

2015 年兰州市初中毕业生学业考试

数 学 (A)

注意事项:

1. 全卷共 150 分, 考试时间 120 分钟.
2. 考生必须将姓名、准考证号、考场、座位号等个人信息填(涂)写在答题卡上.
3. 考生务必将答案直接填(涂)写在答题卡的相应位置上.

一、选择题: 本大题共 15 小题, 每小题 4 分, 共 60 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 下列函数解析式中, 一定为二次函数的是

A. $y = 3x - 1$

B. $y = ax^2 + bx + c$

C. $s = 2t^2 - 2t + 1$

D. $y = x^2 + \frac{1}{x}$

2. 由五个同样大小的立方体组成如图的几何体, 则关于此几何体三种视图叙述正确的是

A. 左视图与俯视图相同

B. 左视图与主视图相同

C. 主视图与俯视图相同

D. 三种视图都相同

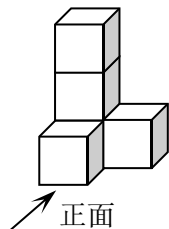
3. 在下列二次函数中, 其图象的对称轴为 $x = -2$ 的是

A. $y = (x + 2)^2$

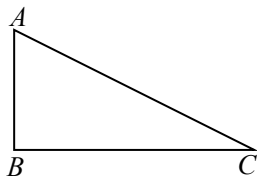
B. $y = 2x^2 - 2$

C. $y = -2x^2 - 2$

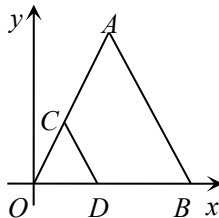
D. $y = 2(x - 2)^2$



第 2 题图



第 4 题图



第 5 题图

4. 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $BC = 2AB$, 则 $\cos A =$

A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

5. 如图, 线段 CD 两个端点的坐标分别为 $C(1, 2)$ 、 $D(2, 0)$, 以原点为位似中心, 将线段 CD 放大得到线段 AB , 若点 B 的坐标为 $(5, 0)$, 则点 A 的坐标为

A. $(2, 5)$

B. $(2.5, 5)$

C. $(3, 5)$

D. $(3, 6)$

6. 一元二次方程 $x^2 - 8x - 1 = 0$ 配方后可变形为

A. $(x + 4)^2 = 17$

B. $(x + 4)^2 = 15$

C. $(x - 4)^2 = 17$

D. $(x - 4)^2 = 15$

7. 下列命题错误的是

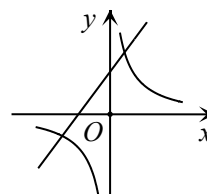
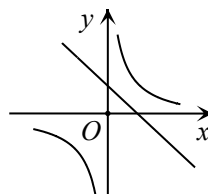
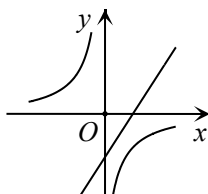
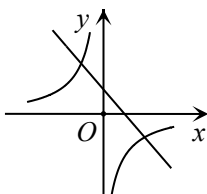
A. 对角线互相垂直平分的四边形是菱形

B. 平行四边形的对角线互相平分

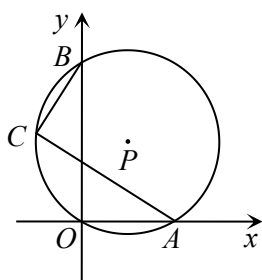
C. 矩形的对角线相等

D. 对角线相等的四边形是矩形

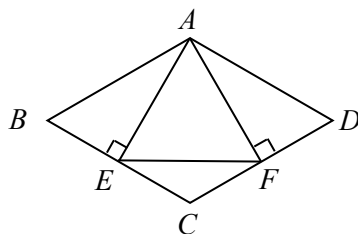
8. 在同一直角坐标系中, 一次函数 $y = kx - k$ 与反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象大致是



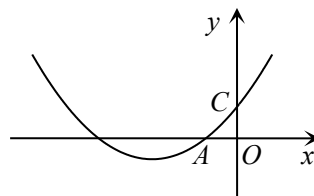
9. 如图, 经过原点 O 的 $\odot P$ 与 x 、 y 轴分别交于 A 、 B 两点, 点 C 是劣弧 OB 上一点, 则 $\angle ACB =$
 A. 80° B. 90° C. 100° D. 无法确定
10. 如图, 菱形 $ABCD$ 中, $AB = 4$, $\angle B = 60^\circ$, $AE \perp BC$, $AF \perp CD$, 垂足分别为 E , F , 连接 EF , 则 $\triangle AEF$ 的面积是
 A. $4\sqrt{3}$ B. $3\sqrt{3}$ C. $2\sqrt{3}$ D. $\sqrt{3}$
11. 股票每天的涨、跌幅均不能超过 10% , 即当涨了原价的 10% 后, 便不能再涨, 叫做涨停; 当跌了原价的 10% 后, 便不能再跌, 叫做跌停. 已知一支股票某天跌停, 之后两天时间又涨回到原价, 若这两天此股票股价的平均增长率为 x , 则 x 满足的方程是
 A. $(1+x)^2 = \frac{11}{10}$ B. $(1+x)^2 = \frac{10}{9}$ C. $1+2x = \frac{11}{10}$ D. $1+2x = \frac{10}{9}$
12. 若点 $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 的图象上, 且 $x_1 = -x_2$, 则
 A. $y_1 < y_2$ B. $y_1 = y_2$ C. $y_1 > y_2$ D. $y_1 = -y_2$



第 9 题图

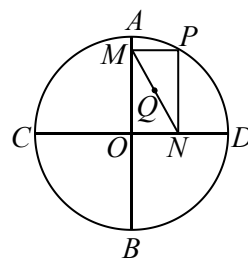


第 10 题图



第 13 题图

13. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图, 点 C 在 y 轴的正半轴上, 且 $OA = OC$, 则
 A. $ac + 1 = b$ B. $ab + 1 = c$ C. $bc + 1 = a$ D. 以上都不是
14. 二次函数 $y = x^2 + x + c$ 的图象与 x 轴有两个交点 $A(x_1, 0)$, $B(x_2, 0)$, 且 $x_1 < x_2$, 点 $P(m, n)$ 是图象上一点, 那么下列判断正确的是
 A. 当 $n < 0$ 时, $m < 0$ B. 当 $n > 0$ 时, $m > x_2$
 C. 当 $n < 0$ 时, $x_1 < m < x_2$ D. 当 $n > 0$ 时, $m < x_1$
15. 如图, $\odot O$ 的半径为 2, AB 、 CD 是互相垂直的两条直径, 点 P 是 $\odot O$ 上任意一点 (P 与 A 、 B 、 C 、 D 不重合), 过点 P 作 $PM \perp AB$ 于点 M , $PN \perp CD$ 于点 N , 点 Q 是 MN 的中点, 当点 P 沿着圆周转过 45° 时, 点 Q 走过的路径长为
 A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{2}$



第 15 题图

C. $\frac{\pi}{6}$

D. $\frac{\pi}{3}$

二、填空题：本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分.

16. 若一元二次方程 $ax^2 - bx - 2015 = 0$ 有一根为 $x = -1$ ，则 $a + b =$ _____.

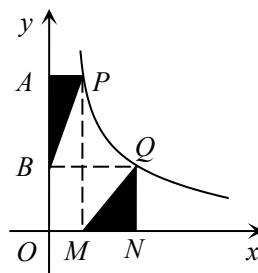
17. 如果 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k$ ($b + d + f \neq 0$)，且 $a + c + e = 3(b + d + f)$ ，那么 $k =$ _____.

18. 在一个不透明的袋中装有除颜色外其余均相同的 n 个小球，其中有 5 个黑球，从袋中随机摸出一球，记下其颜色，这称为一次摸球试验，之后把它放回袋中，搅匀后，再继续摸出一球. 以下是利用计算机模拟的摸球试验次数与摸出黑球次数的列表：

摸球试验次数	100	1000	5000	10000	50000	100000
摸出黑球次数	46	487	2506	5008	24996	50007

根据列表，可以估计出 n 的值是 _____.

19. 如图，点 P 、 Q 是反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 图象上的两点， $PA \perp y$ 轴于点 A ， $QN \perp x$ 轴于点 N ，作 $PM \perp x$ 轴于点 M ， $QB \perp y$ 轴于点 B ，连接 PB 、 QM ， $\triangle ABP$ 的面积记为 S_1 ， $\triangle QMN$ 的面积记为 S_2 ，则 S_1 _____ S_2 . (填 “>” 或 “<” 或 “=”)



第 19 题图

20. 已知 $\triangle ABC$ 的边 $BC = 4\text{cm}$ ， $\odot O$ 是其外接圆，且半径也为 4cm ，则 $\angle A$ 的度数是 _____.

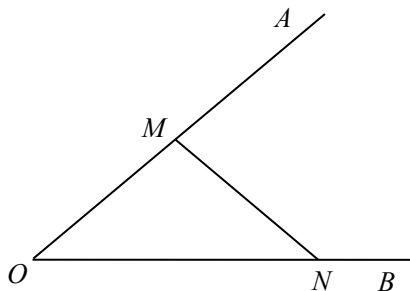
三、解答题：本大题共 8 小题，共 70 分. 解答时写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

21. (本小题满分 10 分，每题 5 分)

(1) 计算： $2^{-1} - \sqrt{3} \tan 60^\circ + (\pi - 2015)^0 + \left| -\frac{1}{2} \right|$;

(2) 解方程： $x^2 - 1 = 2(x + 1)$.

22. (本小题满分 5 分) 如图，在图中求作 $\odot P$ ，使 $\odot P$ 满足以线段 MN 为弦且圆心 P 到 $\angle AOB$ 两边的距离相等. (要求：尺规作图，不写作法，保留作图痕迹，并把作图痕迹用黑色签字笔加黑)



第 22 题图

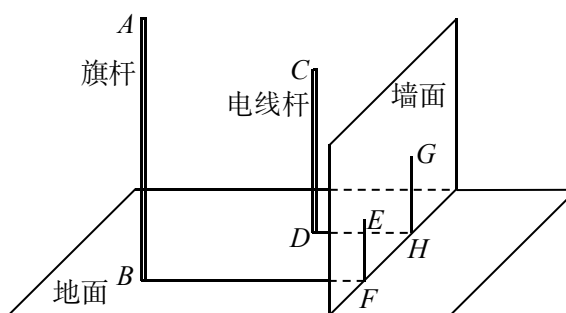
23. (本小题满分 6 分) 为了参加中考体育测试，甲、乙、丙三位同学进行足球传球训练. 球从一个人脚下随机传到另一个人脚下，且每位传球人传球给其余两人的机会是均等的，由甲开始传球，共传球三次.

(1) 请利用树状图列举出三次传球的所有可能情况；

- (2) 求三次传球后，球回到甲脚下的概率；
 (3) 三次传球后，球回到甲脚下的概率大还是传到乙脚下的概率大？

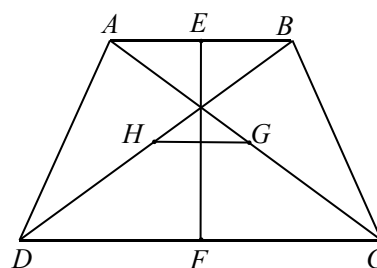
24. (本小题满分 8 分) 如图，在一面与地面垂直的围墙的同侧有一根高 10 米的旗杆 AB 和一根高度未知的电线杆 CD ，它们都与地面垂直，为了测得电线杆的高度，一个小组的同学进行了如下测量：某一时刻，在太阳光照射下，旗杆落在围墙上的影子 EF 的长度为 2 米，落在地面上的影子 BF 的长为 10 米，而电线杆落在围墙上的影子 GH 的长度为 3 米，落在地面上的影子 DH 的长为 5 米。依据这些数据，该小组的同学计算出了电线杆的高度。

- (1) 该小组的同学在这里利用的是_____投影的有关知识进行计算的。
 (2) 试计算出电线杆的高度，并写出计算的过程。



第 24 题图

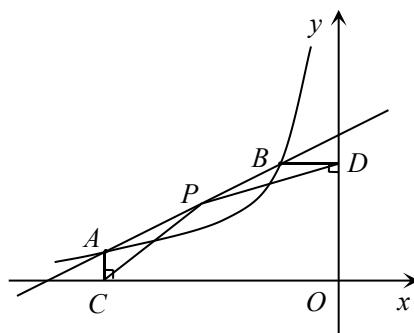
25. (本小题满分 9 分) 如图，四边形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ， $AB \neq CD$ ， $BD = AC$ 。
 (1) 求证： $AD = BC$ ；
 (2) 若 E 、 F 、 G 、 H 分别是 AB 、 CD 、 AC 、 BD 的中点，求证：线段 EF 与线段 GH 互相垂直平分。



第 25 题图

26. (本小题满分 10 分) 如图， $A(-4, \frac{1}{2})$ ， $B(-1, 2)$ 是一次函数 $y_1 = ax + b$ 与反比例函数 $y_2 = \frac{m}{x}$ 图象的两个交点， $AC \perp x$ 轴于点 C ， $BD \perp y$ 轴于点 D 。

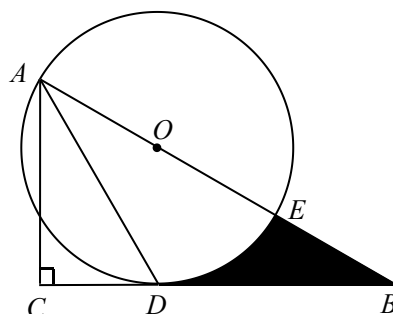
- (1) 根据图象直接回答：在第二象限内，当 x 取何值时， $y_1 - y_2 > 0$ ？
- (2) 求一次函数解析式及 m 的值；
- (3) P 是线段 AB 上一点，连接 PC ， PD ，若 $\triangle PCA$ 和 $\triangle PDB$ 面积相等，求点 P 的坐标.



第 26 题图

27. (本小题满分 10 分) 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle BAC$ 的平分线 AD 交 BC 边于点 D 。以 AB 上一点 O 为圆心作 $\odot O$ ，使 $\odot O$ 经过点 A 和点 D 。

- (1) 判断直线 BC 与 $\odot O$ 的位置关系，并说明理由；
- (2) 若 $AC = 3$ ， $\angle B = 30^\circ$ 。
- ① 求 $\odot O$ 的半径；
 - ② 设 $\odot O$ 与 AB 边的另一个交点为 E ，求线段 BD 、 BE 与劣弧 DE 所围成的阴影部分的面积。（结果保留根号和 π ）



第 27 题图

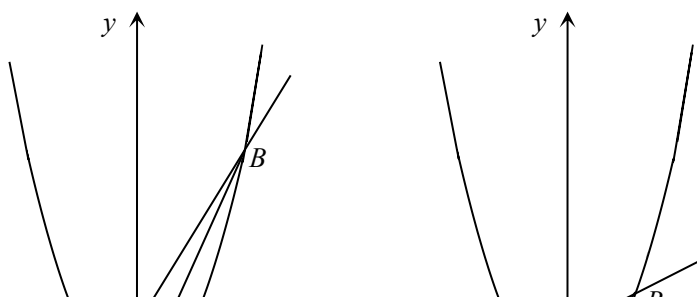
28. (本小题满分 12 分) 已知二次函数 $y = ax^2$ 的图象经过点 $(2, 1)$ 。

- (1) 求二次函数 $y = ax^2$ 的解析式；
- (2) 一次函数 $y = mx + 4$ 的图象与二次函数 $y = ax^2$ 的图象交于 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 两点。

- ① 当 $m = \frac{3}{2}$ 时 (图①)，求证： $\triangle AOB$ 为直角三角形；

- ② 试判断当 $m \neq \frac{3}{2}$ 时 (图②)， $\triangle AOB$ 的形状，并证明；

- (3) 根据第 (2) 问，说出一条你能得到的结论。（不要求证明）



2015 年兰州市初中毕业生学业考试

数学 (A) 参考答案及评分参考

本答案仅供参考, 阅卷时会制定具体的评分细则和评分标准.

一、选择题: 本题 15 小题, 每小题 4 分, 共 60 分.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
答案	C	B	A	D	B	C	D	A	B	B	B	D	A	C	A

二、填空题: 本题 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分.

16. 2015 17. 3 18. 10 19. = 20. 30° 或 150°

三、解答题: 本题 8 小题, 共 70 分. 解答时写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

21. (本小题满分 10 分, 每题 5 分)

解: (1) 原式 $= \frac{1}{2} - \sqrt{3} \times \sqrt{3} + 1 + \frac{1}{2}$ 4 分
 $= -1$ 5 分

(2) $\because x^2 - 1 = 2(x + 1)$,

$\therefore (x + 1)(x - 1) = 2(x + 1)$, 6 分

$\therefore (x + 1)(x - 3) = 0$, 8 分

$\therefore x_1 = -1, x_2 = 3$ 10 分

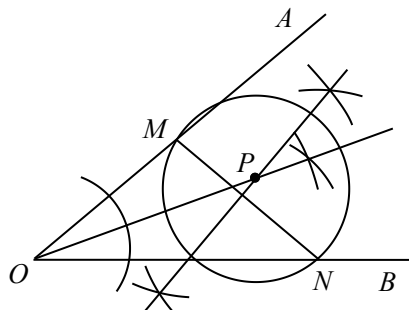
22. (本小题满分 5 分)

解: 作出角平分线; 1 分

作出垂直平分线; 2 分

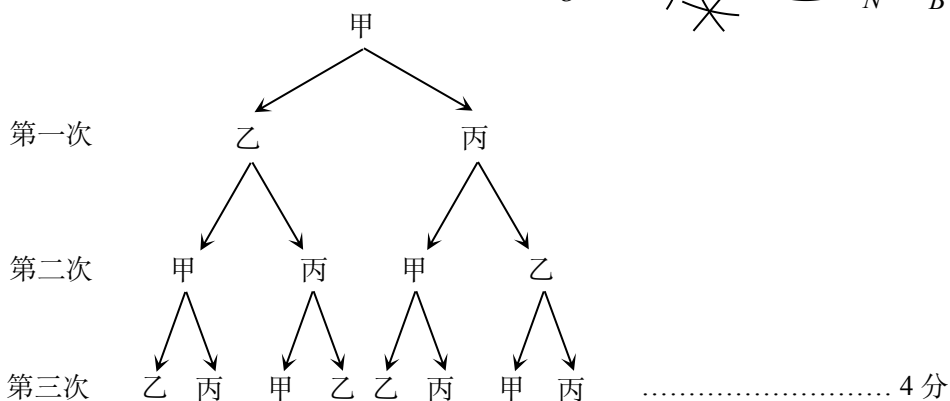
作出 $\odot P$; 4 分

$\therefore \odot P$ 就是所求作的圆. 5 分



23. (本小题满分 6 分)

解: (1) 根据题意画出树状图如下:



(2) 由 (1) 可知: 三次传球有 8 种等可能结果, 其中传回甲脚下的有 2 种. 所以

$P(\text{传球三次回到甲脚下}) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ 5 分

(3) 由 (1) 可知: 甲传球三次后球传回自己脚下的概率为 $\frac{1}{4}$, 传到乙脚下的概率为 $\frac{3}{8}$,

所以球传到乙脚下的概率大. 6 分

24. (本小题满分 8 分)

解: (1) 平行 2 分

(2) 连接 AE , 延长 AE 交 BF 的延长线于点 M , 连结 CG , 延长 CG 交 DH 的延长线于点 N

$$\because AB \parallel EF \quad \therefore \frac{EF}{AB} = \frac{MF}{MB} = \frac{MF}{MF + FB}, \text{ 即 } \frac{2}{10} = \frac{MF}{MF + 10} \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\therefore MF = \frac{5}{2} \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\therefore \tan \angle AMB = \frac{AB}{BM} = \frac{10}{\frac{25}{2}} = \frac{4}{5} \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

由平行投影的知识可以知道 $\angle AMB = \angle CND$

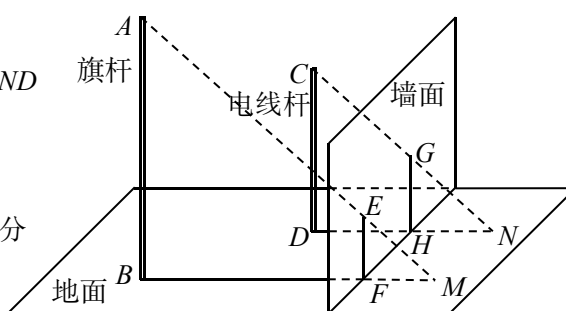
$$\therefore \text{在 } Rt\triangle NHG \text{ 中, } \tan \angle CND = \frac{CD}{ND} = \frac{4}{5}$$

$$\therefore HN = \frac{GH}{\tan \angle HNG} = \frac{3}{\frac{4}{5}} = \frac{15}{4} \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\therefore \text{在 } Rt\triangle CDN \text{ 中, } \tan \angle CND = \frac{CD}{ND} = \frac{4}{5}$$

$$\therefore CD = ND \cdot \tan \angle CND = (DH + HN) \times \tan \angle CND = \frac{35}{4} \cdot \frac{4}{5} = 7 \text{ (米)} \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

所以, 电线杆长为 7 米



25. (本小题满分 9 分)

证明: (1) 做 $BM \parallel AC$, BM 交 DC 的延长线于点 M , 则 $\angle ACD = \angle BMD$ 1 分

$$\because AB \parallel CD \quad BM \parallel AC$$

$\therefore$ 四边形 $ABMC$ 为平行四边形 2 分

$$\therefore AC = BM$$

$$\because BD = AC$$

$$\therefore BM = BD$$

$$\therefore \angle BDM = \angle BMD$$

$$\therefore \angle BDC = \angle ACD$$

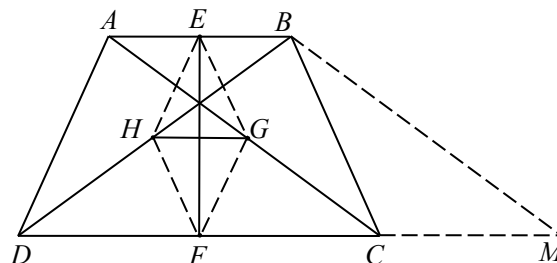
在 $\triangle BDC$ 和 $\triangle ACD$ 中

$$\begin{cases} BD = AC \\ \angle BDC = \angle ACD \\ DC = CD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BDC \cong \triangle ACD \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\therefore BC = AD \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

(2) 连接 EG , GF , FH , HE 6 分



$\because E, H$ 为 AB, BD 的中点 $\therefore EH = \frac{1}{2}AD$

同理 $FG = \frac{1}{2}AD$, $EG = \frac{1}{2}BC$, $FH = \frac{1}{2}BC$

$\because BC = AD \therefore EG = FG = FH = EH$ 8 分

$\therefore$ 四边形 $EGFH$ 为菱形

$\therefore EF$ 与 GH 互相垂直平分 9 分

26. (本小题满分 10 分)

解: (1) 当 $-4 < x < -1$ 时, $y_1 - y_2 > 0$; 2 分

(2) 把 $A(-4, \frac{1}{2})$, $B(-1, 2)$ 代入 $y = kx + b$ 得,

$$\begin{cases} -4k + b = \frac{1}{2} \\ -k + b = 2 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k = \frac{1}{2} \\ b = \frac{5}{2} \end{cases}$$

所以一次函数解析式为 $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$; 5 分

把 $B(-1, 2)$ 代入 $y = \frac{m}{x}$, 得 $m = -1 \times 2 = -2$; 6 分

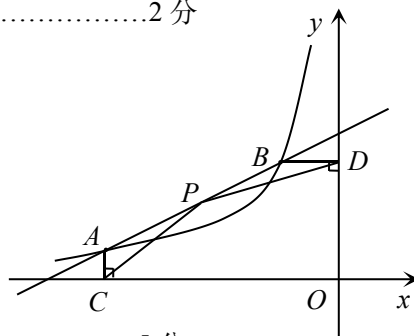
(3) 如图, 设 P 点坐标为 $(t, \frac{1}{2}t + \frac{5}{2})$ 7 分

$\because \triangle PCA$ 和 $\triangle PDB$ 面积相等,

$$\therefore \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times (t + 4) = \frac{1}{2} \times 1 \times (2 - \frac{1}{2}t - \frac{5}{2}),$$

解得 $t = -\frac{5}{2}$, 9 分

$\therefore P$ 点坐标为 $(-\frac{5}{2}, \frac{5}{4})$ 10 分



27. (本小题满分 10 分)

解: (1) 直线 BC 与 $\odot O$ 相切; 1 分

连结 OD , 2 分

$\because OA = OD \therefore \angle OAD = \angle ODA$

$\because \angle BAC$ 的角平分线 AD 交 BC 边于 D

$\therefore \angle CAD = \angle OAD$

$\therefore \angle CAD = \angle ODA$

$\therefore OD \parallel AC$ 3 分

$\therefore \angle ODB = \angle C = 90^\circ$

即 $OD \perp BC$ 4 分

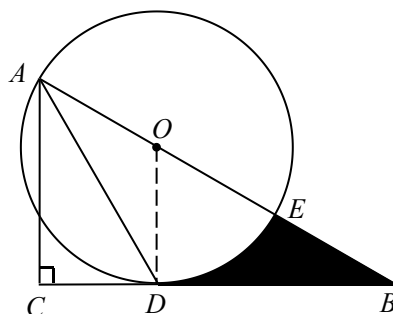
$\therefore$ 直线 BC 与 $\odot O$ 相切.

(2) ① 设 $OA = OD = r$, 在 $Rt\triangle BDO$ 中, $\angle B = 30^\circ$,

$\therefore OB = 2r$ 5 分

分

在 $Rt\triangle ACB$ 中, $\angle B = 30^\circ$



$\therefore AB = 2AC = 6$
 $\therefore 3r = 6$ 6分
 解得 $r = 2$ 7分
 ②在 $Rt\triangle ACB$ 中, $\angle B = 30^\circ$,
 $\therefore \angle BOD = 60^\circ$ 8分
 $\therefore S_{\text{扇形} ODE} = \frac{60\pi \times 2^2}{360} = \frac{2}{3}\pi$ 9分
 $\therefore$ 所求图形面积为: $S_{\triangle BOD} - S_{\text{扇形} ODE} = 2\sqrt{3} - \frac{2}{3}\pi$ 10分

28. (本小题满分 12 分)

解: (1) 由条件得 $1 = 4a$, $a = \frac{1}{4}$, 所以二次函数的解析式是 $y = \frac{1}{4}x^2$ 1分

(2) ①由 $\begin{cases} y = \frac{1}{4}x^2 \\ y = \frac{3}{2}x + 4 \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x_1 = -2 \\ y_1 = 1 \end{cases}, \begin{cases} x_2 = 8 \\ y_2 = 16 \end{cases}$,

即 $A(-2, 1)$, $B(8, 16)$ 3分

过 A 作 $AC \perp x$ 轴于 C , 过 B 作 $BD \perp x$ 轴于 D ,

则 $AC = 1$, $OC = 2$, $OD = 8$, $BD = 16$,

$\therefore \frac{AC}{OD} = \frac{OC}{BD} = \frac{1}{8}$ 又 $\because \angle ACO = \angle ODB = 90^\circ$

$\therefore \triangle ACO \sim \triangle ODB$ 4分

$\therefore \angle AOC = \angle OBD$

$\therefore \angle AOC + \angle BOD = 90^\circ$

$\therefore \angle AOB = 90^\circ$

$\therefore \triangle AOB$ 为直角三角形 5分

② $\triangle AOB$ 为直角三角形, 6分

证明如下:

过 A 作 $AC \perp x$ 轴于 C , 过 B 作 $BD \perp x$ 轴于 D

由 $\begin{cases} y = \frac{1}{4}x^2 \\ y = mx + 4 \end{cases}$ 得 $x^2 - 4mx - 16 = 0$

解得 $x_1 = 2m - 2\sqrt{m^2 + 4}$, $x_2 = 2m + 2\sqrt{m^2 + 4}$ 8分

$\therefore x_1 x_2 = 4(m - \sqrt{m^2 + 4})(m + \sqrt{m^2 + 4}) = -16$

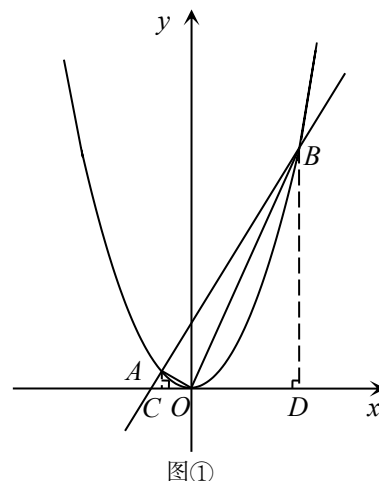
$\therefore y_1 y_2 = \frac{1}{4}x_1^2 \cdot \frac{1}{4}x_2^2 = 16$ 9分

$\therefore OC \cdot OD = AC \cdot BD = 16$

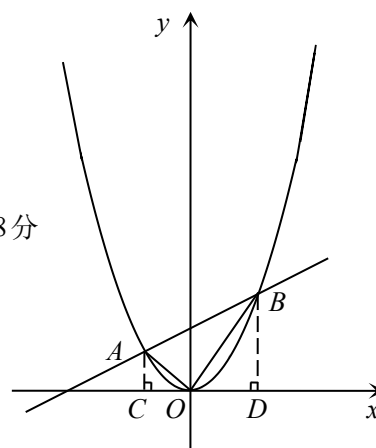
$\therefore \frac{AC}{OD} = \frac{OC}{BD}$ 10分

分

又 $\because \angle ACO = \angle ODB = 90^\circ$, $\therefore \triangle ACO \sim \triangle ODB$ 11分



图①



图②

$$\therefore \angle AOC = \angle OBD$$

$$\therefore \angle AOC + \angle BOD = 90^\circ \quad \therefore \angle AOB = 90^\circ$$

$\therefore \triangle AOB$ 为直角三角形.

(3) 可能的结论为 12 分

如果过定点 $(0, 4)$ 的直线与抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2$ 交于 A 、 B 两点, O 为抛物线的顶点,
那么 $\triangle AOB$ 必为直角三角形.

如果过定点 $(0, \frac{1}{a})$ 的直线与抛物线 $y = ax^2$ 交于 A 、 B 两点, O 为抛物线的顶点,
那么 $\triangle AOB$ 必为直角三角形.