

兰州市 2009 年初中毕业生学业考试试卷

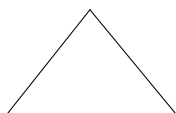
数 学 (A)

注意事项:

1. 全卷共 150 分, 考试时间 120 分钟。
2. 考生必须将报考学校、姓名、准考证号、考场、座位号等个人信息填(涂)写在答题卡的相应位置上。
3. 考生务必将答案直接填写(涂)在答题卡的相应位置上。

一、选择题(本题 15 小题, 每小题 4 分, 共 60 分. 在每小题给出的 4 个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. 下列图形中, 是轴对称图形但不是中心对称图形的是



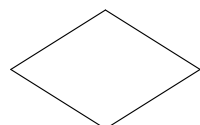
A



B



C

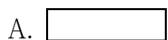


D

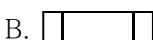
2. 已知两圆的半径分别为 3cm 和 2cm, 圆心距为 5cm, 则两圆的位置关系是

A. 外离 B. 外切 C. 相交 D. 内切

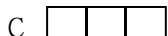
3. 如图 1 所示的几何体的俯视图是



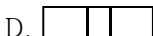
A.



B.



C



D.

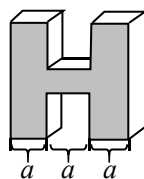


图 1

4. 下列说法正确的是

- A. 一个游戏的中奖概率是 $\frac{1}{10}$, 则做 10 次这样的游戏一定会中奖
- B. 为了解全国中学生的心理健康情况, 应该采用普查的方式
- C. 一组数据 6, 8, 7, 8, 8, 9, 10 的众数和中位数都是 8
- D. 若甲组数据的方差 $S_{\text{甲}}^2 = 0.01$, 乙组数据的方差 $S_{\text{乙}}^2 = 0.1$, 则乙组数据比甲组数据稳定

5. 函数 $y = \sqrt{2-x} + \frac{1}{x-3}$ 中自变量 x 的取值范围是

A. $x \leq 2$ B. $x = 3$ C. $x < 2$ 且 $x \neq 3$ D. $x \leq 2$ 且 $x \neq 3$

6. 如图 2, 在直角坐标系中, 点 A 是 x 轴正半轴上的一个定点, 点 B 是双曲线 $y = \frac{3}{x}$ ($x > 0$) 上的一个动点, 当点 B 的横坐标逐渐增大时, $\triangle OAB$ 的面积将会

A. 逐渐增大 B. 不变 C. 逐渐减小 D. 先增大后减小

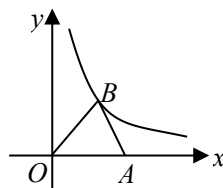


图 2

7. 2008 年爆发的世界金融危机，是自上世纪三十年代以来世界最严重的一场金融危机。受金融危机的影响，某商品原价为 200 元，连续两次降价 $a\%$ 后售价为 148 元，下面所列方程正确的是

A. $200(1+a\%)^2=148$

B. $200(1-a\%)^2=148$

C. $200(1-2a\%)=148$

D. $200(1-a^2\%)=148$

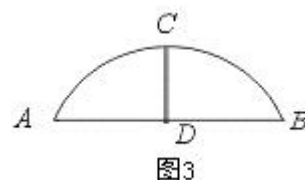
8. 如图 3，某公园的一座石拱桥是圆弧形（劣弧），其跨度为 24 米，拱的半径为 13 米，则拱高为

A. 5 米

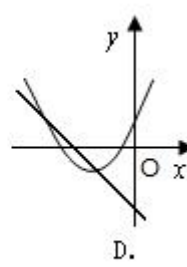
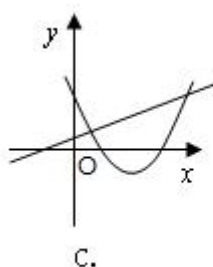
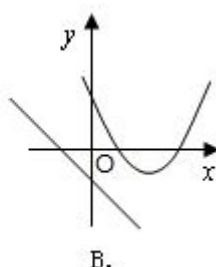
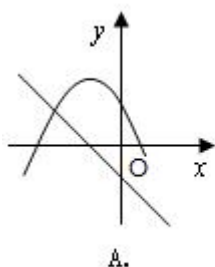
B. 8 米

C. 7 米

D. $5\sqrt{3}$ 米



9. 在同一直角坐标系中，函数 $y=mx+m$ 和函数 $y=-mx^2+2x+2$ (m 是常数，且 $m \neq 0$) 的图象可能是



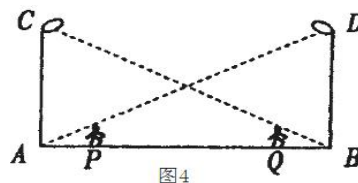
10. 如图 4，丁轩同学在晚上由路灯 AC 走向路灯 BD，当他走到点 P 时，发现身后他影子的顶部刚好接触到路灯 AC 的底部，当他向前再步行 20m 到达 Q 点时，发现身前他影子的顶部刚好接触到路灯 BD 的底部，已知丁轩同学的身高是 1.5m，两个路灯的高度都是 9m，则两路灯之间的距离是

A. 24m

B. 25m

C. 28m

D. 30m



11. 把抛物线 $y=-x^2$ 向左平移 1 个单位，然后向上平移 3 个单位，则平移后抛物线的解析式为

A. $y=-(x-1)^2-3$

B. $y=-(x+1)^2-3$

C. $y=-(x-1)^2+3$

D. $y=-(x+1)^2+3$

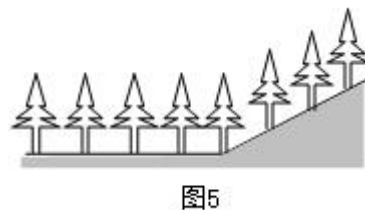
12. 如图 5，在平地上种植树木时，要求株距（相邻两树间的水平距离）为 4m. 如果在坡度为 0.75 的山坡上种树，也要求株距为 4m，那么相邻两树间的坡面距离为

A. 5m

B. 6m

C. 7m

D. 8m



19. 阅读材料：设一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a \neq 0)$ 的两根为 x_1, x_2 ，则两根与方程系数之间有如下关系： $x_1+x_2 = -\frac{b}{a}$ ， $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$. 根据该材料填空：已知 x_1, x_2 是方程

$x^2+6x+3=0$ 的两实数根，则 $\frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2}$ 的值为_____.

20. 二次函数 $y = \frac{2}{3}x^2$ 的图象如图 12 所示，点 A_0 位于坐标原点，点 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{2008}$ 在 y 轴的正半轴上，点 $B_1, B_2, B_3, \dots, B_{2008}$ 在二次函数 $y = \frac{2}{3}x^2$ 位于第一象限的图象上，

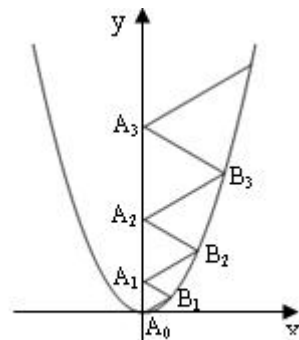


图 12

若 $\triangle A_0B_1A_1, \triangle A_1B_2A_2, \triangle A_2B_3A_3, \dots, \triangle A_{2007}B_{2008}A_{2008}$ 都为等边三角形，则 $\triangle A_{2007}B_{2008}A_{2008}$ 的边长 = _____.

三、解答题（本题 9 小题，共 70 分. 解答时写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤）

21. (本题满分 10 分)

(1) (本小题满分 5 分) 计算： $\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} - |-2 + \sqrt{3} \tan 45^\circ| + (\sqrt{2} - 1.41)^0$

(2) (本小题满分 5 分) 用配方法解一元二次方程： $2x^2 + 1 = 3x$

22. (本题满分 5 分) 如图 13，要在一块形状为直角三角形（ $\angle C$ 为直角）的铁皮上裁出一个半圆形的铁皮，需先在这块铁皮上画出一个半圆，使它的圆心在线段 AC 上，且与 AB, BC 都相切. 请你用直尺和圆规画出来（要求用尺规作图，保留作图痕迹，不要求写作法）.

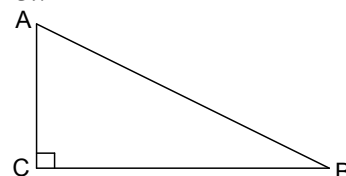
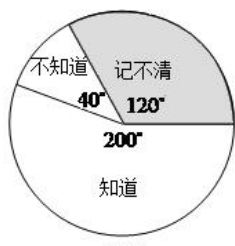


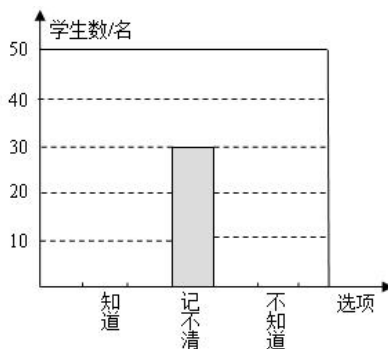
图 13

23. (本题满分 7 分) 今年兰州市在全市中小学中开展以感恩和生命为主题的教育活动，各中小学结合学生实际，开展了形式多样的感恩教育活动. 下面图①，图②分别是某校调查部分学生是否知道母亲生日情况的扇形统计图和条形统计图. 根据图上信息，解答下列问题：

- (1) 求本次被调查学生的人数，并补全条形统计图；
- (2) 若全校共有 2700 名学生，你估计这所学校有多少名学生知道母亲的生日？
- (3) 通过对以上数据的分析，你有何感想？（用一句话回答）



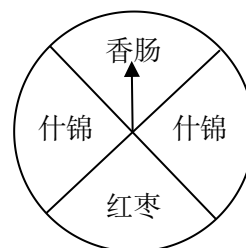
图①



图②

24. (本题满分 7 分) 端午节吃粽子是中华民族的传统习俗. 五月初五早晨, 妈妈为洋洋准备了四只粽子: 一只香肠馅, 一只红枣馅, 两只什锦馅, 四只粽子除内部馅料不同外, 其他均一切相同. 洋洋喜欢吃什锦馅的粽子.

- (1) 请你用树状图或列表法为洋洋预测一下吃两只粽子刚好都是什锦馅的概率;
 (2) 在吃粽子之前, 洋洋准备用如图所示的转盘进行吃粽子的模拟试验 (此转盘被等分成四个扇形区域, 指针的位置是固定的, 转动转盘后任其自由停止, 其中的某个扇形会恰好停在指针所指的位置. 若指针指向两个扇形的交线时, 重新转动转盘), 规定: 连续转动两次转盘表示随机吃两只粽子, 从而估计吃两只粽子刚好都是什锦馅的概率. 你认为这种模拟试验的方法正确吗? 试说明理由.



25. (本题满分 7 分) 如图 14, 已知 $A(-4, n)$, $B(2, -4)$ 是一次函数 $y = kx + b$ 的图象和

反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象的两个交点.

- (1) 求反比例函数和一次函数的解析式;
 (2) 求直线 AB 与 x 轴的交点 C 的坐标及 $\triangle AOB$ 的面积;
 (3) 求方程 $kx + b - \frac{m}{x} = 0$ 的解 (请直接写出答案);
 (4) 求不等式 $kx + b - \frac{m}{x} < 0$ 的解集 (请直接写出答案).

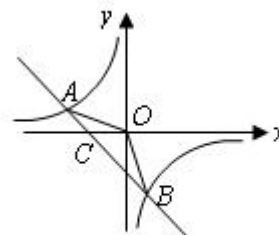


图14

26. (本题满分 7 分) 如图 15, 在四边形 $ABCD$ 中, E 为 AB 上一点, $\triangle ADE$ 和 $\triangle BCE$ 都是等边三角形, AB 、 BC 、 CD 、 DA 的中点分别为 P 、 Q 、 M 、 N , 试判断四边形 $PQMN$ 为怎样的四边形, 并证明你的结论.

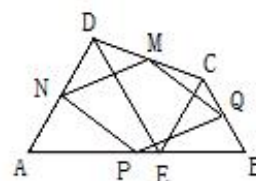


图15

27. (本题满分 9 分) 如图 16, 在以 O 为圆心的两个同心圆中, AB 经过圆心 O , 且与小圆相交于点 A 、与大圆相交于点 B . 小圆的切线 AC 与大圆相交于点 D , 且 CO 平分 $\angle ACB$.

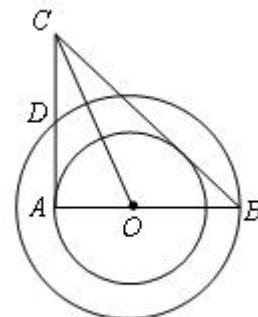


图16

- (1) 试判断 BC 所在直线与小圆的位置关系, 并说明理由;
 (2) 试判断线段 AC 、 AD 、 BC 之间的数量关系, 并说明理由;
 (3) 若 $AB = 8\text{cm}$, $BC = 10\text{cm}$, 求大圆与小圆围成的圆环的面积. (结果保留 π)

28. (本题满分 9 分) 如图 17, 某公路隧道横截面为抛物线, 其最大高度为 6 米, 底部宽度 OM 为 12 米. 现以 O 点为原点, OM 所在直线为 x 轴建立直角坐标系.
- (1) 直接写出点 M 及抛物线顶点 P 的坐标;
 (2) 求这条抛物线的解析式;
 (3) 若要搭建一个矩形“支撑架” $AD-DC-CB$, 使 C 、 D 点在抛物线上, A 、 B 点在地面 OM 上, 则这个“支撑架”总长的最大值是多少?

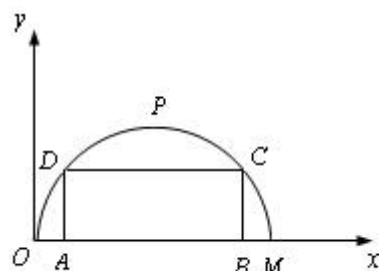
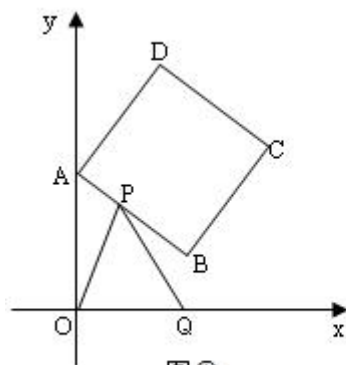
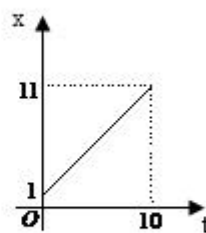


图17

29. (本题满分 9 分) 如图①, 正方形 $ABCD$ 中, 点 A 、 B 的坐标分别为 $(0, 10)$, $(8, 4)$, 点 C 在第一象限. 动点 P 在正方形 $ABCD$ 的边上, 从点 A 出发沿 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ 匀速运动, 同时动点 Q 以相同速度在 x 轴正半轴上运动, 当 P 点到达 D 点时, 两点同时停止运动, 设运动的时间为 t 秒.
- (1) 当 P 点在边 AB 上运动时, 点 Q 的横坐标 x (长度单位) 关于运动时间 t (秒) 的函数图象如图②所示, 请写出点 Q 开始运动时的坐标及点 P 运动速度;
 (2) 求正方形边长及顶点 C 的坐标;
 (3) 在 (1) 中当 t 为何值时, $\triangle OPQ$ 的面积最大, 并求此时 P 点的坐标;
 (4) 如果点 P 、 Q 保持原速度不变, 当点 P 沿 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ 匀速运动时, OP 与 PQ 能否相等, 若能, 写出所有符合条件的 t 的值; 若不能, 请说明理由.



图①



图②

兰州市 2009 年初中毕业生学业考试试卷

数学（A）参考答案及评分标准

一、选择题（本大题 15 小题，每小题 4 分，共 60 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
答案	A	B	C	C	A	C	B	B	D	D	D	A	C	D	C

二、填空题（本大题 5 小题，每小题 4 分，共 20 分）

16. $\frac{1}{2}$

17. 8

18. $(\frac{\sqrt{5}+1}{2}, \frac{\sqrt{5}-1}{2})$

19. 10

20. 2008

三、解答题（本大题 9 小题，共 70 分，解答时写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤）

21.（本题满分 10 分）

（1）（本题满分 5 分）

解：原式 $= 3 - |-2 + \sqrt{3}| + 1 \dots\dots\dots 3$ 分

$= 3 - (2 - \sqrt{3}) + 1 \dots\dots\dots 4$ 分

$= 2 + \sqrt{3} \dots\dots\dots 5$ 分

（第一步计算中，每算对一个给 1 分）

（2）（本题满分 5 分）

解：移项，得

$2x^2 - 3x = -1 \dots\dots\dots 1$ 分

二次项系数化为 1，得

$x^2 - \frac{3}{2}x = -\frac{1}{2} \dots\dots\dots 2$ 分

配方

$$x^2 - \frac{3}{2}x + \left(\frac{3}{4}\right)^2 = -\frac{1}{2} + \left(\frac{3}{4}\right)^2$$

$$\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{1}{16} \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

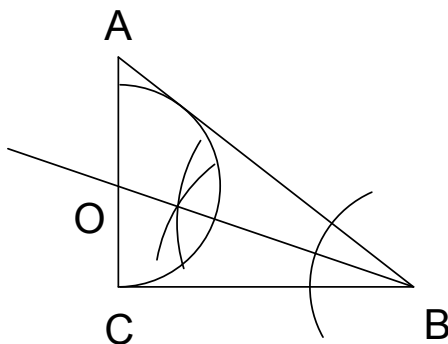
由此可得

$$x - \frac{3}{4} = \pm \frac{1}{4}$$

$$x_1 = 1, \quad x_2 = \frac{1}{2} \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

22. (本题满分 5 分)

作出角平分线得 2 分，作出半圆再得 2 分，小结 1 分，共 5 分。



上图即为所求图形

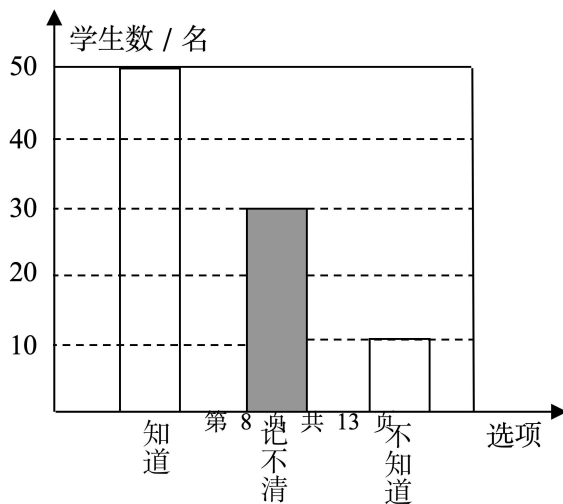
23. (本题满分 7 分)

解:

$$(1) \because 30 \div \frac{120}{360} = 90 \text{ (名)},$$

$\therefore$ 本次调查了 90 名学生. $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

补全的条形统计图如下:



(注：补全的图未涂阴影不扣分)..... 4 分

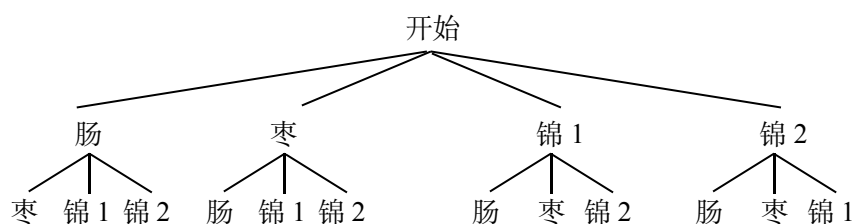
$$(2) \because 2700 \times \frac{360-120-40}{360} = 1500 \text{ (名)},$$

$\therefore$ 估计这所学校有 1500 名学生知道母亲的生日. 6 分

(3) 略 (语言表述积极进取, 健康向上即可得分). 7 分

24. (本题满分 7 分)

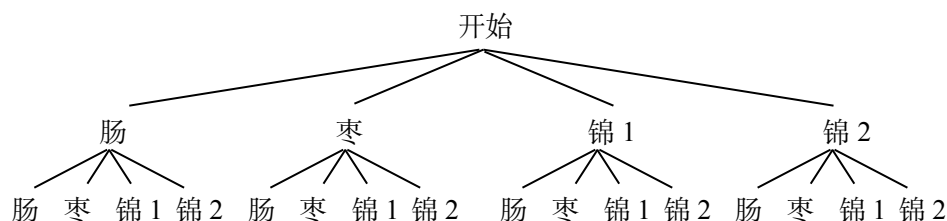
解: (1) 树状图如图:



..... 2 分

$$\therefore P(\text{吃到两只粽子都是什锦馅}) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}. \text{ 3 分}$$

(2) 模拟试验的树状图为:



..... 5 分

$$\therefore P(\text{吃到两只粽子都是什锦馅}) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4} \neq \frac{1}{6} \text{ 6 分}$$

$\therefore$ 这样模拟试验不正确. 7 分

25. (本题满分 7 分)

解: (1) $\because B(2, -4)$ 在函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象上

$$\therefore m = -8.$$

∴ 反比例函数的解析式为: $y = -\frac{8}{x}$ 1 分

∵ 点 $A(-4, n)$ 在函数 $y = -\frac{8}{x}$ 的图象上

∴ $n = 2$

∴ $A(-4, 2)$ 2 分

∵ $y = kx + b$ 经过 $A(-4, 2)$, $B(2, -4)$,

$$\therefore \begin{cases} -4k + b = 2 \\ 2k + b = -4 \end{cases}$$

解之得

$$\begin{cases} k = -1 \\ b = -2 \end{cases}$$

∴ 一次函数的解析式为: $y = -x - 2$ 3 分

(2) ∵ C 是直线 AB 与 x 轴的交点

∴ 当 $y = 0$ 时, $x = -2$

∴ 点 $C(-2, 0)$

∴ $OC = 2$ 4 分

$$\therefore S_{\triangle AOB} = S_{\triangle ACO} + S_{\triangle BCO}$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times 2 + \frac{1}{2} \times 2 \times 4$$

$= 6$ 5 分

(3) $x_1 = -4, x_2 = 2$ 6 分

(4) $-4 < x < 0$ 或 $x > 2$ 7 分

26. (本题满分 7 分)

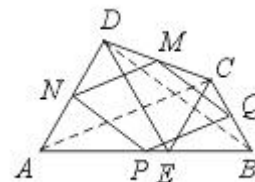
证明: 如图, 连结 AC 、 BD .

∵ PQ 为 $\triangle ABC$ 的中位线,

$$\therefore PQ \parallel \frac{1}{2} AC. \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\text{同理 } MN \parallel \frac{1}{2} AC.$$

$$\therefore MN \parallel PQ, \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$



28. (本题满分 9 分)

解: (1) $M(12, 0)$, $P(6, 6)$ 2 分

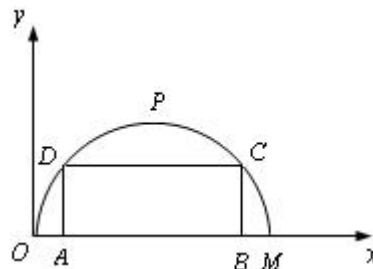
(2) 设抛物线解析式为: $y = a(x - 6)^2 + 6$ 3 分

$\therefore$ 抛物线 $y = a(x - 6)^2 + 6$ 经过点 $(0, 0)$,

$\therefore 0 = a(0 - 6)^2 + 6$, 即 $a = -\frac{1}{6}$ 4 分

$\therefore$ 抛物线解析式为:

$y = -\frac{1}{6}(x - 6)^2 + 6$, 即 $y = -\frac{1}{6}x^2 + 2x$ 5 分(3)



设 $A(m, 0)$, 则

$B(12 - m, 0)$, $C(12 - m, -\frac{1}{6}m^2 + 2m)$, $D(m, -\frac{1}{6}m^2 + 2m)$ 6 分

$\therefore$ “支撑架”总长 $AD + DC + CB = (-\frac{1}{6}m^2 + 2m) + (12 - 2m) + (-\frac{1}{6}m^2 + 2m)$

$= -\frac{1}{3}m^2 + 2m + 12 = -\frac{1}{3}(m - 3)^2 + 15$ 8 分

$\therefore$ 此二次函数的图象开口向下.

$\therefore$ 当 $m = 3$ 米时, $AD + DC + CB$ 有最大值为 15 米. 9 分

29. (本题满分 9 分)

解: (1) $Q(1, 0)$ 1 分

点 P 运动速度每秒钟 1 个单位长度. 2 分

(2) 过点 B 作 $BF \perp y$ 轴于点 F , $BE \perp x$ 轴于点 E , 则 $BF = 8$, $OF = BE = 4$.

$\therefore AF = 10 - 4 = 6$.

在 $Rt\triangle AFB$ 中, $AB = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$ 3 分

过点 C 作 $CG \perp x$ 轴于点 G , 与 FB 的延长线交于点 H .

$\therefore \angle ABC = 90^\circ$, $AB = BC \therefore \triangle ABF \cong \triangle BCH$.

$\therefore BH = AF = 6$, $CH = BF = 8$.

$\therefore OG = FH = 8 + 6 = 14$, $CG = 8 + 4 = 12$.

$\therefore$ 所求 C 点的坐标为 $(14, 12)$ 4 分

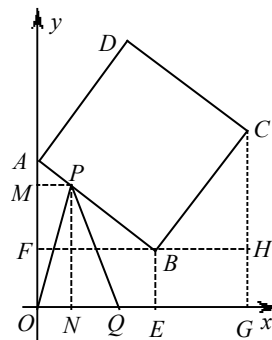
(3) 过点 P 作 $PM \perp y$ 轴于点 M , $PN \perp x$ 轴于点 N ,

则 $\triangle APM \sim \triangle ABF$.

$$\therefore \frac{AP}{AB} = \frac{AM}{AF} = \frac{MP}{BF}. \quad \therefore \frac{t}{10} = \frac{AM}{6} = \frac{MP}{8}.$$

$$\therefore AM = \frac{3}{5}t, PM = \frac{4}{5}t. \quad \therefore PN = OM = 10 - \frac{3}{5}t, ON = PM = \frac{4}{5}t.$$

设 $\triangle OPQ$ 的面积为 S (平方单位)



$$\therefore S = \frac{1}{2} \times (10 - \frac{3}{5}t)(1+t) = 5 + \frac{47}{10}t - \frac{3}{10}t^2 \quad (0 \leq t \leq 10) \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

说明:未注明自变量的取值范围不扣分.

$$\because a = -\frac{3}{10} < 0 \quad \therefore \text{当 } t = -\frac{\frac{47}{10}}{2 \times (-\frac{3}{10})} = \frac{47}{6} \text{ 时, } \triangle OPQ \text{ 的面积最大.} \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\text{此时 } P \text{ 的坐标为 } (\frac{94}{15}, \frac{53}{10}) \quad \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$(4) \quad \text{当 } t = \frac{5}{3} \text{ 或 } t = \frac{295}{13} \text{ 时, } OP \text{ 与 } PQ \text{ 相等.} \quad \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

对一个加 1 分, 不需写求解过程.