

2011 年甘肃省兰州市初中毕业生学业考试数学试卷

注意事项:

1. 全卷共 150 分, 考试时间 120 分钟.
2. 考生必须将姓名、准考证号、考场、座位号等个人信息填(涂)写在答题卡的相应位置.
3. 考生务必将答案直接填(涂)写在答题卡的相应位置.

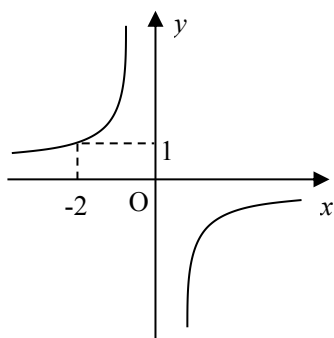
一、选择题(本题 15 小题, 每小题 4 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.)

1. (2011 甘肃兰州, 1, 4 分) 下列方程中是关于 x 的一元二次方程的是

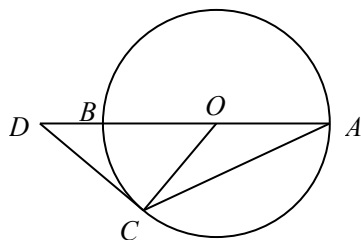
- A. $x^2 + \frac{1}{x^2} = 0$ B. $ax^2 + bx + c = 0$
C. $(x-1)(x+2) = 1$ D. $3x^2 - 2xy - 5y^2 = 0$

2. (2011 甘肃兰州, 2, 4 分) 如图, 某反比例函数的图象过点 $(-2, 1)$, 则此反比例函数表达式为

- A. $y = \frac{2}{x}$ B. $y = -\frac{2}{x}$ C. $y = \frac{1}{2x}$ D. $y = -\frac{1}{2x}$

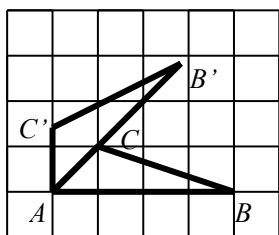


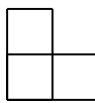
3. (2011 甘肃兰州, 3, 4 分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 D 在 AB 的延长线上, DC 切 $\odot O$ 于点 C , 若 $\angle A = 25^\circ$, 则 $\angle D$ 等于
A. 20° B. 30° C. 40° D. 50°



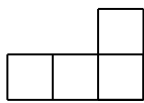
4. (2011 甘肃兰州, 4, 4 分) 如图, A 、 B 、 C 三点在正方形网格线的交点处, 若将 $\triangle ACB$ 绕着点 A 逆时针旋转得到 $\triangle AC'B'$, 则 $\tan B'$ 的值为

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{4}$

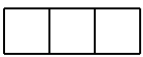


5. (2011 甘肃兰州, 5, 4 分) 抛物线 $y = x^2 - 2x + 1$ 的顶点坐标是
 A. (1, 0) B. (-1, 0) C. (-2, 1) D. (2, -1)
6. (2011 甘肃兰州, 6, 4 分) 如图是由几个小立方块所搭几何体的俯视图, 小正方形中的数字表示在该位置的小立方块的个数, 这个几何体的主视图是
- 

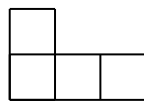
A.



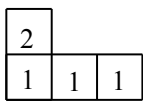
B.

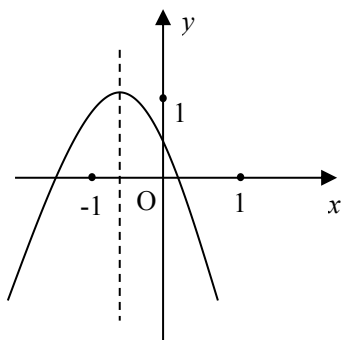


C.



D.


7. (2011 甘肃兰州, 7, 4 分) 一只盒子中有红球 m 个, 白球 8 个, 黑球 n 个, 每个球除颜色外都相同, 从中任取一个球, 取得白球的概率与不是白球的概率相同, 那么 m 与 n 的关系是
 A. $m=3, n=5$ B. $m=n=4$ C. $m+n=4$ D. $m+n=8$
8. (2011 甘肃兰州, 8, 4 分) 点 $M(-\sin 60^\circ, \cos 60^\circ)$ 关于 x 轴对称的点的坐标是
 A. $(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$ B. $(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2})$ C. $(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$
 D. $(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$
9. (2011 甘肃兰州, 9, 4 分) 如图所示的二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象中, 刘星同学观察得出了下面四条信息: (1) $b^2 - 4ac > 0$; (2) $c > 1$; (3) $2a - b < 0$; (4) $a + b + c < 0$. 你认为其中错误的有
 A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 1 个



10. (2011 甘肃兰州, 10, 4 分) 用配方法解方程 $x^2 - 2x - 5 = 0$ 时, 原方程应变形为

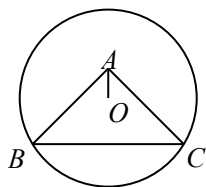
- A. $(x+1)^2 = 6$ B. $(x+2)^2 = 9$ C. $(x-1)^2 = 6$ D. $(x-2)^2 = 9$

11. (2011 甘肃兰州, 11, 4 分) 某校九年级学生毕业时, 每个同学都将自己的相片向全班其他同学各送一张留作纪念, 全班共送了 2070 张相片, 如果全班有 x 名学生, 根据题意, 列出方程为

- A. $x(x-1) = 2070$ B. $x(x+1) = 2070$
C. $2x(x+1) = 2070$ D. $\frac{x(x-1)}{2} = 2070$

12. (2011 甘肃兰州, 12, 4 分) 如图, $\odot O$ 过点 B 、 C , 圆心 O 在等腰 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的内部, $\angle BAC = 90^\circ$, $OA = 1$, $BC = 6$. 则 $\odot O$ 的半径为

- A. 6 B. 13 C. $\sqrt{13}$ D. $2\sqrt{13}$

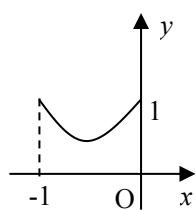


13. (2011 甘肃兰州, 13, 4 分) 现给出下列四个命题: ①无公共点的两圆必外离; ②位似三角形是相似三角形; ③菱形的面积等于两条对角线的积; ④对角线相等的四边形是矩形.

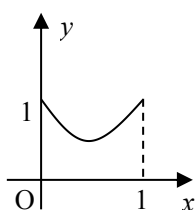
其中真命题的个数是

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

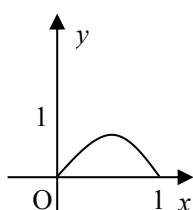
14. (2011 甘肃兰州, 14, 4 分) 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 1, E 、 F 、 G 、 H 分别为各边上的点, 且 $AE = BF = CG = DH$, 设小正方形 $EFGH$ 的面积为 S , AE 为 x , 则 S 关于 x 的函数图象大致是



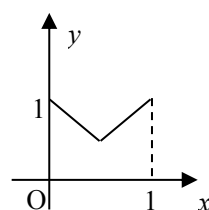
A.



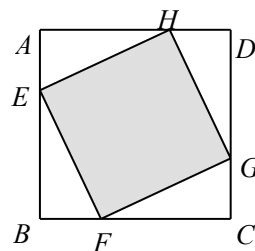
B.



C.



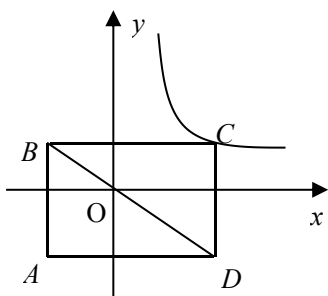
D.



15. (2011 甘肃兰州, 15, 4 分) 如图, 矩形 $ABCD$ 的对角线 BD 经过坐标原点, 矩形的边

分别平行于坐标轴, 点 C 在反比例函数 $y = \frac{k^2 + 2k + 1}{x}$ 的图象上. 若点 A 的坐标为 $(-2, -2)$, 则 k 的值为

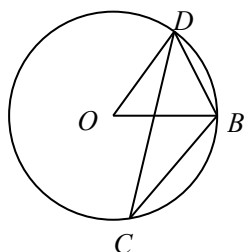
- A. 1 B. -3 C. 4 D. 1 或 -3



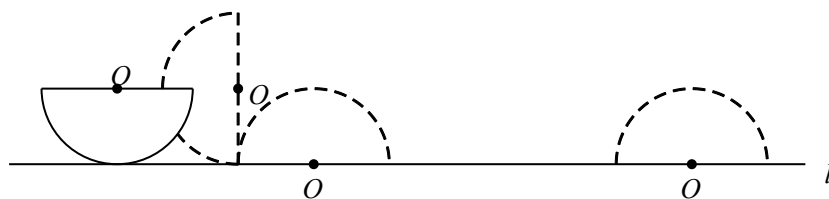
二、填空题（本题 5 小题，每小题 4 分，共 20 分．）

16. （2011 甘肃兰州，16，4 分）如图，OB 是 $\odot O$ 的半径，点 C、D 在 $\odot O$ 上， $\angle DCB = 27^\circ$ ，则 $\angle OBD =$

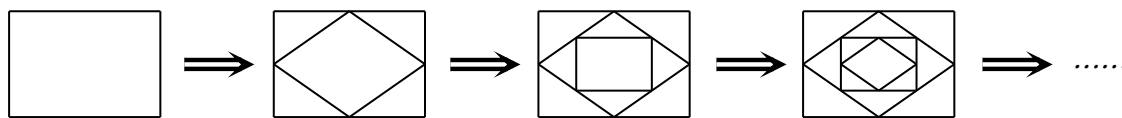
_____度.



17. （2011 甘肃兰州，17，4 分）某水库大坝的横断面是梯形，坝内斜坡的坡度 $i = 1 : \sqrt{3}$ ，坝外斜坡的坡度 $i = 1 : 1$ ，则两个坡角的和为_____.
18. （2011 甘肃兰州，18，4 分）已知一个半圆形工件，未搬动前如图所示，直径平行于地面放置，搬动时为了保护圆弧部分不受损伤，先将半圆作如图所示的无滑动翻转，使它的直径紧贴地面，再将它沿地面平移 50m，半圆的直径为 4m，则圆心 O 所经过的路线长是_____m. （结果用 π 表示）



19. （2011 甘肃兰州，19，4 分）关于 x 的方程 $a(x+m)^2 + b = 0$ 的解是 $x_1 = -2$ ， $x_2 = 1$ （ a, m, b 均为常数， $a \neq 0$ ），则方程 $a(x+m+2)^2 + b = 0$ 的解是_____.
20. （2011 甘肃兰州，20，4 分）如图，依次连结第一个矩形各边的中点得到一个菱形，再依次连结菱形各边的中点得到第二个矩形，按照此方法继续下去. 已知第一个矩形的面积为 1，则第 n 个矩形的面积为_____.

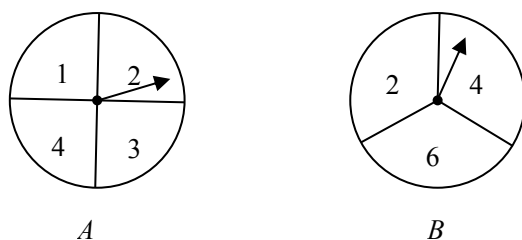


21. (2011 甘肃兰州, 21, 7 分) 已知 α 是锐角, 且 $\sin(\alpha + 15^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

计算 $\sqrt{8} - 4\cos\alpha - (\pi - 3.14)^0 + \tan\alpha + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$ 的值.

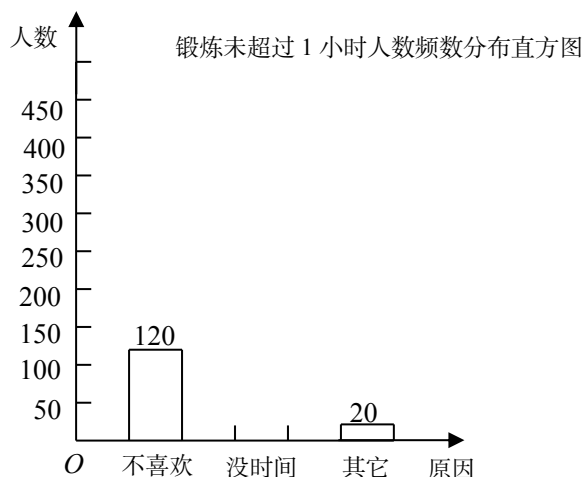
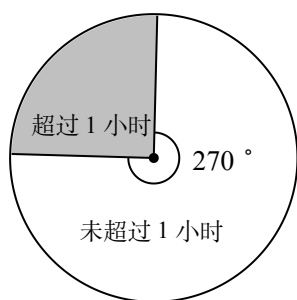
22. (2011 甘肃兰州, 22, 7 分) 如图, 有 A、B 两个转盘, 其中转盘 A 被分成 4 等份, 转盘 B 被分成 3 等份, 并在每一份内标上数字. 现甲、乙两人同时各转动其中一个转盘, 转盘停止后 (当指针指在边界线上时视为无效, 重转), 若将 A 转盘指针指向的数字记为 x , B 转盘指针指向的数字记为 y , 从而确定点 P 的坐标为 $P(x, y)$. 记 $S = x + y$.

- (1) 请用列表或画树状图的方法写出所有可能得到的点 P 的坐标;
- (2) 李刚为甲、乙两人设计了一个游戏: 当 $S < 6$ 时甲获胜, 否则乙获胜. 你认为这个游戏公平吗? 对谁有利?



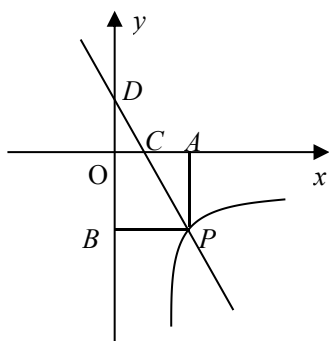
23. (2011 甘肃兰州, 23, 7 分) 今年起, 兰州市将体育考试正式纳入中考考查科目之一, 其等级作为考生录取的重要依据之一. 某中学为了了解学生体育活动情况, 随机调查了 720 名初二学生, 调查内容是: “每天锻炼是否超过 1 小时及未超过 1 小时的原因”, 利用所得的数据制成了扇形统计图和频数分布直方图. 根据图示, 解答下列问题:

- (1) 若在被调查的学生中随机选出一名学生测试其体育成绩, 选出的是 “每天锻炼超过 1 小时” 的学生的概率是多少?
- (2) “没时间” 锻炼的人数是多少? 并补全频数分布直方图;
- (3) 2011 年兰州市区初二学生约为 2.4 万人, 按此调查, 可以估计 2011 年兰州初二学生中每天锻炼未超过 1 小时的学生约有多少万人?
- (4) 请根据以上结论谈谈你的看法.



24. (2011 甘肃兰州, 24, 7 分) 如图, 一次函数 $y = kx + 3$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ ($x > 0$) 的图象交于点 P, $PA \perp x$ 轴于点 A, $PB \perp y$ 轴于点 B, 一次函数的图象分别交 x 轴、 y 轴于点 C、点 D, 且 $S_{\triangle DBP} = 27$, $\frac{OC}{CA} = \frac{1}{2}$.

- (1) 求点 D 的坐标;
- (2) 求一次函数与反比例函数的表达式;
- (3) 根据图象写出当 x 取何值时, 一次函数的值小于反比例函数的值?



25. (2011 甘肃兰州, 25, 9 分) 如图, 在单位长度为 1 的正方形网格中, 一段圆弧经过网格的交点 A、B、C.

- (1) 请完成如下操作:

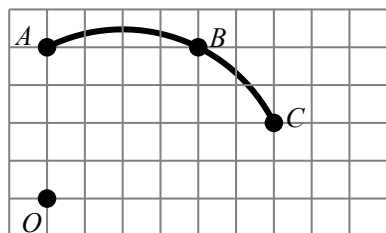
①以点 O 为原点、竖直和水平方向所在的直线为坐标轴、网格边长为单位长, 建立平面直角坐标系; ②用直尺和圆规画出该圆弧所在圆的圆心 D 的位置 (不用写作法, 保留作图痕迹), 并连结 AD、CD.

- (2) 请在 (1) 的基础上, 完成下列问题:

- ①写出点的坐标: C _____、D _____;
- ② $\odot D$ 的半径=_____ (结果保留根号);
- ③若扇形 ADC 是一个圆锥的侧面展开图, 则该圆锥的底面面积为_____ (结

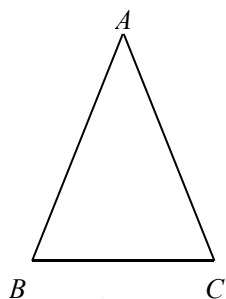
果保留 π) ;

④若 $E(7, 0)$, 试判断直线 EC 与 $\odot D$ 的位置关系并说明你的理由.

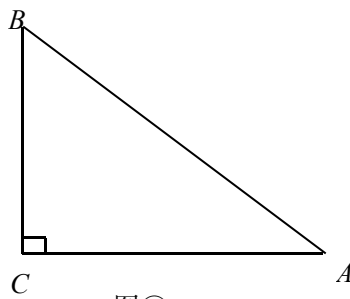


26. (2011 甘肃兰州, 26, 9 分) 通过学习三角函数, 我们知道在直角三角形中, 一个锐角的大小与两条边长的比值相互唯一确定, 因此边长与角的大小之间可以相互转化. 类似的, 可以在等腰三角形中建立边角之间的联系. 我们定义: 等腰三角形中底边与腰的比叫做顶角的正对 (sad). 如图①在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 顶角 A 的正对记作 $\text{sad}A$, 这时 $\text{sad}A = \frac{\text{底边}}{\text{腰}} = \frac{BC}{AB}$. 容易知道一个角的大小与这个角的正对值也是相互唯一确定的. 根据上述角的正对定义, 解下列问题:

- (1) $\text{sad}60^\circ =$ _____.
- (2) 对于 $0^\circ < A < 180^\circ$, $\angle A$ 的正对值 $\text{sad}A$ 的取值范围是 _____.
- (3) 如图②, 已知 $\sin A = \frac{3}{5}$, 其中 $\angle A$ 为锐角, 试求 $\text{sad}A$ 的值.

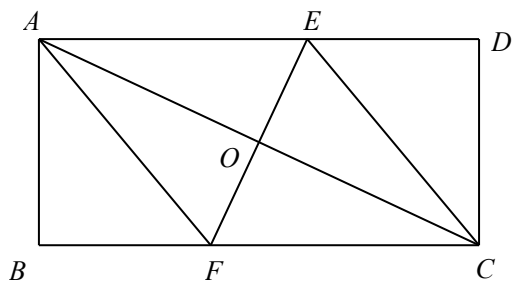


图①



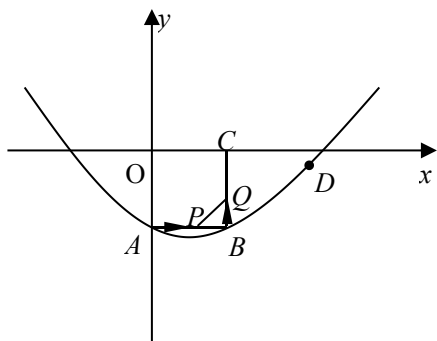
图②

27. (2011 甘肃兰州, 27, 12 分) 已知: 如图所示的一张矩形纸片 $ABCD$ ($AD > AB$), 将纸片折叠一次, 使点 A 与点 C 重合, 再展开, 折痕 EF 交 AD 边于点 E , 交 BC 边于点 F , 分别连结 AF 和 CE .
- (1) 求证: 四边形 $AFCE$ 是菱形;
 - (2) 若 $AE=10\text{cm}$, $\triangle ABF$ 的面积为 24cm^2 , 求 $\triangle ABF$ 的周长;
 - (3) 在线段 AC 上是否存在一点 P , 使得 $2AE^2 = AC \cdot AP$ 若存在, 请说明点 P 的位置, 并予以证明; 若不存在, 请说明理由.



28. (2011 甘肃兰州, 28, 12 分) 如图所示, 在平面直角坐标系 xOy 中, 正方形 $OABC$ 的边长为 2cm , 点 A 、 C 分别在 y 轴的负半轴和 x 轴的正半轴上, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过点 A 、 B 和 $D(4, -\frac{2}{3})$.

- (1) 求抛物线的表达式.
- (2) 如果点 P 由点 A 出发沿 AB 边以 2cm/s 的速度向点 B 运动, 同时点 Q 由点 B 出发, 沿 BC 边以 1cm/s 的速度向点 C 运动, 当其中一点到达终点时, 另一点也随之停止运动. 设 $S = PQ^2 (\text{cm}^2)$.
 - ① 试求出 S 与运动时间 t 之间的函数关系式, 并写出 t 的取值范围;
 - ② 当 S 取 $\frac{5}{4}$ 时, 在抛物线上是否存在点 R , 使得以点 P 、 B 、 Q 、 R 为顶点的四边形是平行四边形? 如果存在, 求出 R 点的坐标; 如果不存在, 请说明理由.
- (3) 在抛物线的对称轴上求点 M , 使得 M 到 D 、 A 的距离之差最大, 求出点 M 的坐标.



2011 兰州市中考数学答案

一、选择题

1. 【答案】C

【思路分析】A 项分母中含有未知数，错；B 项中未强调 $a \neq 0$ ，错；D 项中含有两个未知数，错.

2. 【答案】B

【思路分析】将点 $(-2, 1)$ 代入 $y = \frac{k}{x}$ 得 $1 = \frac{k}{-2}$ 得 $k = -2$ ；也可直接利用双曲线上的点的横坐标与纵坐标的积就是比例系数，即 $k = xy = (-2) \cdot 1 = -2$.

3. 【答案】C

【思路分析】由 $OA=OC$ 得 $\angle OCA = \angle A = 25^\circ$ ，再利用三角形外角性质 $\angle DOC = \angle A + \angle OCA = 50^\circ$ ；由切线性质得 $\angle DCO = 90^\circ$ ， $\angle D = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$

4. 【答案】B

【思路分析】旋转后的三角形与原三角形全等，得 $\angle B' = \angle B$ ；然后将 $\angle B$ 放在以 BC 为斜边，直角边在网格线上的直角三角形中， $\angle B$ 的对边为 1，邻边为 3， $\tan B' = \tan B = \frac{1}{3}$ ，

故选 B

5. 【答案】A

【思路分析】配方得 $y = (x-1)^2$ ，得顶点为 $(1, 0)$

6. 【答案】D

【思路分析】从正面看，从左到右有三排小立方块，排除 A；最左边后方的小立方块有两层，应选 D.

7. 【答案】D

【思路分析】取得白球的概率是 $\frac{8}{m+n+8}$ ，由取得白球的概率与不是白球的概率相同可得 $\frac{8}{m+n+8} = \frac{1}{2}$ ，化简得 $m+n=8$

8. 【答案】B

【思路分析】 $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ， $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ ，再把纵坐标变成相反数.

9. 【答案】D

【思路分析】图象与 x 轴有两个交点，得 (1) 正确；图象与 y 轴交点在点 $(0, 1)$ 下方得 $c < 1$ ，(2) 错误；对称轴 $x = -\frac{b}{2a}$ 在点 $(-1, 0)$ 右侧，得 $-\frac{b}{2a} > -1$ 并考虑 $a < 0$ ，去

分母得 $-b < -2a$, $2a - b < 0$, 所以 (3) 正确; $a+b+c$ 是 $x=1$ 时的函数值, 从图象上看, 横坐标为 1 时图象上的点在 x 轴下方, 故 $a+b+c < 0$, 所以 (4) 正确. 综上只有一条信息错误.

10. 【答案】C

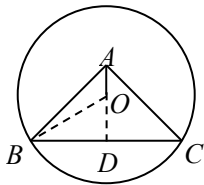
【思路分析】 -5 移到右边得 $x^2 - 2x = 5$, 再两边加 1 得 $x^2 - 2x + 1 = 6$ 即 $(x-1)^2 = 6$.

11. 【答案】A

【思路分析】每个学生要送给其余 $(x-1)$ 名学生每人一张照片, 这样共需送 $x(x-1)$ 张.

12. 【答案】C

【思路分析】延长 AO 交 BC 于点 D , 则 AD 垂直平分 BC , $BD=AD=3$, $OD=3-1=2$, $OB=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$



13. 【答案】A

【思路分析】无公共点的两圆还可能内含; 菱形的面积等于两条对角线的积的一半; 对角线相等的平行四边形才是矩形; 所以①③④都是假命题.

14. 【答案】B

【思路分析】先求解析式 $S = EH^2 = x^2 + (1-x)^2 = 2x^2 - 2x + 1$, 再注意 x 的取值范围是 $0 < x < 1$.

15. 【答案】D

【思路分析】设 $C(m, n)$, 则 $B(-2, n)$, $D(m, -2)$, 因 BD 经过原点, 得 $\frac{n}{-2} = \frac{-2}{m}$, 得 $mn=4$, 所以 $k^2 + 2k + 1 = mn = 4$, 解得 $k=1$ 或 -3 .

二、填空题

16. 【答案】 63°

【思路分析】 $\angle DOB = 2\angle DCB = 54^\circ$, $\triangle OBD$ 是等腰三角形, 得 $\angle OBD = (180^\circ - 54^\circ) \div 2 = 63^\circ$.

17. 【答案】 75°

【思路分析】设两个坡角分别为 α, β , 则 $\tan \alpha = 1 : \sqrt{3}$, $\tan \beta = 1$, 得 $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 45^\circ$, 和为 75° .

18. 【答案】 $2\pi + 50$

【思路分析】圆心 O 所经过的路线分三段: 一段是平行于 l 长为四分之一周长的线段 (图

中左边两个 O 点之间的线段)，第二段是长为四分之一周长的弧，第三段是长为 50m 的线段，前两段并起来正好是半圆，长为 2π ，总长为 $2\pi+50$.

19. 【答案】 $x_1=-4$, $x_2=-1$ 【由对称轴性质可知，对称轴由 $-m$ 变为 $-m-2$ ，所以图像整体右移 2 单位，即方程的解亦右移 2 单位! 】

【思路分析】由题设得 $x+2=-2$ 或 $x+2=1$ ，得 $x_1=-4$, $x_2=-1$

20. 【答案】 $\frac{1}{4^{n-1}}$

【思路分析】第二个矩形面积是第一个矩形面积的四分之一，第三个矩形面积是第二个矩形面积的四分之一等于第一个矩形面积乘以两个四分之一，第四个矩形面积是第三个矩形面积的四分之一等于第一个矩形面积乘以三个四分之一，依次类推，第 n 个矩形的面积等于第一个矩形面积乘以 $(n-1)$ 个四分之一.

三、解答题

21. 【答案】由 $\sin(\alpha+15^\circ)=\frac{\sqrt{3}}{2}$ 得 $\alpha=45^\circ$

$$\text{原式}=2\sqrt{2}-4\times\frac{\sqrt{2}}{2}-1+1+3=3$$

22. 【答案】

1	(1, 2)	(1, 4)	(1, 6)
2	(2, 2)	(2, 4)	(2, 6)
3	(3, 2)	(3, 4)	(3, 6)
4	(4, 2)	(4, 4)	(4, 6)
	2	4	6

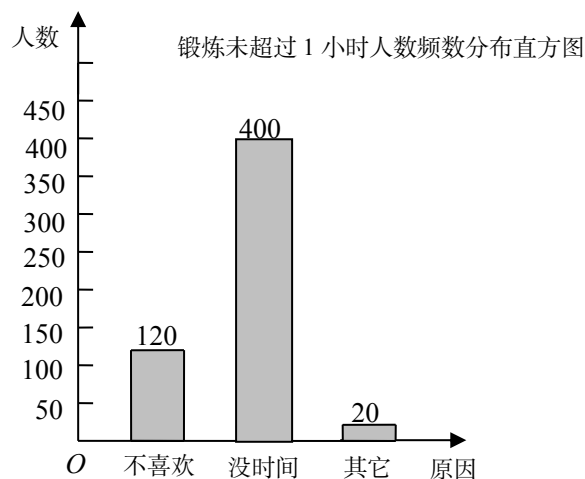
(2) 甲获胜的概率为 $\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$ ，乙获胜的概率为 $\frac{2}{3}$ ，所以这个游戏不公平，对乙有利.

【思路分析】(1) 以纵轴表转盘 A 的数字，横轴表示转盘 B 的数字，由它们的交叉点得出 P 的坐标；(2) 分别求出甲、乙获胜的概率再进行比较.

23. 【答案】 (1) $\frac{1}{4}$

$$(2) 720 \times \frac{3}{4} - 120 - 20 = 400$$

“没时间”锻炼的人数是 400 名.



(3) $2.4 \times \frac{3}{4} = 1.8$ (万人)

所以估计 2011 年兰州区初二学生中每天锻炼未超过 1 小时的学生约有 1.8 万人

(4) 要重视体育锻炼; 要抽时间参加体育锻炼; 等等. (符合题意即可)

【思路分析】 (1) 从扇形图上看出每天锻炼超过 1 小时部分的圆心角为 90° , 占 360° 的 $\frac{1}{4}$, 故概率是 $\frac{1}{4}$; (2) 算出未超过 1 小时的人数是 $720 \times \frac{3}{4}$, 再减去不喜欢及其它的人数; (3) 未超过 1 小时的概率是 $\frac{3}{4}$; (4) 可从要喜欢体育锻炼、要增加体育锻炼时间等方面回答.

24. 【答案】 (1) D (0, 3)

(2) 设 P (a, b), 则 OA=a, OC= $\frac{1}{3}a$, 得 C ($\frac{1}{3}a$, 0)

因点 C 在直线 $y=kx+3$ 上, 得 $\frac{1}{3}ka+3=0$, $ka=-9$

DB=3-b=3-(ka+3)=-ka=9, BP=a

由 $S_{\triangle DBP} = \frac{1}{2} \cdot DB \cdot BP = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot a = 27$ 得 $a=6$, 所以 $k=-\frac{3}{2}$, $b=-6$, $m=-36$

一次函数的表达式为 $y=-\frac{3}{2}x+3$, 反比例函数的表达式为 $y=-\frac{36}{x}$

(3) $x>6$

【思路分析】 (1) 解析式 $y=kx+3$ 中的 3 就是 D 点的纵坐标; (2) 由 P 点坐标可得 A、B 点的坐标, 可得 OA、OB 的长, OC 是 CA 的一半, 可得 OC 长, 得 C 点坐标, 代入 $y=kx+3$ 得方程, 再由面积得方程, 进而可求出有关量. (3) 从图象上看出 P 点右侧符合.

25. 【答案】 (1)

$$BD = \sqrt{CD^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + (3a)^2} = \sqrt{10}a$$

$$\therefore \text{sad}A = \frac{BD}{AD} = \frac{\sqrt{10}}{5}$$

【思路分析】 (1) 将 60° 角放在等边三角形中，底和腰相等，故 $\text{sad}A=1$ ； (2) 在图①中设想 $AB=AC$ 的长固定，并固定 AB 让 AC 绕点 A 旋转，当 $\angle A$ 接近 0° 时， BC 接近 0 ，则 $\text{sad}A$ 接近 0 但永远不会等于 0 ，故 $\text{sad}A>0$ ，当 $\angle A$ 接近 180° 时， BC 接近 $2AB$ ，则 $\text{sad}A$ 接近 2 但小于 2 ，故 $\text{sad}A<2$ ； (3) 将 $\angle A$ 放到等腰三角形中，如上解答是一个方法，另一方法是在 AB 上截取 $AE=AC$ ，连接 CE ，设法求出 CE ，可作 $EF \perp AC$ 于 F ，在 $\triangle AEF$ 中求 EF 、 AF ，得 CF ，进而可求 CE 。

27. 【答案】 (1) 由折叠可知 $EF \perp AC$ ， $AO=CO$

$$\therefore AD \parallel BC$$

$$\therefore \angle EAO = \angle FCO, \angle AEO = \angle CFO$$

$$\therefore \triangle AOE \cong \triangle COF$$

$$\therefore EO = FO$$

$$\therefore \text{四边形 } AFCE \text{ 是菱形.}$$

(2) 由 (1) 得 $AF=AE=10$

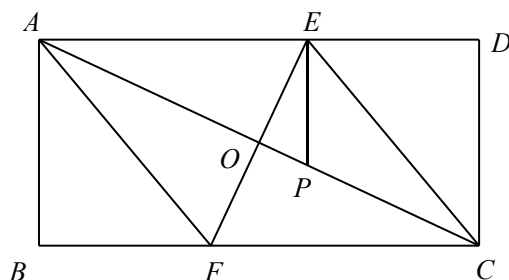
设 $AB=a$ ， $BF=b$ ，得

$$a^2 + b^2 = 100 \quad ①, \quad ab = 48 \quad ②$$

$$① + 2 \times ② \text{ 得 } (a+b)^2 = 196, \text{ 得 } a+b=14 \text{ (另一负值舍去)}$$

$$\therefore \triangle ABF \text{ 的周长为 } 24\text{cm}$$

(3) 存在，过点 E 作 AD 的垂线交 AC 于点 P ，则点 P 符合题意。



证明: $\because \angle AEP = \angle AOE = 90^\circ$, $\angle EAP = \angle OAE$

$$\therefore \triangle AOE \sim \triangle AEP$$

$$\therefore \frac{AO}{AE} = \frac{AE}{AP}, \text{ 得 } AE^2 = AO \cdot AP \text{ 即 } 2AE^2 = 2AO \cdot AP$$

$$\text{又 } AC = 2AO$$

$$\therefore 2AE^2 = AC \cdot AP$$

【思路分析】 (1) 对角线已经互相垂直，再证互相平分，即证 $OE=OF$ ，通过证 $\triangle AOE$

$\cong \triangle COF$ 即可；(2) 将条件集中到 $Rt\triangle ABF$ 中，就是已知斜边和面积求周长，可将直角边设为未知数列出方程，本题只求周长，所以不必解方程，只要求出两直角边的和就行了；(3) 分析时，首先要处理 $2AE^2=AC \cdot AP$ 中的 2 倍，注意到 $AC=2AO$ ，代入就化为 $AE^2=AO \cdot AP$ ，即 $\frac{AE}{AO} = \frac{AP}{AE}$ ，又 $\angle EAP = \angle OAE$ ，得 $\triangle AOE \sim \triangle AEP$ ，反过来只要 $\triangle AOE \sim \triangle AEP$ ，就能得 $2AE^2=AC \cdot AP$ ，它们已有一对角相等，只要找的 P 点能得另一对角相等就能得相似， $\angle AOE=90^\circ$ ，这就需 $\angle AEP=90^\circ$ ，就得到找 P 点的方法，过点 E 作 AD 的垂线与 AC 的交点就是所要找的 P 点。

28. 【答案】(1) 由题意得 A (0, -2), B (2, -2), 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 过 A、B、D 三点得

$$\begin{cases} 4a + 2b + c = -2 \\ 16a + 4b + c = -\frac{2}{3} \\ c = -2 \end{cases} \text{解得} \begin{cases} a = \frac{1}{6} \\ b = -\frac{1}{3} \\ c = -2 \end{cases}$$

$$\text{抛物线的表达式为 } y = \frac{1}{6}x^2 - \frac{1}{3}x - 2$$

$$(2) \text{① } S=PQ^2 = BP^2 + BQ^2 = (2-2t)^2 + t^2 = 5t^2 - 8t + 4 \quad (0 \leq t \leq 1)$$

$$\text{②由 } 5t^2 - 8t + 4 = \frac{5}{4} \text{ 解得 } t = \frac{1}{2} \text{ 或 } t = \frac{11}{10} \text{ (不合题意, 舍去)}$$

$$\text{此时, } P(1, -2), B(2, -2), Q(2, -\frac{3}{2})$$

$$\text{若以点 P、B、Q、R 为顶点的四边形是平行四边形, 则 } R(3, -\frac{3}{2}) \text{ 或 } (1, -\frac{5}{2}) \text{ 或 } (1, -\frac{3}{2})$$

$$\text{经代入抛物线表达式检验, 只有点 } R(3, -\frac{3}{2}) \text{ 在抛物线上}$$

$$\text{所以抛物线上存在点 } R(3, -\frac{3}{2}) \text{ 使得以点 P、B、Q、R 为顶点的四边形是平行四边形.}$$

(3) 过 B、D 的直线交抛物线对称轴于点 M，则该点即为所求。因为如在对称轴上另取一点 N，则

$$ND - NA = ND - NB < BD, \text{ 而 } MD - MA = MD - MB = BD, \text{ 故点 M 到 D、A 的距离之差最大.}$$

$$\text{由 } B(2, -2)、D(4, -\frac{2}{3}) \text{ 求得直线 BD 的解析式为 } y = \frac{2}{3}x - \frac{10}{3}$$

16