

2020 年湖南省常德市中考数学试卷

一、选择题（本大题 8 个小题，每小题 3 分，满分 24 分）

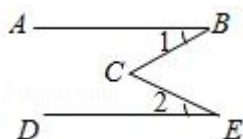
1. (3 分) 4 的倒数为 ()

- A. $\frac{1}{4}$ B. 2 C. 1 D. -4

2. (3 分) 下面几种中式窗户图形既是轴对称又是中心对称的是 ()



3. (3 分) 如图，已知 $AB \parallel DE$ ， $\angle 1 = 30^\circ$ ， $\angle 2 = 35^\circ$ ，则 $\angle BCE$ 的度数为 ()



- A. 70° B. 65° C. 35° D. 5°

4. (3 分) 下列计算正确的是 ()

- A. $a^2 + b^2 = (a+b)^2$ B. $a^2 + a^4 = a^6$
C. $a^{10} \div a^5 = a^2$ D. $a^2 \cdot a^3 = a^5$

5. (3 分) 下列说法正确的是 ()

- A. 明天的降水概率为 80%，则明天 80% 的时间下雨，20% 的时间不下雨
B. 抛掷一枚质地均匀的硬币两次，必有一次正面朝上
C. 了解一批花炮的燃放质量，应采用抽样调查方式
D. 一组数据的众数一定只有一个

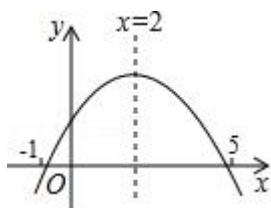
6. (3 分) 一个圆锥的底面半径 $r = 10$ ，高 $h = 20$ ，则这个圆锥的侧面积是 ()

- A. $100\sqrt{3}\pi$ B. $200\sqrt{3}\pi$ C. $100\sqrt{5}\pi$ D. $200\sqrt{5}\pi$

7. (3 分) 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示，下列结论：

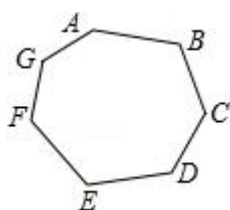
- ① $b^2 - 4ac > 0$ ；② $abc < 0$ ；③ $4a + b = 0$ ；④ $4a - 2b + c > 0$ 。

其中正确结论的个数是 ()



- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

8. (3分) 如图, 将一枚跳棋放在七边形 $ABCDEFG$ 的顶点 A 处, 按顺时针方向移动这枚跳棋 2020 次. 移动规则是: 第 k 次移动 k 个顶点 (如第一次移动 1 个顶点, 跳棋停留在 B 处, 第二次移动 2 个顶点, 跳棋停留在 D 处), 按这样的规则, 在这 2020 次移动中, 跳棋不可能停留的顶点是 ()



- A. C, E B. E, F C. G, C, E D. E, C, F

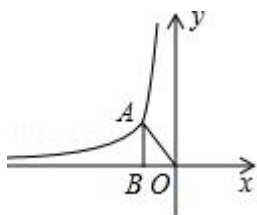
二、填空题 (本大题 8 个小题, 每小题 3 分, 满分 24 分)

9. (3分) 分解因式: $xy^2 - 4x =$ _____.

10. (3分) 若代数式 $\frac{2}{\sqrt{2x-6}}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围是 _____.

11. (3分) 计算: $\sqrt{\frac{9}{2}} - \sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{8} =$ _____.

12. (3分) 如图, 若反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x < 0$) 的图象经过点 A , $AB \perp x$ 轴于 B , 且 $\triangle AOB$ 的面积为 6, 则 $k =$ _____.



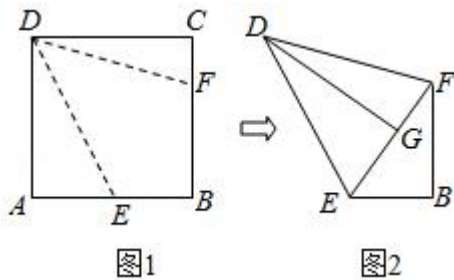
13. (3分) 4月23日是世界读书日, 这天某校为了了解学生课外阅读情况, 随机收集了 30 名学生每周课外阅读的时间, 统计如下:

阅读时间 (x 小时)	$x \leq 3.5$	$3.5 < x \leq 5$	$5 < x \leq 6.5$	$x > 6.5$
人数	12	8	6	4

若该校共有 1200 名学生, 试估计全校每周课外阅读时间在 5 小时以上的学生人数为 _____.

14. (3分) 今年新冠病毒疫情初期, 口罩供应短缺, 某地规定: 每人每次限购 5 只. 李红出门买口罩时, 无论是否买到, 都会消耗家里库存的口罩一只, 如果有口罩买, 他将买回 5 只. 已知李红家原有库存 15 只, 出门 10 次购买后, 家里现有口罩 35 只. 请问李红出门没有买到口罩的次数是_____次.

15. (3分) 如图 1, 已知四边形 $ABCD$ 是正方形, 将 $\triangle DAE$, $\triangle DCF$ 分别沿 DE , DF 向内折叠得到图 2, 此时 DA 与 DC 重合 (A 、 C 都落在 G 点), 若 $GF=4$, $EG=6$, 则 DG 的长为_____.



16. (3分) 阅读理解: 对于 $x^3 - (n^2+1)x+n$ 这类特殊的代数式可以按下面的方法分解因式:

$$\begin{aligned} x^3 - (n^2+1)x+n &= x^3 - n^2x - x+n = x(x^2 - n^2) - (x-n) = x(x-n)(x+n) - (x-n) \\ &= (x-n)(x^2+nx-1). \end{aligned}$$

理解运用: 如果 $x^3 - (n^2+1)x+n=0$, 那么 $(x-n)(x^2+nx-1)=0$, 即有 $x-n=0$ 或 $x^2+nx-1=0$,

因此, 方程 $x-n=0$ 和 $x^2+nx-1=0$ 的所有解就是方程 $x^3 - (n^2+1)x+n=0$ 的解.

解决问题: 求方程 $x^3 - 5x+2=0$ 的解为_____.

三、(本大题 2 个小题, 每小题 5 分, 满分 10 分)

17. (5分) 计算: $2^0 + (\frac{1}{3})^{-1} \cdot \sqrt{4} - 4\tan 45^\circ$.

18. (5分) 解不等式组 $\begin{cases} 2x-1 < x+4 \text{ ①} \\ \frac{2}{3}x - \frac{3x+1}{2} \leq \frac{1}{3} \text{ ②} \end{cases}$.

四、(本大题 2 个小题, 每小题 6 分, 满分 12 分)

19. (6分) 先化简, 再选一个合适的数代入求值: $(x+1 - \frac{7x-9}{x}) \div \frac{x^2-9}{x}$.

20. (6分) 第 5 代移动通信技术简称 5G, 某地已开通 5G 业务, 经测试 5G 下载速度是 4G 下载速度的 15 倍, 小明和小强分别用 5G 与 4G 下载一部 600 兆的公益片, 小明比小强所用的时间快 140 秒, 求该地 4G 与 5G 的下载速度分别是每秒多少兆?

五、(本大题 2 个小题, 每小题 7 分, 满分 14 分)

21. (7分) 已知一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的图象经过 $A(3, 18)$ 和 $B(-2, 8)$ 两点.

(1) 求一次函数的解析式;

(2) 若一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的图象与反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ ($m \neq 0$) 的图象只有一个交点, 求交点坐标.

22. (7分) 如图 1 是自动卸货汽车卸货时的状态图, 图 2 是其示意图. 汽车的车厢采用液压机构、车厢的支撑顶杆 BC 的底部支撑点 B 在水平线 AD 的下方, AB 与水平线 AD 之间的夹角是 5° , 卸货时, 车厢与水平线 AD 成 60° , 此时 AB 与支撑顶杆 BC 的夹角为 45° , 若 $AC = 2$ 米, 求 BC 的长度. (结果保留一位小数)

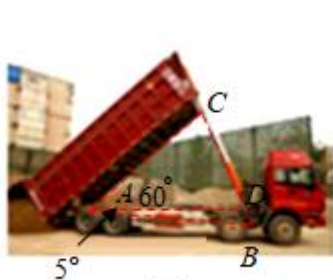


图1

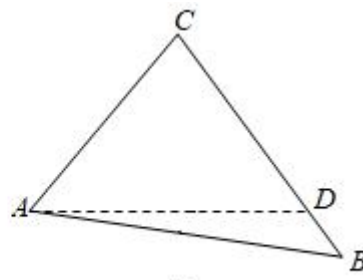


图2

(参考数据: $\sin 65^\circ \approx 0.91$, $\cos 65^\circ \approx 0.42$, $\tan 65^\circ \approx 2.14$, $\sin 70^\circ \approx 0.94$, $\cos 70^\circ \approx 0.34$, $\tan 70^\circ \approx 2.75$, $\sqrt{2} \approx 1.41$)

六、(本大题 2 个小题, 每小题 8 分, 满分 16 分)

23. (8分) 今年 2 - 4 月某市出现了 200 名新冠肺炎患者, 市委根据党中央的决定, 对患者进行了免费治疗. 图 1 是该市轻症、重症、危重症三类患者的人数分布统计图 (不完整), 图 2 是这三类患者的人均治疗费用统计图. 请回答下列问题.

(1) 轻症患者的人数是多少?

(2) 该市为治疗危重症患者共花费多少万元?

(3) 所有患者的平均治疗费用是多少万元?

(4) 由于部分轻症患者康复出院, 为减少病房拥挤, 拟对某病房中的 A 、 B 、 C 、 D 、 E 五位患者任选两位转入另一病房, 请用树状图法或列表法求出恰好选中 B 、 D 两位患者的概率.



图1

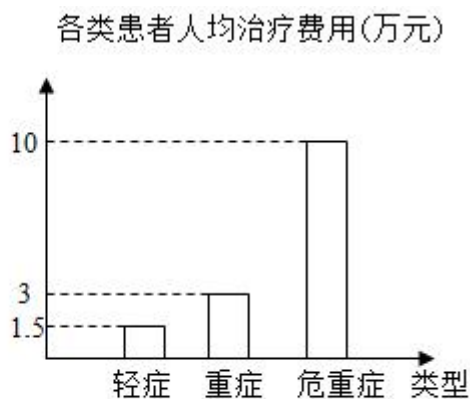
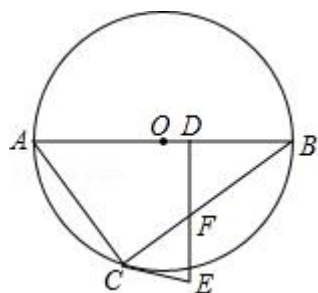


图2

24. (8分) 如图, 已知 AB 是 $\odot O$ 的直径, C 是 $\odot O$ 上的一点, D 是 AB 上的一点, $DE \perp AB$ 于 D , DE 交 BC 于 F , 且 $EF = EC$.

(1) 求证: EC 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $BD = 4$, $BC = 8$, 圆的半径 $OB = 5$, 求切线 EC 的长.



七、(本大题2个小题, 每小题10分, 满分20分)

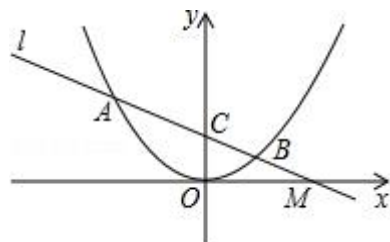
25. (10分) 如图, 已知抛物线 $y = ax^2$ 过点 $A(-3, \frac{9}{4})$.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 已知直线 l 过点 A , $M(\frac{3}{2}, 0)$ 且与抛物线交于另一点 B , 与 y 轴交于点 C , 求证:

$$MC^2 = MA \cdot MB;$$

(3) 若点 P , D 分别是抛物线与直线 l 上的动点, 以 OC 为一边且顶点为 O , C , P , D 的四边形是平行四边形, 求所有符合条件的 P 点坐标.



26. (10分) 已知 D 是 $Rt\triangle ABC$ 斜边 AB 的中点, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle ABC = 30^\circ$, 过点 D 作

Rt $\triangle DEF$ 使 $\angle DEF = 90^\circ$, $\angle DFE = 30^\circ$, 连接 CE 并延长 CE 到 P , 使 $EP = CE$, 连接 BE, FP, BP , 设 BC 与 DE 交于 M , PB 与 EF 交于 N .

(1) 如图 1, 当 D, B, F 共线时, 求证:

① $EB = EP$;

② $\angle EFP = 30^\circ$;

(2) 如图 2, 当 D, B, F 不共线时, 连接 BF , 求证: $\angle BFD + \angle EFP = 30^\circ$.

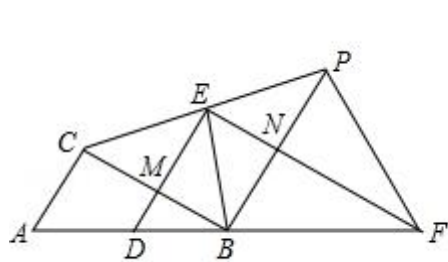


图1

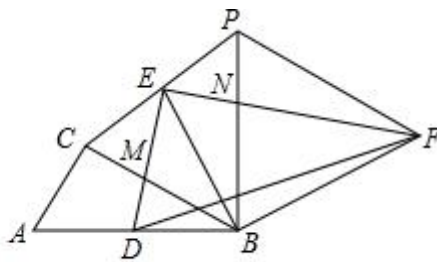


图2

2020 年湖南省常德市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题 8 个小题，每小题 3 分，满分 24 分）

1. 【分析】根据倒数的意义，乘积是 1 的两个数叫做互为倒数，求倒数的方法，是把一个数的分子和分母互换位置即可，是带分数的化成假分数，再把分子分母互换位置，据此解答.

【解答】解：4 的倒数为 $\frac{1}{4}$.

故选：A.

【点评】本题主要考查倒数的意义. 注意求倒数的方法，把分子分母互换位置.

2. 【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解.

【解答】解：A、不是轴对称图形，也不是中心对称图形，故本选项不合题意；

B、是轴对称图形，但不是中心对称图形，故本选项不合题意；

C、既是轴对称图形，又是中心对称图形，故此选项正确；

D、不是轴对称图形，是中心对称图形，故本选项不合题意.

故选：C.

【点评】此题主要考查了中心对称图形与轴对称图形的概念. 轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后完全可重合，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后与自身完全重合.

3. 【分析】根据平行线的性质和 $\angle 1 = 30^\circ$ ， $\angle 2 = 35^\circ$ ，可以得到 $\angle BCE$ 的度数，本题得以解决.

【解答】解：作 $CF \parallel AB$,

$$\because AB \parallel DE,$$

$$\therefore CF \parallel DE,$$

$$\therefore AB \parallel DE \parallel CF,$$

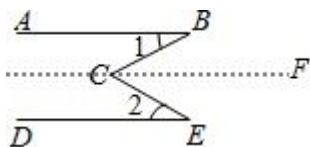
$$\therefore \angle 1 = \angle BCF, \angle FCE = \angle 2,$$

$$\because \angle 1 = 30^\circ, \angle 2 = 35^\circ,$$

$$\therefore \angle BCF = 30^\circ, \angle FCE = 35^\circ,$$

$$\therefore \angle BCE = 65^\circ,$$

故选：B.



【点评】本题考查平行线的性质，解答本题的关键是明确题意，利用平行线的性质解答．

4. 【分析】根据完全平方公式、合并同类项法则、同底数幂的乘除法计算得到结果，即可作出判断．

【解答】解： A 、 $a^2+2ab+b^2 = (a+b)^2$ ，原计算错误，故此选项不符合题意；

B 、 a^2 与 a^4 不是同类项不能合并，原计算错误，故此选项不符合题意；

C 、 $a^{10} \div a^5 = a^5$ ，原计算错误，故此选项不符合题意；

D 、 $a^2 \cdot a^3 = a^5$ ，原计算正确，故此选项符合题意；

故选： D ．

【点评】此题考查了整式的运算，熟练掌握运算是解本题的关键．

5. 【分析】根据必然事件的概念、众数的定义、随机事件的概率逐项分析即可得出答案．

【解答】解： A 、明天的降水概率为80%，则明天下雨可能性较大，故本选项错误；

B 、抛掷一枚质地均匀的硬币两次，正面朝上的概率是 $\frac{1}{2}$ ，故本选项错误；

C 、了解一批花炮的燃放质量，应采用抽样调查方式，故本选项正确；

D 、一组数据的众数不一定只有一个，故本选项错误；

故选： C ．

【点评】本题考查了必然事件的概念、众数的定义、求随机事件的概率，解题的关键是熟练掌握众数的定义以及求随机事件的概率．

6. 【分析】先利用勾股定理计算出母线长，然后利用扇形的面积公式计算这个圆锥的侧面积．

【解答】解：这个圆锥的母线长 $= \sqrt{10^2 + 20^2} = 10\sqrt{5}$ ，

这个圆锥的侧面积 $= \frac{1}{2} \times 2\pi \times 10 \times 10\sqrt{5} = 100\sqrt{5}\pi$ ．

故选： C ．

【点评】本题考查了圆锥的计算：圆锥的侧面展开图为一扇形，这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长，扇形的半径等于圆锥的母线长．

7. 【分析】先由抛物线与 x 轴交点个数判断出结论①，利用抛物线的对称轴为 $x=2$ ，判断出结论②，先由抛物线的开口方向判断出 $a < 0$ ，进而判断出 $b > 0$ ，再用抛物线与 y 轴的交点的位置判断出 $c > 0$ ，判断出结论③，最后用 $x = -2$ 时，抛物线在 x 轴下方，判断出

结论④，即可得出结论.

【解答】解：由图象知，抛物线与 x 轴有两个交点，

$\therefore$ 方程 $ax^2+bx+c=0$ 有两个不相等的实数根，

$\therefore b^2-4ac>0$ ，故①正确，

由图象知，抛物线的对称轴直线为 $x=2$ ，

$$\therefore -\frac{b}{2a}=2,$$

$$\therefore 4a+b=0,$$

由图象知，抛物线开口方向向下，

$$\therefore a<0,$$

$$\therefore 4a+b=0,$$

$\therefore b>0$ ，而抛物线与 y 轴的交点在 y 轴的正半轴上，

$$\therefore c>0,$$

$\therefore abc<0$ ，故②③正确，

由图象知，当 $x=-2$ 时， $y<0$ ，

$$\therefore 4a-2b+c<0，故④错误，$$

即正确的结论有 3 个，

故选：B.

【点评】此题主要考查了二次函数图形与系数的关系，抛物线与 y 轴的交点，抛物线的对称轴，掌握抛物线的性质是解本题的关键.

8. **【分析】**设顶点 A, B, C, D, E, F, G 分别是第 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 格，因棋子移动了 k 次后走过的总格数是 $1+2+3+\cdots+k=\frac{1}{2}k(k+1)$ ，然后根据题目中所给的第 k 次依次移动 k 个顶点的规则，可得到不等式最后求得解.

【解答】解：经实验或按下方法可求得顶点 C, E 和 F 棋子不可能停到.

设顶点 A, B, C, D, E, F, G 分别是第 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 格，

因棋子移动了 k 次后走过的总格数是 $1+2+3+\cdots+k=\frac{1}{2}k(k+1)$ ，应停在第 $\frac{1}{2}k(k+1)-7p$ 格，

这时 p 是整数，且使 $0\leq\frac{1}{2}k(k+1)-7p\leq 6$ ，分别取 $k=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ 时，

$\frac{1}{2}k(k+1)-7p=1, 3, 6, 3, 1, 0, 0$ ，发现第 2, 4, 5 格没有停棋，

若 $7 < k \leq 2020$,

设 $k = 7 + t$ ($t = 1, 2, 3$) 代入可得, $\frac{1}{2}k(k+1) - 7p = 7m + \frac{1}{2}t(t+1)$,

由此可知, 停棋的情形与 $k = t$ 时相同,

故第 2, 4, 5 格没有停棋, 即顶点 C, E 和 F 棋子不可能停到.

故选: D .

【点评】 本题考查规律型: 图形的变化类, 理解题意能力, 关键是知道棋子所停的规则, 找到规律, 然后得到不等式求解.

二、填空题 (本大题 8 个小题, 每小题 3 分, 满分 24 分)

9. **【分析】** 原式提取 x , 再利用平方差公式分解即可.

【解答】 解: 原式 $= x(y^2 - 4) = x(y+2)(y-2)$,

故答案为: $x(y+2)(y-2)$

【点评】 此题考查了提公因式法与公式法的综合运用, 熟练掌握因式分解的方法是解本题的关键.

10. **【分析】** 根据二次根式有意义的条件和分母不为零的性质, 可得 $2x - 6 > 0$, 再解即可.

【解答】 解: 由题意得: $2x - 6 > 0$,

解得: $x > 3$,

故答案为: $x > 3$.

【点评】 此题主要考查了二次根式有意义的条件和分母不为零的性质, 关键是掌握二次根式中的被开方数是非负数. 分母不为零.

11. **【分析】** 直接化简二次根式进而合并得出答案.

【解答】 解: 原式 $= \frac{3\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} + 2\sqrt{2}$

$= 3\sqrt{2}$.

故答案为: $3\sqrt{2}$.

【点评】 此题主要考查了二次根式的加减运算, 正确化简二次根式是解题关键.

12. **【分析】** 根据反比例函数比例系数的几何意义即可解决问题.

【解答】 解: $\because AB \perp OB$,

$\therefore S_{\triangle AOB} = \frac{|k|}{2} = 6$,

$\therefore k = \pm 12$,

$\because$ 反比例函数的图象在二四象限,

$$\therefore k < 0,$$

$$\therefore k = -12,$$

故答案为 -12 .

【点评】 本题考查反比例函数系数 k 的几何意义，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型.

13. **【分析】** 用总人数 $\times$ 每周课外阅读时间在 5 小时以上的学生人数所占的百分比即可得到结论.

$$\text{【解答】解: } 1200 \times \frac{6+4}{12+8+6+4} = 400 \text{ (人),}$$

答: 估计全校每周课外阅读时间在 5 小时以上的学生人数为 400 人.

【点评】 本题考查了频数(率)分布表, 用样本估计总体, 正确的理解题意是解题的关键.

14. **【分析】** 设李红出门没有买到口罩的次数是 x , 买到口罩的次数是 y , 根据买口罩的次数是 10 次和家里现有口罩 35 只, 可列出关于 x 和 y 的二元一次方程组, 求解即可.

【解答】 解: 设李红出门没有买到口罩的次数是 x , 买到口罩的次数是 y , 由题意得:

$$\begin{cases} x+y=10 \\ 15-1 \times 10+5y=35 \end{cases},$$

$$\text{整理得: } \begin{cases} x+y=10 \\ 5y=30 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x=4 \\ y=6 \end{cases}.$$

故答案为: 4.

【点评】 本题考查了二元一次方程组在实际问题中的应用, 本题数量关系清晰, 难度不大.

15. **【分析】** 设正方形 $ABCD$ 的边长为 x , 由翻折及已知线段的长, 可用含 x 的式子分别表示出 BE 、 BF 及 EF 的长; 在 $\text{Rt}\triangle BEF$ 中, 由勾股定理得关于 x 的方程, 解得 x 的值, 即为 DG 的长.

【解答】 解: 设正方形 $ABCD$ 的边长为 x , 由翻折可得:

$$DG = DA = DC = x,$$

$$\therefore GF = 4, EG = 6,$$

$$\therefore AE = EG = 6, CF = GF = 4,$$

$$\therefore BE = x - 6, BF = x - 4, EF = 6 + 4 = 10, \text{ 如图 1 所示:}$$

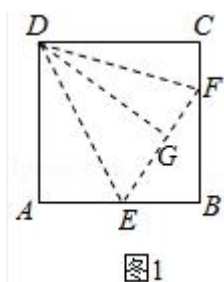


图1

在 $\text{Rt}\triangle BEF$ 中，由勾股定理得：

$$BE^2 + BF^2 = EF^2,$$

$$\therefore (x-6)^2 + (x-4)^2 = 10^2,$$

$$\therefore x^2 - 12x + 36 + x^2 - 8x + 16 = 100,$$

$$\therefore x^2 - 10x - 24 = 0,$$

$$\therefore (x+2)(x-12) = 0,$$

$$\therefore x_1 = -2 \text{ (舍)}, x_2 = 12.$$

$$\therefore DG = 12.$$

故答案为：12.

【点评】 本题主要考查了翻折变换、正方形的性质、勾股定理及解一元二次方程，数形结合并明确相关性质及定理是解题的关键.

16. **【分析】** 将原方程左边变形为 $x^3 - 4x - x + 2 = 0$ ，再进一步因式分解得 $(x-2)[x(x+2) - 1] = 0$ ，据此得到两个关于 x 的方程求解可得.

【解答】 解： $\because x^3 - 5x + 2 = 0,$

$$\therefore x^3 - 4x - x + 2 = 0,$$

$$\therefore x(x^2 - 4) - (x - 2) = 0,$$

$$\therefore x(x+2)(x-2) - (x-2) = 0,$$

则 $(x-2)[x(x+2) - 1] = 0$ ，即 $(x-2)(x^2 + 2x - 1) = 0$,

$$\therefore x - 2 = 0 \text{ 或 } x^2 + 2x - 1 = 0,$$

解得 $x = 2$ 或 $x = -1 \pm \sqrt{2}$,

故答案为： $x = 2$ 或 $x = -1 + \sqrt{2}$ 或 $x = -1 - \sqrt{2}$.

【点评】 本题主要考查因式分解的应用，因式分解是研究代数式的基础，通过因式分解将多项式合理变形，是求代数式值的常用解题方法，具体做法是：根据题目的特点，先通过因式分解将式子变形，然后再进行整体代入.

三、(本大题 2 个小题，每小题 5 分，满分 10 分)

17. 【分析】先计算 2^0 、 $\sqrt{4}$ 、 $(\frac{1}{3})^{-1}$ 、 $\tan 45^\circ$ ，再按运算顺序求值即可.

【解答】解：原式 $= 1 + 3 \times 2 - 4 \times 1$

$$= 1 + 6 - 4$$

$$= 3.$$

【点评】本题考查了零指数、负整数指数幂、特殊角的三角函数值等知识点，熟练掌握负整数指数幂、零指数幂、二次根式的运算及特殊角的三角函数值是解决本题的关键.

18. 【分析】首先分别解出两个不等式的解集，再根据解集的规律确定不等式组的解集.

【解答】解：
$$\begin{cases} 2x-1 < x+4 \text{ ①} \\ \frac{2}{3}x - \frac{3x+1}{2} \leq \frac{1}{3} \text{ ②} \end{cases}$$

由①得： $x < 5$,

由②得： $x \geq -1$,

不等式组的解集为： $-1 \leq x < 5$.

【点评】此题主要考查了解一元一次不等式组，关键是掌握解集的确定方法：同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到.

四、(本大题 2 个小题，每小题 6 分，满分 12 分)

19. 【分析】根据分式的减法和除法可以化简题目中的式子，然后选取一个使得原分式有意义的值代入化简后的式子即可解答本题.

【解答】解：
$$\begin{aligned} & (x+1 - \frac{7x-9}{x}) \div \frac{x^2-9}{x} \\ &= \frac{x(x+1) - (7x-9)}{x} \cdot \frac{x}{(x+3)(x-3)} \\ &= \frac{x^2+x-7x+9}{(x+3)(x-3)} \\ &= \frac{(x-3)^2}{(x+3)(x-3)} \\ &= \frac{x-3}{x+3}, \end{aligned}$$

当 $x=2$ 时，原式 $= \frac{2-3}{2+3} = -\frac{1}{5}$.

【点评】本题考查分式的化简求值，解答本题的关键是明确分式化简求值的方法.

20. 【分析】首先设该地 4G 的下载速度是每秒 x 兆，则该地 5G 的下载速度是每秒 $15x$ 兆，根据题意可得等量关系：4G 下载 600 兆所用时间 - 5G 下载 600 兆所用时间 = 140 秒. 然后根据等量关系，列出分式方程，再解即可.

【解答】解：设该地 4G 的下载速度是每秒 x 兆，则该地 5G 的下载速度是每秒 $15x$ 兆，

由题意得：
$$\frac{600}{x} - \frac{600}{15x} = 140,$$

解得： $x = 4$,

经检验： $x = 4$ 是原分式方程的解，且符合题意，

$15 \times 4 = 60$,

答：该地 4G 的下载速度是每秒 4 兆，则该地 5G 的下载速度是每秒 60 兆。

【点评】此题主要考查了分式方程的应用，关键是正确理解题意，找出题目中的等量关系，设出未知数列方程。

五、(本大题 2 个小题，每小题 7 分，满分 14 分)

21. 【分析】(1) 直接把 $(3, 18)$, $(-2, 8)$ 代入一次函数 $y = kx + b$ 中可得关于 k 、 b 的方程组，再解方程组可得 k 、 b 的值，进而求出一次函数的解析式；

(2) 联立一次函数解析式和反比例函数解析式，根据题意得到 $\Delta = 0$ ，解方程即可得到结论。

【解答】解：(1) 把 $(3, 18)$, $(-2, 8)$ 代入一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$)，得

$$\begin{cases} 3k + b = 18 \\ -2k + b = 8 \end{cases},$$

解得 $\begin{cases} k = 2, \\ b = 12 \end{cases}$,

$\therefore$ 一次函数的解析式为 $y = 2x + 12$;

(2) $\because$ 一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的图象与反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ ($m \neq 0$) 的图象只有一个交点，

$$\therefore \begin{cases} y = 2x + 12 \\ y = \frac{m}{x} \end{cases} \text{ 只有一组解,}$$

即 $2x^2 + 12x - m = 0$ 有两个相等的实数根，

$$\therefore \Delta = 12^2 - 4 \times 2 \times (-m) = 0,$$

$$\therefore m = -18.$$

把 $m = -18$ 代入求得该方程的解为： $x = -3$ ，

把 $x = -3$ 代入 $y = 2x + 12$ 得： $y = 6$ ，

即所求的交点坐标为 $(-3, 6)$ 。

【点评】此题考查了待定系数法求一次函数解析式，一次函数与反比例函数的交点问题，

一次函数图象上点的坐标特征，一元二次方程根的判别式，熟练掌握待定系数法是解题的关键．

22. 【分析】直接过点 C 作 $CF \perp AB$ 于点 F ，利用锐角三角函数关系得出 CF 的长，进而得出 BC 的长．

【解答】方法一：解：如图 1，过点 C 作 $CF \perp AB$ 于点 F ，
在 $\text{Rt}\triangle ACF$ 中，

$$\because \sin \angle CAB = \sin (60^\circ + 5^\circ) = \sin 65^\circ = \frac{CF}{AC},$$

$$\therefore CF = AC \cdot \sin 65^\circ \approx 2 \times 0.91 = 1.82,$$

在 $\text{Rt}\triangle BCF$ 中，

$$\because \angle ABC = 45^\circ,$$

$$\therefore CF = BF,$$

$$\therefore BC = \sqrt{2}CF = 1.41 \times 1.82 = 2.5662 \approx 2.6,$$

答：所求 BC 的长度约为 2.6 米．

方法二：解：如图 2，过点 A 作 $AE \perp BC$ 于点 E ，

在 $\text{Rt}\triangle ACE$ 中， $\because \angle C = 180^\circ - 65^\circ - 45^\circ = 70^\circ$ ，

$$\therefore \cos C = \cos 70^\circ = \frac{CE}{AC},$$

$$\text{即 } CE = AC \times \cos 70^\circ \approx 2 \times 0.34 = 0.68,$$

$$\sin C = \sin 70^\circ = \frac{AE}{AC},$$

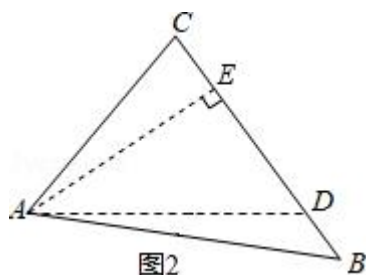
$$\text{即 } AE = AC \times \sin 70^\circ \approx 2 \times 0.94 = 1.88,$$

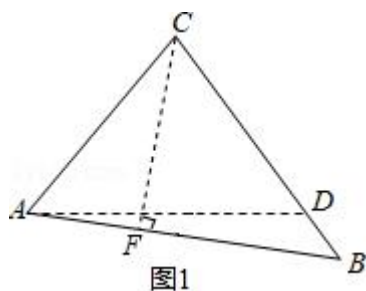
又 $\because$ 在 $\text{Rt}\triangle AEB$ 中， $\angle ABC = 45^\circ$ ，

$$\therefore AE = BE,$$

$$\therefore BC = BE + CE = 0.68 + 1.88 = 2.56 \approx 2.6,$$

答：所求 BC 的长度约为 2.6 米．





【点评】此题主要考查了解直角三角形的应用，正确掌握锐角三角函数关系是解题关键.

六、(本大题 2 个小题，每小题 8 分，满分 16 分)

23. 【分析】(1) 因为总人数已知，由轻症患者所占的百分比即可求出其的人数；

(2) 求出该市危重症患者所占的百分比，即可求出其共花费的钱数；

(3) 用加权平均数公式求出各种患者的平均费用即可；

(4) 首先根据题意列出表格，然后由表格求得所有等可能的结果与恰好选中 B 、 D 患者概率的情况，再利用概率公式即可求得答案.

【解答】解：(1) 轻症患者的人数 = $200 \times 80\% = 160$ (人)；

(2) 该市为治疗危重症患者共花费钱数 = $200 \times (1 - 80\% - 15\%) \times 10 = 100$ (万元)；

(3) 所有患者的平均治疗费用 = $\frac{1.5 \times 160 + 3 \times (200 \times 15\%) + 100}{200} = 2.15$ (万元)；

(4) 列表得：

	A	B	C	D	E
A		(B, A)	(C, A)	(D, A)	(E, A)
B	(A, B)		(C, B)	(D, B)	(E, B)
C	(A, C)	(B, C)		(D, C)	(E, C)
D	(A, D)	(B, D)	(C, D)		(E, D)
E	(A, E)	(B, E)	(C, E)	(D, E)	

由列表格，可知：共有 20 种等可能的结果，恰好选中 B 、 D 患者概率的有 2 种情况，

$$\therefore P(\text{恰好选中 } B、D) = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}.$$

【点评】此题考查的是用列表法或树状图法求概率以及条形统计图的应用. 注意树状图法与列表法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果，列表法适合于两步完成的事件；树状图法适合两步或两步以上完成的事件；注意概率 = 所求情况数与总情况数之比.

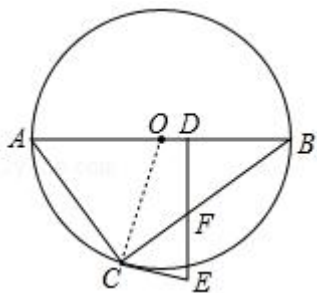
24. 【分析】(1) 连接 OC ，由等腰三角形的性质和直角三角形的性质可得 $\angle OCB + \angle ECF =$

90° ，可证 EC 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 由勾股定理可求 $AC = 6$ ，由锐角三角函数可求 $BF = 5$ ，可求 $CF = 3$ ，通过证明 $\triangle OAC$

$\sim \triangle ECF$ ，可得 $\frac{EC}{OA} = \frac{CF}{AC}$ ，可求解．

【解答】解：(1) 连接 OC ，



$$\because OC = OB,$$

$$\therefore \angle OBC = \angle OCB,$$

$$\because DE \perp AB,$$

$$\therefore \angle OBC + \angle DFB = 90^\circ,$$

$$\because EF = EC,$$

$$\therefore \angle ECF = \angle EFC = \angle DFB,$$

$$\therefore \angle OCB + \angle ECF = 90^\circ,$$

$$\text{即 } \angle ECO = 90^\circ,$$

$$\therefore OC \perp CE,$$

$\therefore EC$ 是 $\odot O$ 的切线；

(2) $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径，

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\because OB = 5,$$

$$\therefore AB = 10,$$

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{100 - 64} = 6,$$

$$\because \cos \angle ABC = \frac{BD}{BF} = \frac{BC}{AB},$$

$$\therefore \frac{8}{10} = \frac{4}{BF},$$

$$\therefore BF = 5,$$

$$\therefore CF = BC - BF = 3,$$

$$\because \angle ABC + \angle A = 90^\circ, \quad \angle ABC + \angle BFD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BFD = \angle A,$$

$$\therefore \angle A = \angle BFD = \angle ECF = \angle EFC,$$

$$\because OA = OC,$$

$$\therefore \angle OCA = \angle A = \angle BFD = \angle ECF = \angle EFC,$$

$$\therefore \triangle OAC \sim \triangle ECF,$$

$$\therefore \frac{EC}{OA} = \frac{CF}{AC},$$

$$\therefore EC = \frac{OA \cdot CF}{AC} = \frac{5 \times 3}{6} = \frac{5}{2}.$$

【点评】 本题考查了相似三角形的判定和性质，圆的有关性质，切线的判定和性质，锐角三角函数等知识，证明 $\triangle OAC \sim \triangle ECF$ 是本题的关键。

七、(本大题 2 个小题，每小题 10 分，满分 20 分)

25. **【分析】** (1) 利用待定系数法即可解决问题。

(2) 构建方程组确定点 B 的坐标，再利用平行线分线段成比例定理解决问题即可。

(3) 如图 2 中，设 $P(t, \frac{1}{4}t^2)$ ，根据 $PD = OC$ 构建方程求出 t 即可解决问题。

【解答】 解：(1) 把点 $A(-3, \frac{9}{4})$ 代入 $y = ax^2$ ，

$$\text{得到 } \frac{9}{4} = 9a,$$

$$\therefore a = \frac{1}{4},$$

$$\therefore \text{抛物线的解析式为 } y = \frac{1}{4}x^2.$$

$$(2) \text{ 设直线 } l \text{ 的解析式为 } y = kx + b, \text{ 则有 } \begin{cases} \frac{9}{4} = -3k + b \\ 0 = \frac{3}{2}k + b \end{cases},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} k = -\frac{1}{2} \\ b = \frac{3}{4} \end{cases},$$

$$\therefore \text{直线 } l \text{ 的解析式为 } y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{4},$$

$$\text{令 } x = 0, \text{ 得到 } y = \frac{3}{4},$$

$$\therefore C(0, \frac{3}{4}),$$

$$\text{由} \begin{cases} y = \frac{1}{4}x^2 \\ y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{4} \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} x=1 \\ y=\frac{1}{4} \end{cases} \text{或} \begin{cases} x=-3 \\ y=\frac{9}{4} \end{cases},$$

$$\therefore B(1, \frac{1}{4}),$$

如图1中, 过点A作 $AA_1 \perp x$ 轴于 A_1 , 过B作 $BB_1 \perp x$ 轴于 B_1 , 则 $BB_1 \parallel OC \parallel AA_1$,

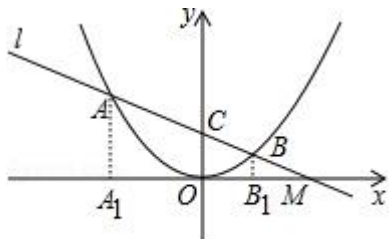


图1

$$\therefore \frac{BM}{MC} = \frac{MB_1}{MO} = \frac{\frac{3}{2} - 1}{\frac{3}{2}} = \frac{1}{3}, \quad \frac{MC}{MA} = \frac{MO}{MA_1} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{3}{2} - (-3)} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore \frac{BM}{MC} = \frac{MC}{MA},$$

$$\text{即 } MC^2 = MA \cdot MB.$$

(3) 如图2中, 设 $P(t, \frac{1}{4}t^2)$

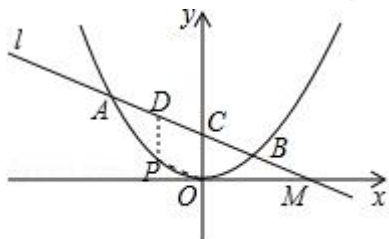


图2

$\because OC$ 为一边且顶点为 O, C, P, D 的四边形是平行四边形,

$\therefore PD \parallel OC, PD = OC,$

$$\therefore D(t, -\frac{1}{2}t + \frac{3}{4}),$$

$$\therefore |\frac{1}{4}t^2 - (-\frac{1}{2}t + \frac{3}{4})| = \frac{3}{4},$$

整理得: $t^2 + 2t - 6 = 0$ 或 $t^2 + 2t = 0$,

解得 $t = -1 - \sqrt{7}$ 或 $-1 + \sqrt{7}$ 或 -2 或 0 (舍弃),

$$\therefore P(-1-\sqrt{7}, 2+\frac{\sqrt{7}}{2}) \text{ 或 } (-1+\sqrt{7}, 2-\frac{\sqrt{7}}{2}) \text{ 或 } (-2, 1).$$

【点评】本题属于二次函数综合题，考查了待定系数法，平行四边形的判定和性质等知识，解题的关键是学会利用参数构建方程解决问题，属于中考常考题型.

26. 【分析】(1) ①证明 $\triangle CBP$ 是直角三角形，根据直角三角形斜边中线可得结论；

②根据同位角相等可得 $BC \parallel EF$ ，由平行线的性质得 $BP \perp EF$ ，可得 EF 是线段 BP 的垂直平分线，根据等腰三角形三线合一的性质可得 $\angle PFE = \angle BFE = 30^\circ$ ；

(2)如图2，延长 DE 到 Q ，使 $EQ = DE$ ，连接 CD, PQ, FQ ，证明 $\triangle QEP \cong \triangle DEC(SAS)$ ，则 $PQ = DC = DB$ ，由 $QE = DE$ ， $\angle DEF = 90^\circ$ ，知 EF 是 DQ 的垂直平分线，证明 $\triangle FQP \cong \triangle FDB(SAS)$ ，再由 EF 是 DQ 的垂直平分线，可得结论.

【解答】证明(1) ① $\because \angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle ABC = 30^\circ$ ，

$$\therefore \angle A = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ，$$

同理 $\angle EDF = 60^\circ$ ，

$$\therefore \angle A = \angle EDF = 60^\circ，$$

$$\therefore AC \parallel DE，$$

$$\therefore \angle DMB = \angle ACB = 90^\circ，$$

$\because D$ 是 $Rt\triangle ABC$ 斜边 AB 的中点， $AC \parallel DM$ ，

$$\therefore \frac{BM}{BC} = \frac{BD}{AB} = \frac{1}{2}，$$

即 M 是 BC 的中点，

$\because EP = CE$ ，即 E 是 PC 的中点，

$$\therefore ED \parallel BP，$$

$$\therefore \angle CBP = \angle DMB = 90^\circ，$$

$\therefore \triangle CBP$ 是直角三角形，

$$\therefore BE = \frac{1}{2}PC = EP；$$

② $\because \angle ABC = \angle DFE = 30^\circ$ ，

$$\therefore BC \parallel EF，$$

由①知： $\angle CBP = 90^\circ$ ，

$$\therefore BP \perp EF，$$

$$\because EB = EP，$$

$\therefore EF$ 是线段 BP 的垂直平分线，

$$\therefore PF = BF,$$

$$\therefore \angle PFE = \angle BFE = 30^\circ ;$$

(2) 如图2, 延长 DE 到 Q , 使 $EQ = DE$, 连接 CD , PQ , FQ ,

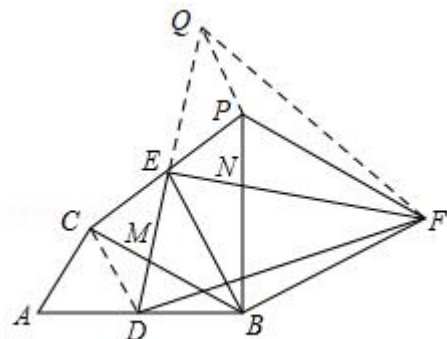


图2

$$\because EC = EP, \angle DEC = \angle QEP,$$

$$\therefore \triangle QEP \cong \triangle DEC \text{ (SAS)},$$

$$\text{则 } PQ = DC = DB,$$

$$\because QE = DE, \angle DEF = 90^\circ$$

$$\therefore EF \text{ 是 } DQ \text{ 的垂直平分线},$$

$$\therefore QF = DF,$$

$$\because CD = AD,$$

$$\therefore \angle CDA = \angle A = 60^\circ ,$$

$$\therefore \angle CDB = 120^\circ ,$$

$$\therefore \angle FDB = 120^\circ - \angle FDC = 120^\circ - (60^\circ + \angle EDC) = 60^\circ - \angle EDC = 60^\circ - \angle EQP = \angle FQP,$$

$$\therefore \triangle FQP \cong \triangle FDB \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle QFP = \angle BFD,$$

$$\because EF \text{ 是 } DQ \text{ 的垂直平分线},$$

$$\therefore \angle QFE = \angle EFD = 30^\circ ,$$

$$\therefore \angle QFP + \angle EFP = 30^\circ ,$$

$$\therefore \angle BFD + \angle EFP = 30^\circ .$$

【点评】 本题是三角形的综合题, 考查了平行线分线段成比例、勾股定理、三角形全等的性质和判定等知识, 解题的关键是正确寻找全等三角形, 难度适中, 属于中考常考题型.

