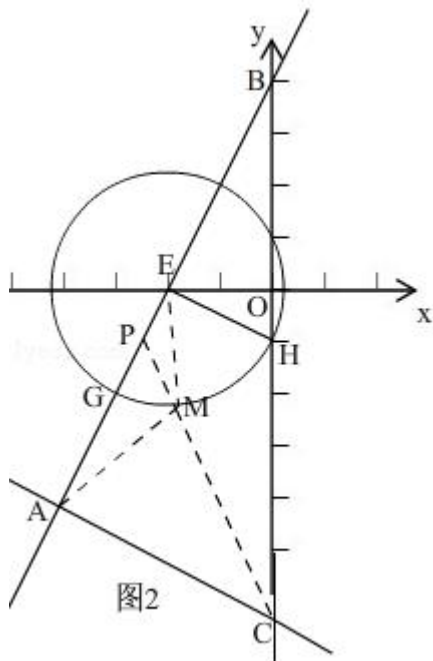
$$\therefore p = -\frac{5}{2} \text{ 或 } p = -\frac{3}{2} \text{ (由于 } E(-2, 0), \text{ 所以舍去),}$$

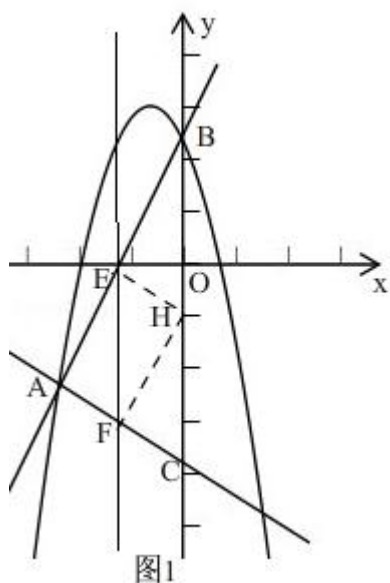
$$\therefore P(-\frac{5}{2}, -1),$$

$$\therefore C(0, -6),$$

$$\therefore PC = \sqrt{(-\frac{5}{2})^2 + (-1+6)^2} = \frac{5\sqrt{5}}{2},$$

$$\text{即: } \frac{1}{2}AM + CM = \frac{5\sqrt{5}}{2}.$$





【点评】此题是二次函数综合题，主要考查了待定系数法，平行四边形的性质，矩形的性质，相似三角形的判定和性质，中点坐标公式，极值的确定，解（1）的关键是掌握待定系数法，解（2）的关键是利用平行四边形的对边相等建立方程求解，解（3）①的关键是利用中点坐标公式建立方程求解，解（3）②的关键是构造相似三角形，是一道中等难度的题目．