

2015 年甘肃省甘南州中考数学试卷

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分）每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的

1. (4 分) (2015•甘南州) 2 的相反数是 ()

- A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

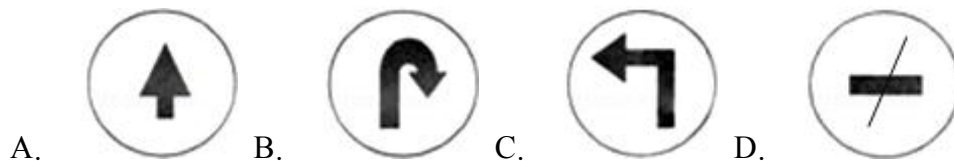
2. (4 分) (2015•甘南州) 下列运算中，结果正确的是 ()

- A. $x^3 \cdot x^3 = x^6$ B. $3x^2 + 2x^2 = 5x^4$ C. $(x^2)^3 = x^5$ D. $(x+y)^2 = x^2 + y^2$

3. (4 分) (2015•甘南州) 在“百度”搜索引擎中输入“姚明”，能搜索到与之相关的网页约 27000000 个，将这个数用科学记数法表示为 ()

- A. 2.7×10^5 B. 2.7×10^6 C. 2.7×10^7 D. 2.7×10^8

4. (4 分) (2015•甘南州) 下列交通标志中，是中心对称图形的是 ()



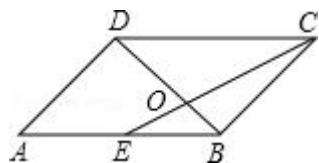
5. (4 分) (2015•甘南州) $\odot O$ 过点 B, C, 圆心 O 在等腰直角 $\triangle ABC$ 内部, $\angle BAC = 90^\circ$, $OA = 1$, $BC = 6$, 则 $\odot O$ 的半径为 ()

- A. $\sqrt{10}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $\sqrt{13}$ D. $3\sqrt{2}$

6. (4 分) (2015•甘南州) 有一组数据: 3, 4, 5, 6, 6, 则这组数据的平均数、众数、中位数分别是 ()

- A. 4.8, 6, 6 B. 5, 5, 5 C. 4.8, 6, 5 D. 5, 6, 6

7. (4 分) (2015•甘南州) 如图，在平行四边形 ABCD 中，E 是 AB 的中点，CE 和 BD 交于点 O，设 $\triangle OCD$ 的面积为 m， $\triangle OEB$ 的面积为 $\sqrt{5}$ ，则下列结论中正确的是 ()



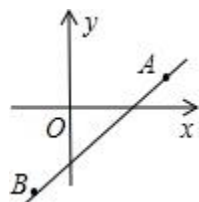
A. $m=5$ B. $m=4\sqrt{5}$ C. $m=3\sqrt{5}$ D. $m=10$

8. (4分) (2015•甘南州) 若函数 $y=\begin{cases} x^2+2 & (x\leq 2) \\ 2x & (x>2) \end{cases}$, 则当函数值 $y=8$ 时, 自变量 x 的值是 ()

A. $\pm\sqrt{6}$ B. 4 C. $\pm\sqrt{6}$ 或 4 D. 4 或 $-\sqrt{6}$

9. (4分) (2015•甘南州) 如图, 直线 $y=kx+b$ 经过 A (2, 1), B (-1, -2)

两点, 则不等式 $\frac{1}{2}x > kx+b > -2$ 的解集为 ()



A. $x < 2$ B. $x > -1$ C. $x < 1$ 或 $x > 2$ D. $-1 < x < 2$

10. (4分) (2015•甘南州) 在盒子里放有三张分别写有整式 $a+1$, $a+2$, 2 的卡片, 从中随机抽取两张卡片, 把两张卡片上的整式分别作为分子和分母, 则能组成分式的概率是 ()

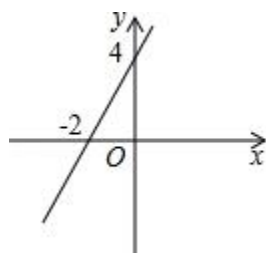
A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{3}{4}$

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分)

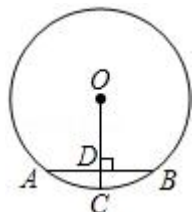
11. (4分) (2015•甘南州) 分解因式: $ax^2 - ay^2 =$ _____.

12. (4分) (2015•甘南州) 将点 A (2, 1) 向上平移 3 个单位长度得到点 B 的坐标是_____.

13. (4分) (2015•甘南州) 如图是一次函数的 $y=kx+b$ 图象, 则关于 x 的不等式 $kx+b > 0$ 的解集为_____.



14. (4分) (2015•甘南州) 如图, AB 为 $\odot O$ 的弦, $\odot O$ 的半径为 5, $OC \perp AB$ 于点 D, 交 $\odot O$ 于点 C, 且 $CD=1$, 则弦 AB 的长是_____.



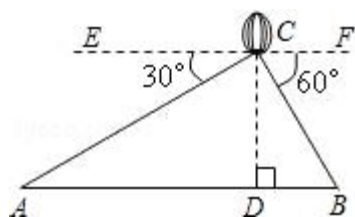
三、解答题 (本大题共 6 小题, 共 44 分)

15. (6分) (2015•甘南州) 计算: $|\sqrt{3}-1|+2012^0 - (-\frac{1}{3})^{-1} - 3\tan 30^\circ$.

16. (6分) (2015•甘南州) 解不等式组:
$$\begin{cases} 4x+6 > 1-x \\ 3(x-1) \leq x+5 \end{cases}$$
, 并把解集在数轴上表示出来.

17. (7分) (2015•甘南州) 已知 $x-3y=0$, 求 $\frac{2x+y}{x^2-2xy+y^2} \cdot (x-y)$ 的值.

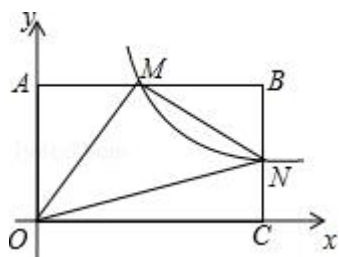
18. (7分) (2015•甘南州) 如图, 从热气球 C 上测得两建筑物 A、B 底部的俯角分别为 30° 和 60° . 如果这时气球的高度 CD 为 90 米. 且点 A、D、B 在同一直线上, 求建筑物 A、B 间的距离.



19. (8分) (2015•甘南州) 如图, 在直角坐标系中, 矩形 OABC 的顶点 O 与坐标原点重合, A, C 分别在坐标轴上, 点 B 的坐标为 $(4, 2)$, 直线 $y = -\frac{1}{2}x + 3$ 交 AB, BC 于点 M, N, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 M, N.

(1) 求反比例函数的解析式;

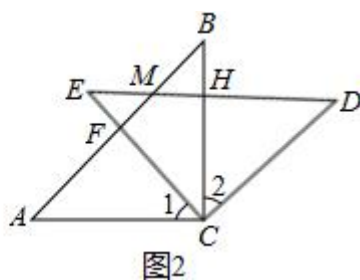
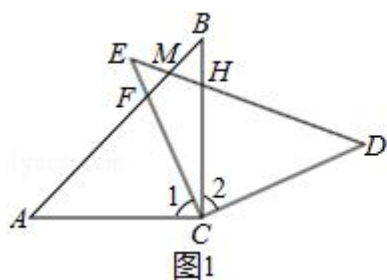
(2) 若点 P 在 x 轴上, 且 $\triangle OPM$ 的面积与四边形 BMON 的面积相等, 求点 P 的坐标.



20. (10分) (2015•甘南州) 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle EDC$ 中, $AC = CE = CB = CD$; $\angle ACB = \angle DCE = 90^\circ$, AB 与 CE 交于 F, ED 与 AB, BC, 分别交于 M, H.

(1) 求证: $CF = CH$;

(2) 如图 2, $\triangle ABC$ 不动, 将 $\triangle EDC$ 绕点 C 旋转到 $\angle BCE = 45^\circ$ 时, 试判断四边形 ACDM 是什么四边形? 并证明你的结论.



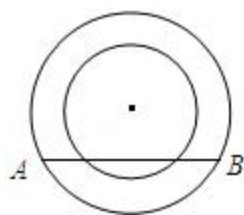
四、填空题（每小题 4 分，共 20 分）

21. (4 分) (2015•甘南州) 已知若分式 $\frac{x^2 - 2x - 3}{x+1}$ 的值为 0，则 x 的值为_____.

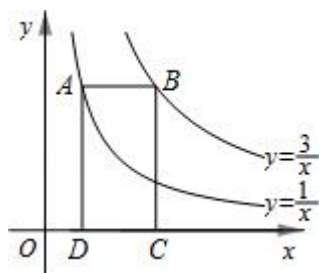
22. (4 分) (2015•甘南州) 在第一象限内，点 P (2, 3)，M (a, 2) 是双曲线 $y = \frac{k}{x}$ (k≠0) 上的两点，PA ⊥ x 轴于点 A，MB ⊥ x 轴于点 B，PA 与 OM 交于点 C，则△OAC 的面积为_____.

23. (4 分) (2015•甘南州) 已知 $a^2 - a - 1 = 0$ ，则 $a^3 - a^2 - a + 2015 =$ _____.

24. (4 分) (2015•甘南州) 如图，两个同心圆，大圆半径为 5cm，小圆的半径为 3cm，若大圆的弦 AB 与小圆相交，则弦 AB 的取值范围是_____.



25. (4 分) (2015•甘南州) 如图，点 A 在双曲线 $y = \frac{1}{x}$ 上，点 B 在双曲线 $y = \frac{3}{x}$ 上，且 AB // x 轴，C、D 在 x 轴上，若四边形 ABCD 为矩形，则它的面积为_____.



五、解答题（本大题共 3 小题，共 30 分）

26. (8 分) (2015•甘南州) 某酒厂每天生产 A, B 两种品牌的白酒共 600 瓶, A, B 两种品牌的白酒每瓶的成本和利润如下表:

设每天生产 A 种品牌白酒 x 瓶, 每天获利 y 元.

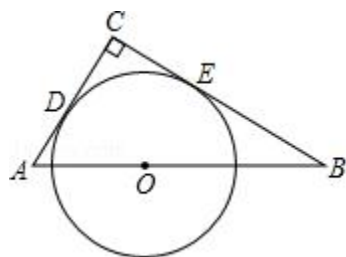
(1) 请写出 y 关于 x 的函数关系式;

(2) 如果该酒厂每天至少投入成本 26400 元, 那么每天至少获利多少元?

	A	B
成本 (元/瓶)	50	35
利润 (元/瓶)	20	15

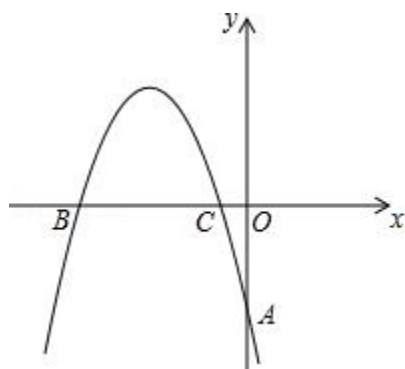
27. (10 分) (2015•甘南州) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC+BC=8$, 点 O 是斜边 AB 上一点, 以 O 为圆心的 $\odot O$ 分别与 AC , BC 相切于点 D , E .

- (1) 当 $AC=2$ 时, 求 $\odot O$ 的半径;
- (2) 设 $AC=x$, $\odot O$ 的半径为 y , 求 y 与 x 的函数关系式.



28. (12 分) (2015•甘南州) 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = -\frac{2}{3}x^2 + bx + c$, 经过 $A(0, -4)$, $B(x_1, 0)$, $C(x_2, 0)$ 三点, 且 $|x_2 - x_1| = 5$.

- (1) 求 b , c 的值;
- (2) 在抛物线上求一点 D , 使得四边形 $BDCE$ 是以 BC 为对角线的菱形;
- (3) 在抛物线上是否存在一点 P , 使得四边形 $BPOH$ 是以 OB 为对角线的菱形? 若存在, 求出点 P 的坐标, 并判断这个菱形是否为正方形? 若不存在, 请说明理由.



2015 年甘肃省甘南州中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分）每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的

1. （4 分）（2015•甘南州）2 的相反数是（ ）

A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

考点：相反数.

分析：根据相反数的定义求解即可.

解答：解：2 的相反数为：-2.

故选：B.

点评：本题考查了相反数的知识，属于基础题，掌握相反数的定义是解题的关键.

2. （4 分）（2015•甘南州）下列运算中，结果正确的是（ ）

A. $x^3 \cdot x^3 = x^6$ B. $3x^2 + 2x^2 = 5x^4$ C. $(x^2)^3 = x^5$ D. $(x+y)^2 = x^2 + y^2$

考点：完全平方公式；合并同类项；同底数幂的乘法；幂的乘方与积的乘方.

专题：计算题.

分析：A、利用同底数幂的乘法法则计算得到结果，即可做出判断；

B、合并同类项得到结果，即可做出判断；

C、利用幂的乘方运算法则计算得到结果，即可做出判断；

D、利用完全平方公式展开得到结果，即可做出判断.

解答：解：A、 $x^3 \cdot x^3 = x^6$ ，本选项正确；

B、 $3x^2 + 2x^2 = 5x^2$ ，本选项错误；

C、 $(x^2)^3 = x^6$ ，本选项错误；

D、 $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ ，本选项错误，

故选 A

点评： 此题考查了完全平方公式，合并同类项，同底数幂的乘法，以及幂的乘方，熟练掌握公式及法则是解本题的关键.

3. (4 分) (2015•甘南州) 在“百度”搜索引擎中输入“姚明”，能搜索到与之相关的网页约 27000000 个，将这个数用科学记数法表示为 ()

A. 2.7×10^5 B. 2.7×10^6 C. 2.7×10^7 D. 2.7×10^8

考点： 科学记数法—表示较大的数.

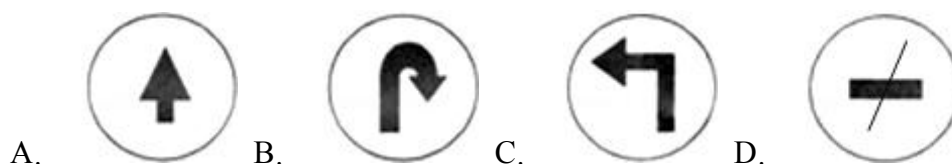
分析： 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

解答： 解：将 27 000 000 用科学记数法表示为 2.7×10^7 .

故选 C.

点评： 此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

4. (4 分) (2015•甘南州) 下列交通标志中，是中心对称图形的是 ()



考点： 中心对称图形.

分析： 根据中心对称图形的定义旋转 180° 后能够与原图形完全重合即是中心对称图形，即可判断出.

解答： 解： $\because$ A. 此图形旋转 180° 后不能与原图形重合， $\therefore$ 此图形不是中心对称图形，故此选项错误；

B: $\because$ 此图形旋转 180° 后不能与原图形重合, $\therefore$ 此图形不是中心对称图形, 故此选项错误;

C: $\because$ 此图形旋转 180° 后不能与原图形重合, $\therefore$ 此图形不是中心对称图形, 故此选项错误;

D. 此图形旋转 180° 后能与原图形重合, 此图形是中心对称图形, 故此选项正确; 故选 D.

点评: 此题主要考查了中心对称图形的定义, 根据定义得出图形形状是解决问题的关键.

5. (4 分) (2015•甘南州) $\odot O$ 过点 B, C, 圆心 O 在等腰直角 $\triangle ABC$ 内部, $\angle BAC=90^\circ$, $OA=1$, $BC=6$, 则 $\odot O$ 的半径为 ()

A. $\sqrt{10}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $\sqrt{13}$ D. $3\sqrt{2}$

考点: 垂径定理; 勾股定理; 等腰直角三角形.

分析: 根据等腰三角形三线合一的性质知: 若过 A 作 BC 的垂线, 设垂足为 D, 则 AD 必垂直平分 BC; 由垂径定理可知, AD 必过圆心 O; 根据等腰直角三角形的性质, 易求出 BD、AD 的长, 进而可求出 OD 的值; 连接 OB 根据勾股定理即可求出 $\odot O$ 的半径.

解答: 解: 过 A 作 $AD \perp BC$, 由题意可知 AD 必过点 O, 连接 OB;

$\because \triangle BAC$ 是等腰直角三角形, $AD \perp BC$,

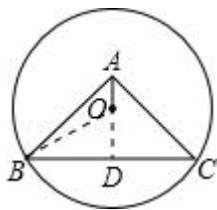
$\therefore BD=CD=AD=3$;

$\therefore OD=AD - OA=2$;

Rt $\triangle OBD$ 中, 根据勾股定理, 得:

$$OB=\sqrt{BD^2+OD^2}=\sqrt{13}.$$

故选 C.



点评： 本题考查的是垂径定理及勾股定理，根据题意作出辅助线，构造出直角三角形是解答此题的关键.

6. (4分) (2015•甘南州) 有一组数据: 3, 4, 5, 6, 6, 则这组数据的平均数、众数、中位数分别是 ()

A. 4.8, 6, 6 B. 5, 5, 5 C. 4.8, 6, 5 D. 5, 6, 6

考点： 众数；算术平均数；中位数.

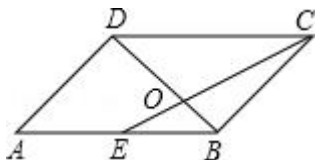
分析： 众数是一组数据中出现次数最多的数据，注意众数可以不止一个；找中位数要把数据按从小到大的顺序排列，位于最中间的一个数(或两个数的平均数)为中位数；平均数是指在一组数据中所有数据之和再除以数据的个数.

解答： 解：在这一组数据中 6 是出现次数最多的，故众数是 6；
而将这组数据从小到大的顺序排列 3, 4, 5, 6, 6，处于中间位置的数是 5，
平均数是：(3+4+5+6+6) ÷ 5 = 4.8，

故选：C.

点评： 此题主要考查了平均数，众数，中位数的概念. 要掌握这些基本概念才能熟练解题.

7. (4分) (2015•甘南州) 如图，在平行四边形 ABCD 中，E 是 AB 的中点，CE 和 BD 交于点 O，设 $\triangle OCD$ 的面积为 m ， $\triangle OEB$ 的面积为 $\sqrt{5}$ ，则下列结论中正确的是 ()



A. $m=5$ B. $m=4\sqrt{5}$ C. $m=3\sqrt{5}$ D. $m=10$

考点： 相似三角形的判定与性质；平行四边形的性质.

分析： 先根据平行四边形的性质求出 $\triangle OCD \sim \triangle OEB$ ，再根据相似三角形的性质解答即可.

解答： 解： $\because AB \parallel CD$,

$\therefore \triangle OCD \sim \triangle OEB$,

又 $\because E$ 是 AB 的中点,

$\therefore 2EB = AB = CD$,

$$\therefore \frac{S_{\triangle OEB}}{S_{\triangle OCD}} = \left(\frac{BE}{CD}\right)^2, \text{ 即 } \frac{\sqrt{5}}{m} = \left(\frac{1}{2}\right)^2,$$

解得 $m = 4\sqrt{5}$.

故选 B.

点评： 本题考查的是相似三角形的判定与性质，涉及到平行四边形的性质等知识，难度适中.

8. (4 分) (2015•甘南州) 若函数 $y = \begin{cases} x^2 + 2 & (x \leq 2) \\ 2x & (x > 2) \end{cases}$ ，则当函数值 $y = 8$ 时，自变

量 x 的值是 ()

A. $\pm\sqrt{6}$ B. 4 C. $\pm\sqrt{6}$ 或 4 D. 4 或 $-\sqrt{6}$

考点： 函数值.

专题： 计算题.

分析： 把 $y = 8$ 直接代入函数 $y = \begin{cases} x^2 + 2 & (x \leq 2) \\ 2x & (x > 2) \end{cases}$ 即可求出自变量的值.

解答： 解：把 $y = 8$ 代入函数 $y = \begin{cases} x^2 + 2 & (x \leq 2) \\ 2x & (x > 2) \end{cases}$ ，

先代入上边的方程得 $x = \pm\sqrt{6}$,

$\because x \leq 2$, $x = \sqrt{6}$ 不合题意舍去，故 $x = -\sqrt{6}$;

再代入下边的方程 $x = 4$,

$\because x > 2$, 故 $x = 4$,

综上, x 的值为 4 或 $-\sqrt{6}$.

故选: D.

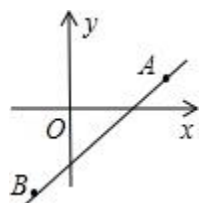
点评: 本题比较容易, 考查求函数值.

(1) 当已知函数解析式时, 求函数值就是求代数式的值;

(2) 函数值是唯一的, 而对应的自变量可以是多个.

9. (4 分) (2015•甘南州) 如图, 直线 $y=kx+b$ 经过 A (2, 1), B (-1, -2)

两点, 则不等式 $\frac{1}{2}x > kx+b > -2$ 的解集为 ()



A. $x < 2$ B. $x > -1$ C. $x < 1$ 或 $x > 2$ D. $-1 < x < 2$

考点: 一次函数与一元一次不等式.

专题: 数形结合.

分析: 由于直线 $y=kx+b$ 经过 A (2, 1), B (-1, -2) 两点, 那么把 A、B 两点的坐标代入 $y=kx+b$, 用待定系数法求出 k 、 b 的值, 然后解不等式组 $\frac{1}{2}x > kx+b > -2$, 即可求出解集.

解答: 解: 把 A (2, 1), B (-1, -2) 两点的坐标代入 $y=kx+b$,

$$\text{得: } \begin{cases} 2k+b=1 \\ -k+b=-2 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k=1 \\ b=-1 \end{cases}.$$

$$\text{解不等式组: } \frac{1}{2}x > x-1 > -2,$$

$$\text{得: } -1 < x < 2.$$

故选 D.

点评: 本题考查了用待定系数法求一次函数的解析式及一元一次不等式组的解法. 本题中正确地求出 k 与 b 的值是解题的关键.

10. (4分) (2015•甘南州) 在盒子里放有三张分别写有整式 $a+1$, $a+2$, 2 的卡片, 从中随机抽取两张卡片, 把两张卡片上的整式分别作为分子和分母, 则能组成分式的概率是 ()

A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{3}{4}$

考点: 概率公式; 分式的定义.

专题: 应用题.

分析: 列举出所有情况, 看能组成分式的情况占所有情况的多少即为所求的概率.

解答: 解: 分母含有字母的式子是分式, 整式 $a+1$, $a+2$, 2 中, 抽到 $a+1$, $a+2$ 做分母时组成的都是分式, 共有 $3 \times 2 = 6$ 种情况, 其中 $a+1$, $a+2$ 为分母的情况有 4 种, 所以能组成分式的概率 $= \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

故选 B.

点评: 用到的知识点为: 概率等于所求情况数与总情况数之比.

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分)

11. (4分) (2015•甘南州) 分解因式: $ax^2 - ay^2 = \underline{a(x+y)(x-y)}$.

考点: 提公因式法与公式法的综合运用.

分析: 应先提取公因式 a , 再对余下的多项式利用平方差公式继续分解.

解答: 解: $ax^2 - ay^2$,

$= a(x^2 - y^2)$,

$= a(x+y)(x-y)$.

故答案为: $a(x+y)(x-y)$.

点评: 本题主要考查提公因式法分解因式和平方差公式分解因式, 需要注意分解因式一定要彻底.

12. (4分) (2015•甘南州) 将点 A (2, 1) 向上平移 3 个单位长度得到点 B 的坐标是 $\underline{(2, 4)}$.

考点： 坐标与图形变化-平移.

分析： 直接利用平移中点的变化规律求解即可.

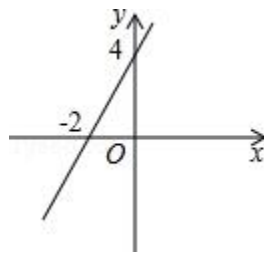
解答： 解：原来点的横坐标是 2，纵坐标是 1，向上平移 3 个单位长度得到新点的横坐标不变，纵坐标为 $1+3=4$.

即该坐标为 $(2, 4)$.

故答案填： $(2, 4)$.

点评： 本题考查图形的平移变换，关键是要懂得左右平移点的纵坐标不变，而上下平移时点的横坐标不变. 平移中点的变化规律是：横坐标右移加，左移减；纵坐标上移加，下移减.

13. (4 分) (2015•甘南州) 如图是一次函数的 $y=kx+b$ 图象，则关于 x 的不等式 $kx+b > 0$ 的解集为 $x > -2$.



考点： 一次函数与一元一次不等式.

专题： 压轴题；数形结合.

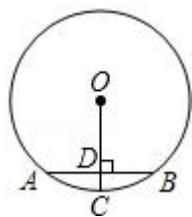
分析： 一次函数的 $y=kx+b$ 图象经过点 $(-2, 0)$ ，由函数表达式可得， $kx+b > 0$ 其实就是一次函数的函数值 $y > 0$ ，结合图象可以看出答案.

解答： 解：由图可知：当 $x > -2$ 时， $y > 0$ ，即 $kx+b > 0$ ；

因此 $kx+b > 0$ 的解集为： $x > -2$.

点评： 本题考查了数形结合的数学思想，即学生利用图象解决问题的方法，这也是一元一次不等式与一次函数知识的具体应用. 易错易混点：学生往往由于不理解不等式与一次函数的关系或者不会应用数形结合，盲目答题，造成错误.

14. (4 分) (2015•甘南州) 如图，AB 为 $\odot O$ 的弦， $\odot O$ 的半径为 5， $OC \perp AB$ 于点 D，交 $\odot O$ 于点 C，且 $CD=1$ ，则弦 AB 的长是 6.



考点：垂径定理；勾股定理.

分析：连接 AO，得到直角三角形，再求出 OD 的长，就可以利用勾股定理求解.

解答：解：连接 AO，

$\because$ 半径是 5， $CD=1$ ，

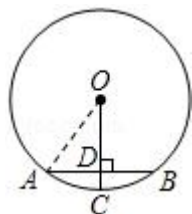
$\therefore OD=5-1=4$ ，

根据勾股定理，

$$AD=\sqrt{AO^2-OD^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3,$$

$\therefore AB=3\times 2=6$ ，

因此弦 AB 的长是 6.



点评：解答此题不仅要用到垂径定理，还要作出辅助线 AO，这是解题的关键.

三、解答题（本大题共 6 小题，共 44 分）

15. (6 分) (2015•甘南州) 计算： $|\sqrt{3}-1|+2012^0 - (-\frac{1}{3})^{-1} - 3\tan 30^\circ$.

考点：实数的运算；零指数幂；负整数指数幂；特殊角的三角函数值.

专题：计算题.

分析：根据绝对值的概念、零指数幂、负整数指数幂的法则，以及特殊三角函数数值计算即可.

解答：解：原式= $\sqrt{3}-1+1 - (-3) - 3\times\frac{\sqrt{3}}{3}=\sqrt{3}+3 - \sqrt{3}=3$.

点评： 本题考查了实数的运算，解题的关键是掌握有关运算的法则.

16. (6分) (2015•甘南州) 解不等式组: $\begin{cases} 4x+6 > 1-x \\ 3(x-1) \leq x+5 \end{cases}$, 并把解集在数轴上表示出来.

考点： 解一元一次不等式组; 在数轴上表示不等式的解集.

专题： 计算题.

分析： 将不等式组的两不等式分别记作①和②，由不等式①移项，将 x 的系数化为 1，求出 x 的范围，由不等式②左边去括号后，移项并将 x 的系数化为 1 求出解集，找出两解集的公共部分，确定出原不等式组的解集，并将此解集表示在数轴上即可.

解答： 解: $\begin{cases} 4x+6 > 1-x \text{ ①} \\ 3(x-1) \leq x+5 \text{ ②} \end{cases}$,

由不等式①移项得: $4x+x > 1-6$,

整理得: $5x > -5$,

解得: $x > -1$, ... (1分)

由不等式②去括号得: $3x-3 \leq x+5$,

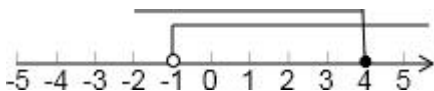
移项得: $3x-x \leq 5+3$,

合并得: $2x \leq 8$,

解得: $x \leq 4$, ... (2分)

则不等式组的解集为 $-1 < x \leq 4$ (4分)

在数轴上表示不等式组的解集如图所示, ... (6分)



点评： 此题考查了一元一次不等式组的解法，以及在数轴上表示不等式的解集，分别求出不等式组中两不等式的解集，然后利用取解集的方法（同大取大，同小取小，大小小大取中间，大大小小无解）来找出不等式组的解集.

17. (7分) (2015•甘南州) 已知 $x - 3y = 0$, 求 $\frac{2x+y}{x^2 - 2xy + y^2} \cdot (x - y)$ 的值.

考点: 分式的化简求值.

专题: 计算题.

分析: 首先将分式的分母分解因式, 然后再约分、化简, 最后将 x 、 y 的关系式代入化简后的式子中进行计算即可.

解答: 解: $\frac{2x+y}{x^2 - 2xy + y^2} \cdot (x - y) = \frac{2x+y}{(x - y)^2} \cdot (x - y)$ (2分)

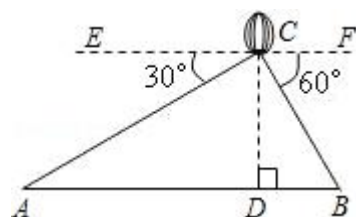
$= \frac{2x+y}{x - y}$; (4分)

当 $x - 3y = 0$ 时, $x = 3y$; (6分)

原式 $= \frac{6y+y}{3y-y} = \frac{7y}{2y} = \frac{7}{2}$. (8分)

点评: 分式混合运算要注意先去括号; 分子、分母能因式分解的先因式分解; 除法要统一为乘法运算.

18. (7分) (2015•甘南州) 如图, 从热气球 C 上测得两建筑物 A 、 B 底部的俯角分别为 30° 和 60° . 如果这时气球的高度 CD 为 90 米, 且点 A 、 D 、 B 在同一直线上, 求建筑物 A 、 B 间的距离.



考点: 解直角三角形的应用-仰角俯角问题.

专题: 计算题; 压轴题.

分析: 在图中两个直角三角形中, 都是知道已知角和对边, 根据正切函数求出邻边后, 相加求和即可.

解答: 解: 由已知, 得 $\angle ECA = 30^\circ$, $\angle FCB = 60^\circ$, $CD = 90$,

$EF \parallel AB$, $CD \perp AB$ 于点 D .

$$\therefore \angle A = \angle ECA = 30^\circ, \angle B = \angle FCB = 60^\circ.$$

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, $\angle CDA = 90^\circ$, $\tan A = \frac{CD}{AD}$,

$$\therefore AD = \frac{CD}{\tan A} = \frac{90}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = 90 \times \frac{3}{\sqrt{3}} = 90\sqrt{3}.$$

在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中, $\angle CDB = 90^\circ$, $\tan B = \frac{CD}{BD}$,

$$\therefore DB = \frac{CD}{\tan B} = \frac{90}{\sqrt{3}} = 30\sqrt{3}.$$

$$\therefore AB = AD + BD = 90\sqrt{3} + 30\sqrt{3} = 120\sqrt{3}.$$

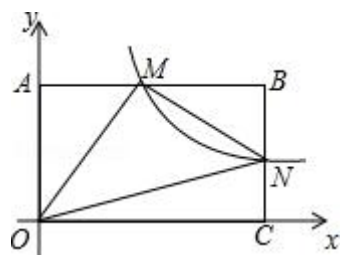
答: 建筑物 A 、 B 间的距离为 $120\sqrt{3}$ 米.

点评: 解决本题的关键是利用 CD 为直角 $\triangle ABC$ 斜边上的高, 将三角形分成两个三角形, 然后求解. 分别在两三角形中求出 AD 与 BD 的长.

19. (8 分) (2015•甘南州) 如图, 在直角坐标系中, 矩形 $OABC$ 的顶点 O 与坐标原点重合, A , C 分别在坐标轴上, 点 B 的坐标为 $(4, 2)$, 直线 $y = -\frac{1}{2}x + 3$ 交 AB , BC 于点 M , N , 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 M , N .

(1) 求反比例函数的解析式;

(2) 若点 P 在 x 轴上, 且 $\triangle OPM$ 的面积与四边形 $BMON$ 的面积相等, 求点 P 的坐标.



考点: 反比例函数与一次函数的交点问题.

分析: (1) 求出 $OA = BC = 2$, 将 $y = 2$ 代入 $y = -\frac{1}{2}x + 3$ 求出 $x = 2$, 得出 M 的坐标, 把 M 的坐标代入反比例函数的解析式即可求出答案;

(2) 求出四边形 BMON 的面积, 求出 OP 的值, 即可求出 P 的坐标.

解答: 解: (1) $\because B(4, 2)$, 四边形 OABC 是矩形,

$$\therefore OA=BC=2,$$

将 $y=2$ 代入 $y=-\frac{1}{2}x+3$ 得: $x=2$,

$$\therefore M(2, 2),$$

把 M 的坐标代入 $y=\frac{k}{x}$ 得: $k=4$,

$\therefore$ 反比例函数的解析式是 $y=\frac{4}{x}$;

(2) 把 $x=4$ 代入 $y=\frac{4}{x}$ 得: $y=1$, 即 $CN=1$,

$$\therefore S_{\text{四边形 BMON}} = S_{\text{矩形 OABC}} - S_{\triangle AOM} - S_{\triangle CON}$$

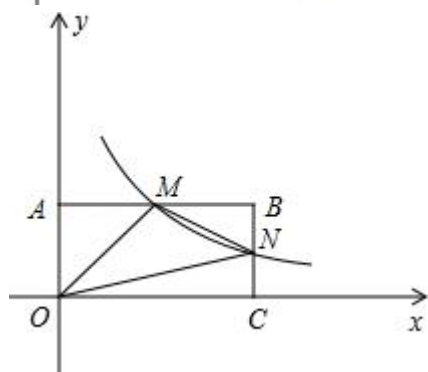
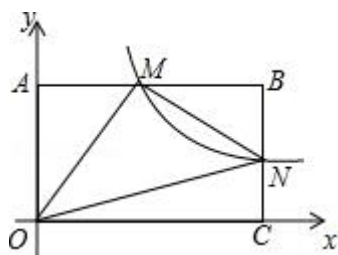
$$= 4 \times 2 - \frac{1}{2} \times 2 \times 2 - \frac{1}{2} \times 4 \times 1 = 4,$$

由题意得: $\frac{1}{2}|OP| \times AO = 4$,

$$\therefore AO=2,$$

$$\therefore |OP|=4,$$

$\therefore$ 点 P 的坐标是 $(4, 0)$ 或 $(-4, 0)$.

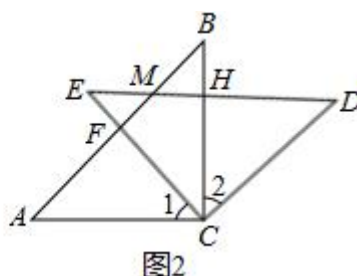
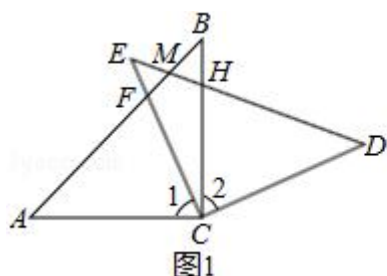


点评： 本题考查了用待定系数法求反比例函数的解析式，一次函数与反比例函数的交点问题，三角形的面积，矩形的性质等知识点的应用，主要考查学生应用性质进行计算的能力，题目比较好，难度适中

20. (10 分) (2015•甘南州) 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle EDC$ 中, $AC=CE=CB=CD$; $\angle ACB=\angle DCE=90^\circ$, AB 与 CE 交于 F , ED 与 AB , BC , 分别交于 M , H .

(1) 求证: $CF=CH$;

(2) 如图 2, $\triangle ABC$ 不动, 将 $\triangle EDC$ 绕点 C 旋转到 $\angle BCE=45^\circ$ 时, 试判断四边形 $ACDM$ 是什么四边形? 并证明你的结论.



考点： 菱形的判定；全等三角形的判定与性质.

专题： 几何综合题.

分析： (1) 要证明 $CF=CH$, 可先证明 $\triangle BCF \cong \triangle ECH$, 由 $\angle ABC=\angle DCE=90^\circ$, $AC=CE=CB=CD$, 可得 $\angle B=\angle E=45^\circ$, 得出 $CF=CH$;

(2) 根据 $\triangle EDC$ 绕点 C 旋转到 $\angle BCE=45^\circ$, 推出四边形 $ACDM$ 是平行四边形, 由 $AC=CD$ 判断出四边形 $ACDM$ 是菱形.

解答： (1) 证明: $\because AC=CE=CB=CD$, $\angle ACB=\angle ECD=90^\circ$,

$\therefore \angle A=\angle B=\angle D=\angle E=45^\circ$.

在 $\triangle BCF$ 和 $\triangle ECH$ 中,
$$\begin{cases} \angle B=\angle E \\ BC=EC \\ \angle BCE=\angle ECH \end{cases},$$

$\therefore \triangle BCF \cong \triangle ECH$ (ASA),

$\therefore CF=CH$ (全等三角形的对应边相等);

(2) 解：四边形 ACDM 是菱形.

证明： $\because \angle ACB = \angle DCE = 90^\circ$, $\angle BCE = 45^\circ$,

$\therefore \angle 1 = \angle 2 = 45^\circ$.

$\therefore \angle E = 45^\circ$,

$\therefore \angle 1 = \angle E$,

$\therefore AC \parallel DE$,

$\therefore \angle AMH = 180^\circ - \angle A = 135^\circ = \angle ACD$,

又 $\because \angle A = \angle D = 45^\circ$,

$\therefore$ 四边形 ACDM 是平行四边形 (两组对角相等的四边形是平行四边形),

$\therefore AC = CD$,

$\therefore$ 四边形 ACDM 是菱形.

点评：菱形的判别方法是说明一个四边形为菱形的理论依据，常用三种方法：

① 定义；

② 四边相等；

③ 对角线互相垂直平分. 具体选择哪种方法需要根据已知条件来确定.

四、填空题 (每小题 4 分, 共 20 分)

21. (4 分) (2015•甘南州) 已知若分式 $\frac{x^2 - 2x - 3}{x+1}$ 的值为 0, 则 x 的值为 3.

考点：分式的值为零的条件；解一元二次方程-因式分解法.

分析：首先根据分式值为零的条件，可得 $\begin{cases} x^2 - 2x - 3 = 0 \\ x+1 \neq 0 \end{cases}$ ；然后根据因式分解法

解一元二次方程的步骤，求出 x 的值为多少即可.

解答： 解： $\because$ 分式 $\frac{x^2-2x-3}{x+1}$ 的值为 0，

$$\therefore \begin{cases} x^2-2x-3=0 \\ x+1 \neq 0 \end{cases}$$

解得 $x=3$ ，

即 x 的值为 3.

故答案为： 3.

点评： (1) 此题主要考查了分式值为零的条件，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：分式值为零的条件是分子等于零且分母不等于零，注意：“分母不为零”这个条件不能少.

(2) 此题还考查了因式分解法解一元二次方程问题，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确因式分解法解一元二次方程的一般步骤：①移项，使方程的右边化为零；②将方程的左边分解为两个一次因式的乘积；③令每个因式分别为零，得到两个一元一次方程；④解这两个一元一次方程，它们的解就都是原方程的解.

22. (4 分) (2015•甘南州) 在第一象限内，点 $P(2, 3)$ ， $M(a, 2)$ 是双曲线 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 上的两点， $PA \perp x$ 轴于点 A ， $MB \perp x$ 轴于点 B ， PA 与 OM 交于点 C ，则 $\triangle OAC$ 的面积为 $\frac{4}{3}$.

考点： 反比例函数系数 k 的几何意义.

分析： 由于点 $P(2, 3)$ 在双曲线 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 上，首先利用待定系数法求出 k 的值，得到反比例函数的解析式，把 $y=2$ 代入，求出 a 的值，得到点 M 的坐标，

然后利用待定系数法求出直线 OM 的解析式，把 $x=2$ 代入，求出对应的 y 值即为点 C 的纵坐标，最后根据三角形的面积公式求出 $\triangle OAC$ 的面积.

解答： 解： $\because$ 点 P (2, 3) 在双曲线 $y=\frac{k}{x}$ ($k\neq 0$) 上，

$$\therefore k=2\times 3=6,$$

$$\therefore y=\frac{6}{x},$$

当 $y=2$ 时， $x=3$ ， 即 M (3, 2).

$$\therefore \text{直线 OM 的解析式为 } y=\frac{2}{3}x,$$

当 $x=2$ 时， $y=\frac{4}{3}$ ， 即 C (2, $\frac{4}{3}$).

$$\therefore \triangle OAC \text{ 的面积} = \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{4}{3} = \frac{4}{3}.$$

故答案为： $\frac{4}{3}$.

点评： 本题考查了反比例函数系数 k 的几何意义，解题的关键是了解：在反比例函数 $y=xk$ 图象中任取一点，过这一个点向 x 轴和 y 轴分别作垂线，与坐标轴围成的矩形的面积是定值 $|k|$. 在反比例函数的图象上任意一点象坐标轴作垂线，这一点和垂足以及坐标原点所构成的三角形的面积是 $\frac{|k|}{2}$ ，且保持不变.

23. (4 分) (2015•甘南州) 已知 $a^2 - a - 1=0$ ，则 $a^3 - a^2 - a+2015=$ 2015.

考点： 因式分解的应用.

分析： 首先根据 $a^2 - a - 1=0$ 得到 $a^2 - a=1$ ，从而利用 $a^3 - a^2 - a+2015=a(a^2 - a) - a+2015$ 代入求值即可.

解答： 解： $\because a^2 - a - 1=0$,

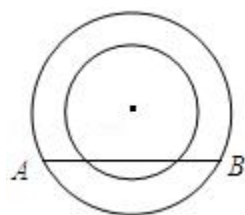
$$\therefore a^2 - a=1,$$

$$\therefore a^3 - a^2 - a+2015=a(a^2 - a) - a+2015=a - a+2015=2015,$$

故答案为： 2015.

点评： 本题是一道涉及因式分解的计算题，考查了拆项法分解因式的运用，提公因式法的运用.

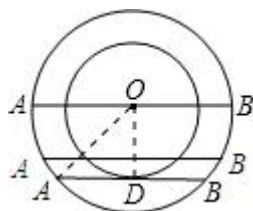
24. (4 分) (2015•甘南州) 如图，两个同心圆，大圆半径为 5cm，小圆的半径为 3cm，若大圆的弦 AB 与小圆相交，则弦 AB 的取值范围是 $8 < AB \leq 10$.



考点： 直线与圆的位置关系；勾股定理；垂径定理.

专题： 计算题.

分析： 解决此题首先要弄清楚 AB 在什么时候最大，什么时候最小. 当 AB 与小圆相切时有一个公共点，此时可知 AB 最小；当 AB 经过同心圆的圆心时，弦 AB 最大且与小圆相交有两个公共点，此时 AB 最大，由此可以确定所以 AB 的取值范围.



解答：

解：如图，当 AB 与小圆相切时有一个公共点 D，

连接 OA，OD，可得 $OD \perp AB$ ，

$\therefore$ D 为 AB 的中点，即 $AD = BD$ ，

在 $Rt\triangle ADO$ 中， $OD = 3$ ， $OA = 5$ ，

$\therefore AD = 4$ ，

$\therefore AB = 2AD = 8$ ；

当 AB 经过同心圆的圆心时，弦 AB 最大且与小圆相交有两个公共点，

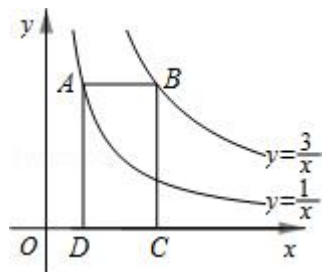
此时 $AB = 10$ ，

所以 AB 的取值范围是 $8 < AB \leq 10$.

故答案为: $8 < AB \leq 10$

点评: 此题考查了直线与圆的位置关系, 涉及的知识有: 垂径定理, 勾股定理, 以及切线的性质, 其中解题的关键是抓住两个关键点: 1、当弦 AB 与小圆相切时最短; 2、当 AB 过圆心 O 时最长.

25. (4 分) (2015•甘南州) 如图, 点 A 在双曲线 $y = \frac{1}{x}$ 上, 点 B 在双曲线 $y = \frac{3}{x}$ 上, 且 $AB \parallel x$ 轴, C、D 在 x 轴上, 若四边形 ABCD 为矩形, 则它的面积为 2.



考点: 反比例函数系数 k 的几何意义.

专题: 压轴题.

分析: 根据双曲线的图象上的点与原点所连的线段、坐标轴、向坐标轴作垂线所围成的矩形的面积 S 的关系 $S = |k|$ 即可判断.

解答: 解: 过 A 点作 $AE \perp y$ 轴, 垂足为 E,

$\because$ 点 A 在双曲线 $y = \frac{1}{x}$ 上,

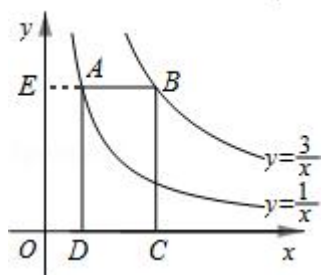
$\therefore$ 四边形 AEOD 的面积为 1,

$\because$ 点 B 在双曲线 $y = \frac{3}{x}$ 上, 且 $AB \parallel x$ 轴,

$\therefore$ 四边形 BEOC 的面积为 3,

$\therefore$ 四边形 ABCD 为矩形, 则它的面积为 $3 - 1 = 2$.

故答案为: 2.



点评： 本题主要考查了反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 中 k 的几何意义，即过双曲线上任意一点引 x 轴、 y 轴垂线，所得矩形面积为 $|k|$ ，是经常考查的一个知识点；这里体现了数形结合的思想，做此类题一定要正确理解 k 的几何意义.

五、解答题（本大题共 3 小题，共 30 分）

26. (8 分) (2015•甘南州) 某酒厂每天生产 A, B 两种品牌的白酒共 600 瓶, A, B 两种品牌的白酒每瓶的成本和利润如下表:

设每天生产 A 种品牌白酒 x 瓶, 每天获利 y 元.

(1) 请写出 y 关于 x 的函数关系式;

(2) 如果该酒厂每天至少投入成本 26400 元, 那么每天至少获利多少元?

A B

成本 (元/瓶) 50 35

利润 (元/瓶) 20 15

考点： 一次函数的应用.

专题： 图表型.

分析： (1) A 种品牌白酒 x 瓶, 则 B 种品牌白酒 $(600 - x)$ 瓶; 利润 = A 种品牌白酒瓶数 $\times$ A 种品牌白酒一瓶的利润 + B 种品牌白酒瓶数 $\times$ B 种品牌白酒一瓶的利润, 列出函数关系式;

(2) A 种品牌白酒 x 瓶, 则 B 种品牌白酒 $(600 - x)$ 瓶; 成本 = A 种品牌白酒瓶数 $\times$ A 种品牌白酒一瓶的成本 + B 种品牌白酒瓶数 $\times$ B 种品牌白酒一瓶的成本, 列出方程, 求 x 的值, 再代入 (1) 求利润.

解答： 解：（1）A 种品牌白酒 x 瓶，则 B 种品牌白酒 $(600 - x)$ 瓶，依题意，得

$$y = 20x + 15(600 - x) = 5x + 9000;$$

（2）A 种品牌白酒 x 瓶，则 B 种品牌白酒 $(600 - x)$ 瓶，依题意，得 $50x + 35(600 - x) = 26400$ ，解得 $x = 360$ ，

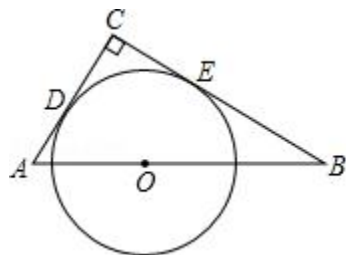
$\therefore$ 每天至少获利 $y = 5x + 9000 = 10800$ 。

点评： 根据题意，列出利润的函数关系式及成本的关系式，固定成本，可求 A 种品牌酒的瓶数，再求利润。

27. （10 分）（2015•甘南州）如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC + BC = 8$ ，点 O 是斜边 AB 上一点，以 O 为圆心的 $\odot O$ 分别与 AC ， BC 相切于点 D ， E 。

（1）当 $AC = 2$ 时，求 $\odot O$ 的半径；

（2）设 $AC = x$ ， $\odot O$ 的半径为 y ，求 y 与 x 的函数关系式。



考点：切线的性质；三角形的面积.

专题：压轴题.

分析：（1）连接 OD，OE，由 $\triangle ABC$ 是直角三角形，以 O 为圆心的 $\odot O$ 分别与 AC，BC 相切于点 D，E，可知 $OD \parallel BC$ ，在 $\triangle ADO$ 中，解得半径.

（2）由题意可知， $OD \parallel BC$ ， $\angle AOD = \angle B$ ，则两角正切值相等，进而列出关系式.

解答：解：（1）连接 OE，OD，

在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC + BC = 8$ ，

$\therefore AC = 2$ ，

$\therefore BC = 6$ ；

$\therefore$ 以 O 为圆心的 $\odot O$ 分别与 AC，BC 相切于点 D，E，

$\therefore$ 四边形 OECD 是正方形，

$$\tan \angle B = \tan \angle AOD = \frac{AD}{OD} = \frac{2 - OD}{OD} = \frac{1}{3}, \text{ 解得 } OD = \frac{3}{2},$$

$\therefore$ 圆的半径为 $\frac{3}{2}$ ；

（2） $\because AC = x$ ， $BC = 8 - x$ ，

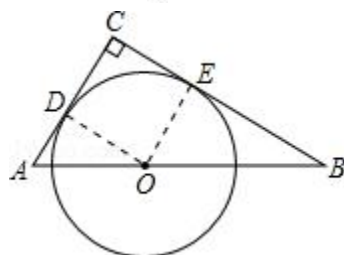
在直角三角形 ABC 中， $\tan B = \frac{AC}{BC} = \frac{x}{8 - x}$ ，

$\therefore$ 以 O 为圆心的 $\odot O$ 分别与 AC，BC 相切于点 D，E，

$\therefore$ 四边形 OECD 是正方形.

$$\tan \angle AOD = \tan B = \frac{AC}{BC} = \frac{AD}{OD} = \frac{x - y}{y},$$

解得 $y = -\frac{1}{8}x^2 + x$.



点评： 本题主要考查切线的性质和解三角形的相关知识点，不是很难.

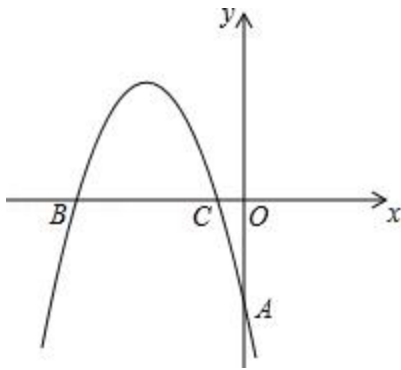
28. (12 分) (2015•甘南州) 如图，在平面直角坐标系中，抛物线 $y = -\frac{2}{3}x^2 + bx + c$ ，经过 A (0, -4), B (x_1 , 0), C (x_2 , 0) 三点，且 $|x_2 - x_1| = 5$.

(1) 求 b, c 的值;

(2) 在抛物线上求一点 D, 使得四边形 BDCE 是以 BC 为对角线的菱形;

(3) 在抛物线上是否存在一点 P, 使得四边形 BPOH 是以 OB 为对角线的菱形?

若存在，求出点 P 的坐标，并判断这个菱形是否为正方形？若不存在，请说明理由.



考点： 二次函数综合题.

分析： (1) 把 A (0, -4) 代入可求 c, 运用两根关系及 $|x_2 - x_1| = 5$, 对式子合理变形，求 b;

(2) 因为菱形的对角线互相垂直平分，故菱形的另外一条对角线必在抛物线的对称轴上，满足条件的 D 点，就是抛物线的顶点;

(3) 由四边形 BPOH 是以 OB 为对角线的菱形，可得 PH 垂直平分 OB，求出 OB 的中点坐标，代入抛物线解析式即可，再根据所求点的坐标与线段 OB 的长度关系，判断是否为正方形即可.

解答： 解：(1) $\because$ 抛物线 $y = -\frac{2}{3}x^2 + bx + c$ ，经过点 A (0, -4),

$$\therefore c = -4$$

又 $\because$ 由题意可知， x_1 、 x_2 是方程 $-\frac{2}{3}x^2 + bx - 4 = 0$ 的两个根，

$$\therefore x_1 + x_2 = \frac{3}{2}b, \quad x_1 x_2 = 6$$

由已知得 $(x_2 - x_1)^2 = 25$

$$\text{又} \because (x_2 - x_1)^2 = (x_2 + x_1)^2 - 4x_1x_2 = \frac{9}{4}b^2 - 24$$

$$\therefore \frac{9}{4}b^2 - 24 = 25$$

解得 $b = \pm \frac{14}{3}$, 当 $b = \frac{14}{3}$ 时, 抛物线与 x 轴的交点在 x 轴的正半轴上, 不合题意, 舍去.

$$\therefore b = -\frac{14}{3}.$$

(2) $\because$ 四边形 BDCE 是以 BC 为对角线的菱形, 根据菱形的性质, 点 D 必在抛物线的对称轴上,

$$\text{又} \because y = -\frac{2}{3}x^2 - \frac{14}{3}x - 4 = -\frac{2}{3}\left(x + \frac{7}{2}\right)^2 + \frac{25}{6},$$

$\therefore$ 抛物线的顶点 $\left(-\frac{7}{2}, \frac{25}{6}\right)$ 即为所求的点 D.

(3) $\because$ 四边形 BPOH 是以 OB 为对角线的菱形, 点 B 的坐标为 $(-6, 0)$, 根据菱形的性质, 点 P 必是直线 $x = -3$ 与

抛物线 $y = -\frac{2}{3}x^2 - \frac{14}{3}x - 4$ 的交点,

$$\therefore \text{当 } x = -3 \text{ 时, } y = -\frac{2}{3}x^2 - \frac{14}{3}x - 4 = 4,$$

$\therefore$ 在抛物线上存在一点 P $(-3, 4)$, 使得四边形 BPOH 为菱形.

四边形 BPOH 不能成为正方形, 因为如果四边形 BPOH 为正方形, 点 P 的坐标只能是 $(-3, 3)$, 但这一点不在抛物线上

点评: 本题考查了抛物线解析式的求法, 根据菱形, 正方形的性质求抛物线上符合条件的点的方法.