

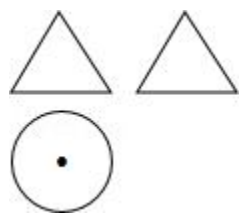
## 2015 年甘肃省天水市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。每小题给出的四个选项中，只有一个是正确的，请把正确的选项选出来）

1. (4 分) (2015•天水) 若  $a$  与 1 互为相反数，则  $|a+1|$  等于 ( )

A.  $-1$  B.  $0$  C.  $1$  D.  $2$

2. (4 分) (2015•天水) 如图是某几何体的三视图，该几何体是 ( )



A. 圆柱 B. 圆锥 C. 正三棱柱 D. 正三棱锥

3. (4 分) (2015•天水) 某种细胞的直径是  $0.000067$  厘米，将  $0.000067$  用科学记数法表示为 ( )

A.  $6.7 \times 10^{-5}$  B.  $6.7 \times 10^{-6}$  C.  $0.67 \times 10^{-5}$  D.  $6.7 \times 10^{-6}$

4. (4 分) (2015•天水) 在天水市汉字听写大赛中，10 名学生得分情况如表

|    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|
| 人数 | 3  | 4  | 2  | 1  |
| 分数 | 80 | 85 | 90 | 95 |

那么这 10 名学

生所得分数的中位数和众数分别是 ( )

A.  $85$  和  $82.5$  B.  $85.5$  和  $85$  C.  $85$  和  $85$  D.  $85.5$  和  $80$

5. (4 分) (2015•天水) 二次函数  $y=ax^2+bx-1$  ( $a \neq 0$ ) 的图象经过点  $(1, 1)$ ,

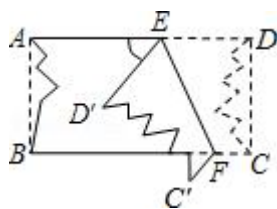
则  $a+b+1$  的值是 ( )

A.  $-3$  B.  $-1$  C.  $2$  D.  $3$

6. (4 分) (2015•天水) 一个圆柱的侧面展开图是两邻边长分别为 6 和 8 的矩形，则该圆柱的底面圆半径是 ( )

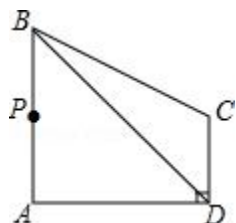
A.  $\frac{3}{\pi}$  B.  $\frac{4}{\pi}$  C.  $\frac{3}{\pi}$  或  $\frac{4}{\pi}$  D.  $\frac{6}{\pi}$  或  $\frac{8}{\pi}$

7. (4分) (2015•天水) 如图, 将矩形纸带  $ABCD$ , 沿  $EF$  折叠后,  $C$ 、 $D$  两点分别落在  $C'$ 、 $D'$  的位置, 经测量得  $\angle EFB=65^\circ$ , 则  $\angle AED'$  的度数是 ( )



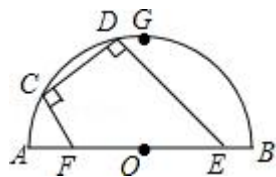
- A.  $65^\circ$  B.  $55^\circ$  C.  $50^\circ$  D.  $25^\circ$

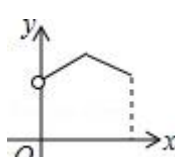
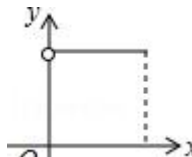
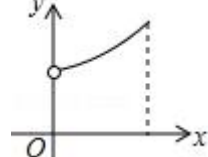
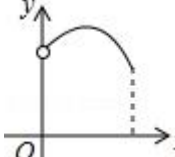
8. (4分) (2015•天水) 如图, 在四边形  $ABCD$  中,  $\angle BAD=\angle ADC=90^\circ$ ,  $AB=AD=2\sqrt{2}$ ,  $CD=\sqrt{2}$ , 点  $P$  在四边形  $ABCD$  的边上. 若点  $P$  到  $BD$  的距离为  $\frac{3}{2}$ , 则点  $P$  的个数为 ( )



- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

9. (4分) (2015•天水) 如图,  $AB$  为半圆所在  $\odot O$  的直径, 弦  $CD$  为定长且小于  $\odot O$  的半径 ( $C$  点与  $A$  点不重合),  $CF \perp CD$  交  $AB$  于点  $F$ ,  $DE \perp CD$  交  $AB$  于点  $E$ ,  $G$  为半圆弧上的中点. 当点  $C$  在  $\widehat{AC}$  上运动时, 设  $\widehat{AC}$  的长为  $x$ ,  $CF+DE=y$ . 则下列图象中, 能表示  $y$  与  $x$  的函数关系的图象大致是 ( )



- A.  B.  C.  D. 

10. (4分) (2015•天水) 定义运算:  $a \otimes b = a(1-b)$ . 下面给出了关于这种运算的几种结论: ①  $2 \otimes (-2) = 6$ , ②  $a \otimes b = b \otimes a$ , ③ 若  $a+b=0$ , 则  $(a \otimes a) + (b \otimes b) = 2ab$ , ④ 若  $a \otimes b = 0$ , 则  $a=0$  或  $b=1$ , 其中结论正确的序号是 ( )

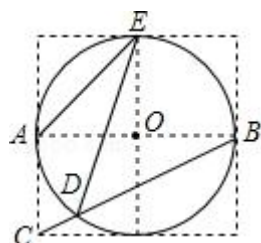
A. ①④ B. ①③ C. ②③④ D. ①②④

## 二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 4 分, 共 32 分. 只要求填写最简结果)

11. (4分) (2015•天水) 相切两圆的半径分别是 5 和 3, 则该两圆的圆心距是\_\_\_\_\_.

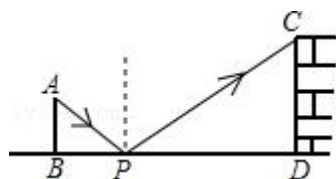
12. (4分) (2015•天水) 不等式组  $\begin{cases} 2x+1 > 0 \\ \frac{3x-1}{2} \leq \frac{2x+1}{3} \end{cases}$  的所有整数解是\_\_\_\_\_.

13. (4分) (2015•天水) 如图, 边长为 1 的小正方形构成的网格中, 半径为 1 的  $\odot O$  在格点上, 则  $\angle AED$  的正切值为\_\_\_\_\_.

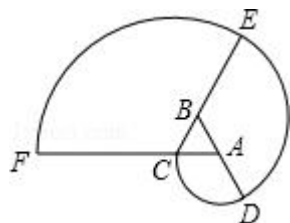


14. (4分) (2015•天水) 一元二次方程  $x^2 + 3 - 2\sqrt{3}x = 0$  的解是\_\_\_\_\_.

15. (4分) (2015•天水) 如图是一位同学设计的用手电筒来测量某古城墙高度的示意图. 点 P 处放一水平的平面镜, 光线从点 A 出发经平面镜反射后刚好到古城墙 CD 的顶端 C 处, 已知  $AB \perp BD$ ,  $CD \perp BD$ , 测得  $AB=2$  米,  $BP=3$  米,  $PD=12$  米, 那么该古城墙的高度 CD 是\_\_\_\_\_米.



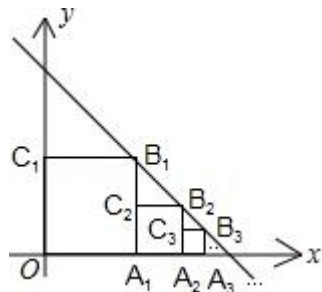
16. (4分) (2015•天水) 如图,  $\triangle ABC$  是正三角形, 曲线 CDEF 叫做正三角形的渐开线, 其中弧 CD、弧 DE、弧 EF 的圆心依次是 A、B、C, 如果  $AB=1$ , 那么曲线 CDEF 的长是\_\_\_\_\_.



17. (4分) (2015•天水) 下列函数 (其中  $n$  为常数, 且  $n > 1$ )

①  $y = \frac{n}{x}$  ( $x > 0$ ); ②  $y = (n-1)x$ ; ③  $y = \frac{1-n^2}{x}$  ( $x > 0$ ); ④  $y = (1-n)x+1$ ; ⑤  $y = -x^2+2nx$  ( $x < 0$ ) 中,  $y$  的值随  $x$  的值增大而增大的函数有\_\_\_\_\_个.

18. (4分) (2015•天水) 正方形  $OA_1B_1C_1$ 、 $A_1A_2B_2C_2$ 、 $A_2A_3B_3C_3$ , 按如图放置, 其中点  $A_1$ 、 $A_2$ 、 $A_3$  在  $x$  轴的正半轴上, 点  $B_1$ 、 $B_2$ 、 $B_3$  在直线  $y = -x+2$  上, 则点  $A_3$  的坐标为\_\_\_\_\_.



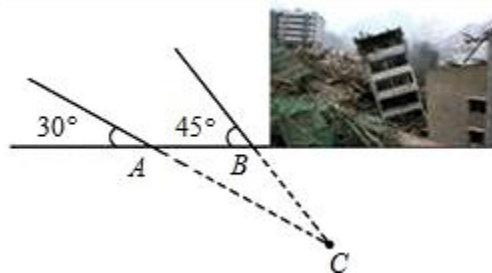
三、解答题 (本大题共 3 小题, 共 28 分。解答时写出必要的文字说明及演算过程.)

19. (9分) (2015•天水) 计算:

(1)  $(\pi-3)^0 + \sqrt{18} - 2\cos 45^\circ - \left(\frac{1}{8}\right)^{-1}$

(2) 若  $x + \frac{1}{x} = 3$ , 求  $\frac{x^2}{x^4 + x^2 + 1}$  的值.

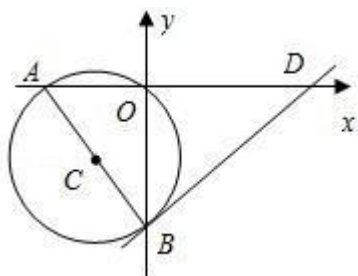
20. (9 分) (2015•天水) 2015 年 4 月 25 日 14 时 11 分, 尼泊尔发生 8.1 级地震, 震源深度 20 千米. 中国救援队火速赶往灾区救援, 探测出某建筑物废墟下方点 C 处有生命迹象. 在废墟一侧某面上选两探测点 A、B, AB 相距 2 米, 探测线与该面的夹角分别是  $30^\circ$  和  $45^\circ$  (如图). 试确定生命所在点 C 与探测面的距离. (参考数据  $\sqrt{2} \approx 1.41$ ,  $\sqrt{3} \approx 1.73$ )



21. (10 分) (2015•天水) 如图, 在平面直角坐标系内, O 为原点, 点 A 的坐标为  $(-3, 0)$ , 经过 A、O 两点作半径为  $\frac{5}{2}$  的  $\odot C$ , 交 y 轴的负半轴于点 B.

(1) 求 B 点的坐标;

(2) 过 B 点作  $\odot C$  的切线交 x 轴于点 D, 求直线 BD 的解析式.



四、解答题 (本大题共 50 分, 解答时写出必要的演算步骤及推理证明过程.)

22. (8 分) (2015•天水) 钓鱼岛是我国固有领土. 某校七年级 (15) 班举行“爱国主义教育”为主题班会时, 就有关钓鱼岛新闻的获取途径, 对本班 50 名学生进行调查 (要求每位同学, 只选自己最认可的一项), 并绘制如图所示的扇形统计图.

- (1) 该班学生选择“报刊”的有\_\_\_\_\_人. 在扇形统计图中, “其它”所在扇形区域的圆心角是\_\_\_\_\_度. (直接填结果)
- (2) 如果该校七年级有 1500 名学生, 利用样本估计选择“网站”的七年级学生约有\_\_\_\_\_人. (直接填结果)
- (3) 如果七年级 (15) 班班委会就这 5 种获取途径中任选两种对全校学生进行调查, 求恰好选用“网站”和“课堂”的概率. (用树状图或列表法分析解答)

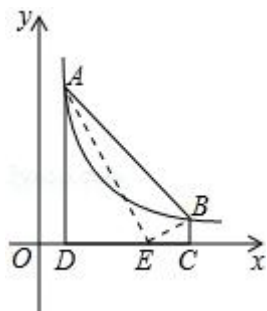


23. (8 分) (2015•天水) 天水“伏羲文化节”商品交易会上, 某商人将每件进价为 8 元的纪念品, 按每件 9 元出售, 每天可售出 20 件. 他想采用提高售价的办法来增加利润, 经实验, 发现这种纪念品每件提价 1 元, 每天的销售量会减少 4 件.

- (1) 写出每天所得的利润  $y$  (元) 与售价  $x$  (元/件) 之间的函数关系式.
- (2) 每件售价定为多少元, 才能使一天所得的利润最大? 最大利润是多少元?

24. (10 分) (2015•天水) 如图, 点  $A(m, 6)$ 、 $B(n, 1)$  在反比例函数图象上,  $AD \perp x$  轴于点  $D$ ,  $BC \perp x$  轴于点  $C$ ,  $DC=5$ .

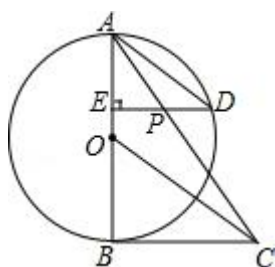
- (1) 求  $m$ 、 $n$  的值并写出该反比例函数的解析式.
- (2) 点  $E$  在线段  $CD$  上,  $S_{\triangle ABE}=10$ , 求点  $E$  的坐标.



25. (12 分) (2015•天水) 如图,  $AB$  是  $\odot O$  的直径,  $BC$  切  $\odot O$  于点  $B$ ,  $OC$  平行于弦  $AD$ , 过点  $D$  作  $DE \perp AB$  于点  $E$ , 连结  $AC$ , 与  $DE$  交于点  $P$ . 求证:

(1)  $AC \cdot PD = AP \cdot BC$ ;

(2)  $PE = PD$ .

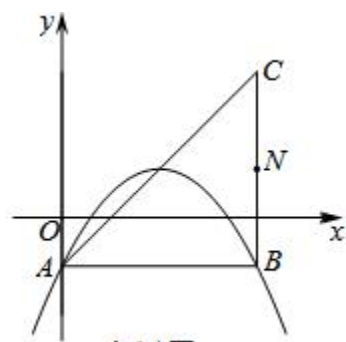
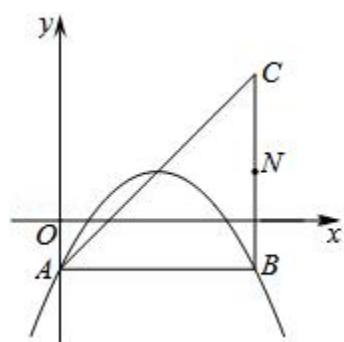


26. (12 分) (2015•天水) 在平面直角坐标系中, 已知  $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$  ( $b, c$  为常数) 的顶点为  $P$ , 等腰直角三角形  $ABC$  的顶点  $A$  的坐标为  $(0, -1)$ , 点  $C$  的坐标为  $(4, 3)$ , 直角顶点  $B$  在第四象限.

(1) 如图, 若抛物线经过  $A, B$  两点, 求抛物线的解析式.

(2) 平移 (1) 中的抛物线, 使顶点  $P$  在直线  $AC$  上并沿  $AC$  方向滑动距离为  $\sqrt{2}$  时, 试证明: 平移后的抛物线与直线  $AC$  交于  $x$  轴上的同一点.

(3) 在 (2) 的情况下, 若沿  $AC$  方向任意滑动时, 设抛物线与直线  $AC$  的另一交点为  $Q$ , 取  $BC$  的中点  $N$ , 试探究  $NP + BQ$  是否存在最小值? 若存在, 求出该最小值; 若不存在, 请说明理由.



备用图

## 2015 年甘肃省天水市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。每小题给出的四个选项中，只有一个是正确的，请把正确的选项选出来）

1. (4 分) (2015•天水) 若  $a$  与 1 互为相反数，则  $|a+1|$  等于 ( )

A.  $-1$  B.  $0$  C.  $1$  D.  $2$

考点： 绝对值；相反数.

分析： 根据绝对值和相反数的定义求解即可.

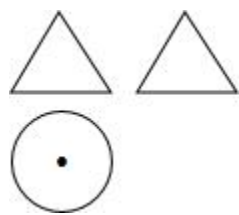
解答： 解：因为互为相反数的两数和为 0，所以  $a+1=0$ ；

因为 0 的绝对值是 0，则  $|a+1|=|0|=0$ .

故选 B.

点评： 本题考查了绝对值与相反数，绝对值的定义：一个正数的绝对值是它本身；一个负数的绝对值是它的相反数；0 的绝对值是 0. 相反数的定义：只有符号不同的两个数互为相反数，0 的相反数是 0.

2. (4 分) (2015•天水) 如图是某几何体的三视图，该几何体是 ( )



A. 圆柱 B. 圆锥 C. 正三棱柱 D. 正三棱锥

考点： 由三视图判断几何体.

分析： 根据三视图易得此几何体为圆锥.

解答： 解：根据几何体的三视图即可知道几何体是圆锥.

故选 B.

**点评：** 此题主要考查了由三视图判断几何体的应用，关键是能理解三视图的意义，培养了学生的观察图形的能力.

3. (4 分) (2015•天水) 某种细胞的直径是 0.000067 厘米，将 0.000067 用科学记数法表示为 ( )

A.  $6.7 \times 10^{-5}$  B.  $6.7 \times 10^{-6}$  C.  $0.67 \times 10^{-5}$  D.  $6.7 \times 10^{-6}$

**考点：** 科学记数法—表示较小的数.

**分析：** 直接根据科学计数法的表示方法即可得出结论.

**解答：** 解：∵0.000067 中第一位非零数字前有 5 个 0，

∴0.000067 用科学记数法表示为  $6.7 \times 10^{-5}$ .

故选 A.

**点评：** 本题考查的是科学计数法，再用科学计数法表示小于 0 的数时，n 的值等于第一位非零数字前所有 0 的个数 (含小数点前的 0).

4. (4 分) (2015•天水) 在天水市汉字听写大赛中，10 名学生得分情况如表

人数 3 4 2 1

分数 80 85 90 95

那么这 10 名学生所得分数的中位数和众数分别是 ( )

A. 85 和 82.5 B. 85.5 和 85 C. 85 和 85 D. 85.5 和 80

**考点：** 众数；中位数.

**分析：** 找中位数要把数据按从小到大的顺序排列，位于最中间的一个数 (或两个数的平均数) 为中位数；众数是一组数据中出现次数最多的数据，可得答案.

**解答：** 解：在这一组数据中 85 是出现次数最多的，故众数是 85；

而将这组数据从小到大的顺序排列 80，80，80，85，85，85，85，90，90，95，

处于中间位置的那个数是 85, 85, 那么由中位数的定义可知, 这组数据的中位数是  $\frac{85+85}{2}=85$ ;

故选: C.

**点评:** 本题为统计题, 考查极差、众数与中位数的意义. 中位数是将一组数据从小到大 (或从大到小) 重新排列后, 最中间的那个数 (或最中间两个数的平均数), 叫做这组数据的中位数. 如果中位数的概念掌握得不好, 不把数据按要求重新排列, 就会出错.

5. (4 分) (2015•天水) 二次函数  $y=ax^2+bx-1$  ( $a \neq 0$ ) 的图象经过点 (1, 1), 则  $a+b+1$  的值是 ( )

A. -3 B. -1 C. 2 D. 3

**考点:** 二次函数图象上点的坐标特征.

**专题:** 计算题.

**分析:** 根据二次函数图象上点的坐标特征, 把 (1, 1) 代入解析式可得到  $a+b$  的值, 然后计算  $a+b+1$  的值.

**解答:** 解:  $\because$  二次函数  $y=ax^2+bx-1$  ( $a \neq 0$ ) 的图象经过点 (1, 1),

$$\therefore a+b-1=1,$$

$$\therefore a+b=2,$$

$$\therefore a+b+1=3.$$

故选 D.

**点评:** 本题考查了二次函数图象上点的坐标特征: 二次函数图象上点的坐标满足其解析式.

6. (4 分) (2015•天水) 一个圆柱的侧面展开图是两邻边长分别为 6 和 8 的矩形, 则该圆柱的底面圆半径是 ( )

A.  $\frac{3}{\pi}$  B.  $\frac{4}{\pi}$  C.  $\frac{3}{\pi}$  或  $\frac{4}{\pi}$  D.  $\frac{6}{\pi}$  或  $\frac{8}{\pi}$

考点： 几何体的展开图.

专题： 计算题.

分析： 分 8 为底面周长与 6 为底面周长两种情况，求出底面半径即可.

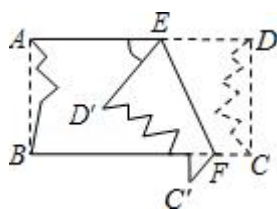
解答： 解：若 6 为圆柱的高，8 为底面周长，此时底面半径为  $\frac{8}{2\pi} = \frac{4}{\pi}$ ;

若 8 为圆柱的高，6 为底面周长，此时底面半径为  $\frac{6}{2\pi} = \frac{3}{\pi}$ ,

故选 C.

点评： 此题考查了几何体的展开图，利用了分类讨论的思想，分类讨论时注意不重不漏，考虑问题要全面.

7. (4 分) (2015•天水) 如图，将矩形纸带 ABCD，沿 EF 折叠后，C、D 两点分别落在 C'、D' 的位置，经测量得  $\angle EFB = 65^\circ$ ，则  $\angle AED'$  的度数是 ( )



A.  $65^\circ$  B.  $55^\circ$  C.  $50^\circ$  D.  $25^\circ$

考点： 平行线的性质；翻折变换（折叠问题）.

分析： 先根据平行线的性质求出  $\angle DEF$  的度数，再由图形翻折变换的性质求出  $\angle DED'$  的度数，根据补角的定义即可得出结论.

解答： 解：  $\because AD \parallel BC$ ,  $\angle EFB = 65^\circ$ ,

$\therefore \angle DEF = 65^\circ$ ,

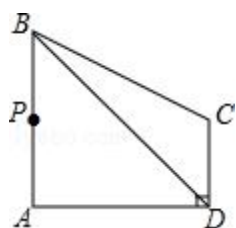
$\therefore \angle DED' = 2\angle DEF = 130^\circ$ ,

$\therefore \angle AED' = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$ .

故选 C.

**点评：** 本题考查的是平行线的性质，用到的知识点为：两直线平行，内错角相等.

8. (4分) (2015•天水) 如图，在四边形 ABCD 中， $\angle BAD = \angle ADC = 90^\circ$ ， $AB = AD = 2\sqrt{2}$ ， $CD = \sqrt{2}$ ，点 P 在四边形 ABCD 的边上. 若点 P 到 BD 的距离为  $\frac{3}{2}$ ，则点 P 的个数为 ( )



A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

**考点：** 等腰直角三角形；点到直线的距离.

**分析：** 首先作出 AB、AD 边上的点 P (点 A) 到 BD 的垂线段 AE，即点 P 到 BD 的最长距离，作出 BC、CD 的点 P (点 C) 到 BD 的垂线段 CF，即点 P 到 BD 的最长距离，由已知计算出 AE、CF 的长与  $\frac{3}{2}$  比较得出答案.

**解答：** 解：过点 A 作  $AE \perp BD$  于 E，过点 C 作  $CF \perp BD$  于 F，

$$\because \angle BAD = \angle ADC = 90^\circ, AB = AD = 2\sqrt{2}, CD = \sqrt{2},$$

$$\therefore \angle ABD = \angle ADB = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle CDF = 90^\circ - \angle ADB = 45^\circ,$$

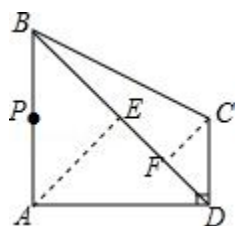
$$\because \sin \angle ABD = \frac{AE}{AB},$$

$$\therefore AE = AB \cdot \sin \angle ABD = 2\sqrt{2} \cdot \sin 45^\circ$$

$$= 2\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 2 > \frac{3}{2},$$

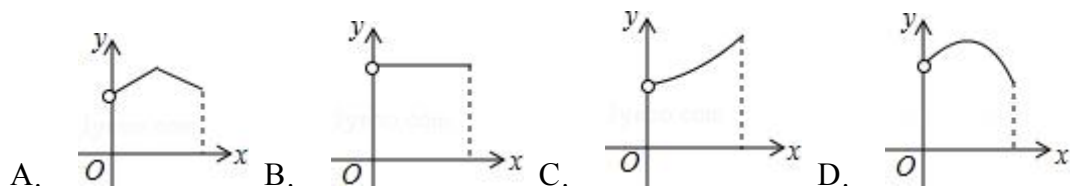
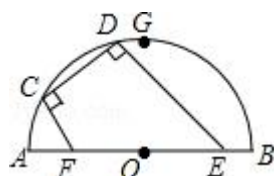
所以在 AB 和 AD 边上有符合 P 到 BD 的距离为  $\frac{3}{2}$  的点 2 个，

故选 A.



**点评：** 本题考查了解直角三角形和点到直线的距离，解题的关键是先求出各边上点到 BD 的最大距离比较得出答案.

9. (4 分) (2015•天水) 如图, AB 为半圆所在 $\odot O$ 的直径, 弦 CD 为定长且小于 $\odot O$ 的半径. (C 点与 A 点不重合),  $CF \perp CD$  交 AB 于点 F,  $DE \perp CD$  交 AB 于点 E, G 为半圆弧上的中点. 当点 C 在 $\widehat{AC}$ 上运动时, 设 $\widehat{AC}$ 的长为  $x$ ,  $CF+DE=y$ . 则下列图象中, 能表示  $y$  与  $x$  的函数关系的图象大致是 ( )



**考点：** 动点问题的函数图象.

**分析：** 根据弦 CD 为定长可以知道无论点 C 怎么运动弦 CD 的弦心距为定值, 据此可以得到函数的图象.

**解答：** 解: 作  $OH \perp CD$  于点 H,

$\therefore H$  为 CD 的中点,

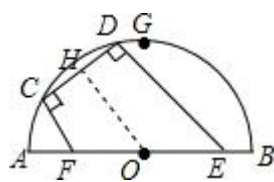
$\because CF \perp CD$  交 AB 于 F,  $DE \perp CD$  交 AB 于 E,

$\therefore OH$  为直角梯形的中位线,

$\because$  弦 CD 为定长,

$\therefore CF+DE=y$  为定值,

故选 B.



点评: 本题考查了动点问题的函数图象, 解题的关键是化动为静.

10. (4 分) (2015•天水) 定义运算:  $a \otimes b = a(1 - b)$ . 下面给出了关于这种运算的几种结论: ①  $2 \otimes (-2) = 6$ , ②  $a \otimes b = b \otimes a$ , ③ 若  $a + b = 0$ , 则  $(a \otimes a) + (b \otimes b) = 2ab$ , ④ 若  $a \otimes b = 0$ , 则  $a = 0$  或  $b = 1$ , 其中结论正确的序号是 ( )

A. ①④ B. ①③ C. ②③④ D. ①②④

考点: 整式的混合运算; 有理数的混合运算.

专题: 新定义.

分析: 各项利用题中的新定义计算得到结果, 即可做出判断.

解答: 解: 根据题意得:  $2 \otimes (-2) = 2 \times (1 + 2) = 6$ , 选项①正确;

$a \otimes b = a(1 - b) = a - ab$ ,  $b \otimes a = b(1 - a) = b - ab$ , 不一定相等, 选项②错误;

$(a \otimes a) + (b \otimes b) = a(1 - a) + b(1 - b) = a + b - a^2 - b^2 \neq 2ab$ , 选项③错误;

若  $a \otimes b = a(1 - b) = 0$ , 则  $a = 0$  或  $b = 1$ , 选项④正确,

故选 A

点评: 此题考查了整式的混合运算, 以及有理数的混合运算, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 4 分, 共 32 分. 只要求填写最简结果)

11. (4 分) (2015•天水) 相切两圆的半径分别是 5 和 3, 则该两圆的圆心距是 2 或 8.

考点: 圆与圆的位置关系.

专题： 计算题.

分析： 根据两圆内切或外切两种情况，求出圆心距即可.

解答： 解：若两圆内切，圆心距为  $5 - 3 = 2$ ；

若两圆外切，圆心距为  $5 + 3 = 8$ ，

故答案为：2 或 8

点评： 此题考查了圆与圆的位置关系，利用了分类讨论的思想，分类讨论时做到不重不漏，考虑问题要全面.

12. (4 分) (2015•天水) 不等式组  $\begin{cases} 2x+1 > 0 \\ \frac{3x-1}{2} \leq \frac{2x+1}{3} \end{cases}$  的所有整数解是 0.

考点： 一元一次不等式组的整数解.

分析： 先求出两个不等式的解集，再求其公共解，然后写出范围内的整数即可.

解答： 解：  $\begin{cases} 2x+1 > 0 \textcircled{1} \\ \frac{3x-1}{2} \leq \frac{2x+1}{3} \textcircled{2} \end{cases}$ ,

解不等式①得， $x > -\frac{1}{2}$ ，

解不等式②得， $x < 1$ ，

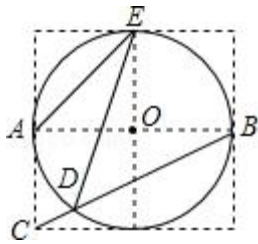
所以不等式组的解集为  $-\frac{1}{2} < x < 1$ ，

所以原不等式组的整数解是 0.

故答案为：0.

点评： 本题主要考查了一元一次不等式组解集的求法，其简便求法就是用口诀求解. 求不等式组解集的口诀：同大取大，同小取小，大小小大中间找，大大小小找不到（无解）.

13. (4 分) (2015•天水) 如图，边长为 1 的小正方形构成的网格中，半径为 1 的  $\odot O$  在格点上，则  $\angle AED$  的正切值为  $-\frac{1}{2}$ .



**考点：** 圆周角定理；锐角三角函数的定义.

**专题：** 网格型.

**分析：** 根据圆周角定理可得 $\angle AED = \angle ABC$ ，然后求出  $\tan \angle ABC$  的值即可.

**解答：** 解：由图可得， $\angle AED = \angle ABC$ ，

$\because \odot O$  在边长为 1 的网格格点上，

$\therefore AB = 2, AC = 1$ ，

则  $\tan \angle ABC = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{2}$ ，

$\therefore \tan \angle AED = \frac{1}{2}$ .

故答案为：  $\frac{1}{2}$ .

**点评：** 本题考查了圆周角定理和锐角三角形的定义，解答本题的关键是掌握同弧所对的圆周角相等.

14. (4 分) (2015•天水) 一元二次方程  $x^2 + 3 - 2\sqrt{3}x = 0$  的解是  $x_1 = x_2 = \sqrt{3}$ .

**考点：** 解一元二次方程-配方法.

**分析：** 先分解因式，即可得出完全平方式，求出方程的解即可.

**解答：** 解：  $x^2 + 3 - 2\sqrt{3}x = 0$

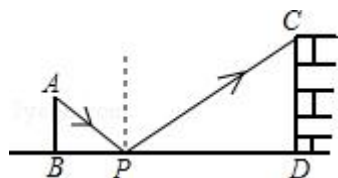
$$(x - \sqrt{3})^2 = 0$$

$\therefore x_1 = x_2 = \sqrt{3}$ .

故答案为：  $x_1 = x_2 = \sqrt{3}$ .

**点评：** 此题考查了解一元二次方程，熟练掌握求根的方法是解本题的关键.

15. (4分) (2015•天水) 如图是一位同学设计的用手电筒来测量某古城墙高度的示意图. 点P处放一水平的平面镜, 光线从点A出发经平面镜反射后刚好到古城墙CD的顶端C处, 已知  $AB \perp BD$ ,  $CD \perp BD$ , 测得  $AB=2$  米,  $BP=3$  米,  $PD=12$  米, 那么该古城墙的高度CD是 8 米.



**考点:** 相似三角形的应用.

**分析:** 首先证明  $\triangle ABP \sim \triangle CDP$ , 可得  $\frac{AB}{BP} = \frac{CD}{PD}$ , 再代入相应数据可得答案.

**解答:** 解: 由题意可得:  $\angle APE = \angle CPE$ ,

$$\therefore \angle APB = \angle CPD,$$

$$\because AB \perp BD, CD \perp BD,$$

$$\therefore \angle ABP = \angle CDP = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle ABP \sim \triangle CDP,$$

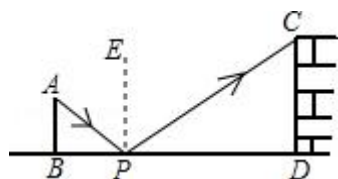
$$\therefore \frac{AB}{BP} = \frac{CD}{PD},$$

$$\because AB=2 \text{ 米}, BP=3 \text{ 米}, PD=12 \text{ 米},$$

$$\therefore \frac{2}{3} = \frac{CD}{12},$$

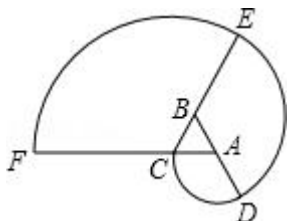
$$CD=8 \text{ 米},$$

故答案为: 8.



**点评:** 此题主要考查了相似三角形的应用, 关键是掌握相似三角形对应边成比例.

16. (4分) (2015•天水) 如图,  $\triangle ABC$  是正三角形, 曲线 CDEF 叫做正三角形的渐开线, 其中弧 CD、弧 DE、弧 EF 的圆心依次是 A、B、C, 如果  $AB=1$ , 那么曲线 CDEF 的长是  $4\pi$ .



**考点:** 弧长的计算; 等边三角形的性质.

**专题:** 压轴题.

**分析:** 弧 CD, 弧 DE, 弧 EF 的圆心角都是 120 度, 半径分别是 1, 2, 3, 利用弧长的计算公式可以求得三条弧长, 三条弧的和就是所求曲线的长.

**解答:** 解: 弧 CD 的长是  $\frac{120\pi \times 1}{180} = \frac{2\pi}{3}$ ,

弧 DE 的长是:  $\frac{120\pi \times 2}{180} = \frac{4\pi}{3}$ ,

弧 EF 的长是:  $\frac{120\pi \times 3}{180} = 2\pi$ ,

则曲线 CDEF 的长是:  $\frac{2\pi}{3} + \frac{4\pi}{3} + 2\pi = 4\pi$ .

故答案为:  $4\pi$ .

**点评:** 本题考查了弧长的计算公式, 理解弧 CD, 弧 DE, 弧 EF 的圆心角都是 120 度, 半径分别是 1, 2, 3 是解题的关键.

17. (4分) (2015•天水) 下列函数 (其中  $n$  为常数, 且  $n > 1$ )

①  $y = \frac{n}{x}$  ( $x > 0$ ); ②  $y = (n-1)x$ ; ③  $y = \frac{1-n^2}{x}$  ( $x > 0$ ); ④  $y = (1-n)x+1$ ; ⑤  $y =$

$-x^2+2nx$  ( $x < 0$ ) 中,  $y$  的值随  $x$  的值增大而增大的函数有 3 个.

**考点：** 二次函数的性质；一次函数的性质；正比例函数的性质；反比例函数的性质.

**分析：** 分别根据正比例函数、一次函数、反比例函数和二次函数的性质进行分析即可.

**解答：** 解：① $y=\frac{n}{x}$  ( $x>0$ ),  $n>1$ ,  $y$  的值随  $x$  的值增大而减小;

② $y=(n-1)x$ ,  $n>1$ ,  $y$  的值随  $x$  的值增大而增大;

③ $y=\frac{1-n^2}{x}$  ( $x>0$ )  $n>1$ ,  $y$  的值随  $x$  的值增大而增大;

④ $y=(1-n)x+1$ ,  $n>1$ ,  $y$  的值随  $x$  的值增大而减小;

⑤ $y=-x^2+2nx$  ( $x<0$ ) 中,  $n>1$ ,  $y$  的值随  $x$  的值增大而增大;

$y$  的值随  $x$  的值增大而增大的函数有 3 个,

故答案为: 3.

**点评：** 此题主要考查了正比例函数、一次函数、反比例函数和二次函数的性质, 关键是掌握正比例函数  $y=kx$  ( $k\neq 0$ ),  $k>0$  时,  $y$  的值随  $x$  的值增大而增大; 一次函数的性质:

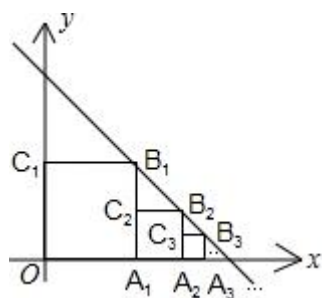
$k>0$ ,  $y$  随  $x$  的增大而增大, 函数从左到右上升;  $k<0$ ,  $y$  随  $x$  的增大而减小,

函数从左到右下降; 二次函数  $y=ax^2+bx+c$  ( $a\neq 0$ ) 当  $a<0$  时, 抛物线  $y=ax^2+bx+c$

( $a\neq 0$ ) 的开口向下,  $x<-\frac{b}{2a}$  时,  $y$  随  $x$  的增大而增大; 反比例函数的性质, 当

$k<0$ , 双曲线的两支分别位于第二、第四象限, 在每一象限内  $y$  随  $x$  的增大而增大.

18. (4 分) (2015•天水) 正方形  $OA_1B_1C_1$ 、 $A_1A_2B_2C_2$ 、 $A_2A_3B_3C_3$ , 按如图放置, 其中点  $A_1$ 、 $A_2$ 、 $A_3$  在  $x$  轴的正半轴上, 点  $B_1$ 、 $B_2$ 、 $B_3$  在直线  $y=-x+2$  上, 则点  $A_3$  的坐标为  $(\frac{7}{4}, 0)$ .



**考点：** 正方形的性质；一次函数图象上点的坐标特征.

**专题：** 规律型.

**分析：** 设正方形  $OA_1B_1C_1$  的边长为  $t$ ，则  $B_1(t, t)$ ，根据  $t$  一次函数图象上点的坐标特征得到  $t = -t + 2$ ，解得  $t = 1$ ，得到  $B_1(1, 1)$ ，然后利用同样的方法可求得  $B_2(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$ ， $B_3(\frac{7}{4}, \frac{1}{4})$ ，则  $A_3(\frac{7}{4}, 0)$ .

**解答：** 解：设正方形  $OA_1B_1C_1$  的边长为  $t$ ，则  $B_1(t, t)$ ，所以  $t = -t + 2$ ，解得  $t = 1$ ，得到  $B_1(1, 1)$ ；

设正方形  $A_1A_2B_2C_2$  的边长为  $a$ ，则  $B_2(1+a, a)$ ， $a = -(1+a) + 2$ ，解得  $a = \frac{1}{2}$ ，

得到  $B_2(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$ ；

设正方形  $A_2A_3B_3C_3$  的边长为  $b$ ，则  $B_3(\frac{3}{2}+b, b)$ ， $b = -(\frac{3}{2}+b) + 2$ ，解得  $b = \frac{1}{4}$ ，

得到  $B_3(\frac{7}{4}, \frac{1}{4})$ ，

所以  $A_3(\frac{7}{4}, 0)$ .

故答案为  $(\frac{7}{4}, 0)$ .

**点评：** 本题考查了正方形的性质：正方形的四条边都相等，四个角都是直角．也考查了一次函数图象上点的坐标特征．

**三、解答题**（本大题共 3 小题，共 28 分。解答时写出必要的文字说明及演算过程。）

19. (9 分) (2015•天水) 计算：

$$(1) (\pi - 3)^0 + \sqrt{18} - 2\cos 45^\circ - \left(\frac{1}{8}\right)^{-1}$$

(2) 若  $x + \frac{1}{x} = 3$ , 求  $\frac{x^2}{x^4 + x^2 + 1}$  的值.

**考点:** 实数的运算; 分式的化简求值; 零指数幂; 负整数指数幂; 特殊角的三角函数值.

**分析:** (1) 根据 0 指数幂、二次根式的化简、特殊角的三角函数值、负指数幂的定义解答;

(2) 分子分母同时除以  $x^2$ , 配方后整体代入即可解答.

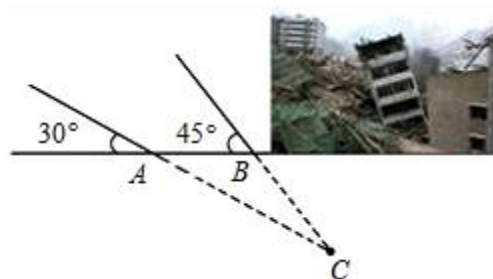
**解答:** 解: (1) 原式  $= 1 + 3\sqrt{2} - 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} - 8 = 2\sqrt{2} - 7$ ;

$$\begin{aligned} (2) \text{ 原式} &= \frac{1}{x^2 + 1 + \frac{1}{x^2}} = \frac{1}{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 1} \\ &= \frac{1}{3^2 - 1} \\ &= \frac{1}{9 - 1} \\ &= \frac{1}{8}. \end{aligned}$$

**点评:** (1) 本题考查了实数运算, 熟悉 0 指数幂、二次根式的化简、特殊角的三角函数值、负指数幂的定义是解题的关键;

(2) 本题考查了分式的化简求值, 熟悉配方法是解题的关键.

20. (9 分) (2015•天水) 2015 年 4 月 25 日 14 时 11 分, 尼泊尔发生 8.1 级地震, 震源深度 20 千米. 中国救援队火速赶往灾区救援, 探测出某建筑物废墟下方点 C 处有生命迹象. 在废墟一侧某面上选两探测点 A、B, AB 相距 2 米, 探测线与该面的夹角分别是  $30^\circ$  和  $45^\circ$  (如图). 试确定生命所在点 C 与探测面的距离. (参考数据  $\sqrt{2} \approx 1.41$ ,  $\sqrt{3} \approx 1.73$ )



考点：解直角三角形的应用.

分析：首先过 C 作  $CD \perp AB$ ，设  $CD=x$  米，则  $DB=CD=x$  米， $AD=\sqrt{3}CD=\sqrt{3}x$  米，再根据 AB 相距 2 米可得方程  $\sqrt{3}x - x=2$ ，再解即可.

解答：解：过 C 作  $CD \perp AB$ ，

设  $CD=x$  米，

$\because \angle ABE=45^\circ$ ，

$\therefore \angle CBD=45^\circ$ ，

$\therefore DB=CD=x$  米，

$\because \angle CAD=30^\circ$ ，

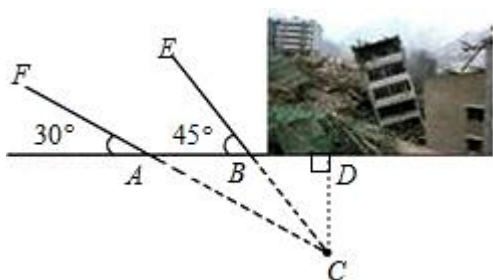
$\therefore AD=\sqrt{3}CD=\sqrt{3}x$  米，

$\because AB$  相距 2 米，

$\therefore \sqrt{3}x - x=2$ ，

解得：  $x=\frac{200}{73}$ .

答：命所在点 C 与探测面的距离是  $\frac{200}{73}$  米.

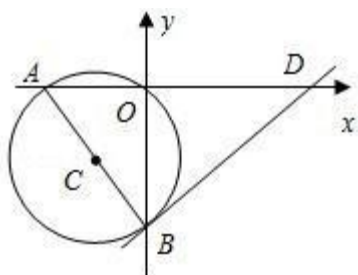


**点评：** 此题主要考查了解直角三角形的应用，关键是正确分析出 CD、AD、BD 的关系.

21. (10 分) (2015•天水) 如图，在平面直角坐标系内，O 为原点，点 A 的坐标为  $(-3, 0)$ ，经过 A、O 两点作半径为  $\frac{5}{2}$  的  $\odot C$ ，交 y 轴的负半轴于点 B.

(1) 求 B 点的坐标;

(2) 过 B 点作  $\odot C$  的切线交 x 轴于点 D，求直线 BD 的解析式.



**考点：** 一次函数综合题.

**专题：** 代数综合题；压轴题.

**分析：** (1) 由于  $\angle AOB = 90^\circ$ ，故 AB 是直径，且  $AB = 5$  在  $\text{Rt}\triangle AOB$  中，由勾股定理可得  $BO = \sqrt{AB^2 - AO^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$ ，则 B 点的坐标为  $(0, -4)$ ；

(2) 由于 BD 是  $\odot C$  的切线，CB 是  $\odot C$  的半径，故  $BD \perp AB$ ，即  $\angle ABD = 90^\circ$ ，有  $\angle DAB + \angle ADB = 90^\circ$ ，又因为  $\angle BDO + \angle OBD = 90^\circ$ ，所以  $\angle DAB = \angle DBO$ ，由于  $\angle AOB = \angle BOD = 90^\circ$ ，故  $\triangle ABO \sim \triangle BDO$ ， $\frac{OA}{OB} = \frac{OB}{OD}$ ， $OD = \frac{OB^2}{OA} = \frac{4^2}{3} = \frac{16}{3}$ ，D 的坐标为  $(\frac{16}{3}, 0)$ ，把 B，D 两点坐标代入一次函数的解析式便可求出 k，b 的值，从而求出其解析式.

**解答：** 解：(1)  $\because \angle AOB = 90^\circ$ ，

$\therefore AB$  是直径，且  $AB = 5$ ，

在  $\text{Rt}\triangle AOB$  中，由勾股定理可得  $BO = \sqrt{AB^2 - AO^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$ ，

$\therefore B$  点的坐标为  $(0, -4)$ ；

(2)  $\because BD$  是  $\odot C$  的切线,  $CB$  是  $\odot C$  的半径,

$\therefore BD \perp AB$ , 即  $\angle ABD = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle DAB + \angle ADB = 90^\circ$

又  $\because \angle BDO + \angle OBD = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle DAB = \angle DBO$ ,

$\therefore \angle AOB = \angle BOD = 90^\circ$ ,

$\therefore \triangle ABO \sim \triangle BDO$ ,

$$\therefore \frac{OA}{OB} = \frac{OB}{OD},$$

$$\therefore OD = \frac{OB^2}{OA} = \frac{4^2}{3} = \frac{16}{3},$$

$\therefore D$  的坐标为  $(\frac{16}{3}, 0)$

设直线  $BD$  的解析式为  $y = kx + b$  ( $k \neq 0$ ,  $k$ 、 $b$  为常数),

$$\text{则有} \begin{cases} \frac{16}{3}k + b = 0 \\ b = -4 \end{cases}, \therefore \begin{cases} k = \frac{3}{4} \\ b = -4 \end{cases},$$

$\therefore$  直线  $BD$  的解析式为  $y = \frac{3}{4}x - 4$ .

**点评:** 此题较复杂, 把一次函数与圆的相关知识相结合, 利用勾股定理及相似三角形的性质解答, 是中学阶段的重点内容.

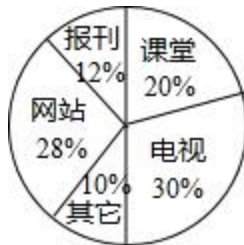
#### 四、解答题 (本大题共 50 分, 解答时写出必要的演算步骤及推理证明过程.)

22. (8 分) (2015•天水) 钓鱼岛是我国固有领土. 某校七年级 (15) 班举行“爱国主义教育”为主题班会时, 就有关钓鱼岛新闻的获取途径, 对本班 50 名学生进行调查 (要求每位同学, 只选自己最认可的一项), 并绘制如图所示的扇形统计图.

(1) 该班学生选择“报刊”的有 6 人. 在扇形统计图中, “其它”所在扇形区域的圆心角是 36 度. (直接填结果)

(2) 如果该校七年级有 1500 名学生，利用样本估计选择“网站”的七年级学生约有 420 人. (直接填结果)

(3) 如果七年级 (15) 班班委会就这 5 种获取途径中任选两种对全校学生进行调查，求恰好选用“网站”和“课堂”的概率. (用树状图或列表法分析解答)



**考点：** 列表法与树状图法；用样本估计总体；扇形统计图.

**专题：** 计算题.

**分析：** (1) 根据扇形统计图及调查学生总数为 50 名，求出所求即可；

(2) 根据样本中选择“网站”的七年级学生百分数，乘以 1500 即可得到结果；

(3) 列表得出所有等可能的情况数，找出恰好选用“网站”和“课堂”的情况数，即可求出所求的概率.

**解答：** 解：(1) 根据题意得：  $50 \times 12\% = 6$  (人)，  $360^\circ \times 10\% = 36^\circ$ ，

则该班学生选择“报刊”的有 6 人. 在扇形统计图中，“其它”所在扇形区域的圆心角是 36 度；

故答案为： 6； 36；

(2) 根据题意得：  $1500 \times 28\% = 420$  (人)；

故答案为： 420；

(3) 列表如下：(A 表示报刊；B 表示网站；C 表示其它；D 表示课堂；E 表示电视)

A B C D E

A - - - (B, A) (C, A) (D, A) (E, A)

B (A, B) - - - (C, B) (D, B) (E, B)

C (A, C) (B, C) - - - (D, C) (E, C)

D (A, D) (B, D) (C, D) - - - (E, D)

E (A, E) (B, E) (C, E) (D, E) - - -

所有等可能的情况有 20 种，恰好选用“网站”和“课堂”的情况有 2 种，

$$\text{则 } P = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}.$$

**点评：** 此题考查了列表法与树状图法，用样本估计总体，以及扇形统计图，弄清题中的数据是解本题的关键.

23. (8 分) (2015•天水) 天水“伏羲文化节”商品交易会上，某商人将每件进价为 8 元的纪念品，按每件 9 元出售，每天可售出 20 件. 他想采用提高售价的办法来增加利润，经实验，发现这种纪念品每件提价 1 元，每天的销售量会减少 4 件.

- (1) 写出每天所得的利润  $y$  (元) 与售价  $x$  (元/件) 之间的函数关系式.
- (2) 每件售价定为多少元，才能使一天所得的利润最大？最大利润是多少元？

**考点：** 二次函数的应用.

**分析：** (1) 根据题中等量关系为：利润 = (售价 - 进价)  $\times$  售出件数，根据等量关系列出函数关系式；

(2) 将 (1) 中的函数关系式配方，根据配方后的方程式即可求出  $y$  的最大值.

**解答：** 解：(1) 根据题中等量关系为：利润 = (售价 - 进价)  $\times$  售出件数，

列出方程式为：  $y = (x - 8) [20 - 4(x - 9)]$ ,

即  $y = -4x^2 + 88x - 448$  ( $9 \leq x \leq 14$ );

(2) 将 (1) 中方程式配方得：

$$y = -4(x - 11)^2 + 36,$$

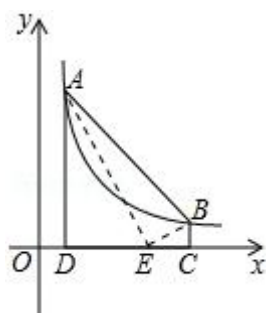
$\therefore$  当  $x = 11$  时， $y_{\text{最大}} = 36$  元，

答：售价为 11 元时，利润最大，最大利润是 36 元.

**点评：** 本题考查的是二次函数的应用，熟知利润=（售价 - 进价）×售出件数是解答此题的关键.

24. (10 分) (2015•天水) 如图，点 A (m, 6)、B (n, 1) 在反比例函数图象上，AD ⊥ x 轴于点 D，BC ⊥ x 轴于点 C，DC=5.

- (1) 求 m、n 的值并写出该反比例函数的解析式.
- (2) 点 E 在线段 CD 上， $S_{\triangle ABE}=10$ ，求点 E 的坐标.



**考点：** 待定系数法求反比例函数解析式；反比例函数图象上点的坐标特征.

**分析：** (1) 根据题意列出关于 m 与 n 的方程组，求出方程组的解得到 m 与 n 的值，确定出 A 与 B 坐标，设出反比例函数解析式，将 A 坐标代入即可确定出解析式；

(2) 设 E (x, 0)，表示出 DE 与 CE，连接 AE，BE，三角形 ABE 面积=四边形 ABCD 面积 - 三角形 ADE 面积 - 三角形 BCE 面积，求出即可.

**解答：** 解：(1) 由题意得： 
$$\begin{cases} 6m=n \\ m+5=n \end{cases}$$

解得： 
$$\begin{cases} m=1 \\ n=6 \end{cases}$$

∴ A (1, 6)，B (6, 1)，

设反比例函数解析式为  $y=\frac{k}{x}$ ,

将 A (1, 6) 代入得： k=6，

则反比例解析式为  $y=\frac{6}{x}$ ;

(2) 设 E (x, 0)，则 DE=x - 1，CE=6 - x，

$\because AD \perp x$  轴,  $BC \perp x$  轴,

$\therefore \angle ADE = \angle BCE = 90^\circ$ ,

连接 AE, BE,

则  $S_{\triangle ABE} = S_{\text{四边形 } ABCD} - S_{\triangle ADE} - S_{\triangle BCE}$

$$= \frac{1}{2} (BC + AD) \cdot DC - \frac{1}{2} DE \cdot AD - \frac{1}{2} CE \cdot BC$$

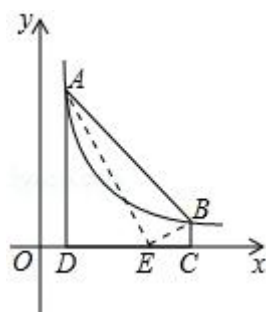
$$= \frac{1}{2} x (1 + 6) \times 5 - \frac{1}{2} (x - 1) \times 6 - \frac{1}{2} (6 - x) \times 1$$

$$= \frac{35}{2} - \frac{5}{2}x$$

$$= 10,$$

解得:  $x = 3$ ,

则 E (3, 0).

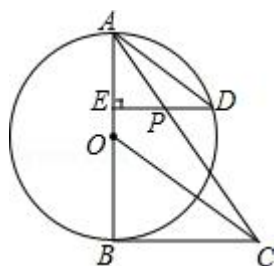


**点评:** 此题考查了待定系数法求反比例函数解析式, 反比例函数图象上点的坐标特征, 熟练掌握待定系数法是解本题的关键.

25. (12 分) (2015·天水) 如图, AB 是  $\odot O$  的直径, BC 切  $\odot O$  于点 B, OC 平行于弦 AD, 过点 D 作  $DE \perp AB$  于点 E, 连结 AC, 与 DE 交于点 P. 求证:

(1)  $AC \cdot PD = AP \cdot BC$ ;

(2)  $PE = PD$ .



考点：切线的性质；相似三角形的判定与性质.

专题：证明题.

分析：（1）首先根据 AB 是 $\odot O$  的直径，BC 是切线，可得  $AB \perp BC$ ，再根据  $DE \perp AB$ ，判断出  $DE \parallel BC$ ， $\triangle AEP \sim \triangle ABC$ ，所以  $\frac{EP}{BC} = \frac{AE}{AB}$ ；然后判断出  $\frac{ED}{BC} = \frac{2AE}{AB}$ ，即可判断出  $ED = 2EP$ ，据此判断出  $PE = PD$  即可.

（2）首先根据  $\triangle AEP \sim \triangle ABC$ ，判断出  $\frac{AP}{AC} = \frac{PE}{BC}$ ；然后根据  $PE = PD$ ，可得  $\frac{AP}{AC} = \frac{PD}{BC}$ ，据此判断出  $AC \cdot PD = AP \cdot BC$  即可.

解答：解：（1） $\because AB$  是 $\odot O$  的直径，BC 是切线，

$$\therefore AB \perp BC,$$

$$\because DE \perp AB,$$

$$\therefore DE \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle AEP \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \frac{EP}{BC} = \frac{AE}{AB} \dots \textcircled{1},$$

$$\text{又} \because AD \parallel OC,$$

$$\therefore \angle DAE = \angle COB,$$

$$\therefore \triangle AED \sim \triangle OBC,$$

$$\therefore \frac{ED}{BC} = \frac{AE}{OB} = \frac{AE}{\frac{1}{2}AB} = \frac{2AE}{AB} \dots \textcircled{2},$$

$$\text{由} \textcircled{1} \textcircled{2}, \text{可得 } ED = 2EP,$$

$$\therefore PE = PD.$$

（2） $\because AB$  是 $\odot O$  的直径，BC 是切线，

$$\therefore AB \perp BC,$$

$$\therefore DE \perp AB,$$

$$\therefore DE \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle AEP \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \frac{AP}{AC} = \frac{PE}{BC},$$

$$\therefore PE = PD,$$

$$\therefore \frac{AP}{AC} = \frac{PD}{BC},$$

$$\therefore AC \cdot PD = AP \cdot BC.$$

**点评：**（1）此题主要考查了切线的性质和应用，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：①圆的切线垂直于经过切点的半径. ②经过圆心且垂直于切线的直线必经过切点. ③经过切点且垂直于切线的直线必经过圆心.

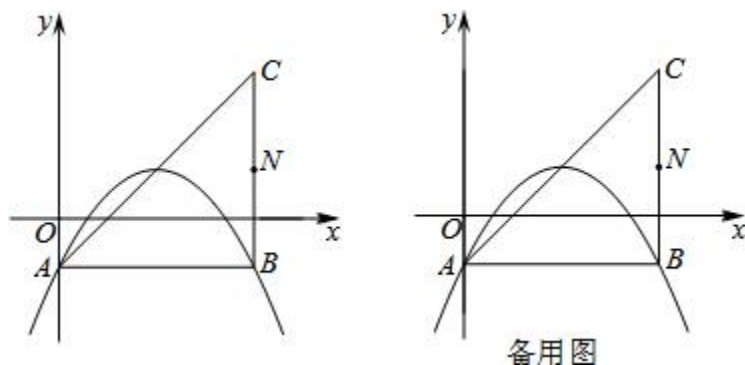
（2）此题还考查了相似三角形的判定和性质的应用，要熟练掌握.

26. (12 分) (2015•天水) 在平面直角坐标系中，已知  $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$  ( $b$ 、 $c$  为常数) 的顶点为  $P$ ，等腰直角三角形  $ABC$  的顶点  $A$  的坐标为  $(0, -1)$ ，点  $C$  的坐标为  $(4, 3)$ ，直角顶点  $B$  在第四象限.

(1) 如图，若抛物线经过  $A$ 、 $B$  两点，求抛物线的解析式.

(2) 平移 (1) 中的抛物线，使顶点  $P$  在直线  $AC$  上并沿  $AC$  方向滑动距离为  $\sqrt{2}$  时，试证明：平移后的抛物线与直线  $AC$  交于  $x$  轴上的同一点.

(3) 在 (2) 的情况下，若沿  $AC$  方向任意滑动时，设抛物线与直线  $AC$  的另一交点为  $Q$ ，取  $BC$  的中点  $N$ ，试探究  $NP+BQ$  是否存在最小值？若存在，求出该最小值；若不存在，请说明理由.



考点： 二次函数综合题.

分析： （1）先求出点 B 的坐标，然后利用待定系数法求出抛物线的函数表达式；

（2）如答题图 2，设顶点 P 在直线 AC 上并沿 AC 方向滑动距离 $\sqrt{2}$ 时，到达 P'，作 P'M//y 轴，PM//x 轴，交于 M 点，根据直线 AC 的斜率求得 $\triangle P'PM$  是等腰直角三角形，进而求得抛物线向上平移 1 个单位，向右平移 1 个单位，从而求得平移后的解析式，进而求得与 x 轴的交点，与直线 AC 的交点，即可证得结论；

（3）如答图 3 所示，作点 B 关于直线 AC 的对称点 B'，由分析可知，当 B'、Q、F（AB 中点）三点共线时，NP+BQ 最小，最小值为线段 B'F 的长度.

解答： 解：（1） $\because$ 等腰直角三角形 ABC 的顶点 A 的坐标为  $(0, -1)$ ，C 的坐标为  $(4, 3)$

$\therefore$ 点 B 的坐标为  $(4, -1)$ .

$\because$ 抛物线过 A  $(0, -1)$ ，B  $(4, -1)$  两点，

$$\therefore \begin{cases} c = -1 \\ -\frac{1}{2} \times 16 + 4b + c = -1 \end{cases}$$

解得：  $b=2$ ， $c=-1$ ，

$\therefore$ 抛物线的函数表达式为：  $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 1$ .

（2）如答题图 2，设顶点 P 在直线 AC 上并沿 AC 方向滑动距离 $\sqrt{2}$ 时，到达 P'，作 P'M//y 轴，PM//x 轴，交于 M 点，

∵点 A 的坐标为 (0, -1), 点 C 的坐标为 (4, 3),

∴直线 AC 的解析式为  $y=x-1$ ,

∴直线的斜率为 1,

∴ $\triangle P'PM$  是等腰直角三角形,

$$\therefore PP'=\sqrt{2},$$

$$\therefore P'M=PM=1,$$

∴抛物线向上平移 1 个单位, 向右平移 1 个单位,

$$\therefore y=-\frac{1}{2}x^2+2x-1=-\frac{1}{2}(x-2)^2+1,$$

$$\therefore \text{平移后的抛物线的解析式为 } y=-\frac{1}{2}(x-3)^2+2,$$

$$\text{令 } y=0, \text{ 则 } 0=-\frac{1}{2}(x-3)^2+2,$$

$$\text{解得 } x_1=1, x_2=5,$$

∴平移后的抛物线与 x 轴的交点为 (1, 0), (5, 0),

$$\text{解} \begin{cases} y=-\frac{1}{2}(x-3)^2+2 \\ y=x-1 \end{cases}, \text{ 得} \begin{cases} x=1 \\ y=0 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=5 \\ y=4 \end{cases}$$

∴平移后的抛物线与 AC 的交点为 (1, 0),

∴平移后的抛物线与直线 AC 交于 x 轴上的同一点 (1, 0).

(3) 如答图 3, 取点 B 关于 AC 的对称点 B', 易得点 B' 的坐标为 (0, 3),  $BQ=B'Q$ ,

取 AB 中点 F,

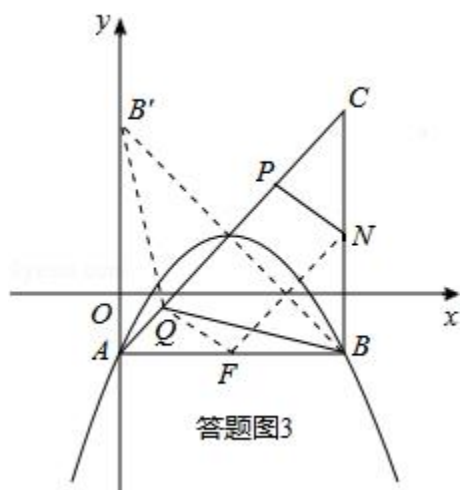
连接 QF, FN, QB', 易得  $FN \parallel PQ$ , 且  $FN=PQ$ ,

∴四边形 PQFN 为平行四边形.

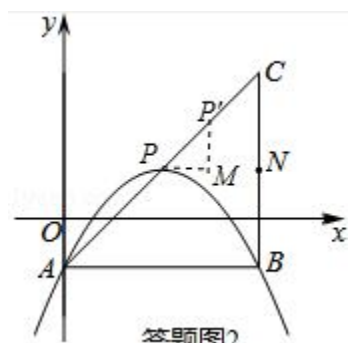
$$\therefore NP=FQ.$$

$$\therefore NP+BQ=FQ+B'Q \geq FB'=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}.$$

∴当 B'、Q、F 三点共线时, NP+BQ 最小, 最小值为  $2\sqrt{5}$ .



答题图3



答题图2

**点评：** 本题为二次函数中考压轴题，考查了二次函数的图象与性质、待定系数法、一次函数、几何变换（平移，对称）、等腰直角三角形、平行四边形、轴对称－最短路线问题等知识点，考查了存在型问题和分类讨论的数学思想，试题难度较大.