

2019 年湖南省益阳市中考数学试卷

一、选择题（本题共 10 个小题，每小题 4 分，共 40 分. 每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

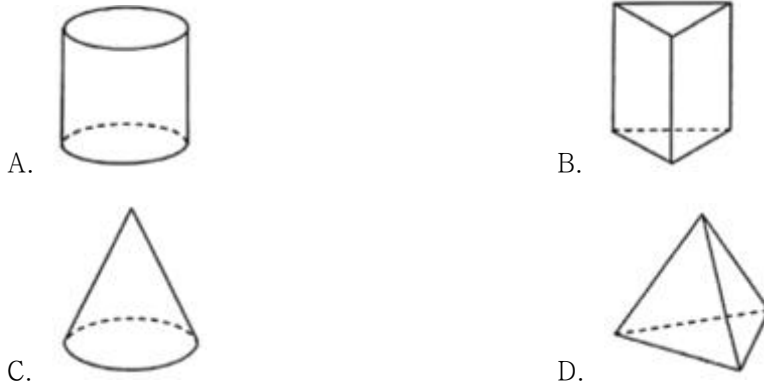
1. (4 分) -6 的倒数是 ()

- A. $-\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{6}$ C. -6 D. 6

2. (4 分) 下列运算正确的是 ()

- A. $\sqrt{(-2)^2} = -2$ B. $(2\sqrt{3})^2 = 6$ C. $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$ D. $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$

3. (4 分) 下列几何体中，其侧面展开图为扇形的是 ()



4. (4 分) 解分式方程 $\frac{x}{2x-1} + \frac{2}{1-2x} = 3$ 时，去分母化为一元一次方程，正确的是 ()

- A. $x+2=3$ B. $x-2=3$
C. $x-2=3(2x-1)$ D. $x+2=3(2x-1)$

5. (4 分) 下列函数中， y 总随 x 的增大而减小的是 ()

- A. $y=4x$ B. $y=-4x$ C. $y=x-4$ D. $y=x^2$

6. (4 分) 已知一组数据 5, 8, 8, 9, 10, 以下说法错误的是 ()

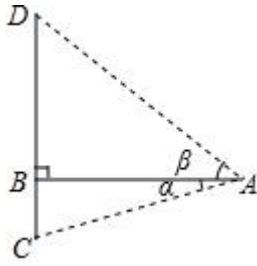
- A. 平均数是 8 B. 众数是 8 C. 中位数是 8 D. 方差是 8

7. (4 分) 已知 M 、 N 是线段 AB 上的两点， $AM=MN=2$ ， $NB=1$ ，以点 A 为圆心， AN 长为半径画弧；再以点 B 为圆心， BM 长为半径画弧，两弧交于点 C ，连接 AC ， BC ，则 $\triangle ABC$ 一定是 ()

- A. 锐角三角形 B. 直角三角形 C. 钝角三角形 D. 等腰三角形

8. (4 分) 南洞庭大桥是南益高速公路上的重要桥梁，小芳同学在校外实践活动中对此开展测量活动. 如图，在桥外一点 A 测得大桥主架与水面的交汇点 C 的俯角为 α ，大桥主架的顶端 D 的仰角为 β ，已知测量点与大桥主架的水平距离 $AB=a$ ，则此时大桥主架顶端

离水面的高 CD 为 ()



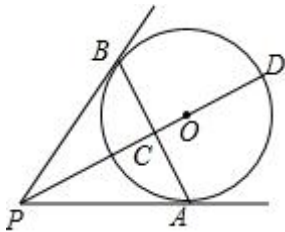
A. $a \sin \alpha + a \sin \beta$

B. $a \cos \alpha + a \cos \beta$

C. $a \tan \alpha + a \tan \beta$

D. $\frac{a}{\tan \alpha} + \frac{a}{\tan \beta}$

9. (4 分) 如图, PA 、 PB 为圆 O 的切线, 切点分别为 A 、 B , PO 交 AB 于点 C , PO 的延长线交圆 O 于点 D , 下列结论不一定成立的是 ()



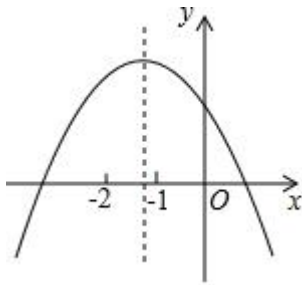
A. $PA = PB$

B. $\angle BPD = \angle APD$

C. $AB \perp PD$

D. AB 平分 PD

10. (4 分) 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示, 下列结论: ① $ac < 0$, ② $b - 2a < 0$, ③ $b^2 - 4ac < 0$, ④ $a - b + c < 0$, 正确的是 ()



A. ①②

B. ①④

C. ②③

D. ②④

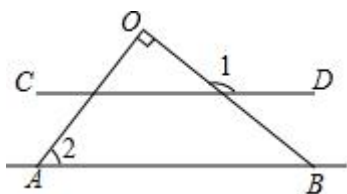
二、填空题 (本题共 8 个小题, 每小题 4 分, 共 32 分, 请将答案填在答题卡中对应题号的横线上)

11. (4 分) 国家发改委发布信息, 到 2019 年 12 月底, 高速公路电子不停车快速收费 (ETC) 用户数量将突破 1.8 亿, 将 180 000 000 科学记数法表示为_____.

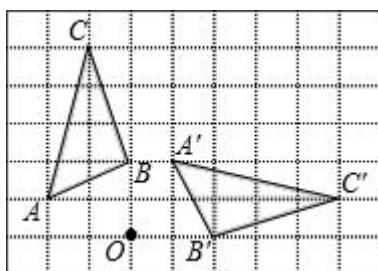
12. (4 分) 若一个多边形的内角和与外角和之和是 900° , 则该多边形的边数是_____.

13. (4 分) 不等式组 $\begin{cases} x-1 < 0 \\ -x > 3 \end{cases}$ 的解集为_____.

14. (4分) 如图, 直线 $AB \parallel CD$, $OA \perp OB$, 若 $\angle 1 = 142^\circ$, 则 $\angle 2 =$ _____ 度.



15. (4分) 在如图所示的方格纸 (1 格长为 1 个单位长度) 中, $\triangle ABC$ 的顶点都在格点上, 将 $\triangle ABC$ 绕点 O 按顺时针方向旋转得到 $\triangle A'B'C'$, 使各顶点仍在格点上, 则其旋转角的度数是_____.



16. (4分) 小蕾有某文学名著上、中、下各 1 册, 她随机将它们叠放在一起, 从上到下的顺序恰好为“上册、中册、下册”的概率是_____.
17. (4分) 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上有一点 $P(2, n)$, 将点 P 向右平移 1 个单位, 再向下平移 1 个单位得到点 Q , 若点 Q 也在该函数的图象上, 则 $k =$ _____.

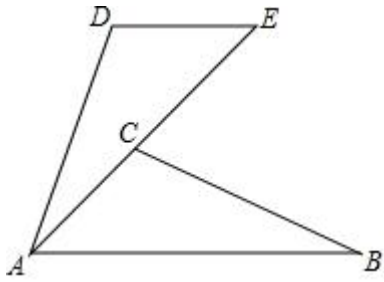
18. (4分) 观察下列等式:

$$\begin{aligned} \text{① } 3 - 2\sqrt{2} &= (\sqrt{2} - 1)^2, \\ \text{② } 5 - 2\sqrt{6} &= (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2, \\ \text{③ } 7 - 2\sqrt{12} &= (\sqrt{4} - \sqrt{3})^2, \\ &\dots \end{aligned}$$

请你根据以上规律, 写出第 6 个等式_____.

三、解答题 (本题共 8 个小题, 共 78 分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

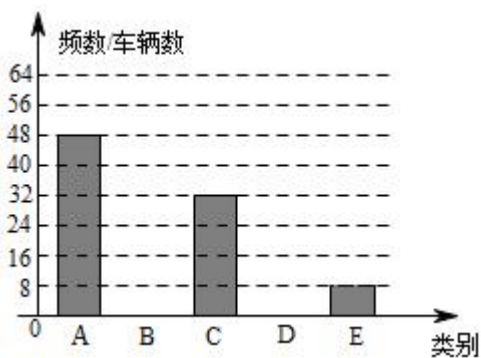
19. (8分) 计算: $4\sin 60^\circ + (-2019)^0 - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + 1 - 2\sqrt{3}$.
20. (8分) 化简: $\left(\frac{x^2+4}{x} - 4\right) \div \frac{x^2-4}{2x}$.
21. (8分) 已知, 如图, $AB = AE$, $AB \parallel DE$, $\angle ECB = 70^\circ$, $\angle D = 110^\circ$, 求证: $\triangle ABC \cong \triangle EAD$.



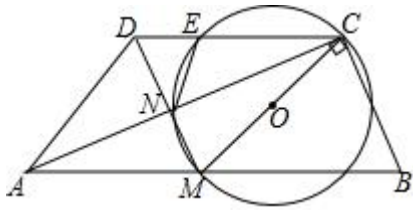
22. (10 分) 某校数学活动小组对经过某路段的小型汽车每车乘坐人数 (含驾驶员) 进行了随机调查, 根据每车乘坐人数分为 5 类, 每车乘坐 1 人、2 人、3 人、4 人、5 人分别记为 A 、 B 、 C 、 D 、 E , 由调查所得数据绘制了如图所示的不完整的统计图表.

类别	频率
A	m
B	0.35
C	0.20
D	n
E	0.05

- (1) 求本次调查的小型汽车数量及 m , n 的值;
- (2) 补全频数分布直方图;
- (3) 若某时段通过该路段的小型汽车数量为 5000 辆, 请你估计其中每车只乘坐 1 人的小型汽车数量.



23. (10 分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, M 是斜边 AB 的中点, 以 CM 为直径作圆 O 交 AC 于点 N , 延长 MN 至 D , 使 $ND = MN$, 连接 AD 、 CD , CD 交圆 O 于点 E .
- (1) 判断四边形 $AMCD$ 的形状, 并说明理由;
 - (2) 求证: $ND = NE$;
 - (3) 若 $DE = 2$, $EC = 3$, 求 BC 的长.



24. (10 分) 为了提高农田利用效益, 某地由每年种植双季稻改为先养殖小龙虾再种植一季水稻的“虾·稻”轮作模式. 某农户有农田 20 亩, 去年开始实施“虾·稻”轮作, 去年出售小龙虾每千克获得的利润为 32 元 (利润 = 售价 - 成本). 由于开发成本下降和市场供求关系变化, 今年每千克小龙虾的养殖成本下降 25%, 售价下降 10%, 出售小龙虾每千克获得利润为 30 元.

(1) 求去年每千克小龙虾的养殖成本与售价;

(2) 该农户今年每亩农田收获小龙虾 100 千克, 若今年的水稻种植成本为 600 元/亩, 稻谷售价为 25 元/千克, 该农户估计今年可获得“虾·稻”轮作收入不少于 8 万元, 则稻谷的亩产量至少会达到多少千克?

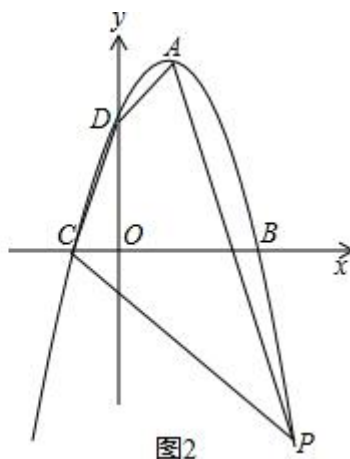
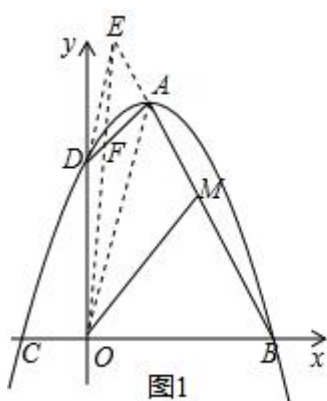
25. (12 分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 顶点为 A 的抛物线与 x 轴交于 B 、 C 两点, 与 y 轴交于点 D , 已知 $A(1, 4)$, $B(3, 0)$.

(1) 求抛物线对应的二次函数表达式;

(2) 探究: 如图 1, 连接 OA , 作 $DE \parallel OA$ 交 BA 的延长线于点 E , 连接 OE 交 AD 于点 F , M 是 BE 的中点, 则 OM 是否将四边形 $OBAD$ 分成面积相等的两部分? 请说明理由;

(3) 应用: 如图 2, $P(m, n)$ 是抛物线在第四象限的图象上的点, 且 $m+n = -1$, 连接 PA 、 PC , 在线段 PC 上确定一点 M , 使 AN 平分四边形 $ADCP$ 的面积, 求点 N 的坐标.

提示: 若点 A 、 B 的坐标分别为 (x_1, y_1) 、 (x_2, y_2) , 则线段 AB 的中点坐标为 $(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2})$.

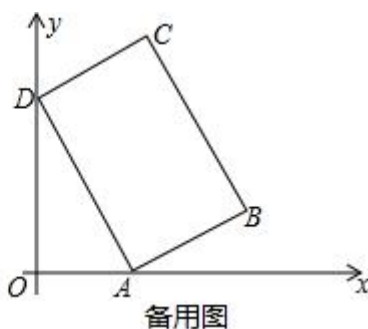
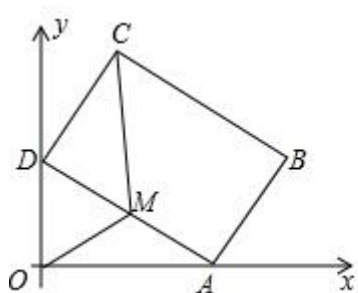


26. (12 分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 矩形 $ABCD$ 的边 $AB=4$, $BC=6$. 若不改变矩形 $ABCD$ 的形状和大小, 当矩形顶点 A 在 x 轴的正半轴上左右移动时, 矩形的另一个顶点 D 始终在 y 轴的正半轴上随之上下移动.

(1) 当 $\angle OAD=30^\circ$ 时, 求点 C 的坐标;

(2) 设 AD 的中点为 M , 连接 OM 、 MC , 当四边形 $OMCD$ 的面积为 $\frac{21}{2}$ 时, 求 OA 的长;

(3) 当点 A 移动到某一位置时, 点 C 到点 O 的距离有最大值, 请直接写出最大值, 并求此时 $\cos \angle OAD$ 的值.



2019 年湖南省益阳市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题 (本题共 10 个小题, 每小题 4 分, 共 40 分. 每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. (4 分) -6 的倒数是 ()

- A. $-\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{6}$ C. -6 D. 6

【分析】乘积是 1 的两数互为倒数.

【解答】解: -6 的倒数是 $-\frac{1}{6}$.

故选: A.

【点评】本题主要考查的是倒数的定义, 熟练掌握倒数的定义是解题的关键.

2. (4 分) 下列运算正确的是 ()

- A. $\sqrt{(-2)^2} = -2$ B. $(2\sqrt{3})^2 = 6$ C. $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$ D. $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$

【分析】根据二次根式的性质以及二次根式加法, 乘法及乘方运算法则计算即可.

【解答】解: A: $\sqrt{(-2)^2} = 2$, 故本选项错误;

B: $(2\sqrt{3})^2 = 12$, 故本选项错误;

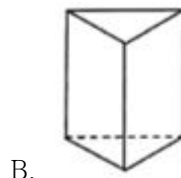
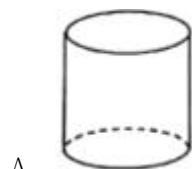
C: $\sqrt{2}$ 与 $\sqrt{3}$ 不是同类二次根式, 不能合并, 故本选项错误;

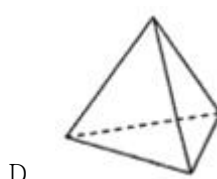
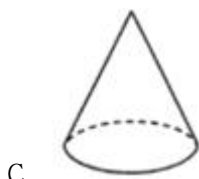
D: 根据二次根式乘法运算的法则知本选项正确.

故选: D.

【点评】本题考查的是二次根式的性质及二次根式的相关运算法则, 属于基础计算能力的考查, 本题较为简单.

3. (4 分) 下列几何体中, 其侧面展开图为扇形的是 ()





【分析】根据特殊几何体的展开图，可得答案.

【解答】解：A、圆柱的侧面展开图可能是正方形，故 A 错误；

B、三棱柱的侧面展开图是矩形，故 B 错误；

C、圆锥的侧面展开图是扇形，故 C 正确；

D、三棱锥的侧面展开图是三角形，故 D 错误.

故选：C.

【点评】本题考查了几何体的展开图，熟记特殊几何体的侧面展开图是解题关键.

4. (4 分) 解分式方程 $\frac{x}{2x-1} + \frac{2}{1-2x} = 3$ 时，去分母化为一元一次方程，正确的是 ()

A. $x+2=3$

B. $x-2=3$

C. $x-2=3(2x-1)$

D. $x+2=3(2x-1)$

【分析】最简公分母是 $2x-1$ ，方程两边都乘以 $(2x-1)$ ，把分式方程便可转化成一元一次方程.

【解答】解：方程两边都乘以 $(2x-1)$ ，得

$$x-2=3(2x-1),$$

故选：C.

【点评】此题考查了解分式方程，解分式方程的基本思想是“转化思想”，把分式方程转化为整式方程求解. 解分式方程一定要注意要验根.

5. (4 分) 下列函数中， y 总随 x 的增大而减小的是 ()

A. $y=4x$

B. $y=-4x$

C. $y=x-4$

D. $y=x^2$

【分析】根据各个选项中的函数解析式，可以得到 y 随 x 的增大如何变化，从而可以解答本题.

【解答】解： $y=4x$ 中 y 随 x 的增大而增大，故选项 A 不符题意，

$y=-4x$ 中 y 随 x 的增大而减小，故选项 B 符合题意，

$y=x-4$ 中 y 随 x 的增大而增大，故选项 C 不符题意，

$y=x^2$ 中，当 $x>0$ 时， y 随 x 的增大而增大，当 $x<0$ 时， y 随 x 的增大而减小，故选项 D 不符题意，

故选: B .

【点评】 本题考查二次函数的性质、一次函数的性质、正比例函数的性质, 解答本题的关键是明确题意, 利用一次函数和二次函数的性质解答.

6. (4分) 已知一组数据 5, 8, 8, 9, 10, 以下说法错误的是 ()

A. 平均数是 8 B. 众数是 8 C. 中位数是 8 D. 方差是 8

【分析】 分别计算平均数, 众数, 中位数, 方差后判断.

【解答】 解: 由平均数的公式得平均数 $= (5+8+8+9+10) \div 5 = 8$,

$$\text{方差} = \frac{1}{5}[(5-8)^2 + (8-8)^2 + (8-8)^2 + (9-8)^2 + (10-8)^2] = 2.8,$$

将 5 个数按从小到大的顺序排列为: 5, 8, 8, 9, 10, 第 3 个数为 8, 即中位数为 8,

5 个数中 8 出现了两次, 次数最多, 即众数为 8,

故选: D .

【点评】 此题考查了学生对平均数, 众数, 中位数, 方差的理解. 只有熟练掌握它们的定义, 做题时才能运用自如.

7. (4分) 已知 M 、 N 是线段 AB 上的两点, $AM = MN = 2$, $NB = 1$, 以点 A 为圆心, AN 长为半径画弧; 再以点 B 为圆心, BM 长为半径画弧, 两弧交于点 C , 连接 AC , BC , 则 $\triangle ABC$ 一定是 ()

A. 锐角三角形 B. 直角三角形 C. 钝角三角形 D. 等腰三角形

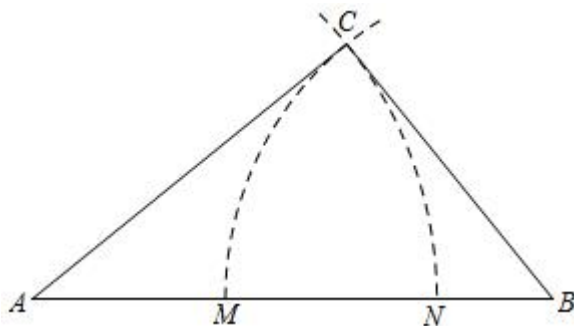
【分析】 依据作图即可得到 $AC = AN = 4$, $BC = BM = 3$, $AB = 2+2+1 = 5$, 进而得到 $AC^2 + BC^2 = AB^2$, 即可得出 $\triangle ABC$ 是直角三角形.

【解答】 解: 如图所示, $AC = AN = 4$, $BC = BM = 3$, $AB = 2+2+1 = 5$,

$$\therefore AC^2 + BC^2 = AB^2,$$

$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形, 且 $\angle ACB = 90^\circ$,

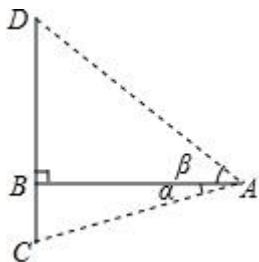
故选: B .



【点评】 本题主要考查了勾股定理的逆定理, 如果三角形的三边长 a , b , c 满足 $a^2 + b^2 =$

c^2 ，那么这个三角形就是直角三角形.

8. (4分) 南洞庭大桥是南益高速公路上的重要桥梁，小芳同学在校外实践活动中对此开展测量活动. 如图，在桥外一点 A 测得大桥主架与水面的交汇点 C 的俯角为 α ，大桥主架的顶端 D 的仰角为 β ，已知测量点与大桥主架的水平距离 $AB = a$ ，则此时大桥主架顶端离水面的高 CD 为 ()



A. $a \sin \alpha + a \sin \beta$

B. $a \cos \alpha + a \cos \beta$

C. $a \tan \alpha + a \tan \beta$

D. $\frac{a}{\tan \alpha} + \frac{a}{\tan \beta}$

【分析】 在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 和 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，由三角函数得出 $BC = a \tan \alpha$ ， $BD = a \tan \beta$ ，得出 $CD = BC + BD = a \tan \alpha + a \tan \beta$ 即可.

【解答】 解：在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 和 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $AB = a$ ， $\tan \alpha = \frac{BC}{AB}$ ， $\tan \beta = \frac{BD}{AB}$ ，

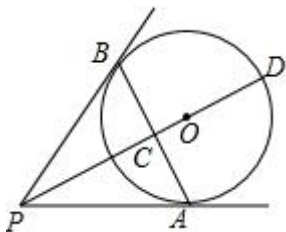
$$\therefore BC = a \tan \alpha, \quad BD = a \tan \beta,$$

$$\therefore CD = BC + BD = a \tan \alpha + a \tan \beta;$$

故选：C.

【点评】 本题考查了解直角三角形 - 仰角俯角问题；由三角函数得出 BC 和 BD 是解题的关键.

9. (4分) 如图， PA 、 PB 为圆 O 的切线，切点分别为 A 、 B ， PO 交 AB 于点 C ， PO 的延长线交圆 O 于点 D ，下列结论不一定成立的是 ()



A. $PA = PB$

B. $\angle BPD = \angle APD$

C. $AB \perp PD$

D. AB 平分 PD

【分析】 先根据切线长定理得到 $PA = PB$ ， $\angle APD = \angle BPD$ ；再根据等腰三角形的性质得 $OP \perp AB$ ，根据菱形的性质，只有当 $AD \parallel PB$ ， $BD \parallel PA$ 时， AB 平分 PD ，由此可判断 D

不一定成立.

【解答】解: $\because PA, PB$ 是 $\odot O$ 的切线,

$\therefore PA = PB$, 所以 A 成立;

$\angle BPD = \angle APD$, 所以 B 成立;

$\therefore AB \perp PD$, 所以 C 成立;

$\because PA, PB$ 是 $\odot O$ 的切线,

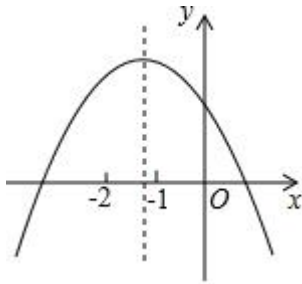
$\therefore AB \perp PD$, 且 $AC = BC$,

只有当 $AD \parallel PB, BD \parallel PA$ 时, AB 平分 PD , 所以 D 不一定成立.

故选: D .

【点评】本题考查了切线的性质: 圆的切线垂直于经过切点的半径. 也考查了切线长定理、垂径定理和等腰三角形的性质.

10. (4分) 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示, 下列结论: ① $ac < 0$, ② $b - 2a < 0$, ③ $b^2 - 4ac < 0$, ④ $a - b + c < 0$, 正确的是 ()



A. ①②

B. ①④

C. ②③

D. ②④

【分析】由抛物线的开口方向判断 a 与 0 的关系, 由抛物线与 y 轴的交点判断 c 与 0 的关系, 然后根据对称轴及抛物线与 x 轴交点情况进行推理, 进而对所得结论进行判断.

【解答】解: ① 图象开口向下, 与 y 轴交于正半轴, 能得到: $a < 0, c > 0$,

$\therefore ac < 0$, 故①正确;

② $\because$ 对称轴 $x < -1$,

$$\therefore -\frac{b}{2a} < -1, a > 0,$$

$$\therefore b < 2a,$$

$$\therefore b - 2a < 0, \text{ 故②正确.}$$

③ 图象与 x 轴有 2 个不同的交点, 依据根的判别式可知 $b^2 - 4ac > 0$, 故③错误.

④ 当 $x = -1$ 时, $y > 0$, $\therefore a - b + c > 0$, 故④错误;

故选: A .

【点评】本题主要考查了二次函数图象与系数的关系，解题的关键是会利用对称轴的范围求 $2a$ 与 b 的关系，以及二次函数与方程之间的转换，根的判别式的熟练运用.

二、填空题 (本题共 8 个小题，每小题 4 分，共 32 分，请将答案填在答题卡中对应题号的横线上)

11. (4 分) 国家发改委发布信息，到 2019 年 12 月底，高速公路电子不停车快速收费 (ETC) 用户数量将突破 1.8 亿，将 180 000 000 科学记数法表示为 1.8×10^8 .

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值大于 10 时， n 是正数；当原数的绝对值小于 1 时， n 是负数.

【解答】解：将 180 000 000 科学记数法表示为 1.8×10^8 .

故答案为： 1.8×10^8 .

【点评】此题考查了科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

12. (4 分) 若一个多边形的内角和与外角和之和是 900° ，则该多边形的边数是 5.

【分析】本题需先根据已知条件以及多边形的外角和是 360° ，解出内角和的度数，再根据内角和度数的计算公式即可求出边数.

【解答】解： $\because$ 多边形的内角和与外角和的总和为 900° ，多边形的外角和是 360° ，

$\therefore$ 多边形的内角和是 $900 - 360 = 540^\circ$ ，

$\therefore$ 多边形的边数是： $540^\circ \div 180^\circ + 2 = 3 + 2 = 5$.

故答案为： 5.

【点评】本题主要考查了多边形内角与外角，在解题时要根据外角和的度数以及内角和度数的计算公式解出本题即可.

13. (4 分) 不等式组 $\begin{cases} x-1 < 0 \\ -x > 3 \end{cases}$ 的解集为 $x < -3$.

【分析】先求出不等式组中每一个不等式的解集，再求出它们的公共部分就是不等式组的解集.

【解答】解： $\begin{cases} x-1 < 0 \text{ ①} \\ -x > 3 \text{ ②} \end{cases}$ ，

解①得： $x < 1$ ，

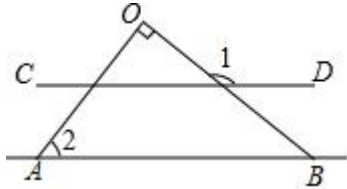
解②得： $x < -3$ ，

则不等式组的解集是: $x < -3$.

故答案为: $x < -3$.

【点评】 本题主要考查了一元一次不等式解集的求法, 其简便求法就是用口诀求解, 求不等式组解集的口诀: 同大取大, 同小取小, 大小小大中间找, 大大小小找不到 (无解).

14. (4分) 如图, 直线 $AB \parallel CD$, $OA \perp OB$, 若 $\angle 1 = 142^\circ$, 则 $\angle 2 =$ 52 度.



【分析】 根据平行线的性质解答即可.

【解答】 解: $\because AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle OCD = \angle 2,$$

$$\because OA \perp OB,$$

$$\therefore \angle O = 90^\circ,$$

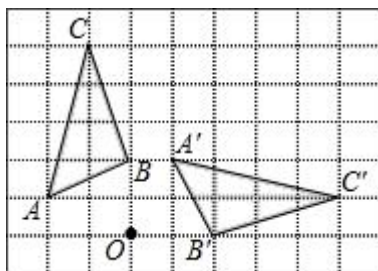
$$\because \angle 1 = \angle OCD + \angle O = 142^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 1 - \angle O = 142^\circ - 90^\circ = 52^\circ,$$

故答案为: 52.

【点评】 此题考查平行线的性质, 关键是根据平行线的性质解答.

15. (4分) 在如图所示的方格纸 (1格长为1个单位长度) 中, $\triangle ABC$ 的顶点都在格点上, 将 $\triangle ABC$ 绕点 O 按顺时针方向旋转得到 $\triangle A'B'C'$, 使各顶点仍在格点上, 则其旋转角的度数是 90° .



【分析】 根据旋转角的概念找到 $\angle BOB'$ 是旋转角, 从图形中可求出其度数.

【解答】 解: 根据旋转角的概念: 对应点与旋转中心连线的夹角, 可知 $\angle BOB'$ 是旋转角, 且 $\angle BOB' = 90^\circ$,

故答案为 90° .

【点评】 本题主要考查了旋转角的概念, 解题的关键是根据旋转角的概念找到旋转角.

16. (4分) 小蕾有某文学名著上、中、下各1册, 她随机将它们叠放在一起, 从上到下的顺序恰好为“上册、中册、下册”的概率是 $\frac{1}{6}$.

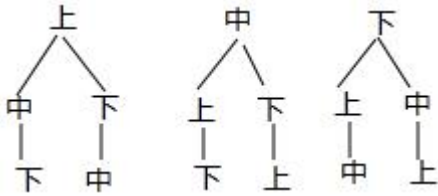
【分析】 画出树状图得出所有情况, 让从左向右恰好成上、中、下的情况数除以总情况数即为所求的概率.

【解答】 解: 画树状图如图:

共有6个等可能的结果, 从上到下的顺序恰好为“上册、中册、下册”的结果有1个,

$\therefore$ 从上到下的顺序恰好为“上册、中册、下册”的概率为 $\frac{1}{6}$;

故答案为: $\frac{1}{6}$.



【点评】 此题考查的是用列表法或树状图法求概率. 注意树状图法与列表法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果, 列表法适合于两步完成的事件; 树状图法适合两步或两步以上完成的事件; 注意概率 = 所求情况数与总情况数之比.

17. (4分) 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上有一点 $P(2, n)$, 将点 P 向右平移1个单位, 再向下平移1个单位得到点 Q , 若点 Q 也在该函数的图象上, 则 $k = \underline{6}$.

【分析】 根据平移的特性写出点 Q 的坐标, 由点 P 、 Q 均在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上, 即可得出 $k = 2n = 3(n-1)$, 解得即可.

【解答】 解: $\because$ 点 P 的坐标为 $(2, n)$, 则点 Q 的坐标为 $(3, n-1)$,

依题意得: $k = 2n = 3(n-1)$,

解得: $n = 3$,

$\therefore k = 2 \times 3 = 6$,

故答案为: 6.

【点评】 本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征、反比例函数系数 k 的几何意义, 解题的关键: 由 P 点坐标表示出 Q 点坐标.

18. (4分) 观察下列等式:

$$\textcircled{1} 3 - 2\sqrt{2} = (\sqrt{2} - 1)^2,$$

$$\textcircled{2} 5 - 2\sqrt{6} = (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2,$$

$$\textcircled{3} 7 - 2\sqrt{12} = (\sqrt{4} - \sqrt{3})^2,$$

...

请你根据以上规律，写出第 6 个等式 $13 - 2\sqrt{42} = (\sqrt{7} - \sqrt{6})^2$.

【分析】第 n 个等式左边的第 1 个数为 $2n+1$ ，根号下的数为 $n(n+1)$ ，利用完全平方公式得到第 n 个等式右边的式子为 $(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})^2$ ($n \geq 1$ 的整数).

【解答】解：写出第 6 个等式为 $13 - 2\sqrt{42} = (\sqrt{7} - \sqrt{6})^2$.

故答案为 $13 - 2\sqrt{42} = (\sqrt{7} - \sqrt{6})^2$.

【点评】本题考查了二次根式的混合运算：先把二次根式化为最简二次根式，然后进行二次根式的乘除运算，再合并即可. 在二次根式的混合运算中，如能结合题目特点，灵活运用二次根式的性质，选择恰当的解题途径，往往能事半功倍.

三、解答题 (本题共 8 个小题，共 78 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤)

19. (8 分) 计算： $4\sin 60^\circ + (-2019)^0 - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + 2\sqrt{3}$.

【分析】原式利用特殊角的三角函数值，零指数幂、负整数指数幂法则，以及绝对值的代数意义计算即可求出值.

【解答】解：原式 $= 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 - 2 + 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3} - 1$.

【点评】此题考查了实数的运算，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

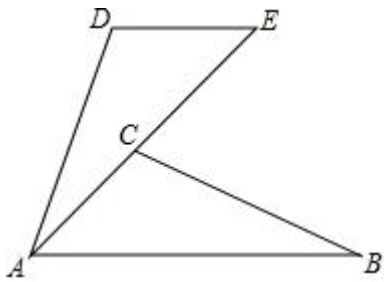
20. (8 分) 化简： $\left(\frac{x^2+4}{x} - 4\right) \div \frac{x^2-4}{2x}$.

【分析】根据分式的运算法则即可求出答案.

【解答】解：原式 $= \frac{(x-2)^2}{x} \cdot \frac{2x}{(x+2)(x-2)}$
 $= \frac{2x-4}{x+2}$.

【点评】本题考查分式的运算法则，解题的关键是熟练运用分式的运算法则，本题属于基础题型.

21. (8 分) 已知，如图， $AB = AE$ ， $AB \parallel DE$ ， $\angle ECB = 70^\circ$ ， $\angle D = 110^\circ$ ，求证： $\triangle ABC \cong \triangle EAD$.



【分析】由 $\angle ECB = 70^\circ$ 得 $\angle ACB = 110^\circ$ ，再由 $AB \parallel DE$ ，证得 $\angle CAB = \angle E$ ，再结合已知条件 $AB = AE$ ，可利用 AAS 证得 $\triangle ABC \cong \triangle EAD$ 。

【解答】证明：由 $\angle ECB = 70^\circ$ 得 $\angle ACB = 110^\circ$

又 $\because \angle D = 110^\circ$

$\therefore \angle ACB = \angle D$

$\because AB \parallel DE$

$\therefore \angle CAB = \angle E$

$\therefore$ 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle EAD$ 中

$$\begin{cases} \angle ACB = \angle D \\ \angle CAB = \angle E \\ AB = AE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle EAD$ (AAS).

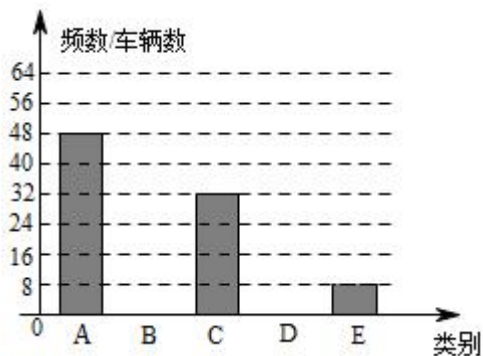
【点评】本题是全等三角形证明的基础题型，在有些条件还需要证明时，应先把它们证出来，再把条件用大括号列出来，根据等三角形证明的方法判定即可。

22. (10 分) 某校数学活动小组对经过某路段的小型汽车每车乘坐人数 (含驾驶员) 进行了随机调查，根据每车乘坐人数分为 5 类，每车乘坐 1 人、2 人、3 人、4 人、5 人分别记为 A、B、C、D、E，由调查所得数据绘制了如图所示的不完整的统计图表。

类别	频率
A	m
B	0.35
C	0.20
D	n
E	0.05

- 求本次调查的小型汽车数量及 m ， n 的值；
- 补全频数分布直方图；

(3) 若某时段通过该路段的小型汽车数量为 5000 辆，请你估计其中每车只乘坐 1 人的小型汽车数量.



【分析】 (1) 由 C 类别数量及其对应的频率可得总数量，再由频率 = 频数 ÷ 总数量可得 m 、 n 的值；

(2) 用总数量乘以 B、D 对应的频率求得其人数，从而补全图形；

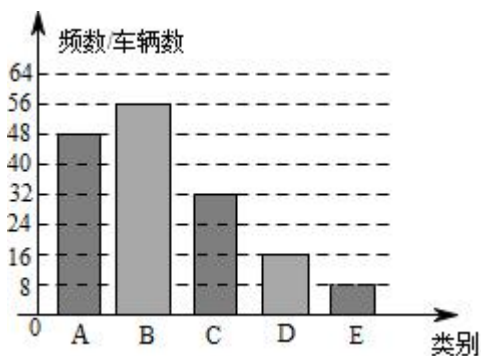
(3) 利用样本估计总体思想求解可得.

【解答】 解：(1) 本次调查的小型汽车数量为 $32 \div 0.2 = 160$ (辆)，

$$m = 48 \div 160 = 0.3, \quad n = 1 - (0.3 + 0.35 + 0.20 + 0.05) = 0.1;$$

(2) B 类小汽车的数量为 $160 \times 0.35 = 56$ ，D 类小汽车的数量为 $0.1 \times 160 = 16$ ，

补全图形如下：



(3) 估计其中每车只乘坐 1 人的小型汽车数量为 $5000 \times 0.3 = 1500$ (辆).

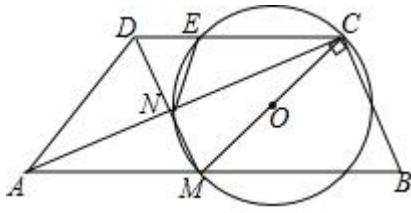
【点评】 本题考查了条形统计图：条形统计图是用线段长度表示数据，根据数量的多少画成长短不同的矩形直条，然后按顺序把这些直条排列起来；从条形图可以很容易看出数据的大小，便于比较. 也考查了用样本估计总体和频率分布表.

23. (10 分) 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， M 是斜边 AB 的中点，以 CM 为直径作圆 O 交 AC 于点 N ，延长 MN 至 D ，使 $ND = MN$ ，连接 AD 、 CD ， CD 交圆 O 于点 E .

(1) 判断四边形 $AMCD$ 的形状，并说明理由；

(2) 求证： $ND = NE$ ；

(3) 若 $DE=2$, $EC=3$, 求 BC 的长.



【分析】(1) 证明四边形 $AMCD$ 的对角线互相平分, 且 $\angle CNM=90^\circ$, 可得四边形 $AMCD$ 为菱形;

(2) 可证得 $\angle CMN=\angle DEN$, 由 $CD=CM$ 可证出 $\angle CDM=\angle CMN$, 则 $\angle DEN=\angle CDM$, 结论得证;

(3) 证出 $\triangle MDC\sim\triangle EDN$, 由比例线段可求出 ND 长, 再求 MN 的长, 则 BC 可求出.

【解答】(1) 解: 四边形 $AMCD$ 是菱形, 理由如下:

$\because M$ 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中 AB 的中点,

$\therefore CM=AM$,

$\because CM$ 为 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle CNM=90^\circ$,

$\therefore MD\perp AC$,

$\therefore AN=CN$,

$\therefore ND=MN$,

$\therefore$ 四边形 $AMCD$ 是菱形.

(2) $\because$ 四边形 $CENM$ 为 $\odot O$ 的内接四边形,

$\therefore \angle CEN+\angle CMN=180^\circ$,

$\because \angle CEN+\angle DEN=180^\circ$,

$\therefore \angle CMN=\angle DEN$,

$\because$ 四边形 $AMCD$ 是菱形,

$\therefore CD=CM$,

$\therefore \angle CDM=\angle CMN$,

$\therefore \angle DEN=\angle CDM$,

$\therefore ND=NE$.

(3) $\because \angle CMN=\angle DEN$, $\angle MDC=\angle EDN$,

$\therefore \triangle MDC\sim\triangle EDN$,

$$\therefore \frac{MD}{DE} = \frac{DC}{DN},$$

设 $DN = x$, 则 $MD = 2x$, 由此得 $\frac{2x}{2} = \frac{5}{x}$,

解得: $x = \sqrt{5}$ 或 $x = -\sqrt{5}$ (不合题意, 舍去),

$$\therefore MN = \sqrt{5},$$

$\therefore MN$ 为 $\triangle ABC$ 的中位线,

$$\therefore BC = 2MN,$$

$$\therefore BC = 2\sqrt{5}.$$

【点评】 本题考查了圆综合知识, 熟练运用圆周角定理、菱形的判定与性质、直角三角形的性质、勾股定理以及相似三角形的判定与性质是解题的关键.

24. (10 分) 为了提高农田利用效益, 某地由每年种植双季稻改为先养殖小龙虾再种植一季水稻的“虾·稻”轮作模式. 某农户有农田 20 亩, 去年开始实施“虾·稻”轮作, 去年出售小龙虾每千克获得的利润为 32 元 (利润 = 售价 - 成本). 由于开发成本下降和市场供求关系变化, 今年每千克小龙虾的养殖成本下降 25%, 售价下降 10%, 出售小龙虾每千克获得利润为 30 元.

(1) 求去年每千克小龙虾的养殖成本与售价;

(2) 该农户今年每亩农田收获小龙虾 100 千克, 若今年的水稻种植成本为 600 元/亩, 稻谷售价为 25 元/千克, 该农户估计今年可获得“虾·稻”轮作收入不少于 8 万元, 则稻谷的亩产量至少会达到多少千克?

【分析】 (1) 设去年每千克小龙虾的养殖成本与售价分别为 x 元、 y 元, 由题意列出方程组, 解方程组即可;

(2) 设今年稻谷的亩产量为 z 千克, 由题意列出不等式, 就不等式即可.

【解答】 解: (1) 设去年每千克小龙虾的养殖成本与售价分别为 x 元、 y 元,

$$\text{由题意得: } \begin{cases} y - x = 32 \\ (1 - 10\%)y - (1 - 25\%)x = 30 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x = 8 \\ y = 40 \end{cases};$$

答: 去年每千克小龙虾的养殖成本与售价分别为 8 元、40 元;

(2) 设今年稻谷的亩产量为 z 千克,

由题意得: $20 \times 100 \times 30 + 20 \times 2.5z - 20 \times 600 \geq 80000$,

解得: $z \geq 640$;

答：稻谷的亩产量至少会达到 640 千克.

【点评】 本题考查了二元一次方程组的应用、一元一次不等式的应用；根据题意列出方程组或不等式是解题的关键.

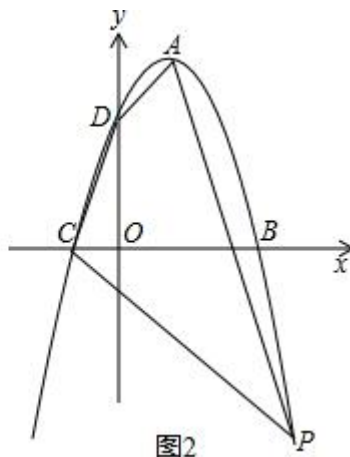
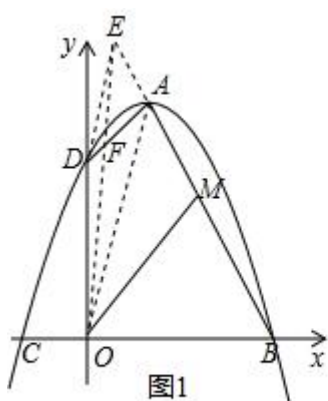
25. (12 分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 顶点为 A 的抛物线与 x 轴交于 B 、 C 两点, 与 y 轴交于点 D , 已知 $A(1, 4)$, $B(3, 0)$.

(1) 求抛物线对应的二次函数表达式;

(2) 探究: 如图 1, 连接 OA , 作 $DE \parallel OA$ 交 BA 的延长线于点 E , 连接 OE 交 AD 于点 F , M 是 BE 的中点, 则 OM 是否将四边形 $OBAD$ 分成面积相等的两部分? 请说明理由;

(3) 应用: 如图 2, $P(m, n)$ 是抛物线在第四象限的图象上的点, 且 $m+n = -1$, 连接 PA 、 PC , 在线段 PC 上确定一点 M , 使 AN 平分四边形 $ADCP$ 的面积, 求点 N 的坐标.

提示: 若点 A 、 B 的坐标分别为 (x_1, y_1) 、 (x_2, y_2) , 则线段 AB 的中点坐标为 $(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2})$.



【分析】 (1) 函数表达式为: $y = a(x-1)^2 + 4$, 将点 B 坐标的坐标代入上式, 即可求解;

(2) 利用同底等高的两个三角形的面积相等, 即可求解;

(3) 由 (2) 知: 点 N 是 PQ 的中点, 即可求解.

【解答】 解: (1) 函数表达式为: $y = a(x-1)^2 + 4$,

将点 B 坐标的坐标代入上式得: $0 = a(3-1)^2 + 4$,

解得: $a = -1$,

故抛物线的表达式为: $y = -x^2 + 2x - 3$;

(2) OM 将四边形 $OBAD$ 分成面积相等的两部分, 理由:

如图 1, $\because DE \parallel AO$, $S_{\triangle ODA} = S_{\triangle OEA}$,

$$S_{\triangle ODA} + S_{\triangle AOM} = S_{\triangle OEA} + S_{\triangle AOM}, \text{ 即: } S_{\text{四边形 } OMAD} = S_{\triangle OBM},$$

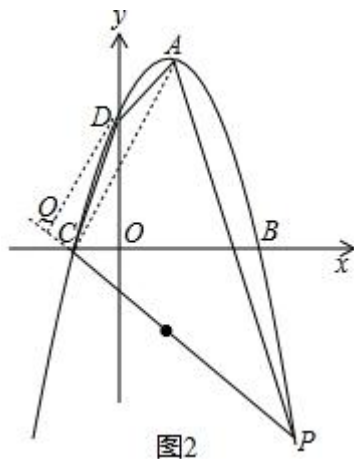
$$\therefore S_{\triangle OME} = S_{\triangle OBM},$$

$$\therefore S_{\text{四边形 } OMAD} = S_{\triangle OBM},$$

(3) 设点 $P(m, n)$, $n = -m^2 + 2m + 3$, 而 $m + n = -1$,

解得: $m = -1$ 或 4 , 故点 $P(4, -5)$;

如图 2, 故点 D 作 $QD \parallel AC$ 交 PC 的延长线于点 Q ,



由 (2) 知: 点 N 是 PQ 的中点,

将点 $C(-1, 0)$ 、 $P(4, -5)$ 的坐标代入一次函数表达式并解得:

直线 PC 的表达式为: $y = -x - 1 \cdots \textcircled{1}$,

同理直线 AC 的表达式为: $y = 2x + 2$,

直线 $DQ \parallel CA$, 且直线 DQ 经过点 $D(0, 3)$,

同理可得直线 DQ 的表达式为: $y = 2x + 3 \cdots \textcircled{2}$,

联立①②并解得: $x = -\frac{4}{3}$, 即点 $Q(-\frac{4}{3}, \frac{1}{3})$,

$\therefore$ 点 N 是 PQ 的中点,

由中点公式得: 点 $N(\frac{4}{3}, -\frac{7}{3})$.

【点评】 本题考查的是二次函数综合运用, 涉及到一次函数、图形面积的计算等, 其中

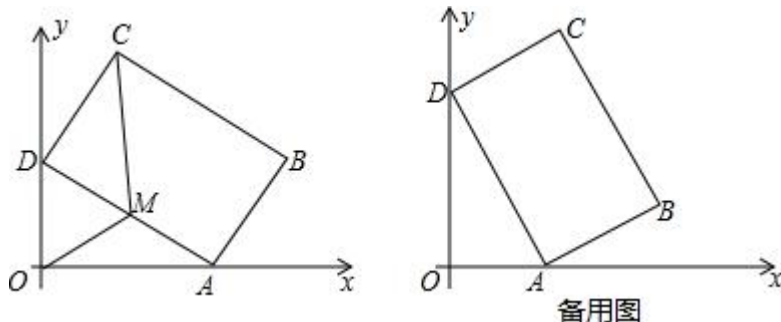
(3) 直接利用 (2) 的结论, 即点 N 是 PQ 的中点, 是本题解题的突破点.

26. (12 分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 矩形 $ABCD$ 的边 $AB = 4$, $BC = 6$. 若不改变矩形 $ABCD$ 的形状和大小, 当矩形顶点 A 在 x 轴的正半轴上左右移动时, 矩形的另一个顶点 D 始终在 y 轴的正半轴上随之上下移动.

(1) 当 $\angle OAD = 30^\circ$ 时, 求点 C 的坐标;

(2) 设 AD 的中点为 M , 连接 OM 、 MC , 当四边形 $OMCD$ 的面积为 $\frac{21}{2}$ 时, 求 OA 的长;

(3) 当点 A 移动到某一位置时, 点 C 到点 O 的距离有最大值, 请直接写出最大值, 并求此时 $\cos \angle OAD$ 的值.



【分析】 (1) 作 $CE \perp y$ 轴, 先证 $\angle CDE = \angle OAD = 30^\circ$ 得 $CE = \frac{1}{2}CD = 2$, $DE = \sqrt{CD^2 - CE^2} = 2\sqrt{3}$, 再由 $\angle OAD = 30^\circ$ 知 $OD = \frac{1}{2}AD = 3$, 从而得出点 C 坐标;

(2) 先求出 $S_{\triangle DCM} = 6$, 结合 $S_{\text{四边形 } OMCD} = \frac{21}{2}$ 知 $S_{\triangle ODM} = \frac{9}{2}$, $S_{\triangle OAD} = 9$, 设 $OA = x$ 、 $OD = y$, 据此知 $x^2 + y^2 = 36$, $\frac{1}{2}xy = 9$, 得出 $x^2 + y^2 = 2xy$, 即 $x = y$, 代入 $x^2 + y^2 = 36$ 求得 x 的值, 从而得出答案;

(3) 由 M 为 AD 的中点, 知 $OM = 3$, $CM = 5$, 由 $OC \leq OM + CM = 8$ 知当 O 、 M 、 C 三在同一直线时, OC 有最大值 8, 连接 OC , 则此时 OC 与 AD 的交点为 M , $ON \perp AD$, 证 $\triangle CMD \sim \triangle OMN$ 得 $\frac{CD}{ON} = \frac{DM}{MN} = \frac{CM}{OM}$, 据此求得 $MN = \frac{9}{5}$, $ON = \frac{12}{5}$, $AN = AM - MN = \frac{6}{5}$, 再由 $OA = \sqrt{ON^2 + AN^2}$ 及 $\cos \angle OAD = \frac{AN}{OA}$ 可得答案.

【解答】 解: (1) 如图 1, 过点 C 作 $CE \perp y$ 轴于点 E ,

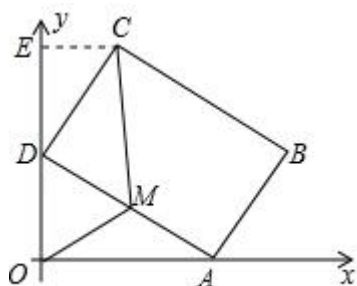


图 1

$\because$ 矩形 $ABCD$ 中, $CD \perp AD$,

$\therefore \angle CDE + \angle ADO = 90^\circ$,

又 $\because \angle OAD + \angle ADO = 90^\circ$,

$\therefore \angle CDE = \angle OAD = 30^\circ$,

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle CED \text{ 中, } CE = \frac{1}{2}CD = 2, \quad DE = \sqrt{CD^2 - CE^2} = 2\sqrt{3},$$

在 $\text{Rt}\triangle OAD$ 中, $\angle OAD = 30^\circ$,

$$\therefore OD = \frac{1}{2}AD = 3,$$

$\therefore$ 点 C 的坐标为 $(2, 3+2\sqrt{3})$;

(2) $\because M$ 为 AD 的中点,

$$\therefore DM = 3, \quad S_{\triangle DCM} = 6,$$

$$\text{又 } S_{\text{四边形 } OMCD} = \frac{21}{2},$$

$$\therefore S_{\triangle ODM} = \frac{9}{2},$$

$$\therefore S_{\triangle OAD} = 9,$$

$$\text{设 } OA = x, \quad OD = y, \quad \text{则 } x^2 + y^2 = 36, \quad \frac{1}{2}xy = 9,$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 2xy, \quad \text{即 } x = y,$$

$$\text{将 } x = y \text{ 代入 } x^2 + y^2 = 36 \text{ 得 } x^2 = 18,$$

$$\text{解得 } x = 3\sqrt{2} \text{ (负值舍去),}$$

$$\therefore OA = 3\sqrt{2};$$

(3) OC 的最大值为 8,

如图 2, M 为 AD 的中点,

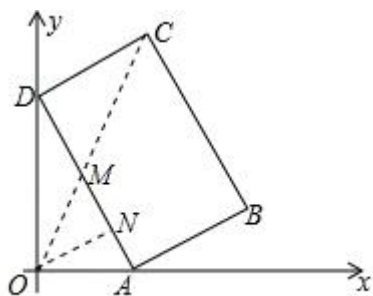


图 2

$$\therefore OM = 3, \quad CM = \sqrt{CD^2 + DM^2} = 5,$$

$$\therefore OC \leq OM + CM = 8,$$

当 O 、 M 、 C 三点在同一直线时, OC 有最大值 8,

连接 OC , 则此时 OC 与 AD 的交点为 M , 过点 O 作 $ON \perp AD$, 垂足为 N ,

$$\because \angle CDM = \angle ONM = 90^\circ, \quad \angle CMD = \angle OMN,$$

$$\therefore \triangle CMD \sim \triangle OMN,$$

$$\therefore \frac{CD}{ON} = \frac{DM}{MN} = \frac{CM}{OM}, \quad \text{即} \quad \frac{4}{ON} = \frac{3}{MN} = \frac{5}{3},$$

$$\text{解得} \quad MN = \frac{9}{5}, \quad ON = \frac{12}{5},$$

$$\therefore AN = AM - MN = \frac{6}{5},$$

$$\text{在 Rt} \triangle OAN \text{ 中, } OA = \sqrt{ON^2 + AN^2} = \frac{6\sqrt{5}}{5},$$

$$\therefore \cos \angle OAD = \frac{AN}{OA} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

【点评】 本题是四边形的综合问题，解题的关键是掌握矩形的性质、勾股定理、相似三角形的判定与性质等知识点.

会员升级服务第一拨 · 清北季



神马，有清华北大学霸方法论课；还有清华学霸向所有的父母亲述自己求学之路；

衡水名校试卷悄悄的上线了；

扫qq领取官网不首发课程，很多人我没告诉他啊！

会员qq专享等你来撩.....