

2019 年湖南省邵阳市中考数学试卷

一、选择题（本大题有 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1.（3 分）下列各数中，属于无理数的是（ ）

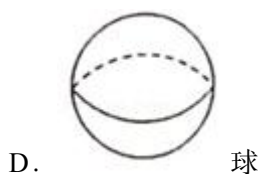
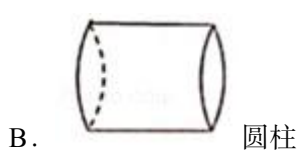
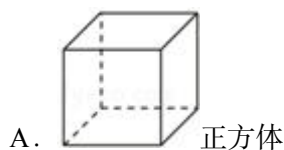
A. $\frac{1}{3}$

B. 1.414

C. $\sqrt{2}$

D. $\sqrt{4}$

2.（3 分）下列立体图形中，俯视图与主视图不同的是（ ）



3.（3 分）据海关统计：2019 年前 4 个月，中国对美国贸易顺差为 5700 亿元．用科学记数法表示 5700 亿元正确的是（ ）

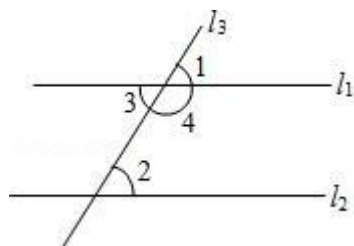
A. 5.7×10^{11} 元

B. 57×10^{10} 元

C. 5.7×10^{-11} 元

D. 0.57×10^{12} 元

4.（3 分）如图，已知两直线 l_1 与 l_2 被第三条直线 l_3 所截，下列等式一定成立的是（ ）



A. $\angle 1 = \angle 2$

B. $\angle 2 = \angle 3$

C. $\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$

D. $\angle 1 + \angle 4 = 180^\circ$

5.（3 分）学校举行图书节义卖活动，将所售款项捐给其他贫困学生．在这次义卖活动中，某班级售书情况如表：

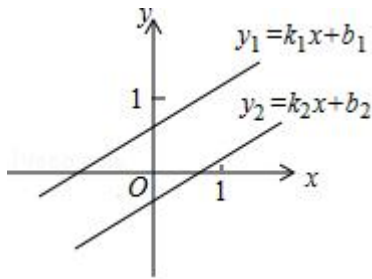
售价	3 元	4 元	5 元	6 元
数目	14 本	11 本	10 本	15 本

下列说法正确的是（ ）

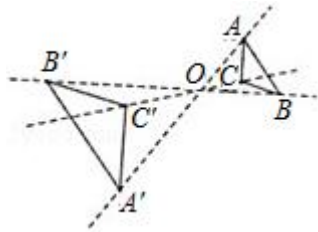
A. 该班级所售图书的总收入是 226 元

B. 在该班级所售图书价格组成的一组数据中，中位数是 4

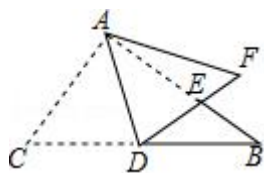
- C. 在该班级所售图书价格组成的一组数据中，众数是 15
- D. 在该班级所售图书价格组成的一组数据中，方差是 2
6. (3 分) 以下计算正确的是 ()
- A. $(-2ab^2)^3 = 8a^3b^6$
- B. $3ab+2b = 5ab$
- C. $(-x^2) \cdot (-2x)^3 = -8x^5$
- D. $2m(mn^2 - 3m^2) = 2m^2n^2 - 6m^3$
7. (3 分) 一次函数 $y_1 = k_1x + b_1$ 的图象 l_1 如图所示，将直线 l_1 向下平移若干个单位后得直线 l_2 ， l_2 的函数表达式为 $y_2 = k_2x + b_2$ 。下列说法中错误的是 ()



- A. $k_1 = k_2$
- B. $b_1 < b_2$
- C. $b_1 > b_2$
- D. 当 $x = 5$ 时， $y_1 > y_2$
8. (3 分) 如图，以点 O 为位似中心，把 $\triangle ABC$ 放大为原图形的 2 倍得到 $\triangle A'B'C'$ ，以下说法中错误的是 ()



- A. $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$
- B. 点 C 、点 O 、点 C' 三点在同一直线上
- C. $AO:AA' = 1:2$
- D. $AB \parallel A'B'$
9. (3 分) 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $\angle B = 36^\circ$ ， AD 是斜边 BC 上的中线，将 $\triangle ACD$ 沿 AD 对折，使点 C 落在点 F 处，线段 DF 与 AB 相交于点 E ，则 $\angle BED$ 等于 ()



- A. 120° B. 108° C. 72° D. 36°

10. (3分) 某出租车起步价所包含的路程为 $0 \sim 2\text{km}$, 超过 2km 的部分按每千米另收费. 津津乘坐这种出租车走了 7km , 付了 16 元; 盼盼乘坐这种出租车走了 13km , 付了 28 元. 设这种出租车的起步价为 x 元, 超过 2km 后每千米收费 y 元, 则下列方程正确的是 ()

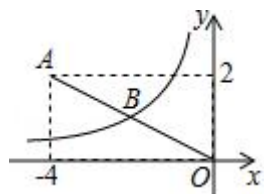
- A. $\begin{cases} x+7y=16 \\ x+13y=28 \end{cases}$
 B. $\begin{cases} x+(7-2)y=16 \\ x+13y=28 \end{cases}$
 C. $\begin{cases} x+7y=16 \\ x+(13-2)y=28 \end{cases}$
 D. $\begin{cases} x+(7-2)y=16 \\ x+(13-2)y=28 \end{cases}$

二、填空题 (本大题有 8 个小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

11. (3分) $\frac{2019}{2020}$ 的相反数是_____.

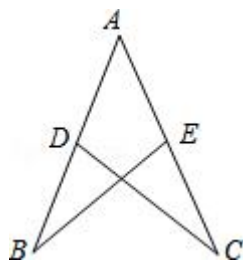
12. (3分) 不透明袋中装有大小形状质地完全相同的四个不同颜色的小球, 颜色分别是红色、白色、蓝色、黄色, 从中一次性随机取出 2 个小球, 取出 2 个小球的颜色恰好是一红一蓝的概率是_____.

13. (3分) 如图, 在平面直角坐标系中, 点 A 的坐标为 $(-4, 2)$, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x < 0$) 的图象经过线段 OA 的中点 B , 则 $k =$ _____.



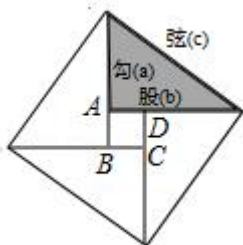
14. (3分) 不等式组 $\begin{cases} x+4 < 3 \\ \frac{1-x}{3} \leq 1 \end{cases}$ 的解集是_____.

15. (3分) 如图, 已知 $AD = AE$, 请你添加一个条件, 使得 $\triangle ADC \cong \triangle AEB$, 你添加的条件是_____. (不添加任何字母和辅助线)

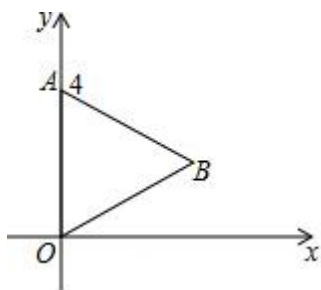


16. (3分) 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x - m = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 m 的最小整数值是_____.

17. (3分) 公元3世纪初, 中国古代数学家赵爽注《周髀算经》时, 创造了“赵爽弦图”. 如图, 设勾 $a = 6$, 弦 $c = 10$, 则小正方形 $ABCD$ 的面积是_____.



18. (3分) 如图, 将等边 $\triangle AOB$ 放在平面直角坐标系中, 点 A 的坐标为 $(0, 4)$, 点 B 在第一象限, 将等边 $\triangle AOB$ 绕点 O 顺时针旋转 180° 得到 $\triangle A'OB'$, 则点 B' 的坐标是_____.



三、解答题 (本大题有8个小题, 第19-25题每题8分, 第26题10分, 共66分, 解答应写出必要的文字说明, 演算步骤或证明过程)

19. (8分) 计算: $\sqrt[3]{27} - (\frac{1}{3})^{-1} + |-2| \cos 60^\circ$

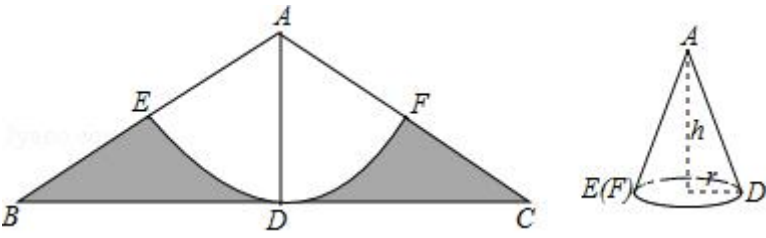
20. (8分) 先化简, 再求值: $(1 - \frac{1}{m+2}) \div \frac{m^2+2m+1}{2m+2}$, 其中 $m = \sqrt{2} - 2$.

21. (8分) 如图, 在等腰 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 120^\circ$, AD 是 $\angle BAC$ 的角平分线, 且 $AD = 6$, 以点 A 为圆心, AD 长为半径画弧 EF , 交 AB 于点 E , 交 AC 于点 F .

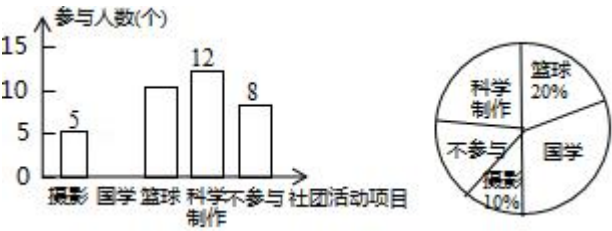
(1) 求由弧 EF 及线段 FC 、 CB 、 BE 围成图形 (图中阴影部分) 的面积;

(2) 将阴影部分剪掉, 余下扇形 AEF , 将扇形 AEF 围成一个圆锥的侧面, AE 与 AF 正

好重合，圆锥侧面无重叠，求这个圆锥的高 h 。

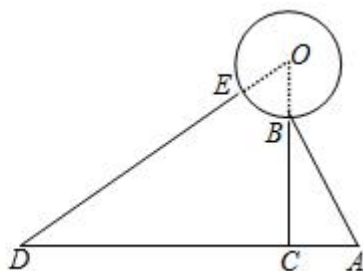


22. (8分) 某校有学生 3000 人，现欲开展学校社团活动，准备组建摄影社、国学社、篮球社、科技制作社四个社团。每名学生最多只能报一个社团，也可以不报。为了估计各社团人数，现在学校随机抽取了 50 名学生做问卷调查，得到了如图所示的两个不完全统计图。



结合以上信息，回答下列问题：

- (1) 本次抽样调查的样本容量是_____；
 - (2) 请你补全条形统计图，并在图上标明具体数据；
 - (3) 求参与科技制作社团所在扇形的圆心角度数；
 - (4) 请你估计全校有多少学生报名参加篮球社团活动。
23. (8分) 2019 年 1 月 14 日，国新办举行新闻发布会，海关总署新闻发言人李魁文在会上指出：在 2018 年，我国进出口规模创历史新高，全年外贸进出口总值为 30 万亿元人民币。有望继续保持全球货物贸易第一大国地位。预计 2020 年我国外贸进出口总值将达 36.3 万亿元人民币。求这两年我国外贸进出口总值的年平均增长率。
24. (8分) 某品牌太阳能热水器的实物图和横断面示意图如图所示。已知真空集热管 DE 与支架 CB 所在直线相交于点 O ，且 $OB = OE$ ；支架 BC 与水平线 AD 垂直。 $AC = 40cm$ ， $\angle ADE = 30^\circ$ ， $DE = 190cm$ ，另一支架 AB 与水平线夹角 $\angle BAD = 65^\circ$ ，求 OB 的长度(结果精确到 1cm；温馨提示： $\sin 65^\circ \approx 0.91$ ， $\cos 65^\circ \approx 0.42$ ， $\tan 65^\circ \approx 2.14$)



25. (8分) 如图1, 已知 $\odot O$ 外一点 P 向 $\odot O$ 作切线 PA , 点 A 为切点, 连接 PO 并延长交 $\odot O$ 于点 B , 连接 AO 并延长交 $\odot O$ 于点 C , 过点 C 作 $CD \perp PB$, 分别交 PB 于点 E , 交 $\odot O$ 于点 D , 连接 AD .

(1) 求证: $\triangle APO \sim \triangle DCA$;

(2) 如图2, 当 $AD = AO$ 时

①求 $\angle P$ 的度数;

②连接 AB , 在 $\odot O$ 上是否存在点 Q 使得四边形 $APQB$ 是菱形. 若存在, 请直接写出 $\frac{PQ}{CQ}$ 的值; 若不存在, 请说明理由.

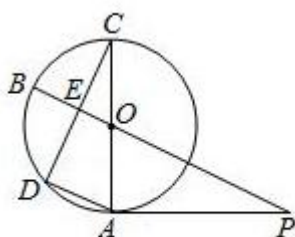


图1

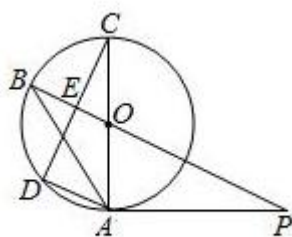


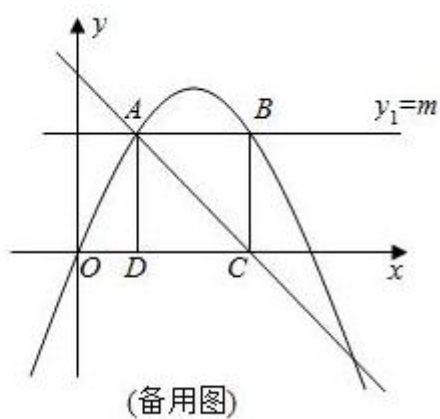
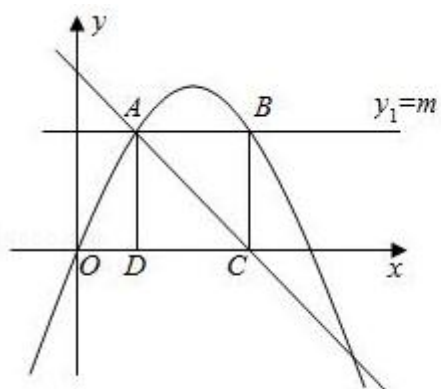
图2

26. (10分) 如图, 二次函数 $y = -\frac{1}{3}x^2 + bx + c$ 的图象过原点, 与 x 轴的另一个交点为 $(8, 0)$

(1) 求该二次函数的解析式;

(2) 在 x 轴上方作 x 轴的平行线 $y_1 = m$, 交二次函数图象于 A 、 B 两点, 过 A 、 B 两点分别作 x 轴的垂线, 垂足分别为点 D 、点 C . 当矩形 $ABCD$ 为正方形时, 求 m 的值;

(3) 在(2)的条件下, 动点 P 从点 A 出发沿射线 AB 以每秒1个单位长度匀速运动, 同时动点 Q 以相同的速度从点 A 出发沿线段 AD 匀速运动, 到达点 D 时立即原速返回, 当动点 Q 返回到点 A 时, P 、 Q 两点同时停止运动, 设运动时间为 t 秒($t > 0$). 过点 P 向 x 轴作垂线, 交抛物线于点 E , 交直线 AC 于点 F , 问: 以 A 、 E 、 F 、 Q 四点为顶点构成的四边形能否是平行四边形. 若能, 请求出 t 的值; 若不能, 请说明理由.



2019 年湖南省邵阳市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题有 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 【分析】根据无理数的定义：无限不循环小数是无理数即可求解．

【解答】解： $\sqrt{4}=2$ 是有理数； $\sqrt{2}$ 是无理数；

故选：C．

【点评】本题考查无理数；能够化简二次根式，理解无理数的定义是解题的关键．

2. 【分析】从正面看所得到的图形是主视图，从左面看到的图形是左视图，从上面看到的图象是俯视图．

【解答】解：A．俯视图与主视图都是正方形，故选项 A 不合题意；

B．俯视图与主视图都是长方形，故选项 B 不合题意；

C．俯视图是圆，主视图是三角形，故选项 C 符合题意；

D．俯视图与主视图都是圆，故选项 D 不合题意；

故选：C．

【点评】此题主要考查了三视图，关键是把握好三视图所看的方向．属于基础题，中考常考题型．

3. 【分析】根据科学记数法的表示方法 $a \times 10^n$ ($1 \leq a < 10$) 即可求解；

【解答】解：5700 亿元 = 570000000000 元 = 5.7×10^{11} 元；

故选：A．

【点评】本题考查科学记数法；熟练掌握科学记数法的表示方法是解题的关键．

4. 【分析】由三线八角以及平行线的性质可知，A，B，C 成立的条件题目并没有提供，而 D 选项中邻补角的和为 180° 一定正确．

【解答】解： $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是同位角， $\angle 2$ 与 $\angle 3$ 是内错角， $\angle 2$ 与 $\angle 4$ 是同旁内角，由平行线的性质可知，选项 A，B，C 成立的条件为 $l_1 \parallel l_2$ 时，而 $\angle 1$ 与 $\angle 4$ 是邻补角，故 D 正确．

故选：D．

【点评】本题考查三线八角的识别及平行线的性质和邻补角的概念．本题属于基础题，难度不大．

5. 【分析】把所有数据相加可对 A 进行判断；利用中位数和众数的定义对 B 、 C 进行判断；利用方差的计算公式计算出这组数据的方差，从而可对 D 进行判断（当然前面三个判断了可直接对 D 进行判断）。

【解答】解： A 、该班级所售图书的总收入为 $3 \times 14 + 4 \times 11 + 5 \times 10 + 6 \times 15 = 226$ ，所以 A 选项正确；

B 、第 25 个数为 4，第 26 个数为 5，所以这组数据的中位数为 4.5，所以 B 选项错误；

C 、这组数据的众数为 6，所以 C 选项错误；

D 、这组数据的平均数为 $\bar{x} = \frac{226}{50} = 4.52$ ，所以这组数据的方差 $S^2 = \frac{1}{50} [14(3 - 4.52)^2 + 11(4 - 4.52)^2 + 10(5 - 4.52)^2 + 15(6 - 4.52)^2] \approx 1.4$ ，所以 D 选项错误。

故选： A 。

【点评】本题考查方差的定义：一般地设 n 个数据， $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的平均数为 $\bar{x}$ ，则方差 $S^2 = \frac{1}{n} [(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$ 。也考查了中位数和众数。

6. 【分析】利用幂的乘方与积的乘方，单项式乘以多项式法则，合并同类项法则即可求解。

【解答】解： $(-2ab^2)^3 = -8a^3b^6$ ， A 错误；

$3ab + 2b$ 不能合并同类项， B 错误；

$(-x^2)(-2x)^3 = 8x^5$ ， C 错误；

故选： D 。

【点评】本题考查整式的运算；熟练掌握幂的乘方与积的乘方，单项式乘以多项式法则，合并同类项法则是解题的关键。

7. 【分析】根据两函数图象平行 k 相同，以及向下平移减即可判断。

【解答】解： $\because$ 将直线 l_1 向下平移若干个单位后得直线 l_2 ，

$\therefore$ 直线 $l_1 \parallel$ 直线 l_2 ，

$\therefore k_1 = k_2$ ，

$\because$ 直线 l_1 向下平移若干个单位后得直线 l_2 ，

$\therefore b_1 > b_2$ ，

$\therefore$ 当 $x = 5$ 时， $y_1 > y_2$ ，

故选： B 。

【点评】本题考查图形的平移变换和函数解析式之间的关系，在平面直角坐标系中，图形的平移与图形上某点的平移相同。平移中点的变化规律是：横坐标左移减，右移加；

纵坐标上移加，下移减．平移后解析式有这样一个规律“左加右减，上加下减”．关键是要搞清楚平移前后的解析式有什么关系．

8. 【分析】直接利用位似图形的性质进而分别分析得出答案．

【解答】解：∵以点 O 为位似中心，把 $\triangle ABC$ 放大为原图形的 2 倍得到 $\triangle A'B'C'$ ，
∴ $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ，点 C 、点 O 、点 C' 三点在同一直线上， $AB \parallel A'B'$ ，
 $AO:OA' = 1:2$ ，故选项 C 错误，符合题意．

故选：C．

【点评】此题主要考查了位似变换，正确把握位似图形的性质是解题关键．

9. 【分析】根据三角形内角和定理求出 $\angle C = 90^\circ - \angle B = 54^\circ$ ．由直角三角形斜边上的中线的性质得出 $AD = BD = CD$ ，利用等腰三角形的性质求出 $\angle BAD = \angle B = 36^\circ$ ， $\angle DAC = \angle C = 54^\circ$ ，利用三角形内角和定理求出 $\angle ADC = 180^\circ - \angle DAC - \angle C = 72^\circ$ ．再根据折叠的性质得出 $\angle ADF = \angle ADC = 72^\circ$ ，然后根据三角形外角的性质得出 $\angle BED = \angle BAD + \angle ADF = 108^\circ$ ．

【解答】解：∵在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $\angle B = 36^\circ$ ，

∴ $\angle C = 90^\circ - \angle B = 54^\circ$ ．

∵ AD 是斜边 BC 上的中线，

∴ $AD = BD = CD$ ，

∴ $\angle BAD = \angle B = 36^\circ$ ， $\angle DAC = \angle C = 54^\circ$ ，

∴ $\angle ADC = 180^\circ - \angle DAC - \angle C = 72^\circ$ ．

∵将 $\triangle ACD$ 沿 AD 对折，使点 C 落在点 F 处，

∴ $\angle ADF = \angle ADC = 72^\circ$ ，

∴ $\angle BED = \angle BAD + \angle ADF = 36^\circ + 72^\circ = 108^\circ$ ．

故选：B．

【点评】本题考查了折叠的性质：折叠是一种对称变换，它属于轴对称，折叠前后图形的形状和大小不变，位置变化，对应边和对应角相等．也考查了直角三角形斜边上的中线的性质、等腰三角形的性质、三角形内角和定理以及三角形外角的性质．

10. 【分析】根据津津乘坐这种出租车走了 7km ，付了 16 元；盼盼乘坐这种出租车走了 13km ，付了 28 元可列方程组．

【解答】解：设这种出租车的起步价为 x 元，超过 2km 后每千米收费 y 元，

则所列方程组为 $\begin{cases} x+(7-2)y=16 \\ x+(13-2)y=28 \end{cases}$,

故选：D.

【点评】本题主要考查由实际问题抽象出二元一次方程组，解题的关键是理解题意，找到题目蕴含的相等关系.

二、填空题（本大题有 8 个小题，每小题 3 分，共 24 分）

11. 【分析】根据相反数的定义，即可求解；

【解答】解： $\frac{2019}{2020}$ 的相反数是 $-\frac{2019}{2020}$ ；

故答案为 $-\frac{2019}{2020}$ ；

【点评】本题考查相反数；熟练掌握相反数的求法是解题的关键.

12. 【分析】画树状图得出所有等可能结果，从中找到取出 2 个小球的颜色恰好是一红一蓝的结果数，再根据概率公式计算可得.

【解答】解：画树状图如下：



由树状图知，共有 12 种等可能结果，其中取出 2 个小球的颜色恰好是一红一蓝的有 2 种结果，

所以取出 2 个小球的颜色恰好是一红一蓝的概率为 $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ ，

故答案为： $\frac{1}{6}$.

【点评】本题考查了列表法与树状图法求随机事件的概率，利用树形图可以清晰地表示出某个事件发生的所有可能；解题时还要注意是放回试验还是不放回试验. 用到的知识点为：概率 = 所求情况数与总情况数之比.

13. 【分析】已知 $A(-4, 2)$, B 是 OA 的中点，根据平行线等分线段定理可得点 B 的坐标，把 B 的坐标代入关系式可求 k 的值.

【解答】解：如图： $\because AC \parallel BD$, B 是 OA 的中点，

$\therefore OD = DC$

同理 $OF = EF$

$\because A(-4, 2)$

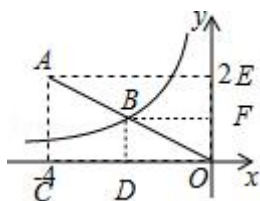
$$\therefore AC = 2, OC = 4$$

$$\therefore OD = CD = 2, BD = OF = EF = 1,$$

$$\therefore B(-2, 1) \text{ 代入 } y = \frac{k}{x} \text{ 得:}$$

$$\therefore k = -2 \times 1 = -2$$

故答案为: -2



【点评】 考查平行线等分线段定理，点的坐标与相应线段的长度的相互转化等知识；求出点 B 坐标，代入求 k 的值是本题的基本方法．

14. **【分析】** 分别求出每一个不等式的解集，根据口诀：同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小无解了确定不等式组的解集．

【解答】 解：解不等式 $x+4 < 3$ ，得： $x < -1$ ，

解不等式 $\frac{1-x}{3} \leq 1$ ，得： $x \geq -2$ ，

则不等式组的解集为 $-2 \leq x < -1$ ，

故答案为： $-2 \leq x < -1$ ．

【点评】 本题考查的是解一元一次不等式组，正确求出每一个不等式解集是基础，熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键．

15. **【分析】** 根据图形可知证明 $\triangle ADC \cong \triangle AEB$ 已经具备了一个公共角和一对相等边，因此可以利用 ASA 、 SAS 、 AAS 证明两三角形全等．

【解答】 解： $\because \angle A = \angle A, AD = AE$ ，

$\therefore$ 可以添加 $AB = AC$ ，此时满足 SAS ；

添加条件 $\angle ADC = \angle AEB$ ，此时满足 ASA ；

添加条件 $\angle ABE = \angle ACD$ ，此时满足 AAS ，

故答案为 $AB = AC$ 或 $\angle ADC = \angle AEB$ 或 $\angle ABE = \angle ACD$ ；

【点评】 本题考查了全等三角形的判定，是一道开放题，解题的关键是牢记全等三角形的判定方法．

16. **【分析】** 根据一元二次方程根的存在性，利用判别式 $\Delta > 0$ 求解即可；

【解答】 解：一元二次方程 $x^2 - 2x - m = 0$ 有两个不相等的实数根，

$$\therefore \Delta = 4 + 4m > 0,$$

$$\therefore m > -1;$$

故答案为 0;

【点评】 本题考查一元二次方程的根的存在性; 熟练掌握利用判别式 Δ 确定一元二次方程的根的存在性是解题的关键.

17. **【分析】** 应用勾股定理和正方形的面积公式可求解.

【解答】 解: $\because$ 勾 $a = 6$, 弦 $c = 10$,

$$\therefore \text{股} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8,$$

$$\therefore \text{小正方形的边长} = 8 - 6 = 2,$$

$$\therefore \text{小正方形的面积} = 2^2 = 4$$

故答案是: 4

【点评】 本题运用了勾股定理和正方形的面积公式, 关键是运用了数形结合的数学思想.

18. **【分析】** 作 $BH \perp y$ 轴于 H , 如图, 利用等边三角形的性质得到 $OH = AH = 2$, $\angle BOA = 60^\circ$, 再计算出 BH , 从而得到 B 点坐标为 $(2\sqrt{3}, 2)$, 然后根据关于原点对称的点的坐标特征求出点 B' 的坐标.

【解答】 解: 作 $BH \perp y$ 轴于 H , 如图,

$\because \triangle OAB$ 为等边三角形,

$$\therefore OH = AH = 2, \angle BOA = 60^\circ,$$

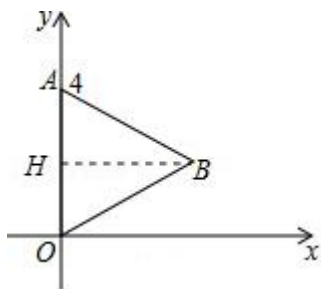
$$\therefore BH = \sqrt{3}OH = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore B \text{ 点坐标为 } (2\sqrt{3}, 2),$$

$\because$ 等边 $\triangle AOB$ 绕点 O 顺时针旋转 180° 得到 $\triangle A'OB'$,

$$\therefore \text{点 } B' \text{ 的坐标是 } (-2\sqrt{3}, -2).$$

故答案为 $(-2\sqrt{3}, -2)$.



【点评】 本题考查了坐标与图形变化 - 旋转: 图形或点旋转之后要结合旋转的角度和图形的特殊性质来求出旋转后的点的坐标. 常见的是旋转特殊角度如: 30° , 45° , 60° ,

90° , 180° . 也考查了等边三角形的性质.

三、解答题(本大题有 8 个小题,第 19-25 题每题 8 分,第 26 题 10 分,共 66 分,解答应写出必要的文字说明,演算步骤或证明过程)

19. 【分析】 分别化简每一项,再进行运算即可.

【解答】解: $\sqrt[3]{27} - (\frac{1}{3})^{-1} + |-2|\cos 60^\circ = 3 - 3 + 2 \times \frac{1}{2} = 1.$

【点评】 本题考查实数的运算,特殊三角函数值;熟练掌握实数的运算,牢记特殊的三角函数值是解题的关键.

20. 【分析】 先根据分式的混合运算顺序和运算法则化简原式,再将 m 的值代入计算可得.

【解答】解: 原式 $= (\frac{m+2}{m+2} - \frac{1}{m+2}) \div \frac{(m+1)^2}{2(m+1)}$
 $= \frac{m+1}{m+2} \cdot \frac{2}{m+1}$
 $= \frac{2}{m+2},$

当 $m = \sqrt{2} - 2$ 时,

原式 $= \frac{2}{\sqrt{2}-2+2} = \sqrt{2}.$

【点评】 本题主要考查分式的化简求值,解题的关键是掌握分式的混合运算顺序和运算法则.

21. 【分析】 (1) 利用等腰三角形的性质得到 $AD \perp BC$, $BD = CD$, 则可计算出 $BD = 6\sqrt{3}$, 然后利用扇形的面积公式,利用由弧 EF 及线段 FC 、 CB 、 BE 围成图形(图中阴影部分)的面积 $= S_{\triangle ABC} - S_{\text{扇形} EAF}$ 进行计算;

(2) 设圆锥的底面圆的半径为 r , 利用圆锥的侧面展开图为一扇形,这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长,扇形的半径等于圆锥的母线长和弧长公式得到 $2\pi r = \frac{120 \cdot \pi \cdot 6}{180}$, 解得 $r = 2$, 然后利用勾股定理计算这个圆锥的高 h .

【解答】解: $\because$ 在等腰 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 120^\circ$,

$\therefore \angle B = 30^\circ$,

$\because AD$ 是 $\angle BAC$ 的角平分线,

$\therefore AD \perp BC$, $BD = CD$,

$\therefore BD = \sqrt{3}AD = 6\sqrt{3}$,

$\therefore BC = 2BD = 12\sqrt{3}.$

$$\therefore \text{由弧 } EF \text{ 及线段 } FC、CB、BE \text{ 围成图形（图中阴影部分）的面积} = S_{\triangle ABC} - S_{\text{扇形 } EAF} = \frac{1}{2} \\ \times 6 \times 12\sqrt{3} - \frac{120 \cdot \pi \cdot 6^2}{360} = 36\sqrt{3} - 12\pi;$$

(2) 设圆锥的底面圆的半径为 r ,

$$\text{根据题意得 } 2\pi r = \frac{120 \cdot \pi \cdot 6}{180}, \text{ 解得 } r = 2,$$

$$\text{这个圆锥的高 } h = \sqrt{6^2 - 2^2} = 4\sqrt{2}.$$

【点评】 本题考查了圆锥的计算：圆锥的侧面展开图为一扇形，这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长，扇形的半径等于圆锥的母线长，也考查了等腰三角形的性质和扇形的面积公式。

22. **【分析】** (1) 利用摄影社团的人数除以摄影社团所占的百分比即可得到结论；

(2) 求出参与篮球社的人数和国学社的人数，补全条形统计图即可；

(3) 利用科技制作社团所占的百分比乘以 360° 即可得到结论；

(4) 利用全校学生数乘以参加篮球社团所占的百分比即可得到结论。

$$\text{【解答】解：(1) 本次抽样调查的样本容量是 } \frac{5}{10\%} = 50,$$

故答案为：50；

$$(2) \text{ 参与篮球社的人数} = 50 \times 20\% = 10 \text{ 人},$$

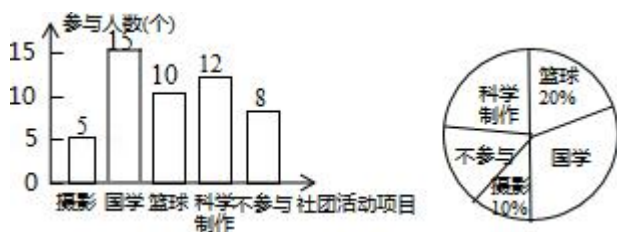
$$\text{参与国学社的人数为 } 50 - 5 - 10 - 12 - 8 = 15 \text{ 人},$$

补全条形统计图如图所示；

$$(3) \text{ 参与科技制作社团所在扇形的圆心角度数为 } 360^\circ \times \frac{12}{50} = 86.4^\circ;$$

$$(4) 3000 \times 20\% = 600 \text{ 名},$$

答：全校有 600 学生报名参加篮球社团活动。



【点评】 此题考查了扇形统计图，条形统计图，读懂统计图，从不同的统计表和统计图中得到必要的信息是解决问题的关键。扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小。

23. **【分析】** 根据 $a(1+x)^2 = b$ 增长率公式建立方程 $30(1+x)^2 = 36.3$ ，解方程即可。

【解答】 解：设平均增长率为 x ，根据题意列方程得

$$30(1+x)^2 = 36.3$$

解得 $x_1 = 0.1$, $x_2 = -2.1$ (舍)

答：我国外贸进出口总值的年平均增长率为 10%.

【点评】 本题考查了一元二次方程应用问题关于增长率类型，利用公式建立方程即可，记忆公式并运用公式是本题的关键.

24. **【分析】** 设 $OE = OB = 2x$ ，根据含 30 度角的直角三角形的性质以及锐角三角函数的定义即可求出答案.

【解答】 解：设 $OE = OB = 2x\text{cm}$,

$$\therefore OD = DE + OE = 190 + 2x,$$

$$\because \angle ADE = 30^\circ,$$

$$\therefore OC = \frac{1}{2}OD = 95 + x,$$

$$\therefore BC = OC - OB = 95 + x - 2x = 95 - x,$$

$$\because \tan \angle BAD = \frac{BC}{AC},$$

$$\therefore 2.14 = \frac{95 - x}{40},$$

解得： $x \approx 9.4\text{cm}$,

$$\therefore OB = 2x \approx 19\text{cm}.$$

【点评】 本题考查解直角三角形，解题的关键是熟练运用锐角三角函数的定义，本题属于中等题型.

25. **【分析】** (1) 由切线性质和直径 AC 可得 $\angle PAO = \angle CDA = 90^\circ$ ，由 $PB \parallel AD$ 可得 $\angle POD = \angle CAD$ ，即可得： $\triangle APO \sim \triangle DCA$;

(2) ①连接 OD ，由 $AD = OA = OD$ 可得 $\triangle OAD$ 是等边三角形，由此可得 $\angle POA = 60^\circ$ ， $\angle P = 30^\circ$ ；

②作 $BQ \perp AC$ 交 $\odot O$ 于 Q ，可证 $ABQP$ 为菱形，求 $\frac{PQ}{CQ}$ 可转化为求 $\frac{AB}{BC}$.

【解答】 解：(1) 证明：如图 1， $\because PA$ 切 $\odot O$ 于点 A ， AC 是 $\odot O$ 的直径，

$$\therefore \angle PAO = \angle CDA = 90^\circ$$

$$\because CD \perp PB$$

$$\therefore \angle CEP = 90^\circ$$

$$\therefore \angle CEP = \angle CDA$$

$$\therefore PB \parallel AD$$

$$\therefore \angle POA = \angle CAO$$

$$\therefore \triangle APO \sim \triangle DCA$$

(2) 如图 2, 连接 OD ,

$$\textcircled{1} \because AD = AO, OD = AO$$

$\therefore \triangle OAD$ 是等边三角形

$$\therefore \angle OAD = 60^\circ$$

$$\because PB \parallel AD$$

$$\therefore \angle POA = \angle OAD = 60^\circ$$

$$\because \angle PAO = 90^\circ$$

$$\therefore \angle P = 90^\circ - \angle POA = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

$\textcircled{2}$ 存在. 如图 2, 过点 B 作 $BQ \perp AC$ 交 $\odot O$ 于 Q , 连接 PQ, BC, CQ ,

由 $\textcircled{1}$ 得: $\angle POA = 60^\circ$, $\angle PAO = 90^\circ$

$$\therefore \angle BOC = \angle POA = 60^\circ$$

$$\because OB = OC$$

$$\therefore \angle ACB = 60^\circ$$

$$\therefore \angle BQC = \angle BAC = 30^\circ$$

$$\because BQ \perp AC,$$

$$\therefore CQ = BC$$

$$\because BC = OB = OA$$

$$\therefore \triangle CBQ \cong \triangle OBA \text{ (AAS)}$$

$$\therefore BQ = AB$$

$$\because \angle OBA = \angle OPA = 30^\circ$$

$$\therefore AB = AP$$

$$\therefore BQ = AP$$

$$\because PA \perp AC$$

$$\therefore BQ \parallel AP$$

$\therefore$ 四边形 $ABQP$ 是平行四边形

$$\because AB = AP$$

$\therefore$ 四边形 $ABQP$ 是菱形

∴点 A 的坐标为 $(4 - \sqrt{16-3m}, m)$, 点 B 的坐标为 $(4 + \sqrt{16-3m}, m)$,

∴点 D 的坐标为 $(4 - \sqrt{16-3m}, 0)$, 点 C 的坐标为 $(4 + \sqrt{16-3m}, 0)$.

∵矩形 $ABCD$ 为正方形,

$$\therefore 4 + \sqrt{16-3m} - (4 - \sqrt{16-3m}) = m,$$

解得: $m_1 = -16$ (舍去), $m_2 = 4$.

∴当矩形 $ABCD$ 为正方形时, m 的值为 4.

(3) 以 A 、 E 、 F 、 Q 四点为顶点构成的四边形能为平行四边形.

由 (2) 可知: 点 A 的坐标为 $(2, 4)$, 点 B 的坐标为 $(6, 4)$, 点 C 的坐标为 $(6, 0)$,

点 D 的坐标为 $(2, 0)$.

设直线 AC 的解析式为 $y = kx + a$ ($k \neq 0$),

将 $A(2, 4)$, $C(6, 0)$ 代入 $y = kx + a$, 得:

$$\begin{cases} 2k + a = 4 \\ 6k + a = 0 \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} k = -1 \\ a = 6 \end{cases},$$

∴直线 AC 的解析式为 $y = -x + 6$.

$$\text{当 } x = 2 + t \text{ 时, } y = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{8}{3}x = -\frac{1}{3}t^2 + \frac{4}{3}t + 4, \quad y = -x + 6 = -t + 4,$$

∴点 E 的坐标为 $(2 + t, -\frac{1}{3}t^2 + \frac{4}{3}t + 4)$, 点 F 的坐标为 $(2 + t, -t + 4)$.

∵以 A 、 E 、 F 、 Q 四点为顶点构成的四边形为平行四边形, 且 $AQ \parallel EF$,

∴ $AQ = EF$, 分三种情况考虑:

$$\text{①当 } 0 < t \leq 4 \text{ 时, 如图 1 所示, } AQ = t, \quad EF = -\frac{1}{3}t^2 + \frac{4}{3}t + 4 - (-t + 4) = -\frac{1}{3}t^2 + \frac{7}{3}t,$$

$$\therefore t = -\frac{1}{3}t^2 + \frac{7}{3}t,$$

解得: $t_1 = 0$ (舍去), $t_2 = 4$;

$$\text{②当 } 4 < t \leq 7 \text{ 时, 如图 2 所示, } AQ = 8 - t, \quad EF = -\frac{1}{3}t^2 + \frac{4}{3}t + 4 - (-t + 4) = -\frac{1}{3}t^2 + \frac{7}{3}t,$$

$$\therefore 8 - t = -\frac{1}{3}t^2 + \frac{7}{3}t,$$

解得: $t_3 = 4$ (舍去), $t_4 = 6$;

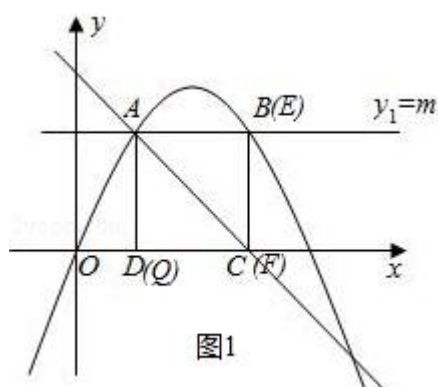
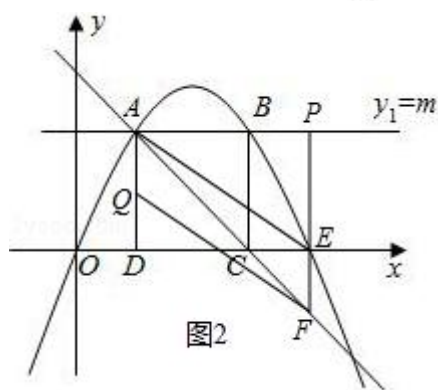
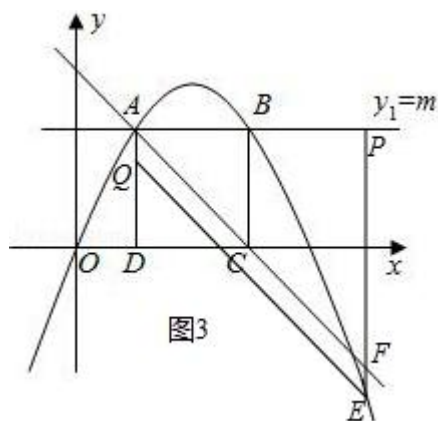
$$\text{③当 } 7 < t \leq 8 \text{ 时, 如图 3 所示, } AQ = 8 - t, \quad EF = -t + 4 - (-\frac{1}{3}t^2 + \frac{4}{3}t + 4) = \frac{1}{3}t^2 - \frac{7}{3}t,$$

$$\therefore 8 - t = \frac{1}{3}t^2 - \frac{7}{3}t,$$

解得: $t_5 = 2 - 2\sqrt{7}$ (舍去), $t_6 = 2 + 2\sqrt{7}$.

综上所述: 当以 A 、 E 、 F 、 Q 四点为顶点构成的四边形为平行四边形时, t 的值为 4, 6

或 $2+2\sqrt{7}$.



【点评】本题考查了待定系数法求二次函数解析式、二次函数图象上点的坐标特征、正方形的性质、待定系数法求一次函数解析式、一次函数图象上点的坐标特征以及平行四边形的性质，解题的关键是：（1）根据点的坐标，利用待定系数法求出二次函数解析式；（2）利用正方形的性质，找出关于 m 的方程；（3）分 $0 < t \leq 4$ ， $4 < t \leq 7$ ， $7 < t \leq 8$ 三种情况，利用平行四边形的性质找出关于 t 的一元二次方程。