

2016 年甘肃省天水市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分）

1. 四个数 -3 , 0 , 1 , π 中的负数是 ()

- A. -3 B. 0 C. 1 D. π

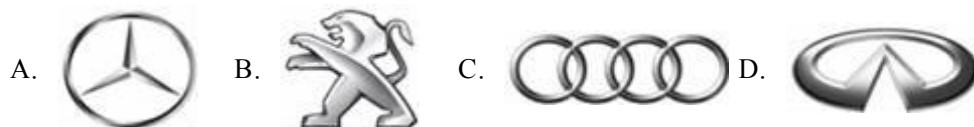
2. 下列四个几何体中，左视图为圆的是 ()



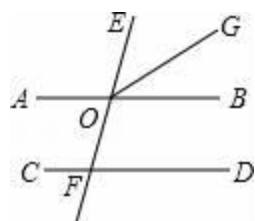
3. 下列事件中，必然事件是 ()

- A. 抛掷 1 个均匀的骰子，出现 6 点向上
B. 两直线被第三条直线所截，同位角相等
C. 366 人中至少有 2 人的生日相同
D. 实数的绝对值是非负数

4. 下列汽车标志中既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



5. 如图，直线 $AB \parallel CD$ ， OG 是 $\angle EOB$ 的平分线， $\angle EFD = 70^\circ$ ，则 $\angle BOG$ 的度数是 ()



- A. 70° B. 20° C. 35° D. 40°

6. 反比例函数 $y = -\frac{1}{x}$ 的图象上有两点 $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$ ，若 $x_1 < 0 < x_2$ ，则下列结论正确的是 ()

- A. $y_1 < y_2 < 0$ B. $y_1 < 0 < y_2$ C. $y_1 > y_2 > 0$ D. $y_1 > 0 > y_2$

7. 已知分式 $\frac{(x-1)(x+2)}{x^2-1}$ 的值为 0，那么 x 的值是 ()

- A. -1 B. -2 C. 1 D. 1 或 -2

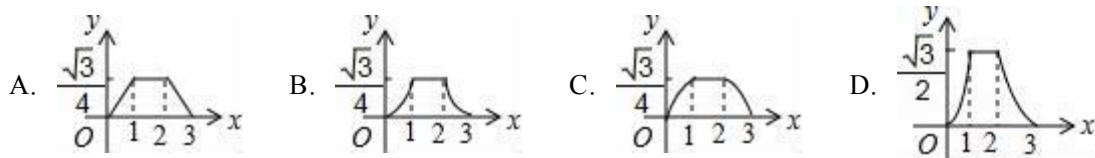
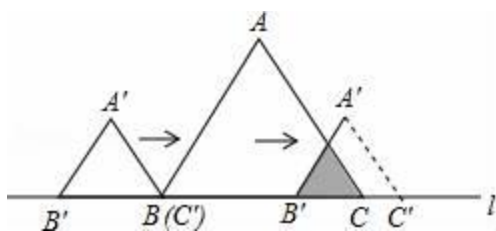
8. 1.58×10^6 米的百万分之一大约是 ()

- A. 初中学生小丽的身高 B. 教室黑板的长度
C. 教室中课桌的宽度 D. 三层楼房的高度

9. 有一根 40cm 的金属棒，欲将其截成 x 根 7cm 的小段和 y 根 9cm 的小段，剩余部分作废料处理，若使废料最少，则正整数 x, y 应分别为 ()

- A. $x=1, y=3$ B. $x=4, y=1$ C. $x=3, y=2$ D. $x=2, y=3$

10. 如图，边长为 2 的等边 $\triangle ABC$ 和边长为 1 的等边 $\triangle A'B'C'$ ，它们的边 $B'C', BC$ 位于同一条直线 l 上，开始时，点 C' 与 B 重合， $\triangle ABC$ 固定不动，然后把 $\triangle A'B'C'$ 自左向右沿直线 l 平移，移出 $\triangle ABC$ 外（点 B' 与 C 重合）停止，设 $\triangle A'B'C'$ 平移的距离为 x ，两个三角形重合部分的面积为 y ，则 y 关于 x 的函数图象是 ()



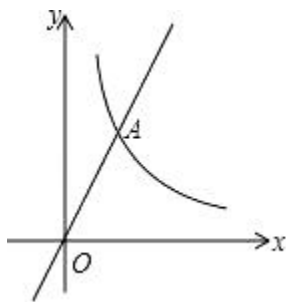
二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 4 分，共 32 分）

11. 函数 $y = \frac{x}{\sqrt{x+1}}$ 中，自变量 x 的取值范围是_____.

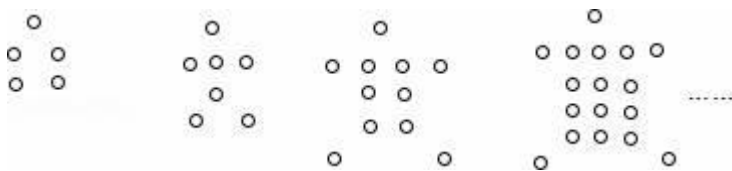
12. 若点 $P(a, 4-a)$ 是第一象限的点，则 a 的取值范围是_____.

13. 规定一种运算“ $*$ ”， $a*b = \frac{1}{3}a - \frac{1}{4}b$ ，则方程 $x*2 = 1*x$ 的解为_____.

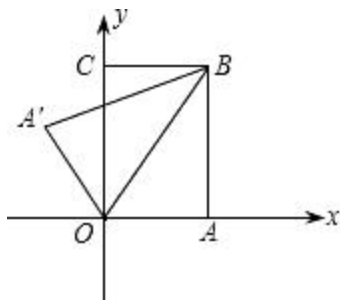
14. 如图，直线 $y_1 = kx$ ($k \neq 0$) 与双曲线 $y_2 = \frac{2}{x}$ ($x > 0$) 交于点 $A(1, a)$ ，则 $y_1 > y_2$ 的解集为_____.



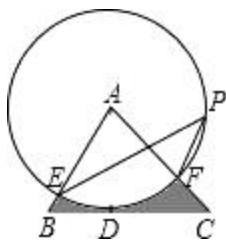
15. 将一些相同的“○”按如图所示的规律依次摆放，观察每个“龟图”中的“○”的个数，若第 n 个“龟图”中有 245 个“○”，则 $n =$ _____.



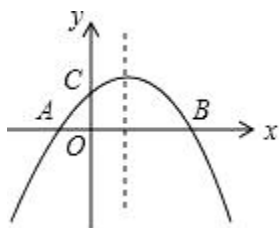
16. 如图, 把矩形纸片 $OABC$ 放入平面直角坐标系中, 使 OA 、 OC 分别落在 x 轴、 y 轴上, 连接 OB , 将纸片 $OABC$ 沿 OB 折叠, 使点 A 落在点 A' 的位置, 若 $OB = \sqrt{5}$, $\tan \angle BOC = \frac{1}{2}$, 则点 A' 的坐标为_____.



17. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $BC=6$, 以点 A 为圆心, 2 为半径的 $\odot A$ 与 BC 相切于点 D , 交 AB 于点 E , 交 AC 于点 F , 点 P 是优弧 $\widehat{EF}$ 上的一点, 且 $\angle EPF = 50^\circ$, 则图中阴影部分的面积是_____.



18. 如图, 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象与 x 轴交于 A 、 B 两点, 与 y 轴交于点 C , 且 $OA = OC$, 则下列结论: ① $abc < 0$; ② $\frac{b^2 - 4ac}{4a} > 0$; ③ $ac - b + 1 = 0$; ④ $OA \cdot OB = -\frac{c}{a}$. 其中正确结论的序号是_____.

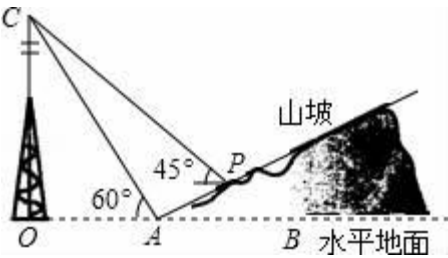


三、解答题 (本大题共 8 小题, 共 28 分)

19. (1) 计算: $\sqrt{(-3)^2} - (\pi - 1)^0 + \tan 60^\circ + |\sqrt{3} - 2|$;

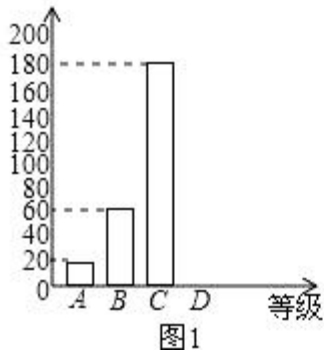
- (2) 解不等式组 $\begin{cases} 2(x-1) \leq 3x+1 & \text{①} \\ \frac{1}{2}x \leq 8 - \frac{3}{2}x & \text{②} \end{cases}$, 并把解集在数轴上表示出来.

20. 如图所示，某人在山坡坡脚 A 处测得电视塔尖点 C 的仰角为 60° ，沿山坡向上走到 P 处再测得 C 的仰角为 45° ，已知 $OA=200$ 米，山坡坡度为 $\frac{1}{3}$ （即 $\tan \angle PAB = \frac{1}{3}$ ），且 O，A，B 在同一条直线上，求电视塔 OC 的高度以及此人所在的位置点 P 的垂直高度。（侧倾器的高度忽略不计，结果保留根号）

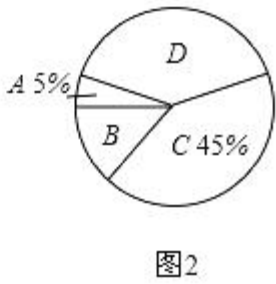


21. 近年来，我国持续的大面积的雾霾天气让环境和健康问题成为焦点，为了调查学生对雾霾天气知识的了解程度，某校在学生中做了一次抽样调查，调查结果共分为四个等级：A. 非常了解；B. 比较了解；C. 基本了解；D. 不了解。根据调查统计结果，绘制了如图所示的不完整的三种统计图表。

对雾霾天气了解程度的条形统计图



对雾霾天气了解程度的扇形统计图



对雾霾所了解程度的统计表：

对雾霾的了解程度	百分比
A. 非常了解	5%
A. 比较了解	15%
C. 基本了解	45%
D. 不了解	n

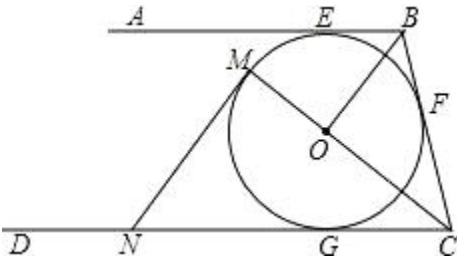
请结合统计图表，回答下列问题：

- 本次参与调查的学生共有_____人， $n=$ _____；
- 扇形统计图中 D 部分扇形所对应的圆心角是_____度；
- 请补全条形统计图；
- 根据调查结果，学校准备开展关于雾霾的知识竞赛，某班要从“非常了解”程度的小明和小刚中选一人参加，现设计了如下游戏来确定，具体规则是：把四个完全相同的乒乓球标上数字 1，2，3，4，然后放到一个不透明的袋中，一个人先从袋中随机摸出一个球，另一人再从剩下的三个球中随机摸出一个球。若摸出的两个球上的数字和为奇数，则小明去，否则小刚去。请用树状图或列表法说明这个游戏规则是否公平。

22. 先化简，再求值： $\frac{x^3 - 4x}{x^2 + 4x + 4} \div (1 - \frac{2}{x})$ ，其中 $x = 2\sin 60^\circ - 1$.

23. 如图，AB、BC、CD 分别与⊙O 切于 E、F、G，且 AB//CD. 连接 OB、OC，延长 CO 交⊙O 于点 M，过点 M 作 MN//OB 交 CD 于 N.

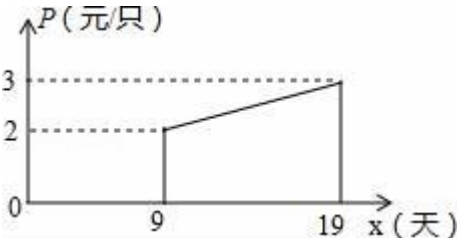
- (1) 求证：MN 是⊙O 的切线；
 (2) 当 OB=6cm，OC=8cm 时，求⊙O 的半径及 MN 的长.



24. 天水市某企业接到一批粽子生产任务，按要求在 19 天内完成，约定这批粽子的出厂价为每只 4 元，为按时完成任务，该企业招收了新工人，设新工人李红第 x 天生产的粽子数量为 y 只，y 与 x 满足如下关系：

$$y = \begin{cases} 32x & (0 \leq x \leq 5) \\ 20x + 60 & (5 < x \leq 19) \end{cases}$$

- (1) 李红第几天生产的粽子数量为 260 只？
 (2) 如图，设第 x 天生产的每只粽子的成本是 p 元，p 与 x 之间的关系可用图中的函数图象来刻画，若李红第 x 天创造的利润为 w 元，求 w 与 x 之间的函数表达式，并求出第几天的利润最大？最大利润是多少元？（利润=出厂价 - 成本）

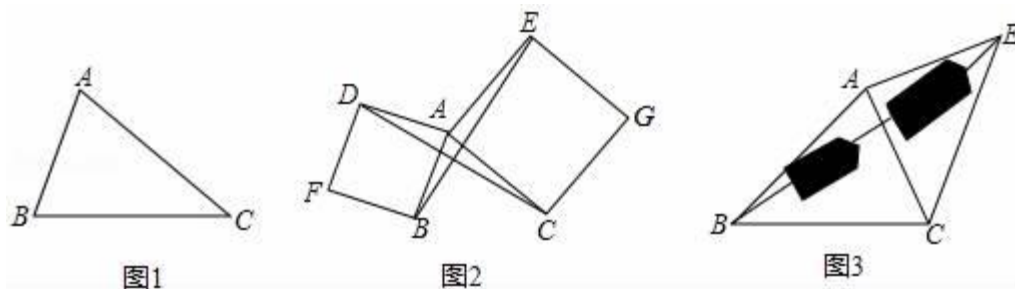


25. (1) 如图 1, 已知 $\triangle ABC$, 以 AB 、 AC 为边分别向 $\triangle ABC$ 外作等边 $\triangle ABD$ 和等边 $\triangle ACE$, 连结 BE 、 CD , 请你完成图形 (尺规作图, 不写作法, 保留作图痕迹), 并证明: $BE=CD$;

(2) 如图 2, 已知 $\triangle ABC$, 以 AB 、 AC 为边分别向外作正方形 $ABFD$ 和正方形 $ACGE$, 连结 BE 、 CD , 猜想 BE 与 CD 有什么数量关系? 并说明理由;

(3) 运用 (1), (2) 解答中所积累的经验和知识, 完成下题:

如图 (3), 要测量池塘两岸相对的两点 B 、 E 的距离, 已经测得 $\angle ABC=45^\circ$, $\angle CAE=90^\circ$, $AB=BC=100$ 米, $AC=AE$, 求 BE 的长 (结果保留根号) .

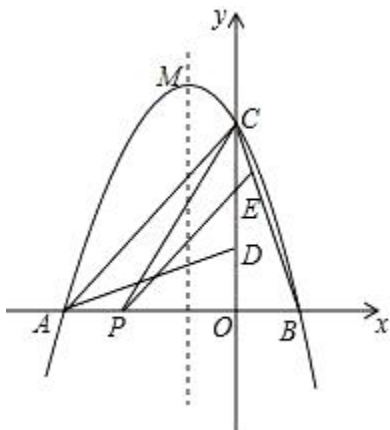


26. 如图, 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象交 x 轴于 A 、 B 两点, 交 y 轴于点 C , 且 $B(1, 0)$, $C(0, 3)$, 将 $\triangle BOC$ 绕点 O 按逆时针方向旋转 90° , C 点恰好与 A 重合.

(1) 求该二次函数的解析式;

(2) 若点 P 为线段 AB 上的任一动点, 过点 P 作 $PE \parallel AC$, 交 BC 于点 E , 连结 CP , 求 $\triangle PCE$ 面积 S 的最大值;

(3) 设抛物线的顶点为 M , Q 为它的图象上的任一动点, 若 $\triangle OMQ$ 为以 OM 为底的等腰三角形, 求 Q 点的坐标.



2016 年甘肃省天水市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分）

1. 四个数 -3 ， 0 ， 1 ， π 中的负数是（ ）

A. -3 B. 0 C. 1 D. π

【考点】正数和负数.

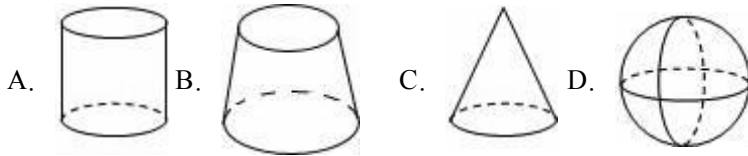
【分析】根据负数的意义求解.

【解答】解：四个数 -3 ， 0 ， 1 ， π 中的负数是 -3 .

故选 A.

【点评】本题考查了正数与负数：在正数前面加负号“ $-$ ”，叫做负数，一个数前面的“ $+$ ”“ $-$ ”号叫做它的符号. 0 既不是正数也不是负数.

2. 下列四个几何体中，左视图为圆的是（ ）



【考点】简单几何体的三视图.

【分析】四个几何体的左视图：圆柱是矩形，圆锥是等腰三角形，球是圆，圆台是等腰梯形，由此可确定答案.

【解答】解：因为圆柱是矩形，圆锥是等腰三角形，球是圆，圆台是等腰梯形，

故选 D

【点评】主要考查立体图形的左视图，关键是几何体的左视图.

3. 下列事件中，必然事件是（ ）

- A. 抛掷 1 个均匀的骰子，出现 6 点向上
- B. 两直线被第三条直线所截，同位角相等
- C. 366 人中至少有 2 人的生日相同
- D. 实数的绝对值是非负数

【考点】随机事件.

【分析】根据概率、平行线的性质、负数的性质进行填空即可.

【解答】解: A、抛掷 1 个均匀的骰子, 出现 6 点向上的概率为 $\frac{1}{6}$, 故 A 错误;

B、两条平行线被第三条直线所截, 同位角相等, 故 B 错误;

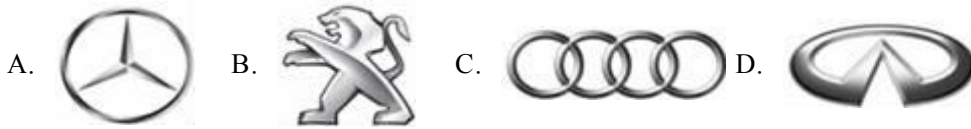
C、367 人中至少有 2 人的生日相同, 故 C 错误;

D、实数的绝对值是非负数, 故 D 正确;

故选 D.

【点评】本题考查了必然事件、不可能事件、随机事件的概念. 理解概念是解决这类基础题的主要方法.

4. 下列汽车标志中既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



【考点】中心对称图形; 轴对称图形.

【分析】逐一分析四个选项中的图形, 可那个图形既是轴对称图形又是中心对称图形, 由此即可得出结论.

【解答】解: A、是轴对称图形不是中心对称图形;

B、既不是轴对称图形又不是中心对称图形;

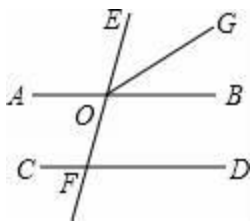
C、既是轴对称图形又是中心对称图形;

D、是轴对称图形不是中心对称图形.

故选 C.

【点评】本题考查了中心对称图形以及轴对称图形, 解题的关键是牢记中心对称图形及轴对称图形的特点. 本题属于基础题, 难度不大, 解决该题型题目时, 对折 (或旋转) 图形验证其是否为轴对称 (或中心对称) 图形是关键.

5. 如图, 直线 $AB \parallel CD$, OG 是 $\angle EOB$ 的平分线, $\angle EFD = 70^\circ$, 则 $\angle BOG$ 的度数是 ()



A. 70° B. 20° C. 35° D. 40°

【考点】平行线的性质.

【分析】先由平行线的性质得出 $\angle BOE = \angle EFD = 70^\circ$ ，再根据角平分线的定义求出 $\angle BOG$ 的度数即可.

【解答】解： $\because AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle BOE = \angle EFD = 70^\circ,$$

$\because FG$ 平分 $\angle EFD$ 交 AB 于点 G ,

$$\therefore \angle BOG = \frac{1}{2} \angle BOE = 35^\circ;$$

故选 C.

【点评】本题考查的是平行线的性质、角平分线定义，用到的知识点为：两直线平行，同位角相等.

6. 反比例函数 $y = -\frac{1}{x}$ 的图象上有两点 $P_1(x_1, y_1)$ ， $P_2(x_2, y_2)$ ，若 $x_1 < 0 < x_2$ ，则下列结论正确的是 ()

A. $y_1 < y_2 < 0$ B. $y_1 < 0 < y_2$ C. $y_1 > y_2 > 0$ D. $y_1 > 0 > y_2$

【考点】反比例函数图象上点的坐标特征.

【分析】由反比例函数的解析式可知 $xy = -1$ ，故 x 与 y 异号，于是可判断出 y_1 、 y_2 的正负，从而得到问题的答案.

【解答】解： $\because y = -\frac{1}{x}$,

$$\therefore xy = -1.$$

$\therefore x$ 、 y 异号.

$$\because x_1 < 0 < x_2,$$

$$\therefore y_1 > 0 > y_2.$$

故选：D.

【点评】本题主要考查是反比例函数图象上点的坐标特点，确定出 y_1 、 y_2 的正负时解题的关键.

7. 已知分式 $\frac{(x-1)(x+2)}{x^2-1}$ 的值为 0，那么 x 的值是 ()

A. -1 B. -2 C. 1 D. 1 或 -2

【考点】分式的值为零的条件.

【分析】直接利用分式的值为零，则分子为零，且分母不为零，进而得出答案.

【解答】解： $\because$ 分式 $\frac{(x-1)(x+2)}{x^2-1}$ 的值为 0,

$$\therefore (x-1)(x+2)=0 \text{ 且 } x^2-1 \neq 0,$$

解得: $x=-2$.

故选: B.

【点评】此题主要考查了分式的值为零的条件, 正确把握分母不为零是解题关键.

8. 1.58×10^6 米的百万分之一大约是 ()

A. 初中学生小丽的身高 B. 教室黑板的长度

C. 教室中课桌的宽度 D. 三层楼房的高度

【考点】数学常识.

【分析】这个高度的百万分之一, 即除以 10^6 , 由此即可解决问题.

【解答】解: 1.58×10^6 米的百万分之一 $= 1.58 \times 10^6 \div 10^6 = 1.58$ 米.

相当于初中生的身高.

故选 A.

【点评】本题属于基础题, 考查了基本的计算能力和估算的能力, 解答时可联系生活实际去解.

9. 有一根 40cm 的金属棒, 欲将其截成 x 根 7cm 的小段和 y 根 9cm 的小段, 剩余部分作废料处理, 若使废料最少, 则正整数 x, y 应分别为 ()

A. $x=1, y=3$ B. $x=4, y=1$ C. $x=3, y=2$ D. $x=2, y=3$

【考点】二元一次方程的应用.

【分析】根据金属棒的长度是 40cm, 则可以得到 $7x+9y \leq 40$, 再根据 x, y 都是正整数, 即可求得所有可能的结果, 分别计算出省料的长度即可确定.

【解答】解: 根据题意得: $7x+9y \leq 40$,

$$\text{则 } x \leq \frac{40-9y}{7},$$

$\therefore 40-9y \geq 0$ 且 y 是正整数,

$\therefore y$ 的值可以是: 1 或 2 或 3 或 4.

当 $y=1$ 时, $x \leq \frac{31}{7}$, 则 $x=4$, 此时, 所剩的废料是: $40-1 \times 9-4 \times 7=3\text{cm}$;

当 $y=2$ 时, $x \leq \frac{22}{7}$, 则 $x=3$, 此时, 所剩的废料是: $40-2 \times 9-3 \times 7=1\text{cm}$;

当 $y=3$ 时, $x \leq \frac{13}{7}$, 则 $x=1$, 此时, 所剩的废料是: $40-3 \times 9-7=6\text{cm}$;

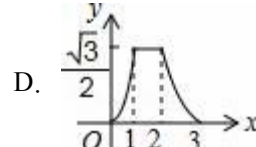
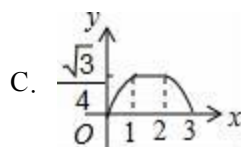
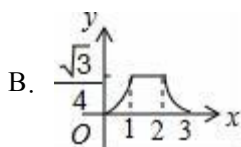
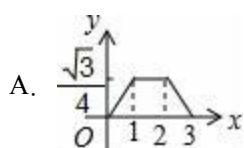
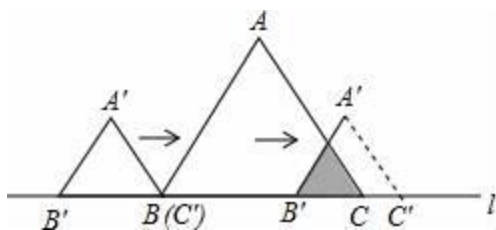
当 $y=4$ 时, $x \leq \frac{4}{7}$, 则 $x=0$ (舍去) .

则最小的是: $x=3$, $y=2$.

故选 C.

【点评】 本题考查了不等式的应用, 读懂题意, 列出算式, 正确确定出 x , y 的所有取值情况是本题的关键.

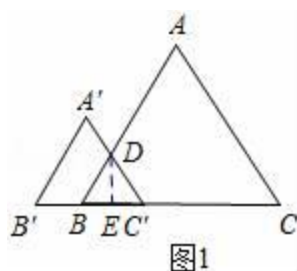
10. 如图, 边长为 2 的等边 $\triangle ABC$ 和边长为 1 的等边 $\triangle A'B'C'$, 它们的边 $B'C'$, BC 位于同一条直线 l 上, 开始时, 点 C' 与 B 重合, $\triangle ABC$ 固定不动, 然后把 $\triangle A'B'C'$ 自左向右沿直线 l 平移, 移出 $\triangle ABC$ 外 (点 B' 与 C 重合) 停止, 设 $\triangle A'B'C'$ 平移的距离为 x , 两个三角形重合部分的面积为 y , 则 y 关于 x 的函数图象是 ()



【考点】 动点问题的函数图象.

【分析】 分为 $0 < x \leq 1$ 、 $1 < x \leq 2$ 、 $2 < x \leq 3$ 三种情况画出图形, 然后依据等边三角形的性质和三角形的面积公式可求得 y 与 x 的函数关系式, 于是可求得问题的答案.

【解答】 解: 如图 1 所示: 当 $0 < x \leq 1$ 时, 过点 D 作 $DE \perp BC'$.



$\because \triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 均为等边三角形,

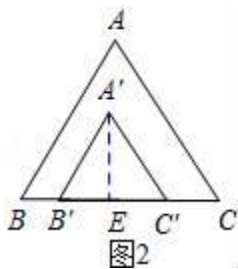
$\therefore \triangle DBC'$ 为等边三角形.

$$\therefore DE = \frac{\sqrt{3}}{2} BC' = \frac{\sqrt{3}}{2} x.$$

$$\therefore y = \frac{1}{2} BC' \cdot DE = \frac{\sqrt{3}}{4} x^2.$$

当 $x=1$ 时, $y=\frac{\sqrt{3}}{4}$, 且抛物线的开口向上.

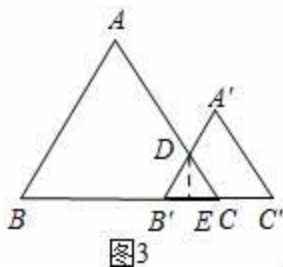
如图 2 所示: $1 < x \leq 2$ 时, 过点 A' 作 $A'E \perp B'C'$, 垂足为 E .



$$\therefore y = \frac{1}{2} B'C' \cdot A'E = \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{\sqrt{3}-\sqrt{3}}{4}.$$

$\therefore$ 函数图象是一条平行与 x 轴的线段.

如图 3 所示: $2 < x \leq 3$ 时, 过点 D 作 $DE \perp B'C$, 垂足为 E .



$$y = \frac{1}{2} B'C \cdot DE = \frac{\sqrt{3}}{4} (x-2)^2, \text{ 函数图象为抛物线的一部分, 且抛物线开口向上.}$$

故选: B.

【点评】 本题主要考查的是动点问题的函数图象, 求得函数的解析式是解题的关键.

二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 4 分, 共 32 分)

11. 函数 $y = \frac{x}{\sqrt{x+1}}$ 中, 自变量 x 的取值范围是 $x > -1$.

【考点】 函数自变量的取值范围; 分式有意义的条件; 二次根式有意义的条件.

【分析】 根据二次根式的性质和分式的意义, 被开方数大于等于 0, 分母不等于 0, 列不等式求解.

【解答】 解: 根据题意得: $x+1 > 0$, 解得 $x > -1$.

【点评】 本题考查的知识点为: 分式有意义, 分母不为 0, 二次根式的被开方数是非负数.

12. 若点 $P(a, 4-a)$ 是第一象限的点, 则 a 的取值范围是 $0 < a < 4$.

【考点】 解一元一次不等式组; 点的坐标.

【分析】 根据第一象限内点的坐标特点列出关于 a 的不等式组, 求出 a 的取值范围即可.

【解答】 解: $\because$ 点 $P(a, 4-a)$ 是第一象限的点,

$$\therefore \begin{cases} a > 0 \\ 4 - a > 0 \end{cases}, \text{ 解得 } 0 < a < 4.$$

故答案为: $0 < a < 4$.

【点评】 本题考查的是解一元一次不等式组, 熟知第一象限内点的坐标特点是解答此题的关键.

13. 规定一种运算“*”, $a*b = \frac{1}{3}a - \frac{1}{4}b$, 则方程 $x*2 = 1*x$ 的解为 $\frac{10}{7}$.

【考点】 解一元一次方程.

【专题】 新定义.

【分析】 根据新定义运算法则列出关于 x 的一元一次方程, 通过解该方程来求 x 的值.

【解答】 解: 依题意得: $\frac{1}{3}x - \frac{1}{4} \times 2 = \frac{1}{3} \times 1 - \frac{1}{4}x$,

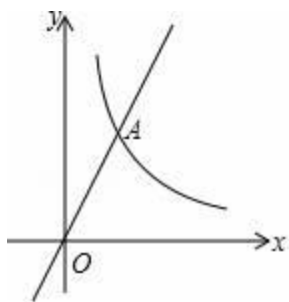
$$\frac{7}{12}x = \frac{5}{6},$$

$$x = \frac{10}{7}.$$

故答案是: $\frac{10}{7}$.

【点评】 本题立意新颖, 借助新运算, 实际考查解一元一次方程的解法; 解一元一次方程常见的过程有去括号、移项、系数化为 1 等.

14. 如图, 直线 $y_1 = kx$ ($k \neq 0$) 与双曲线 $y_2 = \frac{2}{x}$ ($x > 0$) 交于点 $A(1, a)$, 则 $y_1 > y_2$ 的解集为 $x > 1$.



【考点】 反比例函数与一次函数的交点问题.

【分析】 $y_1 > y_2$ 的解集即直线位于双曲线上时, x 的取值范围.

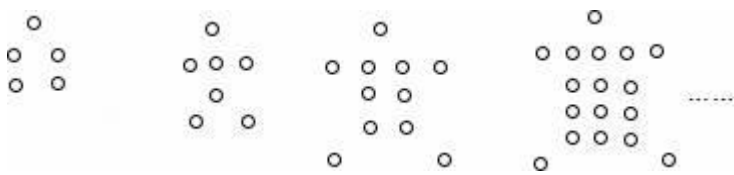
【解答】 解: $\because$ 根据图象可知当 $x > 1$ 时, 直线在双曲线的上方,

$\therefore y_1 > y_2$ 的解集为 $x > 1$.

故答案为: $x > 1$.

【点评】 本题主要考查的是反比例函数与一次函数的交点问题, 数形结合是解题的关键.

15. 将一些相同的“○”按如图所示的规律依次摆放，观察每个“龟图”中的“○”的个数，若第 n 个“龟图”中有 245 个“○”，则 $n = \underline{16}$.



【考点】规律型：图形的变化类.

【分析】由图可知：第 1 个图形中小圆的个数为 5；第 2 个图形中小圆的个数为 7；第 3 个图形中小圆的个数为 11；第 4 个图形中小圆的个数为 17；则知第 n 个图形中小圆的个数为 $n(n-1)+5$. 据此可以再求得“龟图”中有 245 个“○”是 n 的值.

【解答】解：第一个图形有：5 个○，

第二个图形有： $2 \times 1 + 5 = 7$ 个○，

第三个图形有： $3 \times 2 + 5 = 11$ 个○，

第四个图形有： $4 \times 3 + 5 = 17$ 个○，

由此可得第 n 个图形有： $[n(n-1)+5]$ 个○，

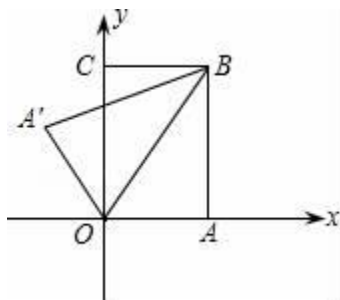
则可得方程： $[n(n-1)+5]=245$

解得： $n_1=16$, $n_2=-15$ (舍去) .

故答案为：16.

【点评】此题主要考查了图形的规律以及数字规律，通过归纳与总结结合图形得出数字之间的规律是解决问题的关键，注意公式必须符合所有的图形.

16. 如图，把矩形纸片 OABC 放入平面直角坐标系中，使 OA、OC 分别落在 x 轴、 y 轴上，连接 OB，将纸片 OABC 沿 OB 折叠，使点 A 落在点 A' 的位置，若 $OB = \sqrt{5}$, $\tan \angle BOC = \frac{1}{2}$, 则点 A' 的坐标为 $(-\frac{3}{5}, \frac{4}{5})$.



【考点】翻折变换（折叠问题）；坐标与图形性质.

【分析】如图，作辅助线；根据题意首先求出 AB、BC 的长度；借助面积公式求出 A'D、OD 的长度，即可解决问题.

【解答】解：如图，过点 A' 作 A'D ⊥ x 轴与点 D；

设 A'D = λ, OD = μ;

∵ 四边形 ABCO 为矩形,

∴ ∠OAB = ∠OCB = 90°; 四边形 ABA'D 为梯形;

设 AB = OC = γ, BC = AO = ρ;

∴ OB = √5, tan ∠BOC = 1/2,

$$\therefore \begin{cases} \gamma^2 + \rho^2 = (\sqrt{5})^2 \\ \frac{\rho}{\gamma} = \frac{1}{2} \end{cases},$$

解得: γ = 2, ρ = 1;

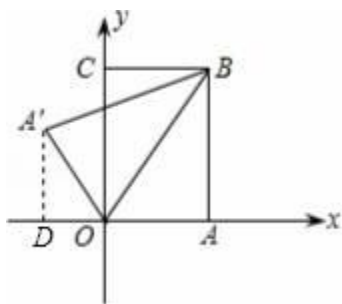
由题意得: A'O = AO = 1; △ABO ≅ △A'BO;

由勾股定理得: λ² + μ² = 1 ①,

由面积公式得: 1/2 λ μ + 2 × 1/2 × 2 × 1 = 1/2 (λ + 2) × (μ + 1) ②;

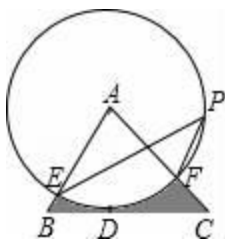
联立①②并解得: λ = 4/5, μ = 3/5.

故答案为 (- 3/5, 4/5).



【点评】该题以平面直角坐标系为载体，以翻折变换为方法构造而成；综合考查了矩形的性质、三角函数的定义、勾股定理等几何知识点；对分析问题解决问题的能力提出了较高的要求.

17. 如图，在△ABC 中，BC = 6，以点 A 为圆心，2 为半径的⊙A 与 BC 相切于点 D，交 AB 于点 E，交 AC 于点 F，点 P 是优弧 EF 上的一点，且 ∠EPF = 50°，则图中阴影部分的面积是 $6 - \frac{10}{9}\pi$.



【考点】扇形面积的计算；切线的性质.

【分析】由于 BC 切 $\odot A$ 于 D, 连接 AD 可知 $AD \perp BC$, 从而可求出 $\triangle ABC$ 的面积; 根据圆周角定理, 易求得 $\angle EAF = 2\angle EPF = 100^\circ$, 圆的半径为 2, 可求出扇形 AEF 的面积; 图中阴影部分的面积 = $\triangle ABC$ 的面积 - 扇形 AEF 的面积.

【解答】解: 连接 AD,

$\therefore BC$ 是切线, 点 D 是切点,

$\therefore AD \perp BC$,

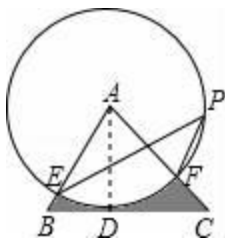
$\therefore \angle EAF = 2\angle EPF = 100^\circ$,

$$\therefore S_{\text{扇形 AEF}} = \frac{100\pi \times 2^2}{360} = \frac{10}{9}\pi,$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AD \cdot BC = \frac{1}{2} \times 2 \times 6 = 6,$$

$$\therefore S_{\text{阴影部分}} = S_{\triangle ABC} - S_{\text{扇形 AEF}} = 6 - \frac{10}{9}\pi.$$

故答案为: $6 - \frac{10}{9}\pi$.

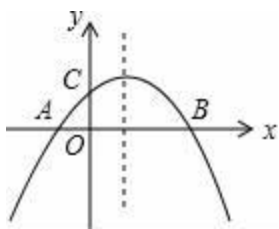


【点评】本题考查了扇形面积的计算, 同时用到了圆周角定理和切线的概念及性质等知识, 解决本题的关键是利用圆周角与圆心角的关系求出扇形的圆心角的度数, 难度一般.

18. 如图, 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象与 x 轴交于 A, B 两点, 与 y 轴交于点 C, 且 $OA = OC$,

则下列结论: ① $abc < 0$; ② $\frac{b^2 - 4ac}{4a} > 0$; ③ $ac - b + 1 = 0$; ④ $OA \cdot OB = -\frac{c}{a}$. 其中正确结论的序号是__

①③④.



【考点】二次函数图象与系数的关系.

【分析】观察函数图象，根据二次函数图象与系数的关系找出“ $a < 0$ ， $c > 0$ ， $-\frac{b}{2a} > 0$ ”，再由顶点的纵坐标在 x 轴上方得出 $\frac{4ac - b^2}{4a} > 0$. ①由 $a < 0$ ， $c > 0$ ， $-\frac{b}{2a} > 0$ 即可得知该结论成立；②由顶点纵坐标大于 0 即可得出该结论不成立；③由 $OA = OC$ ，可得出 $x_A = -c$ ，将点 $A(-c, 0)$ 代入二次函数解析式即可得出该结论成立；④结合根与系数的关系即可得出该结论成立. 综上即可得出结论.

【解答】解：观察函数图象，发现：

开口向下 $\Rightarrow a < 0$ ；与 y 轴交点在 y 轴正半轴 $\Rightarrow c > 0$ ；对称轴在 y 轴右侧 $\Rightarrow -\frac{b}{2a} > 0$ ；顶点在 x 轴上方 $\Rightarrow$

$$\frac{4ac - b^2}{4a} > 0.$$

$$\textcircled{1} \because a < 0, c > 0, -\frac{b}{2a} > 0,$$

$$\therefore b > 0,$$

$$\therefore abc < 0, \textcircled{1} \text{成立};$$

$$\textcircled{2} \because \frac{4ac - b^2}{4a} > 0,$$

$$\therefore \frac{b^2 - 4ac}{4a} < 0, \textcircled{2} \text{不成立};$$

$$\textcircled{3} \because OA = OC,$$

$$\therefore x_A = -c,$$

将点 $A(-c, 0)$ 代入 $y = ax^2 + bx + c$ 中，

得： $ac^2 - bc + c = 0$ ，即 $ac - b + 1 = 0$ ， $\textcircled{3}$ 成立；

$$\textcircled{4} \because OA = -x_A, OB = x_B, x_A \cdot x_B = \frac{c}{a},$$

$$\therefore OA \cdot OB = -\frac{c}{a}, \textcircled{4} \text{成立}.$$

综上可知： $\textcircled{1}\textcircled{3}\textcircled{4}$ 成立.

故答案为： $\textcircled{1}\textcircled{3}\textcircled{4}$.

【点评】 本题考查了二次函数图象与系数的关系以及根与系数的关系，解题的关键是观察函数图象逐条验证四条结论．本题属于基础题，难度不大，解决该题型题目时，观察函数图形，利用二次函数图象与系数的关系找出各系数的正负是关键．

三、解答题（本大题共 8 小题，共 28 分）

19. (1) 计算： $\sqrt{(-3)^2} - (\pi - 1)^0 + \tan 60^\circ + |\sqrt{3} - 2|$;

(2) 解不等式组 $\begin{cases} 2(x-1) \leq 3x+1 & \text{①} \\ \frac{1}{2}x \leq 8 - \frac{3}{2}x & \text{②} \end{cases}$ ，并把解集在数轴上表示出来．

【考点】 解一元一次不等式组；实数的运算；零指数幂；在数轴上表示不等式的解集；特殊角的三角函数值．

【分析】 (1) 分别根据数的开方法则、0 指数幂的运算法则、特殊角的三角函数值及绝对值的性质分别计算出各数，再根据实数混合运算的法则进行计算即可；

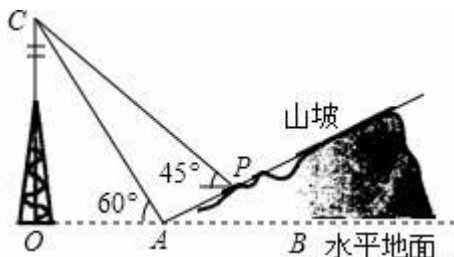
(2) 分别求出各不等式的解集，再求出其公共解集，并在数轴上表示出来即可．

【解答】 解：(1) 原式 $= 3 - 1 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3}$
 $= 2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3}$
 $= 4$;

(2) 由①得， $x \geq -3$ ，由②得 $x \leq 4$ ，
 故不等式的解集为： $-3 \leq x \leq 4$ ．

【点评】 本题考查的是解一元一次不等式组，熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键．

20. 如图所示，某人在山坡坡脚 A 处测得电视塔尖点 C 的仰角为 60° ，沿山坡向上走到 P 处再测得 C 的仰角为 45° ，已知 OA=200 米，山坡坡度为 $\frac{1}{3}$ （即 $\tan \angle PAB = \frac{1}{3}$ ），且 O，A，B 在同一条直线上，求电视塔 OC 的高度以及此人所在的位置点 P 的垂直高度．（侧倾器的高度忽略不计，结果保留根号）



【考点】 解直角三角形的应用-仰角俯角问题；解直角三角形的应用-坡度坡角问题．

【分析】在直角 $\triangle AOC$ 中，利用三角函数即可求解；在图中共有三个直角三角形，即 $\text{RT}\triangle AOC$ 、 $\text{RT}\triangle PCF$ 、 $\text{RT}\triangle PAE$ ，利用 60° 、 45° 以及坡度比，分别求出 CO 、 CF 、 PE ，然后根据三者之间的关系，列方程求解即可解决.

【解答】解：作 $PE \perp OB$ 于点 E ， $PF \perp CO$ 于点 F ，

在 $\text{Rt}\triangle AOC$ 中， $AO=200$ 米， $\angle CAO=60^\circ$ ，

$$\therefore CO=AO \cdot \tan 60^\circ = 200\sqrt{3} \text{ (米)}$$

(2) 设 $PE=x$ 米，

$$\therefore \tan \angle PAB = \frac{PE}{AE} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore AE=3x.$$

在 $\text{Rt}\triangle PCF$ 中，

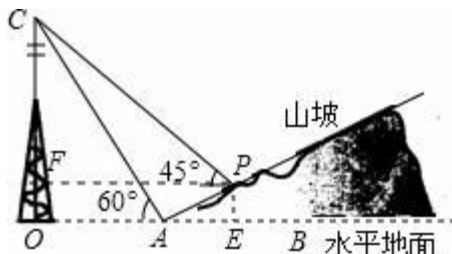
$$\angle CPF=45^\circ, CF=200\sqrt{3}-x, PF=OA+AE=200+3x,$$

$$\therefore PF=CF,$$

$$\therefore 200+3x=200\sqrt{3}-x,$$

解得 $x=50(\sqrt{3}-1)$ 米.

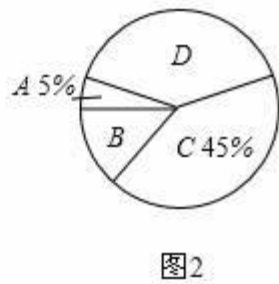
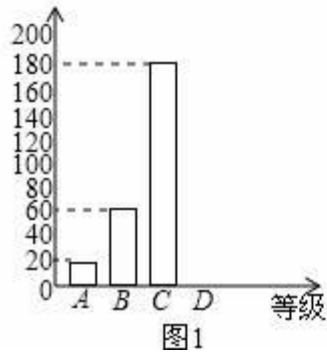
答：电视塔 OC 的高度是 $200\sqrt{3}$ 米，所在位置点 P 的铅直高度是 $50(\sqrt{3}-1)$ 米.



【点评】考查了解直角三角形的应用—仰角俯角问题以及坡度坡角问题，本题要求学生借助仰角关系构造直角三角形，并结合图形利用三角函数解直角三角形.

21. 近年来，我国持续的大面积的雾霾天气让环境和健康问题成为焦点，为了调查学生对雾霾天气知识的了解程度，某校在学生中做了一次抽样调查，调查结果共分为四个等级：A. 非常了解；B. 比较了解；C. 基本了解；D. 不了解. 根据调查统计结果，绘制了如图所示的不完整的三种统计图表.

对雾霾天气了解程度的条形统计图 对雾霾天气了解程度的扇形统计图



对雾霾所了解程度的统计表:

对雾霾的了解程度	百分比
A. 非常了解	5%
A. 比较了解	15%
C. 基本了解	45%
D. 不了解	n

请结合统计图表, 回答下列问题:

- (1) 本次参与调查的学生共有 400 人, $n =$ 35%;
- (2) 扇形统计图中 D 部分扇形所对应的圆心角是 126 度;
- (3) 请补全条形统计图;
- (4) 根据调查结果, 学校准备开展关于雾霾的知识竞赛, 某班要从“非常了解”程度的小明和小刚中选一人参加, 现设计了如下游戏来确定, 具体规则是: 把四个完全相同的乒乓球标上数字 1, 2, 3, 4, 然后放到一个不透明的袋中, 一个人先从袋中随机摸出一个球, 另一人再从剩下的三个球中随机摸出一个球. 若摸出的两个球上的数字和为奇数, 则小明去, 否则小刚去. 请用树状图或列表法说明这个游戏规则是否公平.

【考点】 游戏公平性; 统计表; 扇形统计图; 条形统计图; 列表法与树状图法.

【专题】 统计与概率.

【分析】 (1) 根据统计图可以求出这次调查的学生数和 n 的值;

(2) 根据统计图可以求得扇形统计图中 D 部分扇形所对应的圆心角的度数;

(3) 根据题意可以求得调查为 D 的人数, 从而可以将条形统计图补充完整;

(4) 根据题意可以写出树状图, 从而可以解答本题.

【解答】 解: (1) 本次调查的学生有: $20 \div 5\% = 400$ (人),

$$n = 1 - 5\% - 15\% - 45\% = 35\%,$$

故答案为: 400, 35%;

(2) 扇形统计图中 D 部分扇形所对应的圆心角是： $360^{\circ} \times 35\% = 126^{\circ}$ ，

故答案为： 126；

(3) 调查的结果为 D 等级的人数为： $400 \times 35\% = 140$ ，

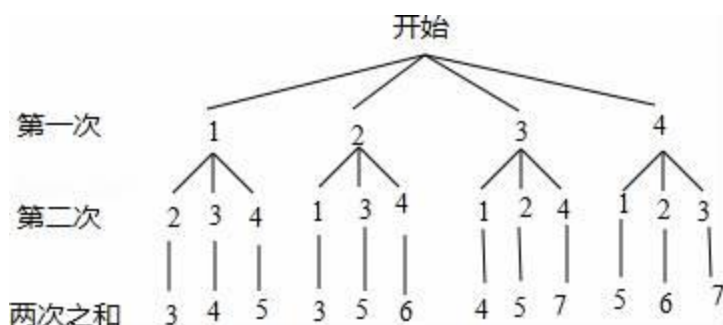
故补全的条形统计图如右图所示，

(4) 由题意可得，树状图如右图所示，

$$P(\text{奇数}) = \frac{8}{12} = \frac{2}{3},$$

$$P(\text{偶数}) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3},$$

故游戏规则不公平.



对雾霾天气了解程度的条形统计图

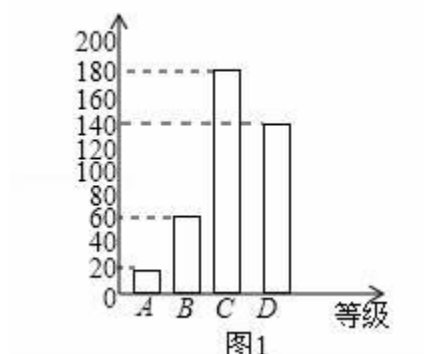


图1

【点评】 本题考查条形统计图、扇形统计图、统计表、列表法和树状图法，解题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件，利用数形结合的思想解答问题.

22. 先化简，再求值： $\frac{x^3 - 4x}{x^2 + 4x + 4} \div (1 - \frac{2}{x})$ ，其中 $x = 2\sin 60^{\circ} - 1$.

【考点】 分式的化简求值；特殊角的三角函数值.

【专题】 计算题.

【分析】 先把括号内通分和除法运算化为乘法运算，再约分得到原式 $= \frac{x^2}{x+2}$ ，接着利用特殊角的三角函数值得到 $x = \sqrt{3} - 1$ 时，然后把 x 的值代入原式 $= \frac{x^2}{x+2}$ 中计算即可.

【解答】解：原式 $=\frac{x(x+2)(x-2)}{(x+2)^2} \div \frac{x-2}{x}$

$$=\frac{x(x+2)(x-2)}{(x+2)^2} \cdot \frac{x}{x-2}$$

$$=\frac{x^2}{x+2},$$

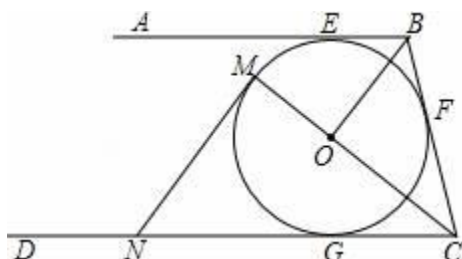
当 $x=2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 1 = \sqrt{3} - 1$ 时，原式 $=\frac{(\sqrt{3}-1)^2}{\sqrt{3}-1+2} = 3\sqrt{3} - 5$.

【点评】本题考查了分式的化简求值：先把分式化简后，再把分式中未知数对应的值代入求出分式的值．在化简的过程中要注意运算顺序和分式的化简．化简的最后结果分子、分母要进行约分，注意运算的结果要化成最简分式或整式．

23. 如图，AB、BC、CD 分别与 $\odot O$ 切于 E、F、G，且 $AB \parallel CD$ ．连接 OB、OC，延长 CO 交 $\odot O$ 于点 M，过点 M 作 $MN \parallel OB$ 交 CD 于 N．

(1) 求证：MN 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 当 $OB=6\text{cm}$ ， $OC=8\text{cm}$ 时，求 $\odot O$ 的半径及 MN 的长．



【考点】切线的判定与性质；勾股定理；相似三角形的判定与性质．

【专题】几何综合题．

【分析】 (1) 求证：MN 是 $\odot O$ 的切线，就可以证明 $\angle NMC=90^\circ$

(2) 连接 OF，则 $OF \perp BC$ ，根据勾股定理就可以求出 BC 的长，然后根据 $\triangle BOC$ 的面积就可以求出 $\odot O$ 的半径，根据 $\triangle NMC \sim \triangle BOC$ 就可以求出 MN 的长．

【解答】 (1) 证明： $\because AB$ 、 BC 、 CD 分别与 $\odot O$ 切于点 E、F、G

$$\therefore \angle OBC = \frac{1}{2} \angle ABC, \quad \angle DCB = 2 \angle DCM \quad (1 \text{ 分})$$

$$\because AB \parallel CD$$

$$\therefore \angle ABC + \angle DCB = 180^\circ$$

$$\therefore \angle OBC + \angle OCB = \frac{1}{2} (\angle ABC + \angle DCB) = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ$$

$$\therefore \angle BOC = 180^\circ - (\angle OBC + \angle OCB) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ \quad (2 \text{ 分})$$

$$\therefore MN \parallel OB$$

$$\therefore \angle NMC = \angle BOC = 90^\circ$$

即 $MN \perp MC$ 且 MO 是 $\odot O$ 的半径

$\therefore MN$ 是 $\odot O$ 的切线 (4 分)

(2) 解: 连接 OF , 则 $OF \perp BC$ (5 分)

由 (1) 知, $\triangle BOC$ 是直角三角形,

$$\therefore BC = \sqrt{OB^2 + OC^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10,$$

$$\therefore S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} \cdot OB \cdot OC = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot OF$$

$$\therefore 6 \times 8 = 10 \times OF$$

$$\therefore OF = 4.8 \text{ cm}$$

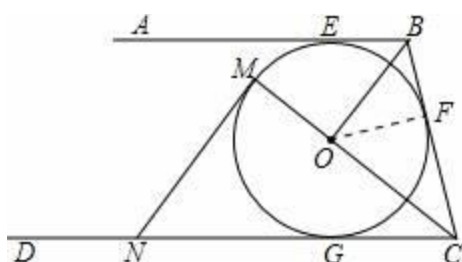
$\therefore \odot O$ 的半径为 4.8 cm (6 分)

由 (1) 知, $\angle NCM = \angle BCO$, $\angle NMC = \angle BOC = 90^\circ$

$\therefore \triangle NMC \sim \triangle BOC$ (7 分)

$$\therefore \frac{MN}{OB} = \frac{CM}{CO}, \text{ 即 } \frac{MN}{6} = \frac{8 + 4.8}{8},$$

$$\therefore MN = 9.6 \text{ (cm)}. \quad (8 \text{ 分})$$

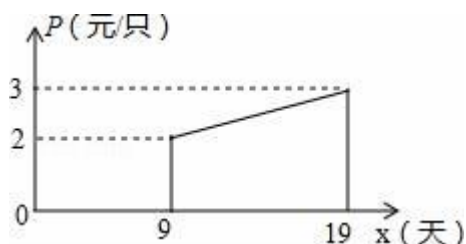


【点评】 本题考查了切线的判定. 要证某线是圆的切线, 已知此线过圆上某点, 连接圆心与这点 (即为半径), 再证垂直即可.

24. 天水市某企业接到一批粽子生产任务, 按要求在 19 天内完成, 约定这批粽子的出厂价为每只 4 元, 为按时完成任务, 该企业招收了新工人, 设新工人李红第 x 天生产的粽子数量为 y 只, y 与 x 满足如下关系: $y = \begin{cases} 32x & (0 \leq x \leq 5) \\ 20x + 60 & (5 < x \leq 19) \end{cases}$

(1) 李红第几天生产的粽子数量为 260 只?

(2) 如图, 设第 x 天生产的每只粽子的成本是 p 元, p 与 x 之间的关系可用图中的函数图象来刻画, 若李红第 x 天创造的利润为 w 元, 求 w 与 x 之间的函数表达式, 并求出第几天的利润最大? 最大利润是多少元? (利润=出厂价-成本)



【考点】 二次函数的应用.

【专题】 应用题.

【分析】 (1) 令函数 $y=20x+60$ 的函数值为 260, 然后求对应的自变量的值即可;

(2) 先利用函数图象得到 P 与 x 的关系: $0 \leq x \leq 9$ 时, $p=2$; , 当 $9 < x \leq 19$ 时, 解析式为 $y=\frac{1}{10}x+\frac{11}{10}$, 然后分类讨论: 当 $0 \leq x \leq 5$ 时, $w=(4-2) \cdot 32x$; 当 $5 < x \leq 9$ 时, $w=(4-2) \cdot (20x+60)$; 当 $9 < x \leq 19$ 时, $w=[4-(\frac{1}{10}x+\frac{11}{10})] \cdot (20x+60)$, 再利用一次函数和二次函数的性质求出三种情况下的 w 的最大值, 于是比较大小即可得到利润的最大值.

【解答】 解: (1) 设李红第 x 天生产的粽子数量为 260 只, 根据题意得 $20x+60=260$, 解得 $x=10$,

答: 李红第 10 天生产的粽子数量为 260 只;

(2) 根据图象得当 $0 \leq x \leq 9$ 时, $p=2$;

当 $9 < x \leq 19$ 时, 设解析式为 $y=kx+b$,

$$\text{把 } (9, 2), (19, 3) \text{ 代入得 } \begin{cases} 9k+b=2 \\ 19k+b=3 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k=\frac{1}{10} \\ b=\frac{11}{10} \end{cases},$$

$$\text{所以 } p=\frac{1}{10}x+\frac{11}{10},$$

①当 $0 \leq x \leq 5$ 时, $w=(4-2) \cdot 32x=64x$, $x=5$ 时, 此时 w 的最大值为 320 (元);

②当 $5 < x \leq 9$ 时, $w=(4-2) \cdot (20x+60)=40x+120$, $x=9$ 时, 此时 w 的最大值为 480 (元);

③当 $9 < x \leq 19$ 时, $w=[4-(\frac{1}{10}x+\frac{11}{10})] \cdot (20x+60)=-2x^2+52x+174=-2(x-13)^2+786$, $x=13$ 时, 此时 w 的最大值为 786 (元);

综上所述, 第 13 天的利润最大, 最大利润是 786 元.

【点评】 本题考查了二次函数的应用：解此类题的关键是通过题意，确定出二次函数的解析式，然后确定其最大值，实际问题中自变量 x 的取值要使实际问题有意义，因此在求二次函数的最值时，一定要注意自变量 x 的取值范围。

25. (1) 如图 1，已知 $\triangle ABC$ ，以 AB 、 AC 为边分别向 $\triangle ABC$ 外作等边 $\triangle ABD$ 和等边 $\triangle ACE$ ，连结 BE 、 CD ，请你完成图形（尺规作图，不写作法，保留作图痕迹），并证明： $BE=CD$ ；

(2) 如图 2，已知 $\triangle ABC$ ，以 AB 、 AC 为边分别向外作正方形 $ABFD$ 和正方形 $ACGE$ ，连结 BE 、 CD ，猜想 BE 与 CD 有什么数量关系？并说明理由；

(3) 运用 (1)，(2) 解答中所积累的经验 and 知识，完成下题：

如图 (3)，要测量池塘两岸相对的两点 B 、 E 的距离，已经测得 $\angle ABC=45^\circ$ ， $\angle CAE=90^\circ$ ， $AB=BC=100$ 米， $AC=AE$ ，求 BE 的长（结果保留根号）。

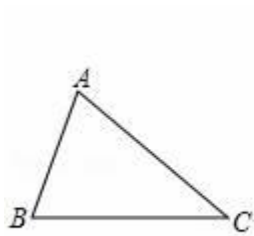


图1

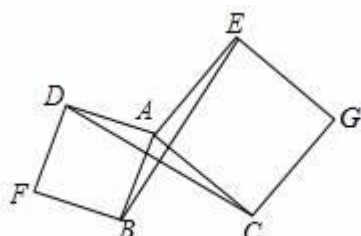


图2

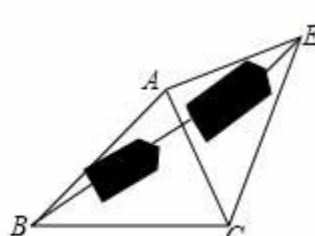


图3

【考点】 四边形综合题.

【分析】 (1) 作图：分别以点 A 、 B 为圆心，以 AB 为半径画弧，交于点 D ，连接 AD 、 BD ；再分别以 A 、 C 为圆心，以 AC 为半径画弧，交于 E ，连接 AE 、 CE ，则 $\triangle ABD$ 、 $\triangle ACE$ 就是所求作的等边三角形；利用等边三角形的性质证明 $\triangle DAC \cong \triangle BAE$ 可以得出结论；

(2) 相等，利用正方形性质证明 $\triangle DAC \cong \triangle BAE$ ，则 $BE=CD$ ；

(3) 构建等腰直角 $\triangle ABD$ ，得 $BE=CD$ ，利用勾股定理求 CD 的长，即是 BE 的长.

【解答】 证明：(1) 如图 1， $\because \triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 都是等边三角形，

$$\therefore AD=AB, AC=AE, \angle DAB=\angle EAC=60^\circ,$$

$$\therefore \angle DAC=\angle BAE,$$

$$\therefore \triangle DAC \cong \triangle BAE,$$

$$\therefore BE=CD;$$

(2) 如图 2， $BE=CD$ ，

$\because$ 正方形 $ABFD$ 和正方形 $ACGE$ ，

$$\therefore \angle DAB=\angle EAC=90^\circ,$$

$$\therefore \angle DAB+\angle BAC=\angle EAC+\angle BAC, \text{ 即 } \angle DAC=\angle BAE,$$

在 $\triangle DAC$ 和 $\triangle BAE$ 中,

$$\begin{cases} AD=AB \\ \angle DAC=\angle BAE \\ AC=AE \end{cases}$$

$\therefore \triangle DAC \cong \triangle BAE$,

$\therefore BE=CD$;

(3) 由(1)(2)的解题经验可知: 过点A向 $\triangle ABC$ 外作等腰直角 $\triangle ABD$, 使 $\angle DAB=90^\circ$, $AD=AB=100$, $\angle ABD=45^\circ$,

$$\therefore BD=100\sqrt{2},$$

如图3, 连接CD, 则由(2)可得: $BE=CD$,

$$\therefore \angle ABC=45^\circ,$$

$$\therefore \angle DBC=90^\circ,$$

在 $\text{Rt}\triangle DBC$ 中, $BC=100$, $BD=100\sqrt{2}$,

$$\therefore CD=\sqrt{100^2+(100\sqrt{2})^2}=100\sqrt{3},$$

$$\therefore BE=CD=100\sqrt{3},$$

答: BE的长为 $100\sqrt{3}$ 米.

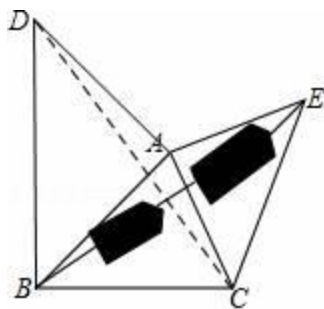


图3

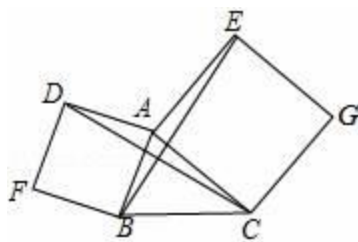


图2

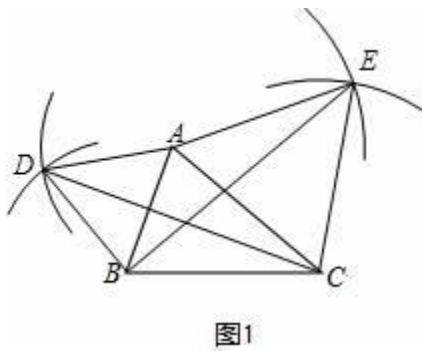
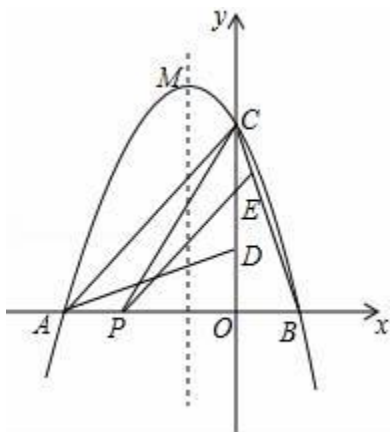


图1

【点评】 本题是一个由三角形向外作两个等边三角形或正方形得一相同结论，并利用这一结论解决生活中的实际问题；考查了等边三角形、正方形的性质及全等三角形的判定和性质；找出图形中三角形全等是解决此题的关键；并利用勾股定理计算边长.

26. 如图，二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象交 x 轴于 A 、 B 两点，交 y 轴于点 C ，且 $B(1, 0)$ ， $C(0, 3)$ ，将 $\triangle BOC$ 绕点 O 按逆时针方向旋转 90° ， C 点恰好与 A 重合.

- (1) 求该二次函数的解析式；
- (2) 若点 P 为线段 AB 上的任一动点，过点 P 作 $PE \parallel AC$ ，交 BC 于点 E ，连结 CP ，求 $\triangle PCE$ 面积 S 的最大值；
- (3) 设抛物线的顶点为 M ， Q 为它的图象上的任一动点，若 $\triangle OMQ$ 为以 OM 为底的等腰三角形，求 Q 点的坐标.



【考点】 二次函数综合题.

【分析】 (1) 先求出点 A 坐标，再用待定系数法求出抛物线解析式；

(2) 先求出 $S_{\triangle PCE} = S_{\triangle PBC} - S_{\triangle PBE} = -\frac{3}{8}(x-1)^2 + \frac{3}{2}$ ，即可求出最大面积；

(3) 先求出抛物线顶点坐标，由等腰三角形的两腰相等建立方程求出点 Q 坐标.

【解答】 解：(1) $\because B(1, 0)$ ， $C(0, 3)$ ，

$\therefore OB=1$ ， $OC=3$.

∵ △BOC 绕点 O 按逆时针方向旋转 90°, C 点恰好与 A 重合.

$$\therefore OA=OC=3,$$

$$\therefore A(-3, 0),$$

∵ 点 A, B, C 在抛物线上,

$$\therefore \begin{cases} 9a-3b+c=0 \\ a+b+c=0 \\ c=9 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} a=-1 \\ b=-2 \\ c=3 \end{cases},$$

∴ 二次函数的解析式为 $y=-x^2-2x+3$,

(2) 设点 P (x, 0), 则 PB=1-x,

$$\therefore S_{\triangle PBE}=\frac{3}{8}(1-x)^2,$$

$$\therefore S_{\triangle PCE}=S_{\triangle PBC}-S_{\triangle PBE}=\frac{1}{2}PB \times OC-\frac{3}{8}(1-x)^2=\frac{1}{2}(1-x) \times 3-\frac{3}{8}(1-x)^2=-\frac{3}{8}(x-1)^2+\frac{3}{2},$$

当 x=1 时, $S_{\triangle PCE}$ 的最大值为 $\frac{3}{2}$.

(3) ∵ 二次函数的解析式为 $y=-x^2-2x+3=-(x+1)^2+4$,

∴ 顶点坐标 (-1, 4),

∵ △OMQ 为等腰三角形, OM 为底,

$$\therefore MQ=OQ,$$

$$\therefore \sqrt{(x+1)^2+(-x^2-2x+3-4)^2}=\sqrt{x^2+(-x^2-2x+3)^2},$$

$$\therefore 8x^2+18x-7=0,$$

$$\therefore x=\frac{-9 \pm \sqrt{137}}{8},$$

$$\therefore y=\frac{8+\sqrt{137}}{32} \text{ 或 } y=\frac{59-\sqrt{137}}{32},$$

$$\therefore Q\left(\frac{-9+\sqrt{137}}{8}, \frac{8+\sqrt{137}}{32}\right), \text{ 或 } \left(\frac{-9-\sqrt{137}}{8}, \frac{59-\sqrt{137}}{32}\right).$$

【点评】 此题是二次函数综合题, 主要考查了待定系数法, 三角形面积的计算方法, 等腰三角形的性质, 解本题的关键是确定出抛物线解析式, 难点是确定三角形 PCE 的面积.