

2019 年湖南省衡阳市中考数学试卷

一、选择题 (本大题共 12 个小题,每小题 3 分,满分 36 分在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.)

1. (3 分) $-\frac{3}{4}$ 的绝对值是 ()

- A. $-\frac{3}{4}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $-\frac{4}{3}$ D. $\frac{4}{3}$

2. (3 分) 如果分式 $\frac{1}{x+1}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围是 ()

- A. $x \neq -1$ B. $x > -1$ C. 全体实数 D. $x = -1$

3. (3 分) 2018 年 6 月 14 日, 探月工程嫦娥四号任务“鹊桥”中继星成功实施轨道捕获控制, 进入环绕距月球 65000 公里的地月拉格朗日 L_2 点 *Halo* 使命轨道, 成为世界首颗运行在地月 L_2 点 *Halo* 轨道的卫星, 用科学记数法表示 65000 公里为 () 公里.

- A. 0.65×10^5 B. 65×10^3 C. 6.5×10^4 D. 6.5×10^5

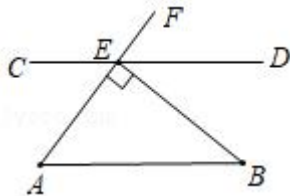
4. (3 分) 下列图形既是轴对称图形, 又是中心对称图形的是 ()



5. (3 分) 下列各式中, 计算正确的是 ()

- A. $8a - 3b = 5ab$ B. $(a^2)^3 = a^5$ C. $a^8 \div a^4 = a^2$ D. $a^2 \cdot a = a^3$

6. (3 分) 如图, 已知 $AB \parallel CD$, AF 交 CD 于点 E , 且 $BE \perp AF$, $\angle BED = 40^\circ$, 则 $\angle A$ 的度数是 ()



- A. 40° B. 50° C. 80° D. 90°

7. (3 分) 某校 5 名同学在“国学经典诵读”比赛中, 成绩 (单位: 分) 分别是 86, 95, 97, 90, 88, 这组数据的中位数是 ()

- A. 97 B. 90 C. 95 D. 88

8. (3分) 下列命题是假命题的是 ()

- A. n 边形 ($n \geq 3$) 的外角和是 360°
- B. 线段垂直平分线上的点到线段两个端点的距离相等
- C. 相等的角是对顶角
- D. 矩形的对角线互相平分且相等

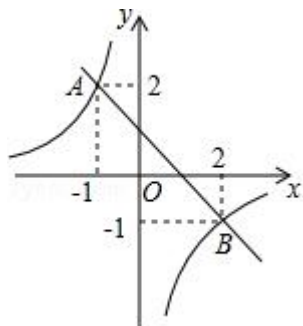
9. (3分) 不等式组 $\begin{cases} 2x > 3x \\ x+4 > 2 \end{cases}$ 的整数解是 ()

- A. 0
- B. -1
- C. -2
- D. 1

10. (3分) 国家实施“精准扶贫”政策以来, 很多贫困人口走向了致富的道路. 某地区 2016 年底有贫困人口 9 万人, 通过社会各界的努力, 2018 年底贫困人口减少至 1 万人. 设 2016 年底至 2018 年底该地区贫困人口的年平均下降率为 x , 根据题意列方程得 ()

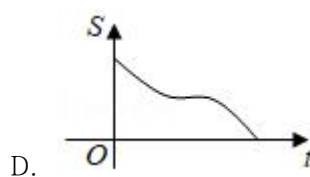
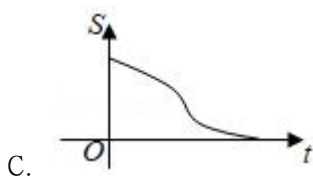
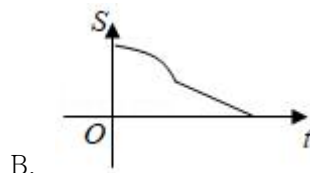
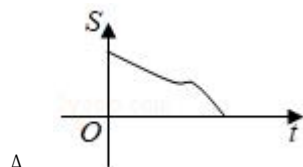
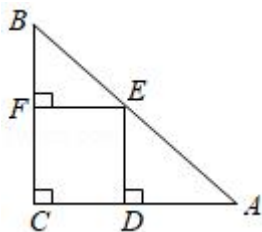
- A. $9(1-2x) = 1$
- B. $9(1-x)^2 = 1$
- C. $9(1+2x) = 1$
- D. $9(1+x)^2 = 1$

11. (3分) 如图, 一次函数 $y_1 = kx+b$ ($k \neq 0$) 的图象与反比例函数 $y_2 = \frac{m}{x}$ (m 为常数且 $m \neq 0$) 的图象都经过 $A(-1, 2)$, $B(2, -1)$, 结合图象, 则不等式 $kx+b > \frac{m}{x}$ 的解集是 ()



- A. $x < -1$
- B. $-1 < x < 0$
- C. $x < -1$ 或 $0 < x < 2$
- D. $-1 < x < 0$ 或 $x > 2$

12. (3分) 如图, 在直角三角形 ABC 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = BC$, E 是 AB 的中点, 过点 E 作 AC 和 BC 的垂线, 垂足分别为点 D 和点 F , 四边形 $CDEF$ 沿着 CA 方向匀速运动, 点 C 与点 A 重合时停止运动, 设运动时间为 t , 运动过程中四边形 $CDEF$ 与 $\triangle ABC$ 的重叠部分面积为 S . 则 S 关于 t 的函数图象大致为 ()



二、填空题 (本大题共 6 个小题, 每小题 3 分, 满分 18 分.)

13. (3 分) 因式分解: $2a^2 - 8 =$ _____.

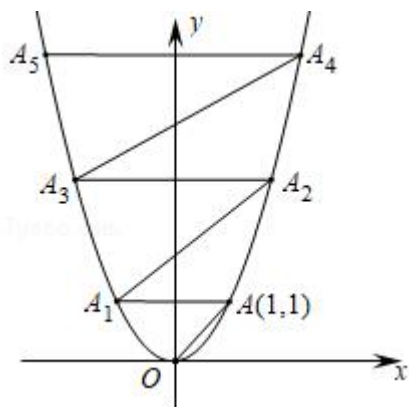
14. (3 分) 在一个不透明布袋里装有 3 个白球、2 个红球和 a 个黄球, 这些球除颜色不同其它没有任何区别. 若从该布袋里任意摸出 1 个球, 该球是黄球的概率为 $\frac{1}{2}$, 则 a 等于_____.

15. (3 分) $\sqrt{27} - \sqrt{3} =$ _____.

16. (3 分) 计算: $\frac{x}{x-1} + \frac{1}{1-x} =$ _____.

17. (3 分) 已知圆的半径是 6, 则圆内接正三角形的边长是_____.

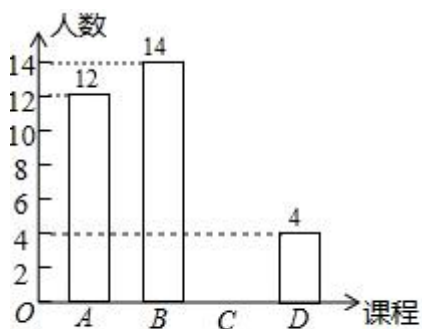
18. (3 分) 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = x^2$ 的图象如图所示. 已知 A 点坐标为 $(1, 1)$, 过点 A 作 $AA_1 \parallel x$ 轴交抛物线于点 A_1 , 过点 A_1 作 $A_1A_2 \parallel OA$ 交抛物线于点 A_2 , 过点 A_2 作 $A_2A_3 \parallel x$ 轴交抛物线于点 A_3 , 过点 A_3 作 $A_3A_4 \parallel OA$ 交抛物线于点 $A_4 \cdots$, 依次进行下去, 则点 A_{2019} 的坐标为_____.



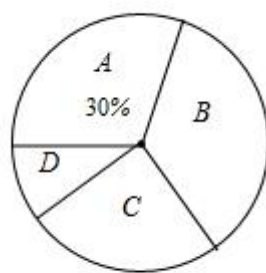
三、解答题 (本大题共 8 个小题, 19-20 题每题 6 分, 21-24 题每题 8 分, 25 题 10 分, 26 题 12 分, 满分 66 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

19. (6 分) $(\frac{1}{2})^{-3} + \sqrt{3} - 2 + \tan 60^\circ - (-2019)^0$

20. (6 分) 进行了统计, 并绘制了如下两幅不完整的统计图. 请结合统计图中的信息解决下列问题:



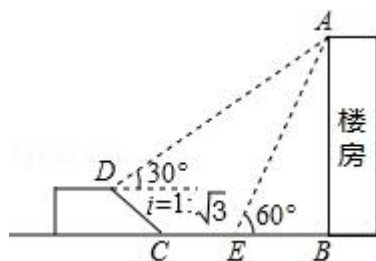
课程选择情况条形统计图



课程选择情况扇形统计图

- (1) 这次学校抽查的学生人数是_____;
 - (2) 将条形统计图补充完整;
 - (3) 如果该校共有 1000 名学生, 请你估计该校报 D 的学生约有多少人?
21. (8 分) 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 3x + k = 0$ 有实数根.
- (1) 求 k 的取值范围;
 - (2) 如果 k 是符合条件的最大整数, 且一元二次方程 $(m-1)x^2 + x + m - 3 = 0$ 与方程 $x^2 - 3x + k = 0$ 有一个相同的根, 求此时 m 的值.
22. (8 分) 如图, 在一次综合实践活动中, 小亮要测量一楼房的高度, 先在坡面 D 处测得楼房顶部 A 的仰角为 30° , 沿坡面向下走到坡脚 C 处, 然后向楼房方向继续行走 10 米到达 E 处, 测得楼房顶部 A 的仰角为 60° . 已知坡面 $CD = 10$ 米, 山坡的坡度 $i = 1 : \sqrt{3}$ (坡度 i 是指坡面的铅直高度与水平宽度的比), 求楼房 AB 高度. (结果精确到 0.1 米)

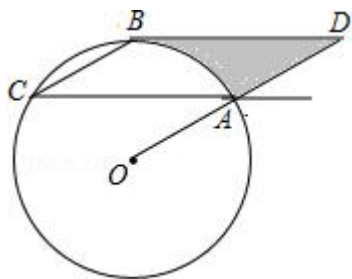
(参考数据: $\sqrt{3} \approx 1.73$, $\sqrt{2} \approx 1.41$)



23. (8分) 如图, 点 A 、 B 、 C 在半径为 8 的 $\odot O$ 上, 过点 B 作 $BD \parallel AC$, 交 OA 延长线于点 D . 连接 BC , 且 $\angle BCA = \angle OAC = 30^\circ$.

(1) 求证: BD 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 求图中阴影部分的面积.



24. (8分) 某商店购进 A 、 B 两种商品, 购买 1 个 A 商品比购买 1 个 B 商品多花 10 元, 并且花费 300 元购买 A 商品和花费 100 元购买 B 商品的数量相等.

(1) 求购买一个 A 商品和一个 B 商品各需要多少元;

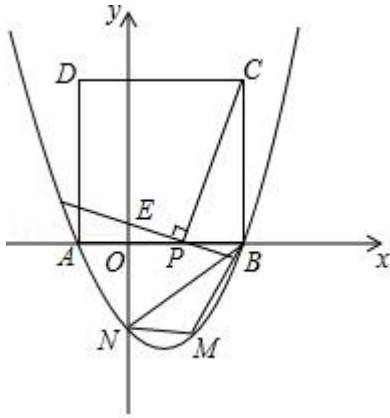
(2) 商店准备购买 A 、 B 两种商品共 80 个, 若 A 商品的数量不少于 B 商品数量的 4 倍, 并且购买 A 、 B 商品的总费用不低于 1000 元且不高于 1050 元, 那么商店有哪几种购买方案?

25. (10分) 如图, 二次函数 $y = x^2 + bx + c$ 的图象与 x 轴交于点 $A(-1, 0)$ 和点 $B(3, 0)$, 与 y 轴交于点 N , 以 AB 为边在 x 轴上方作正方形 $ABCD$, 点 P 是 x 轴上一动点, 连接 CP , 过点 P 作 CP 的垂线与 y 轴交于点 E .

(1) 求该抛物线的函数关系表达式;

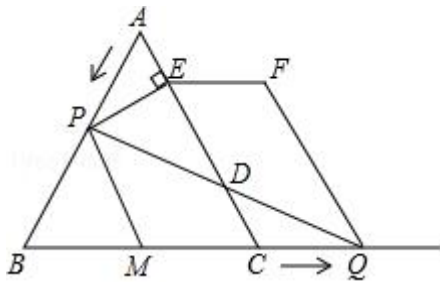
(2) 当点 P 在线段 OB (点 P 不与 O 、 B 重合) 上运动至何处时, 线段 OE 的长有最大值? 并求出这个最大值;

(3) 在第四象限的抛物线上任取一点 M , 连接 MN 、 MB . 请问: $\triangle MBN$ 的面积是否存在最大值? 若存在, 求出此时点 M 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



26. (12 分) 如图, 在等边 $\triangle ABC$ 中, $AB=6\text{cm}$, 动点 P 从点 A 出发以 1cm/s 的速度沿 AB 匀速运动. 动点 Q 同时从点 C 出发以同样的速度沿 BC 的延长线方向匀速运动, 当点 P 到达点 B 时, 点 P 、 Q 同时停止运动. 设运动时间为 t (s). 过点 P 作 $PE \perp AC$ 于 E , 连接 PQ 交 AC 边于 D . 以 CQ 、 CE 为边作平行四边形 $CQFE$.

- (1) 当 t 为何值时, $\triangle BPQ$ 为直角三角形;
- (2) 是否存在某一时刻 t , 使点 F 在 $\angle ABC$ 的平分线上? 若存在, 求出 t 的值, 若不存在, 请说明理由;
- (3) 求 DE 的长;
- (4) 取线段 BC 的中点 M , 连接 PM , 将 $\triangle BPM$ 沿直线 PM 翻折, 得 $\triangle B'PM$, 连接 AB' , 当 t 为何值时, AB' 的值最小? 并求出最小值.



2019 年湖南省衡阳市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题 (本大题共 12 个小题,每小题 3 分,满分 36 分在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.)

1. (3 分) $-\frac{3}{4}$ 的绝对值是 ()

- A. $-\frac{3}{4}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $-\frac{4}{3}$ D. $\frac{4}{3}$

【分析】根据负数的绝对值是它的相反数, 即可解答.

【解答】解: $|- \frac{3}{4}| = \frac{3}{4}$, 故选: B.

【点评】本题考查了相反数, 解决本题的关键是熟记负数的绝对值是它的相反数.

2. (3 分) 如果分式 $\frac{1}{x+1}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围是 ()

- A. $x \neq -1$ B. $x > -1$ C. 全体实数 D. $x = -1$

【分析】根据分式有意义的条件即可求出答案.

【解答】解: 由题意可知: $x+1 \neq 0$,

$$x \neq -1,$$

故选: A.

【点评】本题考查分式的有意义的条件, 解题的关键是熟练运用分式有意义的条件, 本题属于基础题型.

3. (3 分) 2018 年 6 月 14 日, 探月工程嫦娥四号任务“鹊桥”中继星成功实施轨道捕获控制, 进入环绕距月球 65000 公里的地月拉格朗日 L_2 点 Halo 使命轨道, 成为世界首颗运行在地月 L_2 点 Halo 轨道的卫星, 用科学记数法表示 65000 公里为 () 公里.

- A. 0.65×10^5 B. 65×10^3 C. 6.5×10^4 D. 6.5×10^5

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

【解答】解: 科学记数法表示 65000 公里为 6.5×10^4 公里.

故选: C.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其

中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

4. (3分) 下列图形既是轴对称图形, 又是中心对称图形的是 ()



【分析】 直接利用轴对称图形和中心对称图形的概念求解.

【解答】 解: A 、是轴对称图形, 但不是中心对称图形, 故此选项错误;

B 、不是轴对称图形, 也是中心对称图形, 故此选项错误;

C 、是轴对称图形, 不是中心对称图形, 故此选项错误;

D 、既是中心对称图形也是轴对称图形, 故此选项正确.

故选: D .

【点评】 此题主要考查了中心对称与轴对称的概念: 轴对称的关键是寻找对称轴, 两边图象折叠后可重合, 中心对称是要寻找对称中心, 旋转 180° 后与原图重合.

5. (3分) 下列各式中, 计算正确的是 ()

A. $8a - 3b = 5ab$ B. $(a^2)^3 = a^5$ C. $a^8 \div a^4 = a^2$ D. $a^2 \cdot a = a^3$

【分析】 分别根据合并同类项的法则、同底数幂的乘法法则、幂的乘方法则以及同底数幂除法法则解答即可.

【解答】 解: A 、 $8a$ 与 $3b$ 不是同类项, 故不能合并, 故选项 A 不合题意;

B 、 $(a^2)^3 = a^6$, 故选项 B 不合题意;

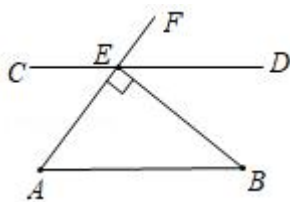
C 、 $a^8 \div a^4 = a^4$, 故选项 C 不符合题意;

D 、 $a^2 \cdot a = a^3$, 故选项 D 符合题意.

故选: D .

【点评】 本题主要考查了幂的运算性质以及合并同类项的法则, 熟练掌握运算法则是解答本题的关键.

6. (3分) 如图, 已知 $AB \parallel CD$, AF 交 CD 于点 E , 且 $BE \perp AF$, $\angle BED = 40^\circ$, 则 $\angle A$ 的度数是 ()



- A. 40° B. 50° C. 80° D. 90°

【分析】 直接利用垂线的定义结合平行线的性质得出答案.

【解答】 解: $\because BE \perp AF$, $\angle BED = 40^\circ$,

$$\therefore \angle FED = 50^\circ,$$

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle A = \angle FED = 50^\circ.$$

故选: B.

【点评】 此题主要考查了平行线的性质以及垂线的定义, 正确得出 $\angle FED$ 的度数是解题关键.

7. (3分) 某校5名同学在“国学经典颂读”比赛中, 成绩(单位: 分) 分别是86, 95, 97, 90, 88, 这组数据的中位数是 ()
- A. 97 B. 90 C. 95 D. 88

【分析】 先将题中的数据按照从小到大的顺序排列, 然后根据中位数的概念求解即可.

【解答】 解: 将小明所在小组的5个同学的成绩重新排列为: 86、88、90、95、97, 所以这组数据的中位数为90分,

故选: B.

【点评】 本题考查了中位数的概念: 将一组数据按照从小到大(或从大到小)的顺序排列, 如果数据的个数是奇数, 则处于中间位置的数就是这组数据的中位数; 如果这组数据的个数是偶数, 则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数.

8. (3分) 下列命题是假命题的是 ()
- A. n 边形 ($n \geq 3$) 的外角和是 360°
- B. 线段垂直平分线上的点到线段两个端点的距离相等
- C. 相等的角是对顶角
- D. 矩形的对角线互相平分且相等

【分析】 根据多边形的外角和、线段垂直平分线的性质、对顶角和矩形的性质判断即可.

【解答】 解: A、 n 边形 ($n \geq 3$) 的外角和是 360° , 是真命题;

B、线段垂直平分线上的点到线段两个端点的距离相等，是真命题；

C、相等的角不一定是对顶角，是假命题；

D、矩形的对角线互相平分且相等，是真命题；

故选：C.

【点评】本题考查了命题与定理：判断事物的语句叫命题；正确的命题称为真命题，错误的命题称为假命题；经过推理论证的真命题称为定理.

9. (3分) 不等式组 $\begin{cases} 2x > 3x \\ x+4 > 2 \end{cases}$ 的整数解是 ()

A. 0

B. -1

C. -2

D. 1

【分析】先求出不等式组的解集，再求出整数解，即可得出选项.

【解答】解： $\begin{cases} 2x > 3x \text{ ①} \\ x+4 > 2 \text{ ②} \end{cases}$

解不等式①得： $x < 0$,

解不等式②得： $x > -2$,

∴ 不等式组的解集为 $-2 < x < 0$,

∴ 不等式组 $\begin{cases} 2x > 3x \\ x+4 > 2 \end{cases}$ 的整数解是 -1,

故选：B.

【点评】本题考查了解一元一次不等式的应用，能灵活运用不等式的性质进行变形是解此题的关键.

10. (3分) 国家实施“精准扶贫”政策以来，很多贫困人口走向了致富的道路. 某地区 2016 年底有贫困人口 9 万人，通过社会各界的努力，2018 年底贫困人口减少至 1 万人. 设 2016 年底至 2018 年底该地区贫困人口的年平均下降率为 x ，根据题意列方程得 ()

A. $9(1-2x) = 1$ B. $9(1-x)^2 = 1$ C. $9(1+2x) = 1$ D. $9(1+x)^2 = 1$

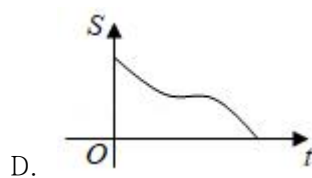
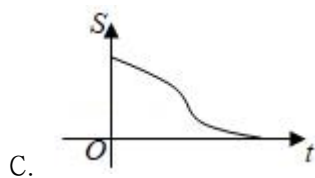
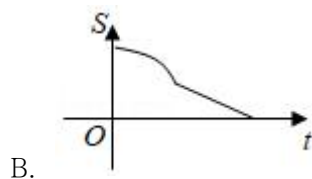
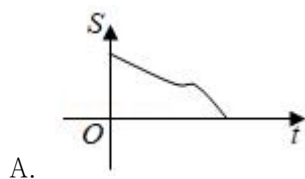
【分析】等量关系为：2016 年贫困人口 $\times$ (1 - 下降率)² = 2018 年贫困人口，把相关数值代入计算即可.

【解答】解：设这两年全省贫困人口的年平均下降率为 x ，根据题意得：

$9(1-x)^2 = 1$,

故选：B.

【点评】本题考查由实际问题抽象出一元二次方程，得到 2 年内变化情况的等量关系是



【分析】根据已知条件得到 $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形，推出四边形 $EFCD$ 是正方形，设正方形的边长为 a ，当移动的距离 $< a$ 时，如图1 $S = \text{正方形的面积} - \triangle EE'H$ 的面积 = $a^2 - \frac{1}{2}t^2$ ；当移动的距离 $> a$ 时，如图2， $S = S_{\triangle AC'H} = \frac{1}{2}(2a - t)^2 = \frac{1}{2}t^2 - 2at + 2a^2$ ，根据函数关系式即可得到结论；

【解答】解： $\because$ 在直角三角形 ABC 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = BC$ ，

$\therefore \triangle ABC$ 是等腰直角三角形，

$\because EF \perp BC$ ， $ED \perp AC$ ，

$\therefore$ 四边形 $EFCD$ 是矩形，

$\because E$ 是 AB 的中点，

$\therefore EF = \frac{1}{2}AC$ ， $DE = \frac{1}{2}BC$ ，

$\therefore EF = ED$ ，

$\therefore$ 四边形 $EFCD$ 是正方形，

设正方形的边长为 a ，

如图1当移动的距离 $< a$ 时， $S = \text{正方形的面积} - \triangle EE'H$ 的面积 = $a^2 - \frac{1}{2}t^2$ ；

当移动的距离 $> a$ 时，如图2， $S = S_{\triangle AC'H} = \frac{1}{2}(2a - t)^2 = \frac{1}{2}t^2 - 2at + 2a^2$ ，

$\therefore S$ 关于 t 的函数图象大致为C选项，

故选：C.

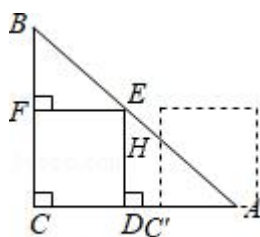
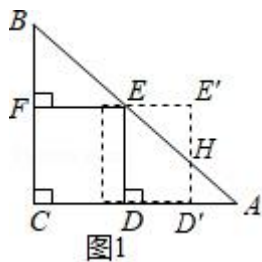


图2



【点评】 本题考查动点问题的函数图象，正方形的性质、勾股定理等知识，解题的关键是读懂题意，学会分类讨论的思想，属于中考常考题型.

二、填空题 (本大题共 6 个小题，每小题 3 分，满分 18 分.)

13. (3 分) 因式分解: $2a^2 - 8 = \underline{2(a+2)(a-2)}$.

【分析】 首先提取公因式 2，进而利用平方差公式分解因式即可.

【解答】 解: $2a^2 - 8 = 2(a^2 - 4) = 2(a+2)(a-2)$.

故答案为: $2(a+2)(a-2)$.

【点评】 此题主要考查了提取公因式法以及公式法分解因式，熟练应用乘法公式是解题关键.

14. (3 分) 在一个不透明布袋里装有 3 个白球、2 个红球和 a 个黄球，这些球除颜色不同其它没有任何区别. 若从该布袋里任意摸出 1 个球，该球是黄球的概率为 $\frac{1}{2}$ ，则 a 等于 5.

【分析】 根据概率公式列出关于 a 的方程，解之可得.

【解答】 解: 根据题意知 $\frac{a}{3+2+a} = \frac{1}{2}$,

解得 $a = 5$,

经检验: $a = 5$ 是原分式方程的解,

$\therefore a = 5$,

故答案为: 5.

【点评】 本题主要考查概率公式，解题的关键是掌握概率 = 所求情况数与总情况数之比.

15. (3 分) $\sqrt{27} - \sqrt{3} = \underline{2\sqrt{3}}$.

【分析】 先将二次根式化为最简，然后合并同类二次根式即可得出答案.

【解答】 解: 原式 $= 3\sqrt{3} - \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$.

故答案为: $2\sqrt{3}$.

【点评】 此题考查了二次根式的加减运算，属于基础题，解答本题的关键是掌握二次根式的化简及同类二次根式的合并，难度一般.

16. (3分) 计算: $\frac{x}{x-1} + \frac{1}{1-x} = \underline{1}$.

【分析】原式变形后, 利用同分母分式的减法法则计算即可得到结果.

【解答】解: 原式 $= \frac{x}{x-1} - \frac{1}{x-1}$
 $= \frac{x-1}{x-1}$
 $= 1$.

故答案为: 1.

【点评】此题考查了分式的加减法, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

17. (3分) 已知圆的半径是 6, 则圆内接正三角形的边长是 $\underline{6\sqrt{3}}$.

【分析】易得正三角形的中心角为 120° , 那么中心角的一半为 60° , 利用 60° 的正弦值可得正三角形边长的一半, 乘以 2 即为正三角形的边长.

【解答】解: 如图, 圆半径为 6, 求 AB 长.

$$\angle AOB = 360^\circ \div 3 = 120^\circ$$

连接 OA , OB , 作 $OC \perp AB$ 于点 C ,

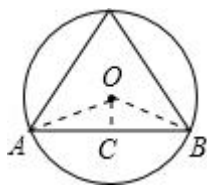
$$\because OA = OB,$$

$$\therefore AB = 2AC, \angle AOC = 60^\circ,$$

$$\therefore AC = OA \times \sin 60^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3},$$

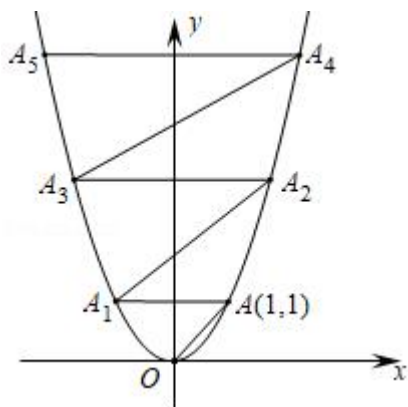
$$\therefore AB = 2AC = 6\sqrt{3},$$

故答案为: $6\sqrt{3}$.



【点评】本题考查的是三角形的外接圆与外心, 先利用垂径定理和相应的三角函数知识得到 AC 的值是解决本题的关键.

18. (3分) 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = x^2$ 的图象如图所示. 已知 A 点坐标为 $(1, 1)$, 过点 A 作 $AA_1 \parallel x$ 轴交抛物线于点 A_1 , 过点 A_1 作 $A_1A_2 \parallel OA$ 交抛物线于点 A_2 , 过点 A_2 作 $A_2A_3 \parallel x$ 轴交抛物线于点 A_3 , 过点 A_3 作 $A_3A_4 \parallel OA$ 交抛物线于点 $A_4 \cdots$, 依次进行下去, 则点 A_{2019} 的坐标为 $\underline{(-1010, 1010^2)}$.



【分析】根据二次函数性质可得出点 A_1 的坐标，求得直线 A_1A_2 为 $y = x+2$ ，联立方程求得 A_2 的坐标，即可求得 A_3 的坐标，同理求得 A_4 的坐标，即可求得 A_5 的坐标，根据坐标的变化找出变化规律，即可找出点 A_{2019} 的坐标.

【解答】解：∵ A 点坐标为 $(1, 1)$,

∴ 直线 OA 为 $y = x$, $A_1(-1, 1)$,

∴ $A_1A_2 \parallel OA$,

∴ 直线 A_1A_2 为 $y = x+2$,

$$\text{解} \begin{cases} y = x+2 \\ y = x^2 \end{cases} \text{得} \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases} \text{或} \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases},$$

∴ $A_2(2, 4)$,

∴ $A_3(-2, 4)$,

∴ $A_3A_4 \parallel OA$,

∴ 直线 A_3A_4 为 $y = x+6$,

$$\text{解} \begin{cases} y = x+6 \\ y = x^2 \end{cases} \text{得} \begin{cases} x = -2 \\ y = 4 \end{cases} \text{或} \begin{cases} x = 3 \\ y = 9 \end{cases},$$

∴ $A_4(3, 9)$,

∴ $A_5(-3, 9)$

∴,

∴ $A_{2019}(-1010, 1010^2)$,

故答案为 $(-1010, 1010^2)$.

【点评】本题考查了二次函数图象上点的坐标特征、一次函数的图象以及交点的坐标，根据坐标的变化找出变化规律是解题的关键.

三、解答题 (本大题共 8 个小题, 19-20 题每题 6 分, 21-24 题每题 8 分, 25 题 10 分, 26

题 12 分，满分 66 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

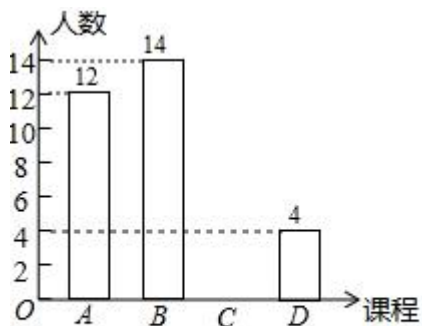
19. (6 分) $(\frac{1}{2})^{-3} + \sqrt{3} - 2 + \tan 60^\circ - (-2019)^0$

【分析】直接利用特殊角的三角函数值以及零指数幂的性质、特殊角的三角函数值分别化简得出答案.

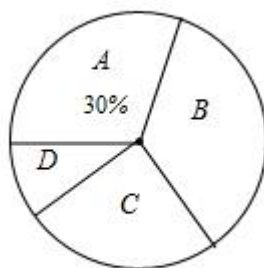
【解答】解：原式 $= 8 + 2 - \sqrt{3} + \sqrt{3} - 1$
 $= 9.$

【点评】此题主要考查了实数运算，正确化简各数是解题关键.

20. (6 分) 进行了统计，并绘制了如下两幅不完整的统计图. 请结合统计图中的信息解决下列问题:



课程选择情况条形统计图



课程选择情况扇形统计图

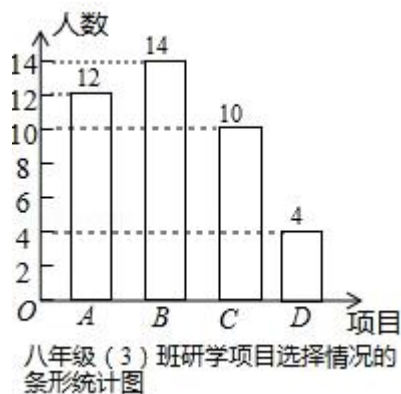
- (1) 这次学校抽查的学生人数是 40;
- (2) 将条形统计图补充完整;
- (3) 如果该校共有 1000 名学生，请你估计该校报 D 的学生约有多少人?

【分析】(1) 利用 A 项目的频数除以它所占的百分比得到调查的总人数;
(2) 计算出 C 项目的人数后补全条形统计图即可;
(3) 用总人数乘以样本中该校报 D 的学生数占被调查学生数的比例即可得.

【解答】解：(1) 这次学校抽查的学生人数是 $12 \div 30\% = 40$ (人)，
故答案为：40 人；

(2) C 项目的人数为 $40 - 12 - 14 - 4 = 10$ (人)

条形统计图补充为：



(3) 估计全校报名军事竞技的学生有 $1000 \times \frac{4}{40} = 100$ (人).

【点评】 本题考查条形统计图、扇形统计图、用样本估计总体, 解答本题的关键是明确题意, 找出所求问题需要的条件, 利用数形结合的思想解答.

21. (8分) 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 3x + k = 0$ 有实数根.

(1) 求 k 的取值范围;

(2) 如果 k 是符合条件的最大整数, 且一元二次方程 $(m-1)x^2 + x + m - 3 = 0$ 与方程 $x^2 - 3x + k = 0$ 有一个相同的根, 求此时 m 的值.

【分析】 (1) 利用判别式的意义得到 $\Delta = (-3)^2 - 4k \geq 0$, 然后解不等式即可;

(2) 利用 (1) 中的结论得到 k 的最大整数为 2, 解方程 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 解得 $x_1 = 1$, $x_2 = 2$, 把 $x = 1$ 和 $x = 2$ 分别代入一元二次方程 $(m-1)x^2 + x + m - 3 = 0$ 求出对应的 m , 同时满足 $m - 1 \neq 0$.

【解答】 解: (1) 根据题意得 $\Delta = (-3)^2 - 4k \geq 0$,

解得 $k \leq \frac{9}{4}$;

(2) k 的最大整数为 2,

方程 $x^2 - 3x + k = 0$ 变形为 $x^2 - 3x + 2 = 0$, 解得 $x_1 = 1$, $x_2 = 2$,

$\therefore$ 一元二次方程 $(m-1)x^2 + x + m - 3 = 0$ 与方程 $x^2 - 3x + k = 0$ 有一个相同的根,

$\therefore$ 当 $x = 1$ 时, $m - 1 + 1 + m - 3 = 0$, 解得 $m = \frac{3}{2}$;

当 $x = 2$ 时, $4(m-1) + 2 + m - 3 = 0$, 解得 $m = 1$,

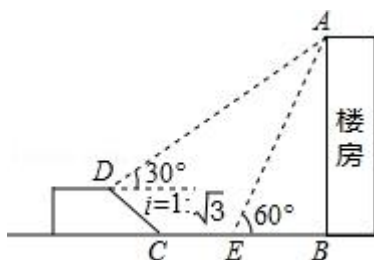
而 $m - 1 \neq 0$,

$\therefore m$ 的值为 $\frac{3}{2}$.

【点评】 本题考查了根的判别式: 一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的根与 $\Delta = b^2 - 4ac$ 有如下关系: 当 $\Delta > 0$ 时, 方程有两个不相等的实数根; 当 $\Delta = 0$ 时, 方程有两个相等的

实数根；当 $\Delta < 0$ 时，方程无实数根.

22. (8分) 如图，在一次综合实践活动中，小亮要测量一楼房的高度，先在坡面 D 处测得楼房顶部 A 的仰角为 30° ，沿坡面向下走到坡脚 C 处，然后向楼房方向继续行走10米到达 E 处，测得楼房顶部 A 的仰角为 60° . 已知坡面 $CD=10$ 米，山坡的坡度 $i=1:\sqrt{3}$ (坡度 i 是指坡面的铅直高度与水平宽度的比)，求楼房 AB 高度. (结果精确到0.1米) (参考数据： $\sqrt{3}\approx 1.73$, $\sqrt{2}\approx 1.41$)



【分析】过 D 作 $DG\perp BC$ 于 G ， $DH\perp AB$ 于 H ，交 AE 于 F ，作 $FP\perp BC$ 于 P ，则 $DG=FP=BH$ ， $DF=GP$ ，求出 $\angle DCG=30^\circ$ ，得出 $FP=DG=\frac{1}{2}CD=5$ ， $CG=\sqrt{3}DG=5\sqrt{3}$ ，求出 $DF=GP=\frac{20\sqrt{3}}{3}+10$ ，证出 $\angle DAF=30^\circ=\angle ADF$ ，得出 $AF=DF=\frac{20\sqrt{3}}{3}+10$ ，得出 $FH=\frac{1}{2}AF=\frac{10\sqrt{3}}{3}+5$ ，因此 $AH=\sqrt{3}FH=10+5\sqrt{3}$ ，即可得出答案.

【解答】解：过 D 作 $DG\perp BC$ 于 G ， $DH\perp AB$ 于 H ，交 AE 于 F ，作 $FP\perp BC$ 于 P ，如图所示：

则 $DG=FP=BH$ ， $DF=GP$ ，

$\because$ 坡面 $CD=10$ 米，山坡的坡度 $i=1:\sqrt{3}$ ，

$\therefore \angle DCG=30^\circ$ ，

$\therefore FP=DG=\frac{1}{2}CD=5$ ，

$\therefore CG=\sqrt{3}DG=5\sqrt{3}$ ，

$\because \angle FEP=60^\circ$ ，

$\therefore FP=\sqrt{3}EP=5$ ，

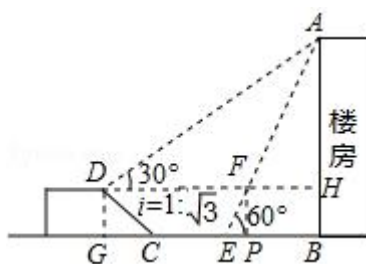
$\therefore EP=\frac{5\sqrt{3}}{3}$ ，

$\therefore DF=GP=5\sqrt{3}+10+\frac{5\sqrt{3}}{3}=\frac{20\sqrt{3}}{3}+10$ ，

$\because \angle AEB=60^\circ$ ，

$\therefore \angle EAB=30^\circ$ ，

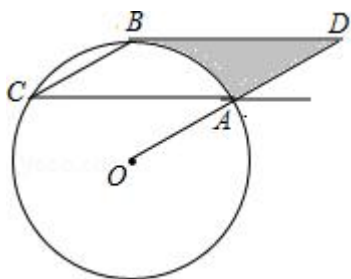
$\therefore \angle ADH = 30^\circ$,
 $\therefore \angle DAH = 60^\circ$,
 $\therefore \angle DAF = 30^\circ = \angle ADF$,
 $\therefore AF = DF = \frac{20\sqrt{3}}{3} + 10$,
 $\therefore FH = \frac{1}{2}AF = \frac{10\sqrt{3}}{3} + 5$,
 $\therefore AH = \sqrt{3}FH = 10 + 5\sqrt{3}$,
 $\therefore AB = AH + BH = 10 + 5\sqrt{3} + 5 = 15 + 5\sqrt{3} \approx 15 + 5 \times 1.73 \approx 23.7$ (米),
 答: 楼房 AB 高度约为 23.7 米.



【点评】 此题是解直角三角形的应用——仰角、俯角问题，主要考查了仰角、坡度的定义，能够正确地构建出直角三角形，将实际问题化归为解直角三角形的问题是解答此类题的关键.

23. (8分) 如图，点 A 、 B 、 C 在半径为 8 的 $\odot O$ 上，过点 B 作 $BD \parallel AC$ ，交 OA 延长线于点 D 。连接 BC ，且 $\angle BCA = \angle OAC = 30^\circ$ 。

- (1) 求证: BD 是 $\odot O$ 的切线;
- (2) 求图中阴影部分的面积.



【分析】 (1) 连接 OC ，根据圆周角定理求出 $\angle COA$ ，根据三角形内角和定理求出 $\angle OCA$ ，根据切线的判定推出即可；

(2) 根据平行线的性质得到 $\angle = 30^\circ$ ，解直角三角形求出 BD ，分别求出 $\triangle BOD$ 的面积和扇形 AOB 的面积，即可得出答案.

【解答】 (1) 证明: 连接 OB ，交 CA 于 E ，

$$\because \angle C = 30^\circ, \quad \angle C = \frac{1}{2} \angle BOA,$$

$$\therefore \angle BOA = 60^\circ,$$

$$\because \angle BCA = \angle OAC = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle AEO = 90^\circ,$$

即 $OB \perp AC$,

$$\because BD \parallel AC,$$

$$\therefore \angle DBE = \angle AEO = 90^\circ,$$

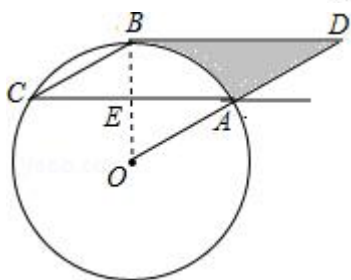
$\therefore BD$ 是 $\odot O$ 的切线;

$$(2) \text{ 解: } \because AC \parallel BD, \quad \angle OCA = 90^\circ, \quad \therefore \angle D = \angle CAO = 30^\circ,$$

$$\because \angle OBD = 90^\circ, \quad OB = 8,$$

$$\therefore BD = \sqrt{3}OB = 8\sqrt{3},$$

$$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\triangle BDO} - S_{\text{扇形}AOB} = \frac{1}{2} \times 8 \times 8\sqrt{3} - \frac{60 \cdot \pi \times 8^2}{360} = 32\sqrt{3} - \frac{32\pi}{3}.$$



【点评】 本题考查了平行线的性质，圆周角定理，扇形的面积，三角形的面积，解直角三角形等知识点的综合运用，题目比较好，难度适中.

24. (8 分) 某商店购进 A 、 B 两种商品，购买 1 个 A 商品比购买 1 个 B 商品多花 10 元，并且花费 300 元购买 A 商品和花费 100 元购买 B 商品的数量相等.

(1) 求购买一个 A 商品和一个 B 商品各需要多少元;

(2) 商店准备购买 A 、 B 两种商品共 80 个，若 A 商品的数量不少于 B 商品数量的 4 倍，并且购买 A 、 B 商品的总费用不低于 1000 元且不高于 1050 元，那么商店有哪几种购买方案?

【分析】 (1) 设购买一个 B 商品需要 x 元，则购买一个 A 商品需要 $(x+10)$ 元，根据数量 = 总价 $\div$ 单价结合花费 300 元购买 A 商品和花费 100 元购买 B 商品的数量相等，即可得出关于 x 的分式方程，解之经检验后即可得出结论;

(2) 设购买 B 商品 m 个, 则购买 A 商品 $(80-m)$ 个, 根据 A 商品的数量不少于 B 商品数量的 4 倍并且购买 A 、 B 商品的总费用不低于 1000 元且不高于 1050 元, 即可得出关于 m 的一元一次不等式组, 解之即可得出 m 的取值范围, 再结合 m 为整数即可找出各购买方案.

【解答】解: (1) 设购买一个 B 商品需要 x 元, 则购买一个 A 商品需要 $(x+10)$ 元,

依题意, 得: $\frac{300}{x+10} = \frac{100}{x}$,

解得: $x=5$,

经检验, $x=5$ 是原方程的解, 且符合题意,

$\therefore x+10=15$.

答: 购买一个 A 商品需要 15 元, 购买一个 B 商品需要 5 元.

(2) 设购买 B 商品 m 个, 则购买 A 商品 $(80-m)$ 个,

依题意, 得:
$$\begin{cases} 80-m \geq 4m \\ 15(80-m)+5m \geq 1000 \\ 15(80-m)+5m \leq 1050 \end{cases}$$

解得: $15 \leq m \leq 16$.

$\therefore m$ 为整数,

$\therefore m=15$ 或 16 .

$\therefore$ 商店有 2 种购买方案, 方案①: 购进 A 商品 65 个、 B 商品 15 个; 方案②: 购进 A 商品 64 个、 B 商品 16 个.

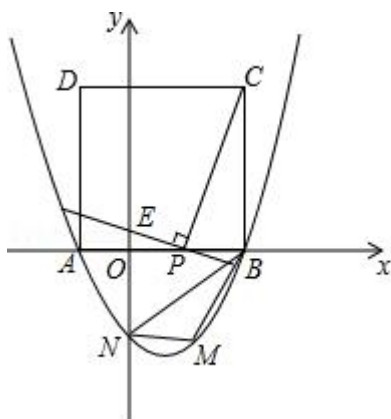
【点评】 本题考查了分式方程的应用以及一元一次不等式的应用, 解题的关键是: (1) 找准等量关系, 正确列出分式方程; (2) 根据各数量之间的关系, 正确列出一元一次不等式组.

25. (10 分) 如图, 二次函数 $y=x^2+bx+c$ 的图象与 x 轴交于点 $A(-1, 0)$ 和点 $B(3, 0)$, 与 y 轴交于点 N , 以 AB 为边在 x 轴上方作正方形 $ABCD$, 点 P 是 x 轴上一动点, 连接 CP , 过点 P 作 CP 的垂线与 y 轴交于点 E .

(1) 求该抛物线的函数关系表达式;

(2) 当点 P 在线段 OB (点 P 不与 O 、 B 重合) 上运动至何处时, 线段 OE 的长有最大值? 并求出这个最大值;

(3) 在第四象限的抛物线上任取一点 M , 连接 MN 、 MB . 请问: $\triangle MBN$ 的面积是否存在最大值? 若存在, 求出此时点 M 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



【分析】(1) 将点 A 、 B 的坐标代入二次函数表达式，即可求解；

(2) 设 $OP = x$ ，则 $PB = 3 - x$ ，由 $\triangle POE \sim \triangle CBP$ 得出比例线段，可表示 OE 的长，利用二次函数的性质可求出线段 OE 的最大值；

(3) 过点 M 作 $MH \parallel y$ 轴交 BN 于点 H ，由 $S_{\triangle MNB} = S_{\triangle BMH} + S_{\triangle MNH} = \frac{1}{2} MH \cdot OB$ 即可求解。

【解答】解：(1) $\because$ 抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 经过 $A(-1, 0)$ ， $B(3, 0)$ ，

把 A 、 B 两点坐标代入上式，
$$\begin{cases} 1 - b + c = 0 \\ 9 + 3b + c = 0 \end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases} b = -2 \\ c = -3 \end{cases}$$

故抛物线函数关系表达式为 $y = x^2 - 2x - 3$ ；

(2) $\because A(-1, 0)$ ，点 $B(3, 0)$ ，

$\therefore AB = OA + OB = 1 + 3 = 4$ ，

$\because$ 正方形 $ABCD$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $PC \perp BE$ ，

$\therefore \angle OPE + \angle CPB = 90^\circ$ ，

$\angle CPB + \angle PCB = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle OPE = \angle PCB$ ，

又 $\because \angle EOP = \angle PBC = 90^\circ$ ，

$\therefore \triangle POE \sim \triangle CBP$ ，

$\therefore \frac{BC}{PB} = \frac{OP}{OE}$ ，

设 $OP = x$ ，则 $PB = 3 - x$ ，

$\therefore \frac{4}{3-x} = \frac{x}{OE}$ ，

$\therefore OE = \frac{1}{4}(-x^2 + 3x) = -\frac{1}{4}\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{16}$ ，

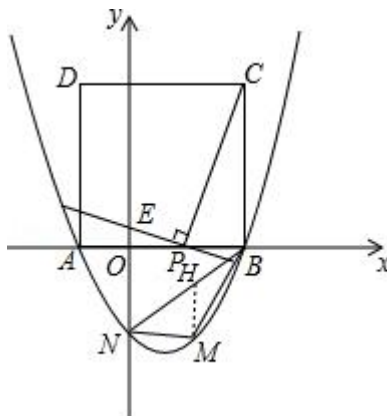
$\because 0 < x < 3$ ，

$\therefore x = \frac{3}{2}$ 时, 线段 OE 长有最大值, 最大值为 $\frac{9}{16}$.

即 $OP = \frac{3}{2}$ 时, 线段 OE 有最大值. 最大值是 $\frac{9}{16}$.

(3) 存在.

如图, 过点 M 作 $MH \parallel y$ 轴交 BN 于点 H ,



$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y = x^2 - 2x - 3$,

$\therefore x = 0, y = -3$,

$\therefore N$ 点坐标为 $(0, -3)$,

设直线 BN 的解析式为 $y = kx + b$,

$$\therefore \begin{cases} 3k + b = 0 \\ b = -3 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} k = 1 \\ b = -3 \end{cases},$$

$\therefore$ 直线 BN 的解析式为 $y = x - 3$,

设 $M(a, a^2 - 2a - 3)$, 则 $H(a, a - 3)$,

$\therefore MH = a - 3 - (a^2 - 2a - 3) = -a^2 + 3a$,

$$\therefore S_{\triangle MNB} = S_{\triangle BMH} + S_{\triangle MNH} = \frac{1}{2} MH \cdot OB = \frac{1}{2} \times (-a^2 + 3a) \times 3 = -\frac{1}{2} (a - \frac{3}{2})^2 + \frac{27}{8},$$

$$\therefore \frac{1}{2} < 0,$$

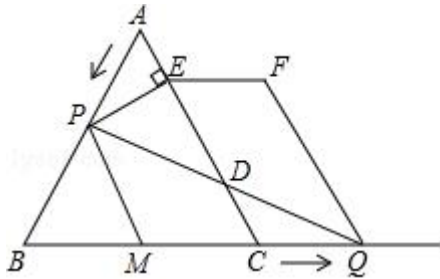
$\therefore a = \frac{3}{2}$ 时, $\triangle MBN$ 的面积有最大值, 最大值是 $\frac{27}{8}$, 此时 M 点的坐标为 $(\frac{3}{2}, -\frac{15}{4})$.

【点评】 本题考查了二次函数的综合题: 熟练掌握二次函数图象上点的坐标特征、二次函数的性质和相似三角形的判定与性质; 会利用待定系数法求函数解析式; 理解坐标与图形性质, 会利用相似比表示线段之间的关系. 利用数形结合的思想把代数 and 几何图形结合起来, 利用点的坐标的意义表示线段的长度是解题的关键.

26. (12 分) 如图, 在等边 $\triangle ABC$ 中, $AB = 6\text{cm}$, 动点 P 从点 A 出发以 1cm/s 的速度沿 AB

匀速运动. 动点 Q 同时从点 C 出发以同样的速度沿 BC 的延长线方向匀速运动, 当点 P 到达点 B 时, 点 P 、 Q 同时停止运动. 设运动时间为 t (s). 过点 P 作 $PE \perp AC$ 于 E , 连接 PQ 交 AC 边于 D . 以 CQ 、 CE 为边作平行四边形 $CQFE$.

- (1) 当 t 为何值时, $\triangle BPQ$ 为直角三角形;
- (2) 是否存在某一时刻 t , 使点 F 在 $\angle ABC$ 的平分线上? 若存在, 求出 t 的值, 若不存在, 请说明理由;
- (3) 求 DE 的长;
- (4) 取线段 BC 的中点 M , 连接 PM , 将 $\triangle BPM$ 沿直线 PM 翻折, 得 $\triangle B'PM$, 连接 AB' , 当 t 为何值时, AB 的值最小? 并求出最小值.



【分析】 (1) 当 $BQ = 2BP$ 时, $\angle BPQ = 90^\circ$, 由此构建方程即可解决问题.

(2) 如图 1 中, 连接 BF 交 AC 于 M . 证明 $EF = 2EM$, 由此构建方程即可解决问题.

(3) 证明 $DE = \frac{1}{2}AC$ 即可解决问题.

(4) 如图 3 中, 连接 AM , AB' . 根据 $AB' \geq AM - MB'$ 求解即可解决问题.

【解答】 解: (1) $\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle B = 60^\circ,$$

$$\therefore \text{当 } BQ = 2BP \text{ 时, } \angle BPQ = 90^\circ,$$

$$\therefore 6 + t = 2(6 - t),$$

$$\therefore t = 3,$$

$$\therefore t = 3 \text{ 时, } \triangle BPQ \text{ 是直角三角形.}$$

(2) 存在.

理由: 如图 1 中, 连接 BF 交 AC 于 M .

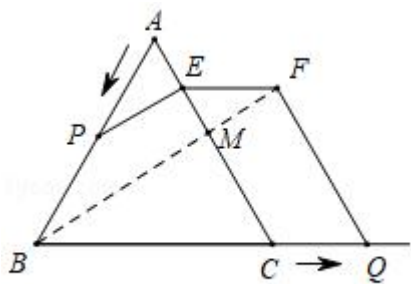


图1

$\because BF$ 平分 $\angle ABC$, $BA = BC$,

$\therefore BF \perp AC$, $AM = CM = 3\text{ cm}$,

$\because EF \parallel BQ$,

$\therefore \angle EFM = \angle FBC = \frac{1}{2} \angle ABC = 30^\circ$,

$\therefore EF = 2EM$,

$\therefore t = 2 \cdot (3 - \frac{1}{2}t)$,

解得 $t = 3$.

(3) 如图 2 中, 作 $PK \parallel BC$ 交 AC 于 K .

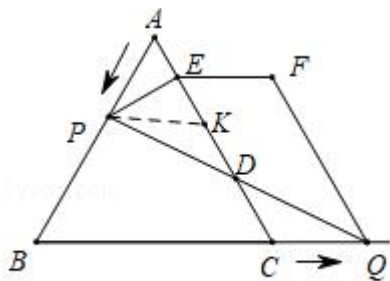


图2

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$\therefore \angle B = \angle A = 60^\circ$,

$\because PK \parallel BC$,

$\therefore \angle APK = \angle B = 60^\circ$,

$\therefore \angle A = \angle APK = \angle AKP = 60^\circ$,

$\therefore \triangle APK$ 是等边三角形,

$\therefore PA = PK$,

$\because PE \perp AK$,

$\therefore AE = EK$,

$$\because AP = CQ = PK, \angle PKD = \angle DCQ, \angle PDK = \angle QDC,$$

$$\therefore \triangle PKD \cong \triangle QCD \text{ (AAS)},$$

$$\therefore DK = DC,$$

$$\therefore DE = EK + DK = \frac{1}{2} (AK + CK) = \frac{1}{2} AC = 3 \text{ (cm)}.$$

(4) 如图 3 中, 连接 AM , AB'

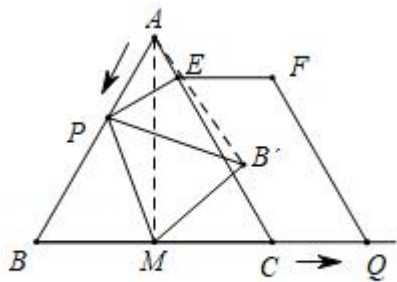


图3

$$\because BM = CM = 3, AB = AC,$$

$$\therefore AM \perp BC,$$

$$\therefore AM = \sqrt{AB^2 - BM^2} = 3\sqrt{3},$$

$$\because AB' \geq AM - MB',$$

$$\therefore AB' \geq 3\sqrt{3} - 3,$$

$$\therefore AB' \text{ 的最小值为 } 3\sqrt{3} - 3.$$

【点评】 本题属于四边形综合题, 考查了等边三角形的性质, 平行四边形的判定和性质, 翻折变换, 全等三角形的判定和性质, 解直角三角形等知识, 解题的关键是学会添加常用辅助线, 构造全等三角形解决问题, 学会利用参数构建方程解决问题, 属于中考压轴题.

积分超值换

活动时间：2019年4月23日-6月30日

活动对象：中小学一线教师以及教育工作者



扫一扫 换礼啦

积 分 兑 换 更 超 值



会员升级服务第一拨 · 清北季



神马，有清华北大学霸方法论课；还有清华学霸向所有的父母亲述自己求学之路；

衡水名校试卷悄悄的上线了；

扫qq领取官网不首发课程，很多人我没告诉他啊！

会员qq专享等你来撩.....