

兰州市 2010 年初中毕业生学业考试试卷

数 学 (A)

注意事项:

1. 全卷共 150 分, 考试时间 120 分钟。
2. 考生必须将报考学校、姓名、准考证号、考场、座位号等个人信息填(涂)写在答题卡的相应位置上。
3. 考生务必将答案直接填(涂)写在答题卡的相应位置上。

一、**选择题** (本题 15 小题, 每小题 4 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.)

1. 观察下列银行标志, 从图案看既是轴对称图形又是中心对称图形的有



A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

2. 函数 $y = \sqrt{2-x} + \frac{1}{x-3}$ 中自变量 x 的取值范围是

A. $x \leq 2$

B. $x = 3$

C. $x < 2$ 且 $x \neq 3$

D. $x \leq 2$ 且 $x \neq 3$

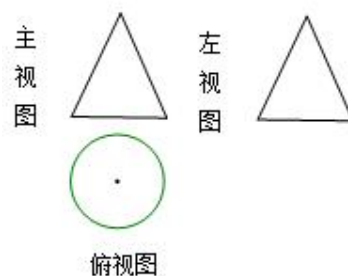
3. 已知一个几何体的三种视图如右图所示, 则这个几何体是

A. 圆柱

B. 圆锥

C. 球体

D. 正方体



4. 有下列四个命题: ①直径是弦; ②经过三个点一定可以作圆; ③三角形的外心到三角形各顶点的距离都相等; ④半径相等的两个半圆是等弧. 其中正确的有

A. 4 个

B. 3 个

C. 2 个

D. 1 个

5. 二次函数 $y = -3x^2 - 6x + 5$ 的图像的顶点坐标是

A. $(-1, 8)$

B. $(1, 8)$

C. $(-1, 2)$

D. $(1, -4)$

6. 已知两圆的半径 R 、 r 分别为方程 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 的两根, 两圆的圆心距为 1, 两圆的位置关系是

A. 外离

B. 内切

C. 相交

D. 外切

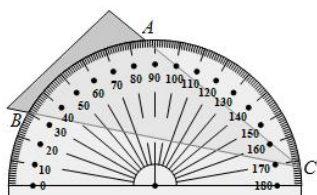
7. 将量角器按如图所示的方式放置在三角形纸板上, 使点 C 在半圆上. 点 A 、 B 的读数分别为 86° 、 30° , 则 $\angle ACB$ 的大小为

A. 15°

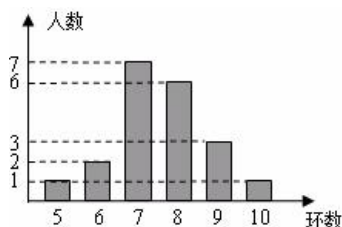
B. 28°

C. 29°

D. 34°



第 7 题图



第 8 题图

8. 某射击小组有 20 人，教练根据他们某次射击的数据绘制成如图所示的统计图. 则这组数据的众数和中位数分别是

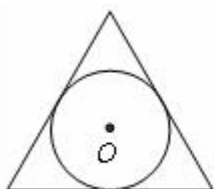
- A. 7、7 B. 8、7.5 C. 7、7.5 D. 8、6

9. 现有一个圆心角为 90° ，半径为 $8cm$ 的扇形纸片，用它恰好围成一个圆锥的侧面（接缝忽略不计）. 该圆锥底面圆的半径为

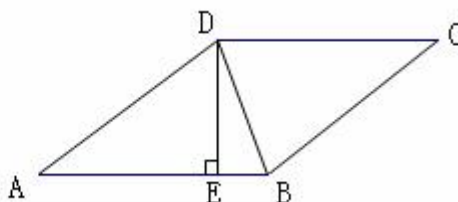
- A. $4cm$ B. $3cm$ C. $2cm$ D. $1cm$

10. 如图，正三角形的内切圆半径为 1，那么这个正三角形的边长为

- A. 2 B. 3 C. $\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{3}$



第 10 题图



第 11 题图

11. 如图所示，菱形 ABCD 的周长为 $20cm$ ， $DE \perp AB$ ，垂足为 E， $\sin A = \frac{3}{5}$ ，则下列结论正确的个数有

- ① $DE = 3cm$ ② $BE = 1cm$ ③ 菱形的面积为 $15cm^2$ ④ $BD = 2\sqrt{10}cm$

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

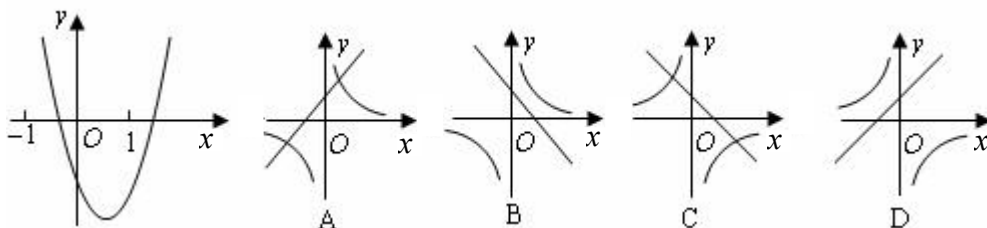
12. 上海世博会的某纪念品原价 168 元，连续两次降价 $a\%$ 后售价为 128 元. 下列所列方程中正确的是

- A. $168(1+a\%)^2 = 128$ B. $168(1-a\%)^2 = 128$
C. $168(1-2a\%) = 128$ D. $168(1-a^2\%) = 128$

13. 抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 图像向右平移 2 个单位再向下平移 3 个单位，所得图像的解析式为 $y = x^2 - 2x - 3$ ，则 b、c 的值为

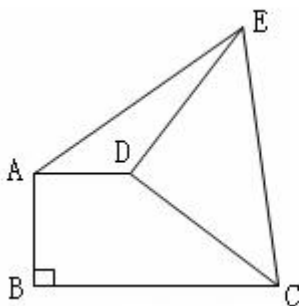
- A. $b=2$, $c=2$ B. $b=2$, $c=0$
C. $b=-2$, $c=-1$ D. $b=-3$, $c=2$

14. 已知点 $(-1, y_1)$, $(2, y_2)$, $(3, y_3)$ 在反比例函数 $y = \frac{-k^2 - 1}{x}$ 的图像上. 下列结论中正确的是
- A. $y_1 > y_2 > y_3$ B. $y_1 > y_3 > y_2$ C. $y_3 > y_1 > y_2$
- D. $y_2 > y_3 > y_1$
15. 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 图像如图所示, 则一次函数 $y = -bx - 4ac + b^2$ 与反比例函数 $y = \frac{a+b+c}{x}$ 在同一坐标系内的图像大致为

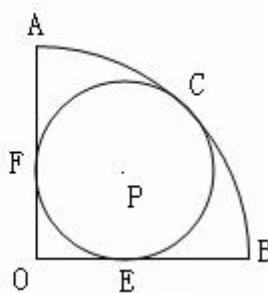


二、填空题 (本题 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分)

16. 已知关于 x 的一元二次方程 $(m-1)x^2 + x + 1 = 0$ 有实数根, 则 m 的取值范围是_____.
17. 如图, 直角梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB \perp BC$, $AD = 2$, 将腰 CD 以 D 为中心逆时针旋转 90° 至 DE , 连接 AE 、 CE , $\triangle ADE$ 的面积为 3, 则 BC 的长为_____.
18. 如图, 扇形 OAB , $\angle AOB = 90^\circ$, $\odot P$ 与 OA 、 OB 分别相切于点 F 、 E , 并且与弧 AB 切于点 C , 则扇形 OAB 的面积与 $\odot P$ 的面积比是_____.



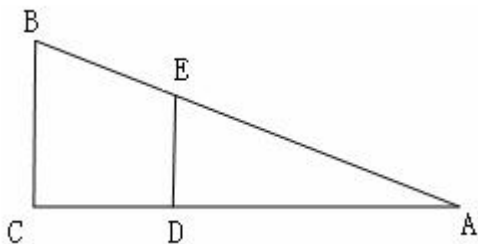
题图



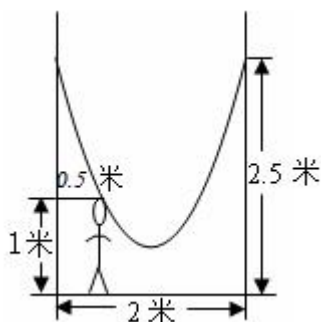
第 18 题图

第 17

19. 如图, 上体育课, 甲、乙两名同学分别站在 C 、 D 的位置时, 乙的影子恰好在甲的影子里边, 已知甲、乙同学相距 1 米. 甲身高 1.8 米, 乙身高 1.5 米, 则甲的影长是_____米.
20. 如图, 小明的父亲在相距 2 米的两棵树间拴了一根绳子, 给小明做了一个简易的秋千. 拴绳子的地方距地面高都是 2.5 米, 绳子自然下垂呈抛物线状, 身高 1 米的小明距较近的那棵树 0.5 米时, 头部刚好接触到绳子, 则绳子的最低点距地面的距离为_____米.



第 19 题图



第 20 题图

三、解答题 (本题 8 小题, 共 70 分. 解答时写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.)

21. (本题满分 10 分)

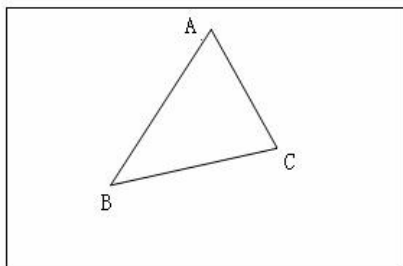
(1) (本小题满分 4 分) $|2 - \tan 60^\circ| - (\pi - 3.14)^0 + (-\frac{1}{2})^{-2} + \frac{1}{2}\sqrt{12}$

(2) (本小题满分 6 分) 已知: $y = y_1 + y_2$, y_1 与 x^2 成正比例, y_2 与 x 成反比例, 且 $x = 1$ 时, $y = 3$; $x = -1$ 时, $y = 1$. 求 $x = -\frac{1}{2}$ 时, y 的值.

22. (本题满分 6 分) 小明家的房前有一块矩形的空地, 空地上有三棵树 A、B、C, 小明想建一个圆形花坛, 使三棵树都在花坛的边上.

(1) (本小题满分 4 分) 请你帮小明把花坛的位置画出来 (尺规作图, 不写作法, 保留作图痕迹).

(2) (本小题满分 2 分)) 若 $\triangle ABC$ 中 $AB=8$ 米, $AC=6$ 米, $\angle BAC=90^\circ$, 试求小明家圆形花坛的面积.



22 题图

23. (本题满分 6 分) 小莉的爸爸买了今年七月份去上海看世博会的一张门票, 她和哥哥两人都很想去观看, 可门票只有一张, 读九年级的哥哥想了一个办法, 拿了八张扑克牌, 将数字为 1, 2, 3, 5 的四张牌给小莉, 将数字为 4, 6, 7, 8 的四张牌留给自己, 并按如下游戏规则进行: 小莉和哥哥从各自的四张牌中随机抽出一张, 然后将抽出的两张扑克牌数字相加, 如果和为偶数, 则小莉去; 如果和为奇数, 则哥哥去.

(1) 请用数状图或列表的方法求小莉去上海看世博会的概率;

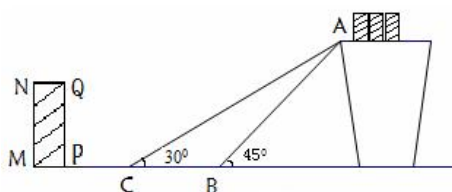
(2) 哥哥设计的游戏规则公平吗? 若公平, 请说明理由; 若不公平, 请你设计一种

公平的游戏规则.

24. (本题满分 8 分) 如图是某货站传送货物的平面示意图. 为了提高传送过程的安全性, 工人师傅欲减小传送带与地面的夹角, 使其由 45° 改为 30° . 已知原传送带 AB 长为 4 米.

(1) 求新传送带 AC 的长度;

(2) 如果需要在货物着地点 C 的左侧留出 2 米的通道, 试判断距离 B 点 4 米的货物 MNQP 是否需要挪走, 并说明理由. (说明: (1)(2) 的计算结果精确到 0.1 米, 参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.41$, $\sqrt{3} \approx 1.73$, $\sqrt{5} \approx 2.24$, $\sqrt{6} \approx 2.45$)



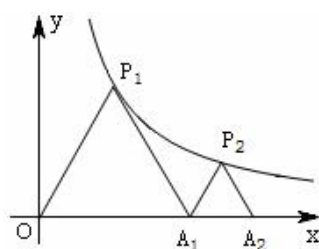
第 24 题

图

25. (本题满分 9 分) 如图, P_1 是反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 在第一象限图像上的一点, 点 A_1 的坐标为 (2, 0).

(1) 当点 P_1 的横坐标逐渐增大时, $\triangle P_1 O A_1$ 的面积将如何变化?

(2) 若 $\triangle P_1 O A_1$ 与 $\triangle P_2 A_1 A_2$ 均为等边三角形, 求此反比例函数的解析式及 A_2 点的坐标.



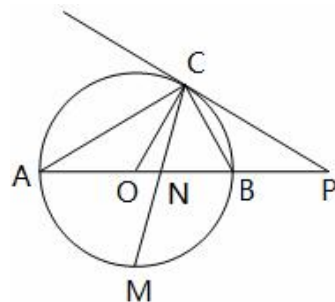
第 25 题图

26. (本题满分 10 分) 如图, 已知 AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C 在 $\odot O$ 上, 过点 C 的直线与 AB 的延长线交于点 P, $AC = PC$, $\angle COB = 2\angle PCB$.

(1) 求证: PC 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 求证: $BC = \frac{1}{2} AB$;

(3) 点 M 是弧 AB 的中点, CM 交 AB 于点 N, 若 $AB = 4$, 求 $MN \cdot MC$ 的值.

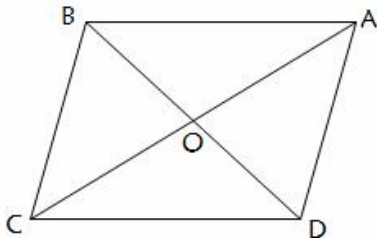


27. (本题满分 10 分) 已知平行四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 和 BD 相交于点 O , $AC=10$, $BD=8$.

(1) 若 $AC \perp BD$, 试求四边形 $ABCD$ 的面积;

(2) 若 AC 与 BD 的夹角 $\angle AOD=60^\circ$, 求四边形 $ABCD$ 的面积;

(3) 试讨论: 若把题目中“平行四边形 $ABCD$ ”改为“四边形 $ABCD$ ”, 且 $\angle AOD=\theta$, $AC=a$, $BD=b$, 试求四边形 $ABCD$ 的面积 (用含 θ , a , b 的代数式表示).



27 题图

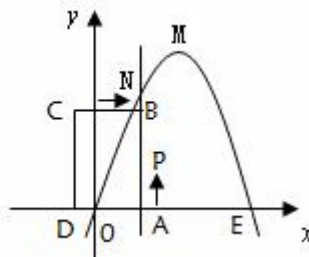
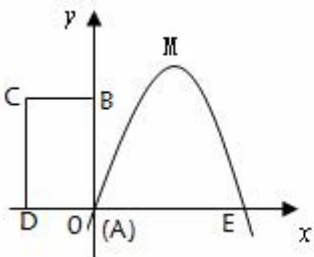
28. (本题满分 11 分) 如图 1, 已知矩形 $ABCD$ 的顶点 A 与点 O 重合, AD 、 AB 分别在 x 轴、 y 轴上, 且 $AD=2$, $AB=3$; 抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 经过坐标原点 O 和 x 轴上另一点 $E(4,0)$

(1) 当 x 取何值时, 该抛物线的最大值是多少?

(2) 将矩形 $ABCD$ 以每秒 1 个单位长度的速度从图 1 所示的位置沿 x 轴的正方向匀速平行移动, 同时一动点 P 也以相同的速度从点 A 出发向 B 匀速移动. 设它们运动的时间为 t 秒 ($0 \leq t \leq 3$), 直线 AB 与该抛物线的交点为 N (如图 2 所示).

① 当 $t = \frac{11}{4}$ 时, 判断点 P 是否在直线 ME 上, 并说明理由;

② 以 P 、 N 、 C 、 D 为顶点的多边形面积是否可能为 5, 若有可能, 求出此时 N 点的坐标; 若无可能, 请说明理由.



兰州市 2010 年初中毕业生学业考试试卷

数学(A) 参考答案及评分标准

一、 选择题 (本题 15 小题, 每小题 4 分, 共 60 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
答案	B	A	B	B	A	B	B	C	C	D	C	B	B	B	D

二、 填空题 (本题 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分)

$$\frac{3+2\sqrt{2}}{4}$$

$$16. \quad m \leq \frac{5}{4} \text{ 且 } m \neq 1$$

$$17. \quad 5$$

$$18.$$

$$\frac{1}{2}$$

$$19. \quad 6$$

$$20.$$

三、 解答题 (本题 8 小题, 共 70 分。解答时写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤。)

21. (本题满分 10 分)

(1) (本小题满分 4 分)

$$\text{解: 原式} = |2 - \sqrt{3}| - 1 + 4 + \sqrt{3} \dots\dots\dots 2$$

分

$$= 2 - \sqrt{3} + 3 + \sqrt{3} \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$= 5 \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

(2) (本小题满分 6 分)

解: 解: y_1 与 x^2 成正比例, y_2 与 x 成反比例

$$\text{设 } y_1 = k_1 x^2, \quad y_2 = \frac{k_2}{x}, \quad y = k_1 x^2 + \frac{k_2}{x} \dots\dots\dots 2$$

分

$$\text{把 } x=1, y=3, \quad x=-1, y=1 \text{ 分别代入上式得 } \begin{cases} 3 = k_1 + k_2 \\ 1 = k_1 - k_2 \end{cases} \dots\dots\dots$$

3 分

$$\therefore \begin{cases} k_1 = 2 \\ k_2 = 1 \end{cases}, y = 2x^2 + \frac{1}{x} \dots\dots\dots$$

5 分

$$\text{当 } x = -\frac{1}{2}, y = 2 \times (-\frac{1}{2})^2 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - 2 = -\frac{3}{2} \dots\dots\dots 6$$

分

22. (本题满分 6 分)

(1) (本小题满分 4 分)

用尺规作出两边的垂直平分线 $\dots\dots\dots 2$

分

作出圆 $\dots\dots\dots 3$

分

$\odot O$ 即为所求做的花园的位置. (图略) $\dots\dots\dots 4$

分

(2) (本小题满分 2 分)

解: $\because \angle BAC = 90^\circ$, $AB = 8$ 米, $AC = 6$ 米, $\therefore BC = 10$ 米

$\therefore \triangle ABC$ 外接圆的半径为 5 米 $\dots\dots\dots 5$

分

$\therefore$ 小明家圆形花坛的面积为 25π 平方米 $\dots\dots\dots 6$

分

23. (本题满分 6 分)

(1)所有可能的结果如有表:

一共有 16 种结果, 每种结果出现的可能性相同.

哥哥 小莉	4	6	7	8
1	(1, 4)	(1, 6)	(1, 7)	(1, 8)
2	(2, 4)	(2, 6)	(2, 7)	(2, 8)
3	(3, 4)	(3, 6)	(3, 7)	(3, 8)
5	(5, 4)	(5, 6)	(5, 7)	(5, 8)

$\dots\dots\dots 2$ 分

和为偶数的概率为 $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$

分

所以小莉去上海看世博会的概率为 $\frac{3}{8}$ $\dots\dots\dots 3$

分

(2)由 (1) 列表的结果可知: 小莉去的概率为 $\frac{3}{8}$, 哥哥去的概率为 $\frac{5}{8}$, 所以游戏不公平, 对哥哥有利. $\dots\dots\dots 4$

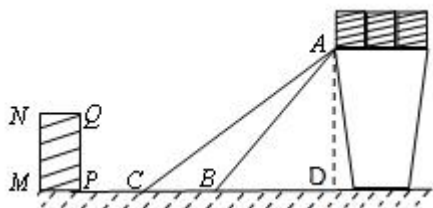
分

游戏规则改为: 若和为偶数则小莉得 5 分, 若和为奇数则哥哥得 3 分, 则游戏是公平的. $\dots\dots\dots 6$

(游戏规则的改变多种多样, 阅卷老师视情况给分)

24. (本题满分 8 分)

- (1) 如图, 作 $AD \perp BC$ 于点 D 1
分



Rt $\triangle ABD$ 中,

$$AD = AB \sin 45^\circ = 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2} \quad \dots\dots 2 \text{ 分}$$

在 Rt $\triangle ACD$ 中, $\because \angle ACD = 30^\circ$
 $\therefore AC = 2AD = 4\sqrt{2} \approx$

5.63 分

即新传送带 AC 的长度约为 5.6 米.4

分

(2) 结论: 货物 $MNQP$ 应挪走.5

分

解: 在 Rt $\triangle ABD$ 中, $BD = AB \cos 45^\circ = 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$ 6

分

在 Rt $\triangle ACD$ 中, $CD = AC \cos 30^\circ = 4\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{6}$

$\therefore CB = CD - BD = 2\sqrt{6} - 2\sqrt{2} = 2(\sqrt{6} - \sqrt{2}) \approx 2.1$

$\therefore PC = PB - CB \approx 4 - 2.1 = 1.9 < 2$

7 分

$\therefore$ 货物 $MNQP$ 应挪走.

8 分

25. (本题满分 9 分)

(1) 解: (1) $\triangle P_1OA_1$ 的面积将逐渐减小.

2 分

(2) 作 $P_1C \perp OA_1$, 垂足为 C , 因为 $\triangle P_1OA_1$ 为等边三角形,

所以 $OC = 1$, $P_1C = \sqrt{3}$, 所以 $P_1(1, \sqrt{3})$

3 分

代入 $y = \frac{k}{x}$, 得 $k = \sqrt{3}$, 所以反比例函数的解析式为 $y = \frac{\sqrt{3}}{x}$4

分

作 $P_2D \perp A_1A_2$, 垂足为 D , 设 $A_1D = a$, 则 $OD = 2 + a$, $P_2D = \sqrt{3}a$,

所以 $P_2(2 + a, \sqrt{3}a)$6

分

代入 $y = \frac{\sqrt{3}}{x}$, 得 $(2 + a) \cdot \sqrt{3}a = \sqrt{3}$, 化简得 $a^2 + 2a - 1 = 0$

分

分

分

PCB

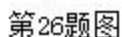
$$\text{OCB}=90^\circ$$

CP

4 分

5 分

6 分



BCM

$$\therefore BM^2 = MC \cdot MN$$
$$\therefore AB=4 \quad \therefore BM=2\sqrt{2}$$

9 分

$$\therefore MC \cdot MN = BM^2 = 8 \quad \dots\dots\dots$$

10 分

27. (本题满分 10 分)

解: (1) $\because AC \perp BD$

$\therefore$ 四边形 ABCD 的面积

$\dots\dots\dots 2$

分

(2) 过点 A 分别作 $AE \perp BD$, 垂足为 E $\dots\dots\dots 3$

分

$\because$ 四边形 ABCD 为平行四边形

$$AO = CO = \frac{1}{2} AC = 5 \quad BO = DO = \frac{1}{2} BD = 4$$

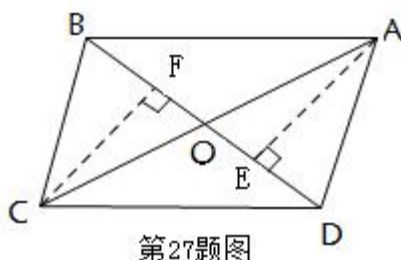
$$\text{在 Rt} \triangle AOE \text{ 中, } \sin \angle AOE = \frac{AE}{AO}$$

$$AE = AO \cdot \sin \angle AOE = AO \times \sin 60^\circ = 5 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{5\sqrt{3}}{2} \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\therefore S_{\triangle AOD} = \frac{1}{2} OD \cdot AE = \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 5 = 5\sqrt{3} \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$\therefore \text{四边形 ABCD 的面积 } S = 4S_{\triangle AOD} = 20\sqrt{3} \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

(3) 如图所示过点 A, C 分别作 $AE \perp BD$, $CF \perp BD$, 垂足分别为 E, F $\dots\dots\dots 7$
分



第27题图

$$\begin{aligned} & \text{在 Rt} \triangle AOE \text{ 中, } \sin \angle AOE = \frac{AE}{AO} \\ \therefore AE &= AO \cdot \sin \angle AOE = AO \times \sin \theta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{同理可得} \\ CF &= CO \cdot \sin \angle COF = CO \times \sin \theta \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{四边形 ABCD 的面积 } S &= S_{\triangle ABD} + S_{\triangle CBD} = \frac{1}{2} BD \cdot AE + \frac{1}{2} BD \cdot CF \\ &= \frac{1}{2} BD \sin \theta (AO + CO) \\ &= \frac{1}{2} BD \cdot AC \sin \theta \end{aligned}$$

28. (本题满分 11 分)

解: (1) 因抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 经过坐标原点 $O(0,0)$ 和点 $E(4,0)$
故可得 $c=0, b=4$

所以抛物线的解析式为 $y = -x^2 + 4x$ 1 分

由 $y = -x^2 + 4x = -(x-2)^2 + 4$

得当 $x=2$ 时, 该抛物线的最大值是 4.2 分

(2) ① 点 P 不在直线 ME 上.

已知 M 点的坐标为 $(2,4)$, E 点的坐标为 $(4,0)$,

设直线 ME 的关系式为 $y=kx+b$.

$$\begin{cases} 4k + b = 0 \\ 2k + b = 4 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k = -2 \\ b = 8 \end{cases}$$

所以直线 ME 的关系式为 $y=-2x+8$3 分

由已知条件易得, 当 $t = \frac{11}{4}$ 时, $OA=AP=\frac{11}{4}$, $P(\frac{11}{4}, \frac{11}{4})$ 4 分

$\therefore P$ 点的坐标不满足直线 ME 的关系式 $y=-2x+8$.

$t = \frac{11}{4}$
 $\therefore$ 当 $t = \frac{11}{4}$ 时, 点 P 不在直线 ME 上.5 分

②以 P, N, C, D 为顶点的多边形面积可能为 5

$\therefore$ 点 A 在 x 轴的非负半轴上, 且 N 在抛物线上,

$\therefore OA=AP=t$.

$\therefore$ 点 P, N 的坐标分别为 (t, t) 、 $(t, -t^2+4t)$ 6 分

$\therefore AN = -t^2+4t (0 \leq t \leq 3)$,

$\therefore AN-AP = (-t^2+4t) - t = -t^2+3t = t(3-t) \geq 0$, $\therefore PN = -t^2+3t$

.....7 分

(i) 当 $PN=0$, 即 $t=0$ 或 $t=3$ 时, 以点 P, N, C, D 为顶点的多边形是三角形, 此

三角形的高为 AD , $\therefore S = \frac{1}{2} DC \cdot AD = \frac{1}{2} \times 3 \times 2 = 3$.

(ii) 当 $PN \neq 0$ 时, 以点 P, N, C, D 为顶点的多边形是四边形

$\therefore PN \parallel CD$, $AD \perp CD$,

$\therefore S = \frac{1}{2} (CD+PN) \cdot AD = \frac{1}{2} [3+(-t^2+3t)] \times 2 = -t^2+3t+3$ 8 分

当 $-t^2+3t+3=5$ 时, 解得 $t=1, 2$ 9 分

分

而 1、2 都在 $0 \leq t \leq 3$ 范围内，故以 P 、 N 、 C 、 D 为顶点的多边形面积为 5
 综上所述，当 $t=1$ 、2 时，以点 P 、 N 、 C 、 D 为顶点的多边形面积为 5，
 当 $t=1$ 时，此时 N 点的坐标 $(1,3)$ 10 分
 当 $t=2$ 时，此时 N 点的坐标 $(2,4)$ 11 分

说明：(ii) 中的关系式，当 $t=0$ 和 $t=3$ 时也适合. (故在阅卷时没有 (i)，只有 (ii) 也可以,不扣分)