

2014 年甘肃省兰州市中考数学试卷

一、选择题（共 15 小题，每小题 4 分，共 60 分）

1. (4 分) (2014•兰州) 在以下绿色食品、回收、节能、节水四个标志中，是轴对称图形的是 ()



2. (4 分) (2014•兰州) 下列说法中错误的是 ()

- A. 掷一枚均匀的骰子，骰子停止转动后 6 点朝上是必然事件
B. 了解一批电视机的使用寿命，适合用抽样调查的方式
C. 若 a 为实数，则 $|a| < 0$ 是不可能事件
D. 甲、乙两人各进行 10 次射击，两人射击成绩的方差分别为 $s_{\text{甲}}^2 = 2$ ， $s_{\text{乙}}^2 = 4$ ，
则甲的射击成绩更稳定

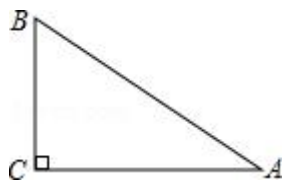
3. (4 分) (2014•兰州) 函数 $y = \sqrt{x+2}$ 中，自变量 x 的取值范围是 ()

- A. $x > -2$ B. $x \geq -2$ C. $x \neq 2$ D. $x \leq -2$

4. (4 分) (2014•兰州) 期中考试后，班里有两位同学议论他们所在小组同学的数学成绩，小明说：“我们组成绩是 86 分的同学最多”，小英说：“我们组的 7 位同学成绩排在最中间的恰好也是 86 分”，上面两位同学的话能反映出的统计量是 ()

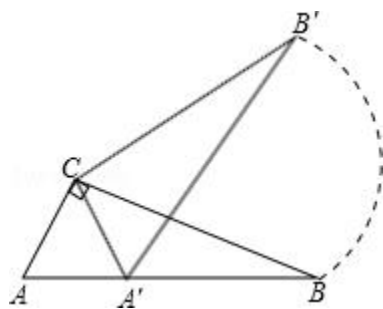
- A. 众数和平均数 B. 平均数和中位数 C. 众数和方差 D. 众数和中位数

5. (4 分) (2014•兰州) 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $BC = 3$ ， $AC = 4$ ，那么 $\cos A$ 的值等于 ()



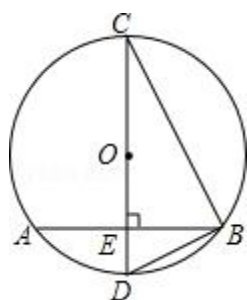
- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

6. (4 分) (2014•兰州) 抛物线 $y = (x - 1)^2 - 3$ 的对称轴是 ()
- A. y 轴 B. 直线 $x = -1$ C. 直线 $x = 1$ D. 直线 $x = -3$
7. (4 分) (2014•兰州) 下列命题中正确的是 ()
- A. 有一组邻边相等的四边形是菱形
- B. 有一个角是直角的平行四边形是矩形
- C. 对角线垂直的平行四边形是正方形
- D. 一组对边平行的四边形是平行四边形
8. (4 分) (2014•兰州) 两圆的半径分别为 2cm, 3cm, 圆心距为 2cm, 则这两个圆的位置关系是 ()
- A. 外切 B. 相交 C. 内切 D. 内含
9. (4 分) (2014•兰州) 若反比例函数 $y = \frac{k-1}{x}$ 的图象位于第二、四象限, 则 k 的取值可以是 ()
- A. 0 B. 1 C. 2 D. 以上都不是
10. (4 分) (2014•兰州) 一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 有两个不相等的实数根, 则 $b^2 - 4ac$ 满足的条件是 ()
- A. $b^2 - 4ac = 0$ B. $b^2 - 4ac > 0$ C. $b^2 - 4ac < 0$ D. $b^2 - 4ac \geq 0$
11. (4 分) (2014•兰州) 把抛物线 $y = -2x^2$ 先向右平移 1 个单位长度, 再向上平移 2 个单位长度后, 所得函数的表达式为 ()
- A. $y = -2(x+1)^2 + 2$ B. $y = -2(x+1)^2 - 2$
- C. $y = -2(x-1)^2 + 2$ D. $y = -2(x-1)^2 - 2$
12. (4 分) (2014•兰州) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle ABC = 30^\circ$, $AB = 2$. 将 $\triangle ABC$ 绕直角顶点 C 逆时针旋转 60° 得 $\triangle A'B'C'$, 则点 B 转过的路径长为 ()



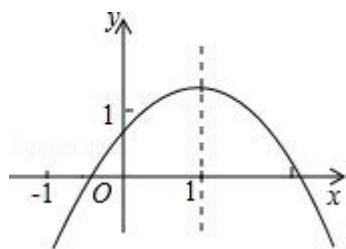
- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}\pi}{3}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. π

13. (4分) (2014•兰州) 如图, CD是 $\odot O$ 的直径, 弦 $AB \perp CD$ 于E, 连接BC、BD, 下列结论中不一定正确的是 ()



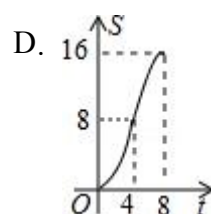
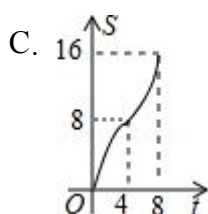
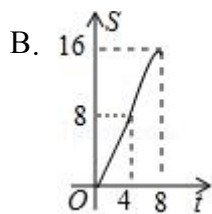
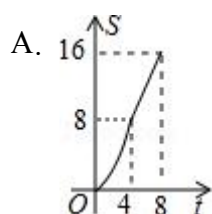
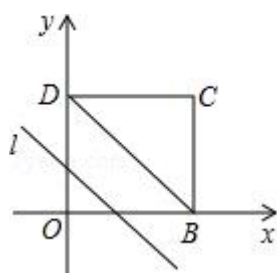
- A. $AE=BE$ B. $\widehat{AD}=\widehat{BD}$ C. $OE=DE$ D. $\angle DBC=90^\circ$

14. (4分) (2014•兰州) 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示, 对称轴是直线 $x=1$, 则下列四个结论错误的是 ()



- A. $c > 0$ B. $2a+b=0$ C. $b^2-4ac > 0$ D. $a-b+c > 0$

15. (4分) (2014•兰州) 如图, 在平面直角坐标系中, 四边形OBCD是边长为4的正方形, 平行于对角线BD的直线l从O出发, 沿x轴正方向以每秒1个单位长度的速度运动, 运动到直线l与正方形没有交点为止. 设直线l扫过正方形OBCD的面积为S, 直线l运动的时间为t (秒), 下列能反映S与t之间函数关系的图象是 ()

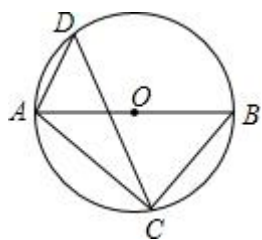


二、填空题（共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分）

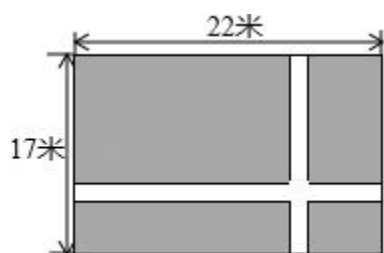
16. (4 分) (2014•兰州) 在四个完全相同的小球上分别写上 1, 2, 3, 4 四个数字, 然后装入一个不透明的口袋内搅匀, 从口袋内取出一个球记下数字后作为点 P 的横坐标 x , 放回袋中搅匀, 然后再从袋中取出一个球记下数字后作为点 P 的纵坐标 y , 则点 P (x , y) 落在直线 $y = -x + 5$ 上的概率是_____.

17. (4 分) (2014•兰州) 如果菱形的两条对角线的长为 a 和 b , 且 a, b 满足 $(a - 1)^2 + \sqrt{b - 4} = 0$, 那么菱形的面积等于_____.

18. (4 分) (2014•兰州) 如图, $\triangle ABC$ 为 $\odot O$ 的内接三角形, AB 为 $\odot O$ 的直径, 点 D 在 $\odot O$ 上, $\angle ADC = 54^\circ$, 则 $\angle BAC$ 的度数等于_____.



19. (4 分) (2014•兰州) 如图, 在一块长为 22 米、宽为 17 米的矩形地面上, 要修建同样宽的两条互相垂直的道路 (两条道路各与矩形的一条边平行), 剩余部分种上草坪, 使草坪面积为 300 平方米. 若设道路宽为 x 米, 则根据题意可列出方程为_____.



20. (4 分) (2014•兰州) 为了求 $1+2+2^2+2^3+\dots+2^{100}$ 的值, 可令

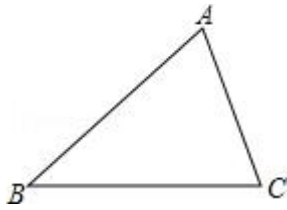
$S=1+2+2^2+2^3+\dots+2^{100}$, 则 $2S=2+2^2+2^3+2^4+\dots+2^{101}$, 因此 $2S - S=2^{101} - 1$, 所以 $S=2^{101} - 1$, 即 $1+2+2^2+2^3+\dots+2^{100}=2^{101} - 1$, 仿照以上推理计算 $1+3+3^2+3^3+\dots+3^{2014}$ 的值是_____.

三、解答题 (共 8 小题, 共 70 分)

21. (10 分) (2014•兰州) (1) 计算: $(-1)^2 - 2\cos 30^\circ + \sqrt{3} + (-2014)^0$;

(2) 当 x 为何值时, 代数式 $x^2 - x$ 的值等于 1.

22. (5 分) (2014•兰州) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 先作 $\angle BAC$ 的角平分线 AD 交 BC 于点 D , 再以 AC 边上的一点 O 为圆心, 过 A 、 D 两点作 $\odot O$ (用尺规作图, 不写作法, 保留作图痕迹, 并把作图痕迹用黑色签字笔加黑)

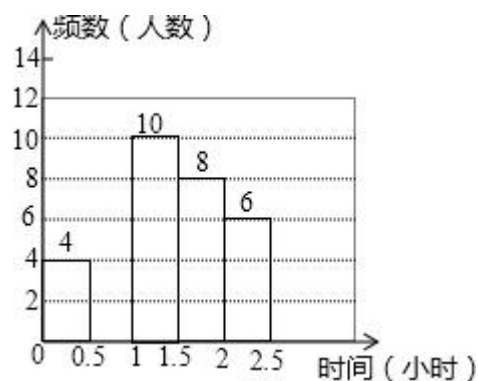


23. (6 分) (2014•兰州) 兰州市某中学对本校初中学生完成家庭作业的时间做了总量控制，规定每天完成家庭作业的时间不超过 1.5 小时，该校数学课外兴趣小组对本校初中学生回家完成作业的时间做了一次随机抽样调查，并绘制出频数分布表和频数分布直方图（如图）的一部分．

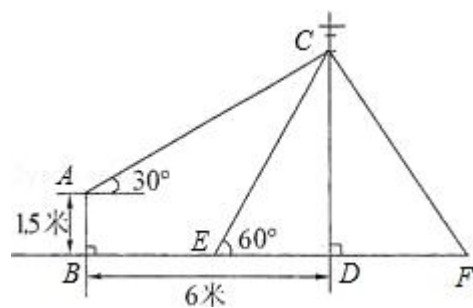
时间（小时）	频数（人数）	频率
$0 \leq t < 0.5$	4	0.1
$0.5 \leq t < 1$	a	0.3
$1 \leq t < 1.5$	10	0.25
$1.5 \leq t < 2$	8	b
$2 \leq t < 2.5$	6	0.15
合计		1

- (1) 在图 1 中， $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ；
- (2) 补全频数分布直方图；

(3) 请估计该校 1400 名初中学生中，约有多少学生在 1.5 小时以内完成了家庭作业.

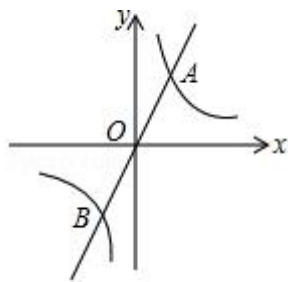


24. (8 分) (2014•兰州) 如图，在电线杆上的 C 处引拉线 CE、CF 固定电线杆，拉线 CE 和地面成 60° 角，在离电线杆 6 米的 B 处安置测角仪，在 A 处测得电线杆上 C 处的仰角为 30° ，已知测角仪高 AB 为 1.5 米，求拉线 CE 的长 (结果保留根号).



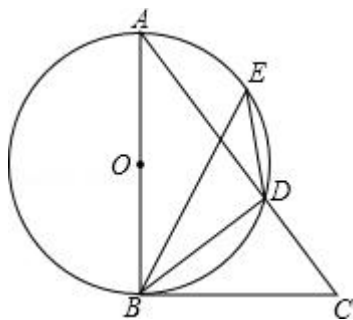
25. (9 分) (2014•兰州) 如图, 直线 $y=mx$ 与双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 相交于 A、B 两点, A 点的坐标为 (1, 2)

- (1) 求反比例函数的表达式;
- (2) 根据图象直接写出当 $mx > \frac{k}{x}$ 时, x 的取值范围;
- (3) 计算线段 AB 的长.



26. (10 分) (2014•兰州) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 E 是 $\widehat{AD}$ 上的一点, $\angle DBC = \angle BED$.

- (1) 求证: BC 是 $\odot O$ 的切线;
- (2) 已知 $AD=3$, $CD=2$, 求 BC 的长.



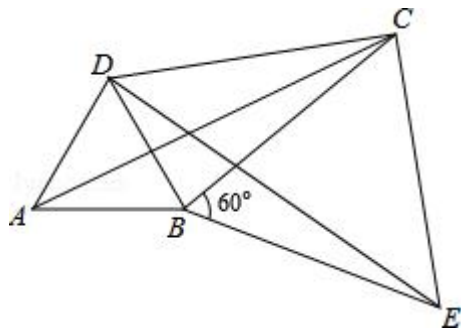
27. (10 分) (2014•兰州) 给出定义, 若一个四边形中存在相邻两边的平方和等于一条对角线的平方, 则称该四边形为勾股四边形.

(1) 在你学过的特殊四边形中, 写出两种勾股四边形的名称;

(2) 如图, 将 $\triangle ABC$ 绕顶点 B 按顺时针方向旋转 60° 得到 $\triangle DBE$, 连接 AD , DC , CE , 已知 $\angle DCB=30^\circ$.

①求证: $\triangle BCE$ 是等边三角形;

②求证: $DC^2+BC^2=AC^2$, 即四边形 $ABCD$ 是勾股四边形.

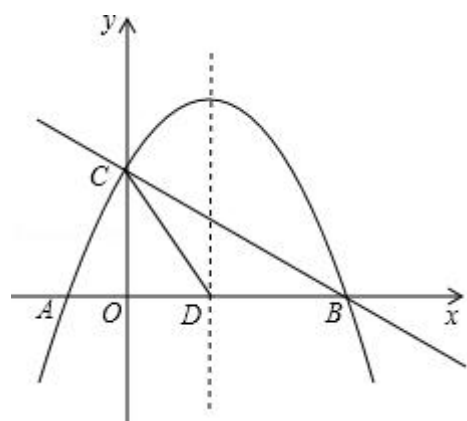


28. (12 分) (2014•兰州) 如图, 抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + mx + n$ 与 x 轴交于 A 、 B 两点, 与 y 轴交于点 C , 抛物线的对称轴交 x 轴于点 D , 已知 $A(-1, 0)$, $C(0, 2)$.

(1) 求抛物线的表达式;

(2) 在抛物线的对称轴上是否存在点 P , 使 $\triangle PCD$ 是以 CD 为腰的等腰三角形? 如果存在, 直接写出 P 点的坐标; 如果不存在, 请说明理由;

(3) 点 E 是线段 BC 上的一个动点, 过点 E 作 x 轴的垂线与抛物线相交于点 F , 当点 E 运动到什么位置时, 四边形 $CDBF$ 的面积最大? 求出四边形 $CDBF$ 的最大面积及此时 E 点的坐标.



2014 年甘肃省兰州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 15 小题，每小题 4 分，共 60 分）

1. (4 分) (2014•兰州) 在以下绿色食品、回收、节能、节水四个标志中，是轴对称图形的是 ()



考点: 轴对称图形.

分析: 根据轴对称图形的概念求解. 如果一个图形沿着一条直线对折后两部分完全重合, 这样的图形叫做轴对称图形, 这条直线叫做对称轴.

解答: 解: A、是轴对称图形, 符合题意;

B、不是轴对称图形, 不符合题意;

C、不是轴对称图形, 不符合题意;

D、不是轴对称图形, 不符合题意.

故选 A.

点评: 本题主要考查轴对称图形的知识点. 确定轴对称图形的关键是寻找对称轴, 图形两部分折叠后可重合.

2. (4 分) (2014•兰州) 下列说法中错误的是 ()

A. 掷一枚均匀的骰子, 骰子停止转动后 6 点朝上是必然事件

B. 了解一批电视机的使用寿命, 适合用抽样调查的方式

C. 若 a 为实数, 则 $|a| < 0$ 是不可能事件

D. 甲、乙两人各进行 10 次射击, 两人射击成绩的方差分别为 $S_{甲}^2=2$, $S_{乙}^2=4$, 则甲的射击成绩更稳定

考点: 随机事件; 全面调查与抽样调查; 方差

分析: 利用事件的分类、普查和抽样调查的特点以及方差的性质即可作出判断.

解答: 解: A. 掷一枚均匀的骰子, 骰子停止转动后 6 点朝上是随机事件, 故本项错误;

B. 了解一批电视机的使用寿命, 具有破坏性, 适合用抽样调查的方式, 故本项正确;

C. 若 a 为实数, 则 $|a| \geq 0$, $|a| < 0$ 是不可能事件, 故本项正确;

D. 方差小的稳定, 故本项正确.

故选: A.

点评: 本题考查了事件的分类、普查和抽样调查的特点以及方差的性质. 本题解决的关键是理解必然事件和随机事件的概念; 用到的知识点为: 具有破坏性的事要采用抽样调查; 反映数据波动情况的量有极差、方差和标准差等.

3. (4 分) (2014•兰州) 函数 $y=\sqrt{x+2}$ 中, 自变量 x 的取值范围是 ()

A. $x > -2$

B. $x \geq -2$

C. $x \neq 2$

D. $x \leq -2$

考点: 函数自变量的取值范围.

分析: 根据被开方数大于等于 0 列式计算即可得解.

解答: 解: 根据题意得, $x+2 \geq 0$,

解得 $x \geq -2$.

故选 B.

点评: 本题考查的知识点为: 二次根式的被开方数是非负数.

4. (4 分) (2014•兰州) 期中考试后, 班里有两位同学议论他们所在小组同学的数学成绩, 小明说: “我们组成绩是 86 分的同学最多”, 小英说: “我们组的 7 位同学成绩排在最中间的恰好也是 86 分”, 上面两位同学的话能反映出的统计量是 ()

A. 众数和平均数

B. 平均数和中位数

C. 众数和方差

D. 众数和中位数

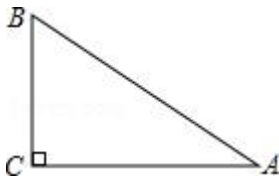
考点: 统计量的选择

分析: 根据中位数和众数的定义回答即可.

解答: 解: 在一组数据中出现次数最多的数是这组数据的众数, 排在中间位置的数是中位数, 故选 D.

点评: 本题考查了众数及中位数的定义, 属于统计基础知识, 难度较小.

5. (4 分) (2014•兰州) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $BC=3$, $AC=4$, 那么 $\cos A$ 的值等于 ()



A. $\frac{3}{4}$

B. $\frac{4}{3}$

C. $\frac{3}{5}$

D. $\frac{4}{5}$

考点: 锐角三角函数的定义; 勾股定理.

分析: 首先运用勾股定理求出斜边的长度, 再利用锐角三角函数的定义求解.

解答: 解: $\because$ 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=4$, $BC=3$,

$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5.$$

$$\therefore \cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{4}{5}.$$

故选: D.

点评: 本题主要考查了锐角三角函数的定义: 在直角三角形中, 锐角的余弦为邻边比斜边.

6. (4 分) (2014•兰州) 抛物线 $y = (x-1)^2 - 3$ 的对称轴是 ()

A. y 轴

B. 直线 $x = -1$ C. 直线 $x = 1$ D. 直线 $x = -3$

考点: 二次函数的性质.

分析: 根据二次函数的顶点式 $y = (x - h)^2 + k$, 对称轴为直线 $x = h$, 得出即可.

解答: 解: 抛物线 $y = (x - 3)^2 - 1$ 的对称轴是直线 $x = 3$.

故选: C.

点评: 本题考查了二次函数的性质, 解答此题时要注意抛物线的对称轴是直线, 这是此题易忽略的地方.

7. (4 分) (2014•兰州) 下列命题中正确的是 ()

- A. 有一组邻边相等的四边形是菱形
- B. 有一个角是直角的平行四边形是矩形
- C. 对角线垂直的平行四边形是正方形
- D. 一组对边平行的四边形是平行四边形

考点: 命题与定理.

分析: 利用特殊四边形的判定定理对个选项逐一判断后即可得到正确的选项.

解答: 解: A、一组邻边相等的平行四边形是菱形, 故选项错误;

B、正确;

C、对角线垂直的平行四边形是菱形, 故选项错误;

D、两组对边平行的四边形才是平行四边形, 故选项错误.

故选 B.

点评: 本题考查了命题与定理的知识, 解题的关键是牢记特殊的四边形的判定定理, 难度不大, 属于基础题.

8. (4 分) (2014•兰州) 两圆的半径分别为 2cm, 3cm, 圆心距为 2cm, 则这两个圆的位置关系是 ()

- A. 外切
- B. 相交
- C. 内切
- D. 内含

考点: 圆与圆的位置关系

分析: 由两个圆的半径分别是 3cm 和 2cm, 圆心距为 2cm, 根据两圆位置关系与圆心距 d , 两圆半径 R, r 的数量关系间的联系即可得出两圆位置关系.

解答: 解: $\because$ 两个圆的半径分别是 3cm 和 2cm, 圆心距为 2cm,

又 $\because 3 + 2 = 5, 3 - 2 = 1, 1 < 2 < 5$,

$\therefore$ 这两个圆的位置关系是相交.

故选 B.

点评: 此题考查了圆与圆的位置关系. 注意掌握两圆位置关系与圆心距 d , 两圆半径 R, r 的数量关系间的联系是解此题的关键.

9. (4 分) (2014•兰州) 若反比例函数 $y = \frac{k - 1}{x}$ 的图象位于第二、四象限, 则 k 的取值可以是 ()

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 以上都不是

考点: 反比例函数的性质.

专题: 计算题.

分析: 反比例函数 $y = \frac{k-1}{x}$ 的图象位于第二、四象限, 比例系数 $k-1 < 0$, 即 $k < 1$, 根据 k 的取值范围进行选择.

解答: 解: $\because$ 反比例函数 $y = \frac{k-1}{x}$ 的图象位于第二、四象限,

$$\therefore k-1 < 0,$$

$$\text{即 } k < 1.$$

故选 A.

点评: 本题考查了反比例函数的性质. 对于反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$), (1) $k > 0$, 反比例函数图象在一、三象限; (2) $k < 0$, 反比例函数图象在第二、四象限内.

10. (4分) (2014•兰州) 一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 有两个不相等的实数根, 则 b^2-4ac 满足的条件是 ()

- A. $b^2-4ac=0$ B. $b^2-4ac > 0$ C. $b^2-4ac < 0$ D. $b^2-4ac \geq 0$

考点: 根的判别式.

分析: 已知一元二次方程的根的情况, 就可知根的判别式 $\Delta = b^2-4ac$ 值的符号.

解答: 解: $\because$ 一元二次方程有两个不相等的实数根,

$$\therefore \Delta = b^2-4ac > 0. \text{ 故选 B.}$$

点评: 总结: 一元二次方程根的情况与判别式 Δ 的关系:

(1) $\Delta > 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个不相等的实数根;

(2) $\Delta = 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个相等的实数根;

(3) $\Delta < 0 \Leftrightarrow$ 方程没有实数根.

11. (4分) (2014•兰州) 把抛物线 $y = -2x^2$ 先向右平移 1 个单位长度, 再向上平移 2 个单位长度后, 所得函数的表达式为 ()

- A. $y = -2(x+1)^2+2$ B. $y = -2(x+1)^2-2$ C. $y = -2(x-1)^2+2$ D. $y = -2(x-1)^2-2$

考点: 二次函数图象与几何变换

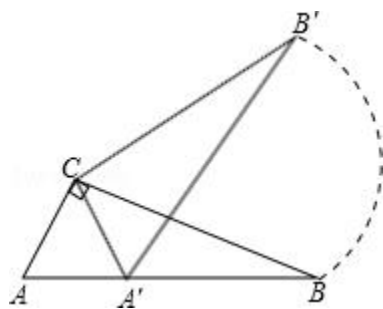
分析: 根据图象右移减, 上移加, 可得答案.

解答: 解: 把抛物线 $y = -2x^2$ 先向右平移 1 个单位长度, 再向上平移 2 个单位长度后, 所得函数的表达式为 $y = -2(x-1)^2+2$,

故选: C.

点评: 本题考查了二次函数图象与几何变换, 图象的平移规律是: 左加右减, 上加下减.

12. (4分) (2014•兰州) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $\angle ABC=30^\circ$, $AB=2$. 将 $\triangle ABC$ 绕直角顶点 C 逆时针旋转 60° 得 $\triangle A'B'C'$, 则点 B 转过的路径长为 ()



- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}\pi}{3}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. π

考点: 旋转的性质; 弧长的计算.

分析: 利用锐角三角函数关系得出 BC 的长, 进而利用旋转的性质得出 $\angle BCB' = 60^\circ$, 再利用弧长公式求出即可.

解答: 解: $\because$ 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle ABC = 30^\circ$, $AB = 2$,

$$\therefore \cos 30^\circ = \frac{BC}{AB},$$

$$\therefore BC = AB \cos 30^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3},$$

$\therefore$ 将 $\triangle ABC$ 绕直角顶点 C 逆时针旋转 60° 得 $\triangle A'B'C'$,

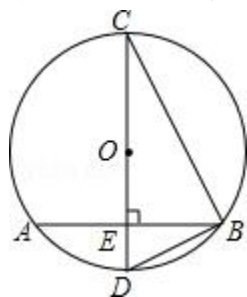
$\therefore \angle BCB' = 60^\circ$,

$$\therefore \text{点 B 转过的路径长为: } \frac{60\pi \times \sqrt{3}}{180} = \frac{\sqrt{3}\pi}{3}.$$

故选: B.

点评: 此题主要考查了旋转的性质以及弧长公式应用, 得出点 B 转过的路径形状是解题关键.

13. (4 分) (2014•兰州) 如图, CD 是 $\odot O$ 的直径, 弦 $AB \perp CD$ 于 E, 连接 BC、BD, 下列结论中不一定正确的是 ()



- A. $AE = BE$ B. $\widehat{AD} = \widehat{BD}$ C. $OE = DE$ D. $\angle DBC = 90^\circ$

考点: 垂径定理; 圆周角定理.

分析: 由于 $CD \perp AB$, 根据垂径定理有 $AE = BE$, 弧 $AD =$ 弧 BD , 不能得出 $OE = DE$, 直径所对的圆周角等于 90° .

解答: 解: $\because CD \perp AB$,

$$\therefore AE = BE, \widehat{AD} = \widehat{BD},$$

∵ CD 是⊙O 的直径,

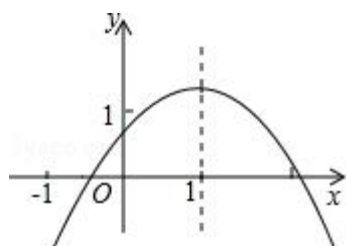
∴ $\angle DBC=90^\circ$,

不能得出 $OE=DE$.

故选 C.

点评: 本题考查了垂径定理. 解题的关键是熟练掌握垂径定理的内容.

14. (4 分) (2014•兰州) 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示, 对称轴是直线 $x=1$, 则下列四个结论错误的是 ()



A. $c > 0$

B. $2a+b=0$

C. $b^2 - 4ac > 0$

D. $a - b + c > 0$

考点: 二次函数图象与系数的关系.

专题: 压轴题.

分析: 本题考查二次函数图象的相关知识 with 函数系数的联系. 需要根据图形, 逐一判断.

解答: 解: A、因为二次函数的图象与 y 轴的交点在 y 轴的上方, 所以 $c > 0$, 正确;

B、由已知抛物线对称轴是直线 $x=1=-\frac{b}{2a}$, 得 $2a+b=0$, 正确;

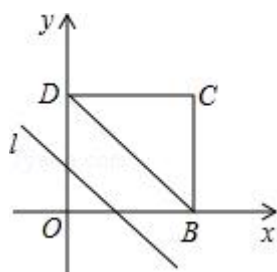
C、由图知二次函数图象与 x 轴有两个交点, 故有 $b^2 - 4ac > 0$, 正确;

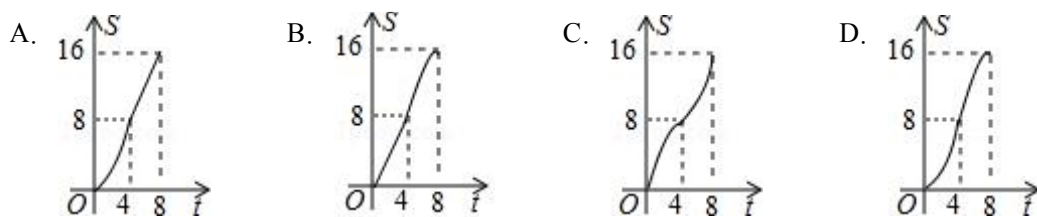
D、直线 $x=-1$ 与抛物线交于 x 轴的下方, 即当 $x=-1$ 时, $y < 0$, 即 $y=ax^2+bx+c=a - b + c < 0$, 错误.

故选 D.

点评: 在解题时要注意二次函数的系数与其图象的形状, 对称轴, 特殊点的关系, 也要掌握在图象上表示一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的解的方法. 同时注意特殊点的运用.

15. (4 分) (2014•兰州) 如图, 在平面直角坐标系中, 四边形 OBCD 是边长为 4 的正方形, 平行于对角线 BD 的直线 l 从 O 出发, 沿 x 轴正方向以每秒 1 个单位长度的速度运动, 运动到直线 l 与正方形没有交点为止. 设直线 l 扫过正方形 OBCD 的面积为 S , 直线 l 运动的时间为 t (秒), 下列能反映 S 与 t 之间函数关系的图象是 ()





考点: 动点问题的函数图象.

分析: 根据三角形的面积即可求出 S 与 t 的函数关系式, 根据函数关系式选择图象.

解答: 解: ①当 $0 \leq t \leq 4$ 时, $S = \frac{1}{2} \times t \times t = \frac{1}{2}t^2$, 即 $S = \frac{1}{2}t^2$.

该函数图象是开口向上的抛物线的一部分.

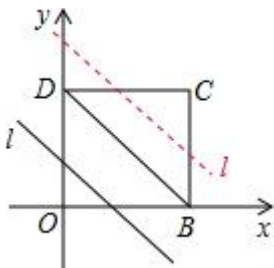
故 B、C 错误;

②当 $4 < t \leq 8$ 时, $S = 16 - \frac{1}{2} \times (t-4) \times (t-4) = \frac{1}{2}t^2$, 即 $S = -\frac{1}{2}t^2 + 4t + 8$.

该函数图象是开口向下的抛物线的一部分.

故 A 错误.

故选: D.



点评: 本题考查了动点问题的函数图象. 本题以动态的形式考查了分类讨论的思想, 函数的知识和等腰直角三角形, 具有很强的综合性.

二、填空题 (共 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分)

16. (4 分) (2014•兰州) 在四个完全相同的小球上分别写上 1, 2, 3, 4 四个数字, 然后装入一个不透明的口袋内搅匀, 从口袋内取出一个球记下数字后作为点 P 的横坐标 x , 放回袋中搅匀, 然后再从袋中取出一个球记下数字后作为点 P 的纵坐标 y , 则点 P (x , y) 落在直线 $y = -x + 5$ 上的概率是 $\frac{1}{4}$.

考点: 列表法与树状图法; 一次函数图象上点的坐标特征

分析: 首先根据题意画出表格, 然后由表格求得所有等可能的结果与数字 x 、 y 满足 $y = -x + 5$ 的情况, 再利用概率公式求解即可求得答案.

解答: 解: 列表得:

	1	2	3	4
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)

∴ 共有 16 种等可能的结果, 数字 x 、 y 满足 $y = -x + 5$ 的有 (1, 4), (2, 3), (3, 2),

(4, 1),

∴ 数字 x、y 满足 $y - x + 5$ 的概率为: $\frac{1}{4}$.

故答案为: $\frac{1}{4}$.

点评: 此题考查的是用列表法或树状图法求概率与不等式的性质. 注意树状图法与列表法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果, 列表法适合于两步完成的事件; 树状图法适合两步或两步以上完成的事件; 注意概率=所求情况数与总情况数之比.

17. (4 分) (2014•兰州) 如果菱形的两条对角线的长为 a 和 b, 且 a, b 满足 $(a-1)^2 + \sqrt{b-4} = 0$, 那么菱形的面积等于 2.

考点: 菱形的性质; 非负数的性质: 偶次方; 非负数的性质: 算术平方根.

分析: 根据非负数的性质列式求出 a、b, 再根据菱形的面积等于对角线乘积的一半列式计算即可得解.

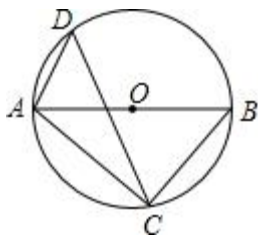
解答: 解: 由题意得, $a-1=0$, $b-4=0$,
解得 $a=1$, $b=4$,
∴ 菱形的两条对角线的长为 a 和 b,

∴ 菱形的面积 $= \frac{1}{2} \times 1 \times 4 = 2$.

故答案为: 2.

点评: 本题考查了非负数的性质, 菱形的性质, 主要利用了菱形的面积等于对角线乘积的一半, 需熟记.

18. (4 分) (2014•兰州) 如图, $\triangle ABC$ 为 $\odot O$ 的内接三角形, AB 为 $\odot O$ 的直径, 点 D 在 $\odot O$ 上, $\angle ADC = 54^\circ$, 则 $\angle BAC$ 的度数等于 36° .



考点: 圆周角定理.

分析: 由在同圆或等圆中, 同弧或等弧所对的圆周角相等, 即可求得 $\angle B$ 的度数, 又由直径所对的圆周角是直角, 即可求得 $\angle ACB = 90^\circ$, 继而求得答案.

解答: 解: ∵ $\angle ABC$ 与 $\angle ADC$ 是 $\widehat{AC}$ 所对的圆周角,

∴ $\angle ABC = \angle ADC = 54^\circ$,

∵ AB 为 $\odot O$ 的直径,

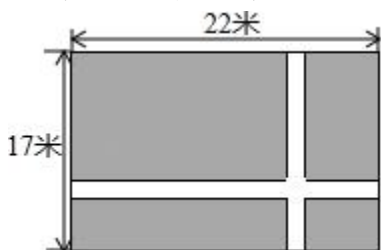
∴ $\angle ACB = 90^\circ$,

∴ $\angle BAC = 90^\circ - \angle ABC = 90^\circ - 54^\circ = 36^\circ$.

故答案为: 36° .

点评: 此题考查了圆周角定理与直角三角形的性质. 此题比较简单, 注意掌握在同圆或等圆中, 同弧或等弧所对的圆周角相等与直径所对的圆周角是直角定理的应用.

19. (4分) (2014•兰州) 如图, 在一块长为 22 米、宽为 17 米的矩形地面上, 要修建同样宽的两条互相垂直的道路 (两条道路各与矩形的一条边平行), 剩余部分种上草坪, 使草坪面积为 300 平方米. 若设道路宽为 x 米, 则根据题意可列出方程为 $(22-x)(17-x)=300$.



考点: 由实际问题抽象出一元二次方程.

专题: 几何图形问题.

分析: 把所修的两条道路分别平移到矩形的最上边和最左边, 则剩下的草坪是一个长方形, 根据长方形的面积公式列方程.

解答: 解: 设道路的宽应为 x 米, 由题意有

$$(22-x)(17-x)=300,$$

故答案为: $(22-x)(17-x)=300$.

点评: 此题主要考查了由实际问题抽象出一元二次方程, 把中间修建的两条道路分别平移到矩形地面的最上边和最左边是做本题的关键.

20. (4分) (2014•兰州) 为了求 $1+2+2^2+2^3+\dots+2^{100}$ 的值, 可令 $S=1+2+2^2+2^3+\dots+2^{100}$, 则 $2S=2+2^2+2^3+2^4+\dots+2^{101}$, 因此 $2S-S=2^{101}-1$, 所以 $S=2^{101}-1$, 即 $1+2+2^2+2^3+\dots+2^{100}=2^{101}$

-1 , 仿照以上推理计算 $1+3+3^2+3^3+\dots+3^{2014}$ 的值是 $\frac{3^{2015}-1}{2}$.

考点: 有理数的乘方

专题: 整体思想.

分析: 根据等式的性质, 可得和的 3 倍, 根据两式相减, 可得和的 2 倍, 根据等式的性质, 可得答案.

解答: 解: 设 $M=1+3+3^2+3^3+\dots+3^{2014}$ ①,

①式两边都乘以 3, 得

$$3M=3+3^2+3^3+\dots+3^{2015} \text{ ②}.$$

② - ①得

$$2M=3^{2015}-1,$$

两边都除以 2, 得

$$M=\frac{3^{2015}-1}{2},$$

故答案为: $\frac{3^{2015} - 1}{2}$.

点评: 本题考查了有理数的乘方, 等式的性质是解题关键.

三、解答题 (共 8 小题, 共 70 分)

21. (10 分) (2014•兰州) (1) 计算: $(-1)^2 - 2\cos 30^\circ + \sqrt{3} + (-2014)^0$;
(2) 当 x 为何值时, 代数式 $x^2 - x$ 的值等于 1.

考点: 实数的运算; 零指数幂; 解一元二次方程-公式法; 特殊角的三角函数值.

分析: (1) 分别根据数的乘方法则、0 指数幂的运算法则及特殊角的三角函数值计算出各数, 再根据实数混合运算的法则进行计算即可.

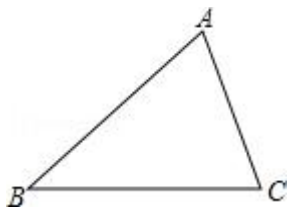
(2) 根据题意列出关于 x 的一元二次方程, 求出 x 的值即可.

解答: 解: (1) 原式 $= 1 - 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{3} + 1$
 $= 1 - \sqrt{3} + \sqrt{3} + 1$
 $= 2;$

(2) 由题意得, $x^2 - x = 1$,
 整理得, $x^2 - x - 1 = 0$,
 $\therefore a = 1, b = -1, c = -1$,
 $\therefore b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-1) = 5$.
 $\therefore x_1 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}, x_2 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$.

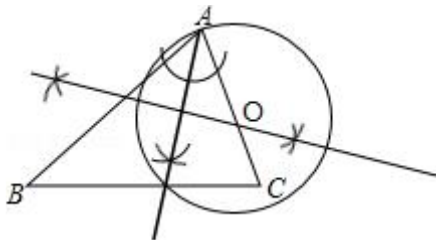
点评: 本题考查的是实数的运算, 熟知数的乘方法则、0 指数幂的运算法则及特殊角的三角函数值是解答此题的关键.

22. (5 分) (2014•兰州) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 先作 $\angle BAC$ 的角平分线 AD 交 BC 于点 D , 再以 AC 边上的一点 O 为圆心, 过 A 、 D 两点作 $\odot O$ (用尺规作图, 不写作法, 保留作图痕迹, 并把作图痕迹用黑色签字笔加黑)



考点: 作图—复杂作图.

分析: 先作出角平分线 AD , 再作 AD 的中垂线交 AC 于点 O , O 就是 $\odot O$ 的圆心, 作出 $\odot O$,
解答:



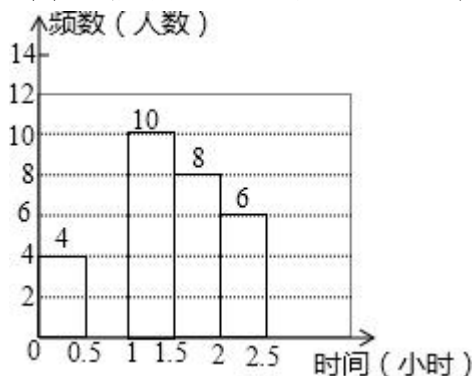
解：作出角平分线 AD，
作 AD 的中垂线交 AC 于点 O，
作出 $\odot O$ ，
 $\therefore \odot O$ 为所求作的圆.

点评： 本题考查了复杂的尺规作图，角平分线，线段中垂线及圆，解题的关键是找准圆周心作出圆.

23. (6 分) (2014•兰州) 兰州市某中学对本校初中学生完成家庭作业的时间做了总量控制，规定每天完成家庭作业的时间不超过 1.5 小时，该校数学课外兴趣小组对本校初中学生回家完成作业的时间做了一次随机抽样调查，并绘制出频数分布表和频数分布直方图 (如图) 的一部分.

时间 (小时)	频数 (人数)	频率
$0 \leq t < 0.5$	4	0.1
$0.5 \leq t < 1$	a	0.3
$1 \leq t < 1.5$	10	0.25
$1.5 \leq t < 2$	8	b
$2 \leq t < 2.5$	6	0.15
合计		1

- (1) 在图 1 中， $a = \underline{12}$ ， $b = \underline{0.2}$ ；
- (2) 补全频数分布直方图；
- (3) 请估计该校 1400 名初中学生中，约有多少学生在 1.5 小时以内完成了家庭作业.



考点： 频数 (率) 分布直方图；用样本估计总体；频数 (率) 分布表

分析： (1) 根据每天完成家庭作业的时间在 $0 \leq t < 0.5$ 的频数和频率，求出抽查的总人数，再用总人数乘以每天完成家庭作业的时间在 $0.5 \leq t < 1$ 的频率，求出 a，再用每天完成家庭作业的时间在 $1.5 \leq t < 2$ 的频率乘以总人数，求出 b 即可；

(2) 根据 (1) 求出 a 的值，可直接补全统计图；

(3) 用每天完成家庭作业时间在 1.5 小时以内的人数所占的百分比乘以该校的总人数，即可得出答案.

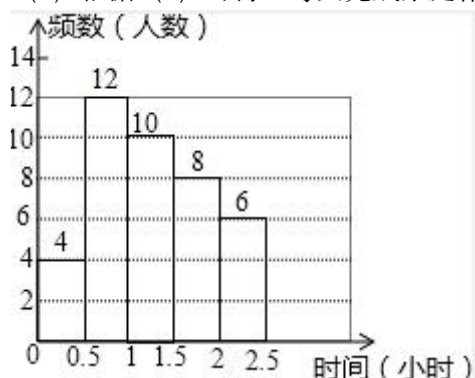
解答： 解：(1) 抽查的总的人数是： $\frac{4}{0.1} = 40$ (人)，

$a = 40 \times 0.3 = 12$ (人)，

$b = \frac{8}{40} = 0.2$ ；

故答案为：12，0.2；

(2) 根据 (1) 可得：每天完成家庭作业的时间在 $0.5 \leq t < 1$ 的人数是 12，补图如下：

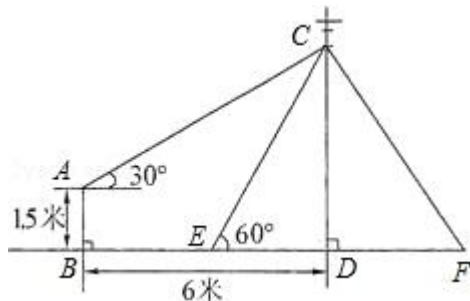


(3) 根据题意得： $\frac{4+12+10}{40} \times 1400 = 910$ (名)，

答：约有多少 910 名学生在 1.5 小时以内完成了家庭作业。

点评： 本题考查了频数（率）分布直方图、频数（率）分布表以及用样本估计总体，在读频数分布直方图时和利用统计图获取信息时，必须认真观察、分析、研究统计图，才能作出正确的判断和解决问题。

24. (8 分) (2014•兰州) 如图，在电线杆上的 C 处引拉线 CE、CF 固定电线杆，拉线 CE 和地面成 60° 角，在离电线杆 6 米的 B 处安置测角仪，在 A 处测得电线杆上 C 处的仰角为 30° ，已知测角仪高 AB 为 1.5 米，求拉线 CE 的长 (结果保留根号)。



考点： 解直角三角形的应用-仰角俯角问题

专题： 计算题；压轴题.

分析： 由题意可先过点 A 作 $AH \perp CD$ 于 H. 在 $Rt\triangle ACH$ 中，可求出 CH，进而 $CD = CH + HD = CH + AB$ ，再在 $Rt\triangle CED$ 中，求出 CE 的长.

解答： 解：过点 A 作 $AH \perp CD$ ，垂足为 H，

由题意可知四边形 ABDH 为矩形， $\angle CAH = 30^\circ$ ，

$\therefore AB = DH = 1.5$ ， $BD = AH = 6$ ，

在 $Rt\triangle ACH$ 中， $\tan \angle CAH = \frac{CH}{AH}$ ，

$\therefore CH = AH \cdot \tan \angle CAH$ ，

$\therefore CH = AH \cdot \tan \angle CAH = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$ (米)，

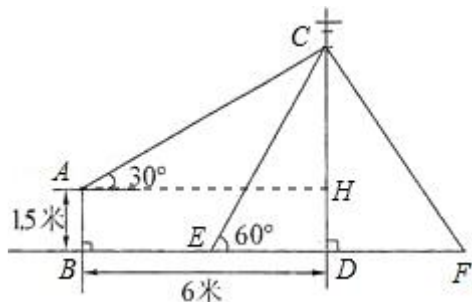
$\therefore DH = 1.5$ ， $\therefore CD = 2\sqrt{3} + 1.5$ ，

在 $\text{Rt}\triangle CDE$ 中,

$$\because \angle CED = 60^\circ, \sin \angle CED = \frac{CD}{CE},$$

$$\therefore CE = \frac{CD}{\sin 60^\circ} = \frac{2\sqrt{3} + 1.5}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = (4 + \sqrt{3}) \text{ (米)},$$

答: 拉线 CE 的长为 $(4 + \sqrt{3})$ 米.



点评: 命题立意: 此题主要考查解直角三角形的应用. 要求学生借助仰角关系构造直角三角形, 并结合图形利用三角函数解直角三角形.

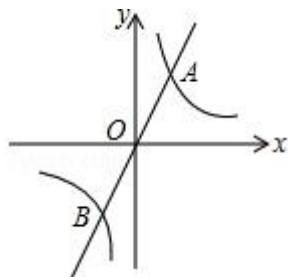
25. (9分) (2014·兰州) 如图, 直线 $y = mx$ 与双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 相交于 A、B 两点, A 点的坐标为

(1, 2)

(1) 求反比例函数的表达式;

(2) 根据图象直接写出当 $mx > \frac{k}{x}$ 时, x 的取值范围;

(3) 计算线段 AB 的长.



考点: 反比例函数与一次函数的交点问题.

分析: (1) 把 A 的坐标代入反比例函数的解析式即可求出答案;

(2) 求出直线的解析式, 解组成的方程组求出 B 的坐标, 根据 A、B 的坐标结合图象即可得出答案;

(3) 根据 A、B 的坐标, 利用勾股定理分别求出 OA、OB, 即可得出答案.

解答: 解: (1) 把 A (1, 2) 代入 $y = \frac{k}{x}$ 得: $k = 2$,

即反比例函数的表达式是 $y = \frac{2}{x}$;

(2) 把 A (1, 2) 代入 $y = mx$ 得: $m = 2$,

即直线的解析式是 $y=2x$,

解方程组 $\begin{cases} y=\frac{2}{x} \\ y=2x \end{cases}$ 得出 B 点的坐标是 $(-1, -2)$,

$\therefore$ 当 $mx > \frac{k}{x}$ 时, x 的取值范围是 $-1 < x < 0$ 或 $x > 1$;

(3) 过 A 作 $AC \perp x$ 轴于 C,

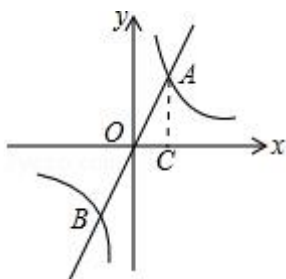
$\therefore A(1, 2)$,

$\therefore AC=2, OC=1$,

由勾股定理得: $AO = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$,

同理求出 $OB = \sqrt{5}$,

$\therefore AB = 2\sqrt{5}$.

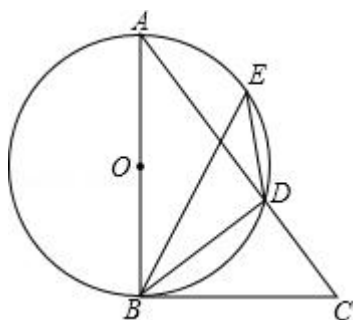


点评: 本题考查了一次函数和反比例函数的交点问题, 用待定系数法求函数的解析式的应用, 主要考查学生的理解能力和观察图象的能力, 题目比较典型, 难度不大.

26. (10 分) (2014•兰州) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 E 是 $\widehat{AD}$ 上的一点, $\angle DBC = \angle BED$.

(1) 求证: BC 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 已知 $AD=3, CD=2$, 求 BC 的长.



考点: 切线的判定; 相似三角形的判定与性质.

分析: (1) AB 是 $\odot O$ 的直径, 得 $\angle ADB = 90^\circ$, 从而得出 $\angle BAD = \angle DBC$, 即 $\angle ABC = 90^\circ$, 即可证明 BC 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 可证明 $\triangle ABC \sim \triangle BDC$, 则 $\frac{BC}{CA} = \frac{CD}{BC}$, 即可得出 $BC = \sqrt{10}$.

解答: (1) 证明: $\because$ AB 是 $\odot O$ 的切直径,

$\therefore \angle ADB = 90^\circ$,

又 $\because \angle BAD = \angle BED, \angle BED = \angle DBC,$
 $\therefore \angle BAD = \angle DBC,$
 $\therefore \angle BAD + \angle ABD = \angle DBC + \angle ABD = 90^\circ,$
 $\therefore \angle ABC = 90^\circ,$
 $\therefore BC$ 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 解: $\because \angle BAD = \angle DBC, \angle C = \angle C,$
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle BDC,$
 $\therefore \frac{BC}{CA} = \frac{CD}{BC},$ 即 $BC^2 = AC \cdot CD = (AD + CD) \cdot CD = 10,$
 $\therefore BC = \sqrt{10}.$

点评: 本题考查了切线的判定以及相似三角形的判定和性质, 是重点知识要熟练掌握.

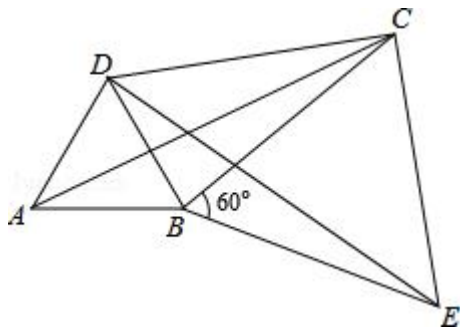
27. (10 分) (2014·兰州) 给出定义, 若一个四边形中存在相邻两边的平方和等于一条对角线的平方, 则称该四边形为勾股四边形.

(1) 在你学过的特殊四边形中, 写出两种勾股四边形的名称;

(2) 如图, 将 $\triangle ABC$ 绕顶点 B 按顺时针方向旋转 60° 得到 $\triangle DBE$, 连接 AD, DC, CE , 已知 $\angle DCB = 30^\circ$.

①求证: $\triangle BCE$ 是等边三角形;

②求证: $DC^2 + BC^2 = AC^2$, 即四边形 $ABCD$ 是勾股四边形.



考点: 四边形综合题.

分析: (1) 根据定义和特殊四边形的性质, 则有矩形或正方形或直角梯形;

(2) ①首先证明 $\triangle ABC \cong \triangle DBE$, 得出 $AC = DE, BC = BE$, 连接 CE , 进一步得出 $\triangle BCE$ 为等边三角形;

②利用等边三角形的性质, 进一步得出 $\triangle DCE$ 是直角三角形, 问题得解.

解答: 解: (1) 正方形、矩形、直角梯形均可;

证明: (2) ① $\because \triangle ABC \cong \triangle DBE,$
 $\therefore BC = BE,$
 $\because \angle CBE = 60^\circ,$
 $\therefore \triangle BCE$ 是等边三角形;

② $\because \triangle ABC \cong \triangle DBE,$
 $\therefore BE = BC, AC = ED;$
 $\therefore \triangle BCE$ 为等边三角形,

$\therefore BC=CE, \angle BCE=60^\circ,$
 $\therefore \angle DCB=30^\circ,$
 $\therefore \angle DCE=90^\circ,$
 在 $Rt\triangle DCE$ 中,
 $DC^2+CE^2=DE^2,$
 $\therefore DC^2+BC^2=AC^2.$

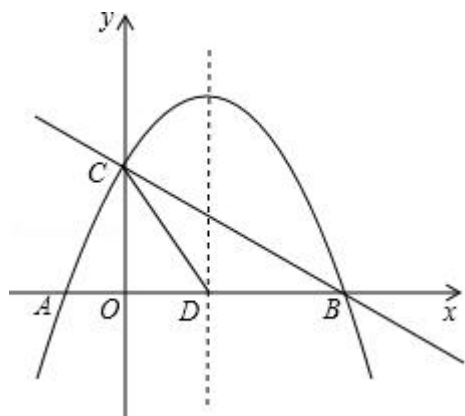
点评: 此题主要考查勾股定理, 三角形的判定与性质, 等边三角形的判定与性质, 是一道综合性很强的题目.

28. (12 分) (2014•兰州) 如图, 抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + mx + n$ 与 x 轴交于 A 、 B 两点, 与 y 轴交于点 C , 抛物线的对称轴交 x 轴于点 D , 已知 $A(-1, 0)$, $C(0, 2)$.

(1) 求抛物线的表达式;

(2) 在抛物线的对称轴上是否存在点 P , 使 $\triangle PCD$ 是以 CD 为腰的等腰三角形? 如果存在, 直接写出 P 点的坐标; 如果不存在, 请说明理由;

(3) 点 E 是线段 BC 上的一个动点, 过点 E 作 x 轴的垂线与抛物线相交于点 F , 当点 E 运动到什么位置时, 四边形 $CDBF$ 的面积最大? 求出四边形 $CDBF$ 的最大面积及此时 E 点的坐标.



考点: 二次函数综合题

分析: (1) 由待定系数法建立二元一次方程组求出 m 、 n 的值即可;

(2) 由 (1) 的解析式求出顶点坐标, 再由勾股定理求出 CD 的值, 再以点 C 为圆心, CD 为半径作弧交对称轴于 P_1 , 以点 D 为圆心 CD 为半径作圆交对称轴于点 P_2 , P_3 , 作 CE 垂直于对称轴与点 E , 由等腰三角形的性质及勾股定理就可以求出结论;

(3) 先求出 BC 的解析式, 设出 E 点的坐标为 $(a, -\frac{1}{2}a+2)$, 就可以表示出 F 的坐标, 由四边形 $CDBF$ 的面积 $= S_{\triangle BCD} + S_{\triangle CEF} + S_{\triangle BEF}$ 求出 S 与 a 的关系式, 由二次函数的性质就可以求出结论.

解答: 解: (1) $\because$ 抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + mx + n$ 经过 $A(-1, 0)$, $C(0, 2)$.

$$\text{解得: } \begin{cases} m = \frac{3}{2}, \\ n = 2 \end{cases}$$

∴ 抛物线的解析式为: $y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 2$;

$$(2) \because y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 2,$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{25}{8},$$

∴ 抛物线的对称轴是 $x = \frac{3}{2}$.

$$\therefore OD = \frac{3}{2}.$$

$$\because C(0, 2),$$

$$\therefore OC = 2.$$

在 Rt△OCD 中, 由勾股定理, 得

$$CD = \frac{5}{2}.$$

∵ △CDP 是以 CD 为腰的等腰三角形,

$$\therefore CP_1 = CP_2 = CP_3 = CD.$$

作 $CH \perp x$ 轴于 H,

$$\therefore HP_1 = HD = 2,$$

$$\therefore DP_1 = 4.$$

$$\therefore P_1\left(\frac{3}{2}, 4\right), P_2\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right), P_3\left(\frac{3}{2}, -\frac{5}{2}\right);$$

$$(3) \text{ 当 } y=0 \text{ 时, } 0 = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 2$$

$$\therefore x_1 = -1, x_2 = 4,$$

$$\therefore B(4, 0).$$

设直线 BC 的解析式为 $y = kx + b$, 由图象, 得

$$\begin{cases} 2 = b \\ 0 = 4k + b \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k = -\frac{1}{2}, \\ b = 2 \end{cases}$$

$$\therefore \text{直线 BC 的解析式为: } y = -\frac{1}{2}x + 2.$$

如图 2, 过点 C 作 $CM \perp EF$ 于 M, 设 $E(a, -\frac{1}{2}a + 2)$, $F(a, -\frac{1}{2}a^2 + \frac{3}{2}a + 2)$,

$$\therefore EF = -\frac{1}{2}a^2 + \frac{3}{2}a + 2 - (-\frac{1}{2}a + 2) = -\frac{1}{2}a^2 + 2a \quad (0 \leq a \leq 4).$$

$$\therefore S_{\text{四边形 CDBF}} = S_{\triangle BCD} + S_{\triangle CEF} + S_{\triangle BEF} = \frac{1}{2}BD \cdot OC + \frac{1}{2}EF \cdot CM + \frac{1}{2}EF \cdot BN,$$

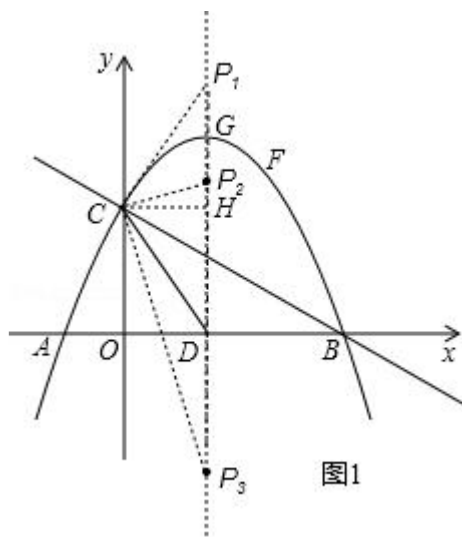
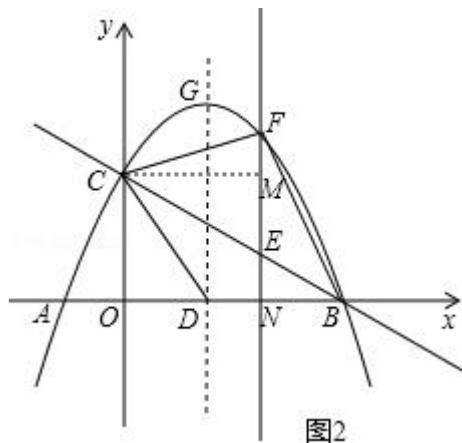
$$= \frac{1}{2} \times \frac{5}{2} \times 2 + \frac{1}{2}a(-\frac{1}{2}a^2 + 2a) + \frac{1}{2}(4-a)(-\frac{1}{2}a^2 + 2a),$$

$$= -a^2 + 4a + \frac{5}{2} \quad (0 \leq x \leq 4).$$

$$= - (a - 2)^2 + \frac{13}{2}$$

$$\therefore a=2 \text{ 时, } S_{\text{四边形CDBF}} \text{ 的面积最大} = \frac{13}{2},$$

$$\therefore E(2, 1).$$



点评: 本题考查了待定系数法求一次函数的解析式的运用，二次函数的解析式的运用，勾股定理的运用，等腰三角形的性质的运用，四边形的面积的运用，解答时求出函数的解析式是关键.

