

2019 年湖南省湘西州中考数学试卷

一、填空题 (本大题 8 小题, 每小题 4 分, 共 32 分, 将正确答案填在答题卡相应的横线上)

1. (4 分) -2019 的相反数是_____.
2. (4 分) 要使二次根式 $\sqrt{x-8}$ 有意义, 则 x 的取值范围为_____.
3. (4 分) 因式分解: $ab-7a=$ _____.
4. (4 分) 从 $-3, -1, \pi, 0, 3$ 这五个数中随机抽取一个数, 恰好是负数的概率是_____.
5. (4 分) 黔张常铁路将于 2020 年正式通车运营, 这条铁路估算总投资 36200 000 000 元, 数据 36200 000 000 用科学记数法表示为_____.
6. (4 分) 若关于 x 的方程 $3x-kx+2=0$ 的解为 2, 则 k 的值为_____.
7. (4 分) 下面是一个简单的数值运算程序, 当输入 x 的值为 16 时, 输出的数值为_____. (用科学计算器计算或笔算).



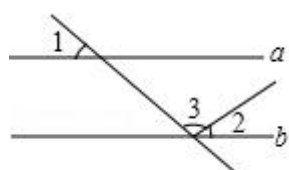
8. (4 分) 阅读材料: 设 $A = (x_1, y_1)$, $B = (x_2, y_2)$, 如果 $A \parallel B$, 则 $x_1 \cdot y_2 = x_2 \cdot y_1$, 根据该材料填空, 已知 $A = (4, 3)$, $B = (8, m)$, 且 $A \parallel B$, 则 $m=$ _____.

二、选择题 (本大题 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分, 将每个小题所给四个选项中唯一正确选项的代号填涂在答题卡相应的位置上)

9. (4 分) 下列运算中, 正确的是 ()
A. $2a+3a=5a$ B. $a^6 \div a^3 = a^2$
C. $(a-b)^2 = a^2 - b^2$ D. $\sqrt{7} + \sqrt{3} = \sqrt{10}$
10. (4 分) 已知一个多边形的内角和是 1080° , 则这个多边形是 ()
A. 五边形 B. 六边形 C. 七边形 D. 八边形
11. (4 分) 下列立体图形中, 主视图是圆的是 ()



12. (4 分) 如图, 直线 $a \parallel b$, $\angle 1 = 50^\circ$, $\angle 2 = 40^\circ$, 则 $\angle 3$ 的度数为 ()



- A. 40° B. 90° C. 50° D. 100°

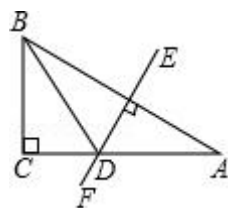
13. (4分) 一元二次方程 $x^2 - 2x + 3 = 0$ 根的情况是 ()
- A. 有两个不相等的实数根 B. 有两个相等的实数根
- C. 没有实数根 D. 无法判断
14. (4分) 在平面直角坐标系中, 将点 $(2, 1)$ 向右平移 3 个单位长度, 则所得的点的坐标是 ()
- A. $(0, 5)$ B. $(5, 1)$ C. $(2, 4)$ D. $(4, 2)$
15. (4分) 下列四个图形中, 不是轴对称图形的是 ()



16. (4分) 从甲、乙、丙、丁四人中选一人参加射击比赛, 经过三轮初赛, 他们的平均成绩都是 9 环, 方差分别是 $s_{\text{甲}}^2 = 0.25$ 克, $s_{\text{乙}}^2 = 0.3$, $s_{\text{丙}}^2 = 0.4$, $s_{\text{丁}}^2 = 0.35$, 你认为派谁去参赛更合适 ()
- A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁
17. (4分) 下列命题是真命题的是 ()

- A. 同旁内角相等, 两直线平行
- B. 对角线互相平分的四边形是平行四边形
- C. 相等的两个角是对顶角
- D. 圆内接四边形对角相等

18. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 12$, AB 的垂直平分线 EF 交 AC 于点 D , 连接 BD , 若 $\cos \angle BDC = \frac{5}{7}$, 则 BC 的长是 ()

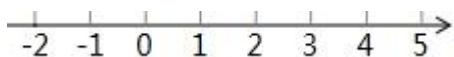


- A. 10 B. 8 C. $4\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{6}$

三、解答题（本大题 8 小题，共 78 分，每个题目都要求在答题卡的相应位置写出计算或证明的主要步骤）

19. (6 分) 计算: $\sqrt{25} + 2\sin 30^\circ - (3.14 - \pi)^0$

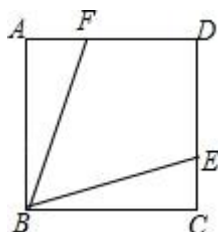
20. (6 分) 解不等式组: $\begin{cases} x-2 < 1 \\ 4x+5 > x+2 \end{cases}$ 并把解集在数轴上表示出来.



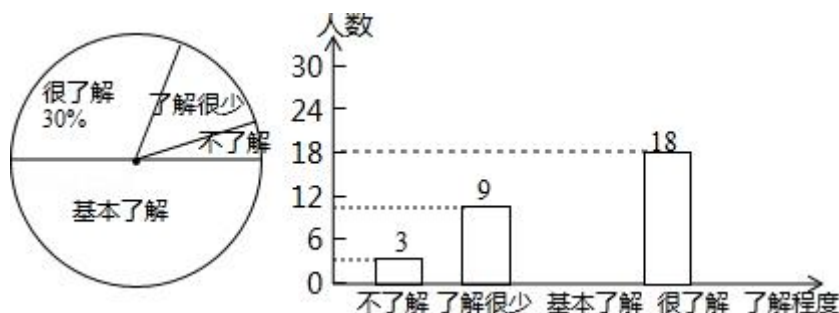
21. (8 分) 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, 点 E, F 分别在边 CD, AD 上, 且 $AF = CE$.

(1) 求证: $\triangle ABF \cong \triangle CBE$;

(2) 若 $AB = 4$, $AF = 1$, 求四边形 $BEDF$ 的面积.



22. (8 分) “扫黑除恶”受到广大人民的关注, 某中学对部分学生就“扫黑除恶”知识的了解程度, 采用随机抽样调查的方式, 并根据收集到的信息进行统计, 绘制了下面两幅尚不完整的统计图, 请你根据统计图所提供的信息解答下列问题:



(1) 接受问卷调查的学生共有_____人, 扇形统计图中“很了解”部分所对应扇形的圆心角为_____;

(2) 请补全条形统计图;

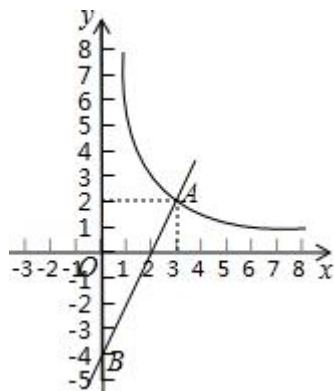
(3) 若该中学共有学生 900 人, 请根据上述调查结果, 估计该中学学生中对“扫黑除恶”知识达到“很了解”和“基本了解”程度的总人数.

23. (8 分) 如图, 一次函数 $y = kx + b$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象在第一象限交于点 A

(3, 2), 与 y 轴的负半轴交于点 B , 且 $OB = 4$.

(1) 求函数 $y = \frac{m}{x}$ 和 $y = kx + b$ 的解析式;

(2) 结合图象直接写出不等式组 $0 < \frac{m}{x} < kx + b$ 的解集.



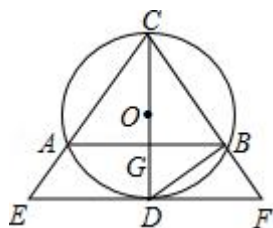
24. (8分) 列方程解应用题:

某列车平均提速 80 km/h , 用相同的时间, 该列车提速前行驶 300 km , 提速后比提速前多行驶 200 km , 求该列车提速前的平均速度.

25. (12分) 如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, $AC = BC$, CD 是 $\odot O$ 的直径, 与 AB 相交于点 G , 过点 D 作 $EF \parallel AB$, 分别交 CA 、 CB 的延长线于点 E 、 F , 连接 BD .

(1) 求证: EF 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 求证: $BD^2 = AC \cdot BF$.



26. (22分) 如图, 抛物线 $y = ax^2 + bx$ ($a > 0$) 过点 $E(8, 0)$, 矩形 $ABCD$ 的边 AB 在线段 OE 上 (点 A 在点 B 的左侧), 点 C 、 D 在抛物线上, $\angle BAD$ 的平分线 AM 交 BC 于点 M , 点 N 是 CD 的中点, 已知 $OA = 2$, 且 $OA : AD = 1 : 3$.

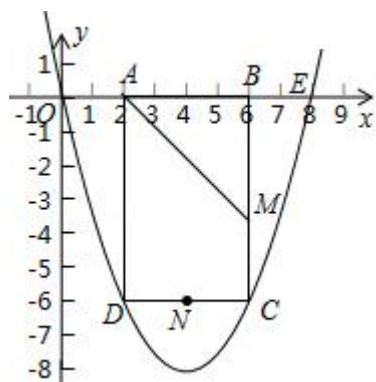
(1) 求抛物线的解析式;

(2) F 、 G 分别为 x 轴、 y 轴上的动点, 顺次连接 M 、 N 、 G 、 F 构成四边形 $MNGF$, 求四边形 $MNGF$ 周长的最小值;

(3) 在 x 轴下方且在抛物线上是否存在点 P , 使 $\triangle ODP$ 中 OD 边上的高为 $\frac{6\sqrt{10}}{5}$? 若存在, 求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由;

(4) 矩形 $ABCD$ 不动, 将抛物线向右平移, 当平移后的抛物线与矩形的边有两个交点 K 、

L , 且直线 KL 平分矩形的面积时, 求抛物线平移的距离.



2019 年湖南省湘西州中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、填空题 (本大题 8 小题, 每小题 4 分, 共 32 分, 将正确答案填在答题卡相应的横线上)

1. (4 分) -2019 的相反数是 2019.

【分析】直接利用相反数的定义进而得出答案.

【解答】解: -2019 的相反数是: 2019 .

故答案为: 2019 .

【点评】此题主要考查了相反数, 正确把握相反数的定义是解题关键.

2. (4 分) 要使二次根式 $\sqrt{x-8}$ 有意义, 则 x 的取值范围为 $x \geq 8$.

【分析】直接利用二次根式的定义得出答案.

【解答】解: 要使二次根式 $\sqrt{x-8}$ 有意义,

则 $x-8 \geq 0$,

解得: $x \geq 8$.

故答案为: $x \geq 8$.

【点评】此题主要考查了二次根式有意义的条件, 正确把握二次根式的定义是解题关键.

3. (4 分) 因式分解: $ab-7a = \underline{a(b-7)}$.

【分析】直接提公因式 a 即可.

【解答】解: 原式 $= a(b-7)$,

故答案为: $a(b-7)$.

【点评】此题主要考查了提公因式法分解因式, 关键是正确找出公因式.

4. (4 分) 从 -3 , -1 , π , 0 , 3 这五个数中随机抽取一个数, 恰好是负数的概率是 $\frac{2}{5}$.

【分析】五个数中有两个负数, 根据概率公式求解可得.

【解答】解: $\because$ 在 -3 , -1 , π , 0 , 3 这五个数中, 负数有 -3 和 -1 这 2 个,

$\therefore$ 抽取一个数, 恰好为负数的概率为 $\frac{2}{5}$,

故答案为: $\frac{2}{5}$.

【点评】此题考查了概率公式的应用. 用到的知识点为: 概率 = 所求情况数与总情况数之比.

5. (4 分) 黔张常铁路将于 2020 年正式通车运营, 这条铁路估算总投资 36200 000 000 元,

数据 36200 000 000 用科学记数法表示为 3.62×10^{10} .

【分析】 科学记数法就是将一个数字表示成 $(a \times 10^n)$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 表示整数, 即从左边第一位开始, 在首位非零的后面加上小数点, 再乘以 10 的 n 次幂.

【解答】 解: $36200\ 000\ 000 = 3.62 \times 10^{10}$.

故答案为: 3.62×10^{10} .

【点评】 此题考查了对科学记数法的理解和运用和单位的换算. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

6. (4 分) 若关于 x 的方程 $3x - kx + 2 = 0$ 的解为 2, 则 k 的值为 4.

【分析】 直接把 $x = 2$ 代入进而得出答案.

【解答】 解: $\because$ 关于 x 的方程 $3x - kx + 2 = 0$ 的解为 2,

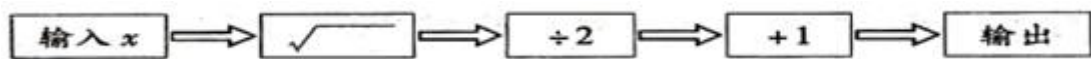
$$\therefore 3 \times 2 - 2k + 2 = 0,$$

解得: $k = 4$.

故答案为: 4.

【点评】 此题主要考查了一元一次不等式的解, 正确把已知数据代入是解题关键.

7. (4 分) 下面是一个简单的数值运算程序, 当输入 x 的值为 16 时, 输出的数值为 3. (用科学计算器计算或笔算).



【分析】 当输入 x 的值为 16 时, $\sqrt{16} = 4$, $4 \div 2 = 2$, $2 + 1 = 3$.

【解答】 解: 由题图可得代数式为 $\sqrt{x} \div 2 + 1$.

当 $x = 16$ 时, 原式 $= \sqrt{16} \div 2 + 1 = 4 \div 2 + 1 = 2 + 1 = 3$.

故答案为: 3

【点评】 此题考查了代数式求值, 此类题要能正确表示出代数式, 然后代值计算, 解答本题的关键就是弄清楚题目给出的计算程序.

8. (4 分) 阅读材料: 设 $= (x_1, y_1)$, $= (x_2, y_2)$, 如果 $//$, 则 $x_1 \cdot y_2 = x_2 \cdot y_1$, 根据该材料填空, 已知 $= (4, 3)$, $= (8, m)$, 且 $//$, 则 $m =$ 6.

【分析】 根据材料可以得到等式 $4m = 3 \times 8$, 即可求 m ;

【解答】 解: $\because = (4, 3)$, $= (8, m)$, 且 $//$,

$$\therefore 4m = 3 \times 8,$$

$$\therefore m = 6;$$

故答案为 6;

【点评】本题考查新定义，点的坐标；理解阅读材料的内容，转化为所学知识求解是关键.

二、选择题（本大题 10 小题，每小题 4 分,共 40 分，将每个小题所给四个选项中唯一正确选项的代号填涂在答题卡相应的位置上）

9. (4 分) 下列运算中，正确的是 ()

A. $2a+3a=5a$

B. $a^6 \div a^3 = a^2$

C. $(a-b)^2 = a^2 - b^2$

D. $\sqrt{7}+\sqrt{3}=\sqrt{10}$

【分析】直接利用合并同类项法则以及完全平方公式、同底数幂的乘除运算法则分别化简得出答案.

【解答】解：A、 $2a+3a=5a$ ，故此选项正确；

B、 $a^6 \div a^3 = a^3$ ，故此选项错误；

C、 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ ，故此选项错误；

D、 $\sqrt{7}+\sqrt{3}$ ，故此选项错误.

故选：A.

【点评】此题主要考查了合并同类项以及完全平方公式、同底数幂的乘除运算，正确掌握相关运算法则是解题关键.

10. (4 分) 已知一个多边形的内角和是 1080° ，则这个多边形是 ()

A. 五边形

B. 六边形

C. 七边形

D. 八边形

【分析】多边形的内角和可以表示成 $(n-2) \cdot 180^\circ$ ，列方程可求解.

【解答】解：设所求多边形边数为 n ,

则 $(n-2) \cdot 180^\circ = 1080^\circ$,

解得 $n=8$.

故选：D.

【点评】本题考查根据多边形的内角和计算公式求多边形的边数，解答时要会根据公式进行正确运算、变形和数据处理.

11. (4 分) 下列立体图形中，主视图是圆的是 ()



【分析】根据从正面看得到的图形是主视图，可得答案.

【解答】解：A、主视图是三角形，故不符合题意；

B、主视图是矩形，故不符合题意；

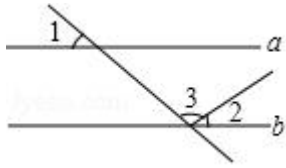
C、主视图是圆，故符合题意；

D、主视图是正方形，故不符合题意；

故选：C.

【点评】本题考查了简单几何体的三视图，熟记常见几何体的三视图是解题关键.

12. (4分) 如图，直线 $a \parallel b$ ， $\angle 1 = 50^\circ$ ， $\angle 2 = 40^\circ$ ，则 $\angle 3$ 的度数为 ()



A. 40°

B. 90°

C. 50°

D. 100°

【分析】根据平行线的性质即可得到 $\angle 4$ 的度数，再根据平角的定义即可得到 $\angle 3$ 的度数.

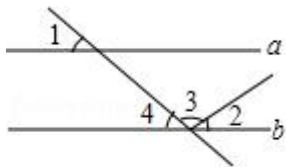
【解答】解： $\because a \parallel b$,

$$\therefore \angle 4 = \angle 1 = 50^\circ,$$

$$\because \angle 2 = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 = 90^\circ,$$

故选：B.



【点评】本题考查平行线的性质，解题的关键是熟练掌握平行线的性质.

13. (4分) 一元二次方程 $x^2 - 2x + 3 = 0$ 根的情况是 ()

A. 有两个不相等的实数根

B. 有两个相等的实数根

C. 没有实数根

D. 无法判断

【分析】直接利用根的判别式进而判断得出答案.

【解答】解： $\because a = 1$ ， $b = -2$ ， $c = 3$,

$$\therefore b^2 - 4ac = 4 = 4 - 4 \times 1 \times 3 = -8 < 0,$$

$\therefore$ 此方程没有实数根.

故选：C.

【点评】此题主要考查了根的判别式，正确记忆公式是解题关键.

14. (4分) 在平面直角坐标系中，将点 $(2, 1)$ 向右平移 3 个单位长度，则所得的点的坐标是 ()

A. $(0, 5)$ B. $(5, 1)$ C. $(2, 4)$ D. $(4, 2)$

【分析】在平面直角坐标系中，将点 $(2, 1)$ 向右平移时，横坐标增加，纵坐标不变.

【解答】解：将点 $(2, 1)$ 向右平移 3 个单位长度，则所得的点的坐标是 $(5, 1)$.

故选：B.

【点评】本题运用了点平移的坐标变化规律，关键是把握好规律.

15. (4分) 下列四个图形中，不是轴对称图形的是 ()



【分析】根据轴对称图形的概念对各图形分析判断即可得解.

【解答】解：A、是轴对称图形，故本选项错误；

B、是轴对称图形，故本选项错误；

C、是轴对称图形，故本选项错误；

D、不是轴对称图形，故本选项正确.

故选：D.

【点评】本题考查了轴对称图形的概念. 轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合.

16. (4分) 从甲、乙、丙、丁四人中选一人参加射击比赛，经过三轮初赛，他们的平均成绩都是 9 环，方差分别是 $s_{\text{甲}}^2 = 0.25$ 克， $s_{\text{乙}}^2 = 0.3$ ， $s_{\text{丙}}^2 = 0.4$ ， $s_{\text{丁}}^2 = 0.35$ ，你认为派谁去参赛更合适 ()

A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

【分析】根据方差越小，成绩越稳定即可判断.

【解答】解：因为方差越小成绩越稳定，

故选甲.

故选: A.

【点评】 本题考查方差, 解题的关键是理解方差越小成绩越稳定.

17. (4分) 下列命题是真命题的是 ()

- A. 同旁内角相等, 两直线平行
- B. 对角线互相平分的四边形是平行四边形
- C. 相等的两个角是对顶角
- D. 圆内接四边形对角相等

【分析】 由平行线的判定方法得出 A 是假命题; 由平行四边形的判定定理得出 B 是真命题; 由对顶角的定义得出 C 是假命题; 由圆内接四边形的性质得出 D 是假命题; 即可得出答案.

【解答】 解: A/同旁内角相等, 两直线平行; 假命题;

B. 对角线互相平分的四边形是平行四边形; 真命题;

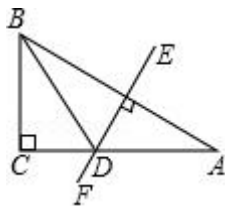
C. 相等的两个角是对顶角; 假命题;

D. 圆内接四边形对角相等; 假命题;

故选: B.

【点评】 本题考查了命题与定理、平行线的判定、平行四边形的判定、对顶角的定义、圆内接四边形的性质; 要熟练掌握.

18. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 12$, AB 的垂直平分线 EF 交 AC 于点 D , 连接 BD , 若 $\cos \angle BDC = \frac{5}{7}$, 则 BC 的长是 ()



- A. 10
- B. 8
- C. $4\sqrt{3}$
- D. $2\sqrt{6}$

【分析】 设 $CD = 5x$, $BD = 7x$, 则 $BC = 2\sqrt{6}x$, 由 $AC = 12$ 即可求 x , 进而求出 BC ;

【解答】 解: $\because \angle C = 90^\circ$, $\cos \angle BDC = \frac{5}{7}$,

设 $CD = 5x$, $BD = 7x$,

$\therefore BC = 2\sqrt{6}x$,

$\because AB$ 的垂直平分线 EF 交 AC 于点 D ,

$$\therefore AD = BD = 7x,$$

$$\therefore AC = 12x,$$

$$\therefore AC = 12,$$

$$\therefore x = 1,$$

$$\therefore BC = 2\sqrt{6};$$

故选: D.

【点评】 本题考查直角三角形的性质; 熟练掌握直角三角形函数的三角函数值, 线段垂直平分线的性质是解题的关键.

三、解答题 (本大题 8 小题, 共 78 分, 每个题目都要求在答题卡的相应位置写出计算或证明的主要步骤)

19. (6 分) 计算: $\sqrt{25} + 2\sin 30^\circ - (3.14 - \pi)^0$

【分析】 直接利用二次根式的性质以及特殊角的三角函数值、零指数幂的性质分别化简得出答案.

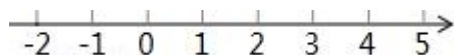
【解答】 解: 原式 $= 5 + 2 \times \frac{1}{2} - 1$

$$= 5 + 1 - 1$$

$$= 5.$$

【点评】 此题主要考查了实数运算, 正确化简各数是解题关键.

20. (6 分) 解不等式组: $\begin{cases} x-2 < 1 \\ 4x+5 > x+2 \end{cases}$ 并把解集在数轴上表示出来.



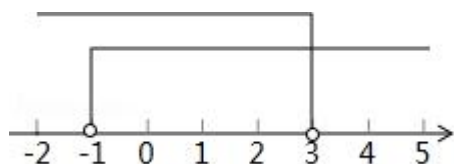
【分析】 分别求出每一个不等式的解集, 根据口诀: 同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小无解了确定不等式组的解集.

【解答】 解: 解不等式 $x - 2 < 1$ 得 $x < 3$,

解不等式 $4x + 5 > x + 2$, 得: $x > -1$,

则不等式组的解集为 $-1 < x < 3$,

将解集表示在数轴上如下:

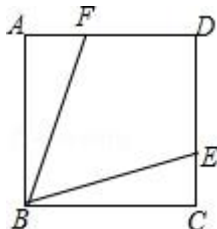


【点评】 本题考查的是解一元一次不等式组，正确求出每一个不等式解集是基础，熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

21. (8分) 如图，在正方形 $ABCD$ 中，点 E, F 分别在边 CD, AD 上，且 $AF = CE$.

(1) 求证: $\triangle ABF \cong \triangle CBE$;

(2) 若 $AB = 4, AF = 1$, 求四边形 $BEDF$ 的面积.



【分析】 (1) 利用 SAS 即可证明;

(2) 用正方形面积减去两个全等三角形的面积即可.

【解答】 解: (1) 在 $\triangle ABF$ 和 $\triangle CBE$ 中

$$\begin{cases} AB=BC \\ \angle A=\angle C=90^\circ, \\ AF=CE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABF \cong \triangle CBE (SAS)$;

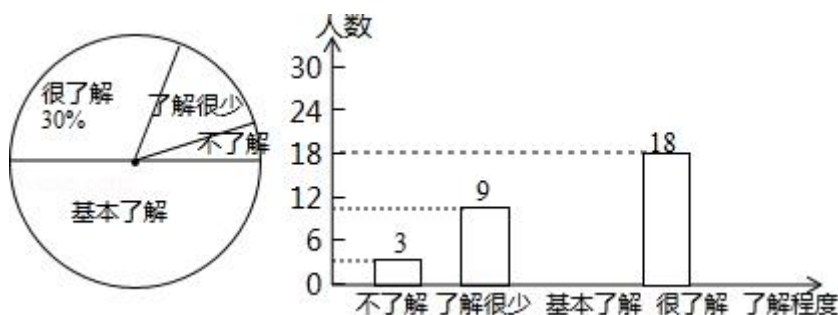
(2) 由已知可得正方形 $ABCD$ 面积为 16,

$$\triangle ABF \text{ 面积} = \triangle CBE \text{ 面积} = \frac{1}{2} \times 4 \times 1 = 2.$$

所以四边形 $BEDF$ 的面积为 $16 - 2 \times 2 = 12$.

【点评】 本题主要考查了全等三角形的判定和性质，难度较小，掌握全等三角形的判定方法是解题的关键.

22. (8分) “扫黑除恶”受到广大人民的关注，某中学对部分学生就“扫黑除恶”知识的了解程度，采用随机抽样调查的方式，并根据收集到的信息进行统计，绘制了下面两幅尚不完整的统计图，请你根据统计图所提供的信息解答下列问题:



(1) 接受问卷调查的学生共有 60 人，扇形统计图中“很了解”部分所对应扇形的圆

心角为 108°;

(2) 请补全条形统计图;

(3) 若该中学共有学生 900 人, 请根据上述调查结果, 估计该中学学生中对“扫黑除恶”知识达到“很了解”和“基本了解”程度的总人数.

【分析】 (1) 由很了解的有 18 人, 占 30%, 可求得接受问卷调查的学生数, 继而求得扇形统计图中“很了解”部分所对应扇形的圆心角;

(2) 由 (1) 可求得基本了解很少的人数, 继而补全条形统计图;

(3) 利用样本估计总体的方法, 即可求得答案.

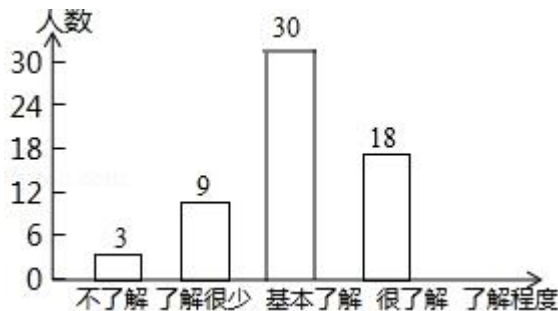
【解答】 解: (1) 接受问卷调查的学生共有: $18 \div 30\% = 60$ (人);

$\therefore$ 扇形统计图中“很了解”部分所对应扇形的圆心角为: $360^\circ \times 30\% = 108^\circ$;

故答案为: 60, 108° ;

(2) $60 - 3 - 9 - 18 = 30$;

补全条形统计图得:



(3) 根据题意得: $900 \times \frac{30+18}{60} = 720$ (人),

则估计该中学学生中对校园安全知识达到“很了解”和“基本了解”程度的总人数为 720 人.

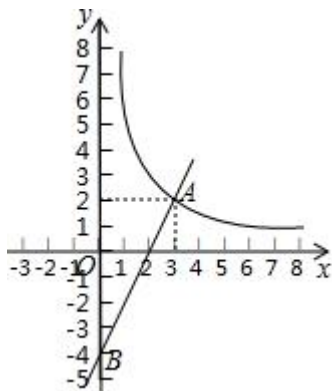
【点评】 本题考查的是条形统计图的综合运用. 读懂统计图, 从统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据.

23. (8 分) 如图, 一次函数 $y = kx + b$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象在第一象限交于点 A

(3, 2), 与 y 轴的负半轴交于点 B, 且 $OB = 4$.

(1) 求函数 $y = \frac{m}{x}$ 和 $y = kx + b$ 的解析式;

(2) 结合图象直接写出不等式组 $0 < \frac{m}{x} < kx+b$ 的解集.



【分析】(1) 把点 $A(3, 2)$ 代入反比例函数 $y = \frac{m}{x}$, 可得反比例函数解析式, 把点 $A(4,$

$2)$, $B(0, -6)$ 代入一次函数 $y = kx+b$, 可得一次函数解析式;

(2) 根据 A 点的坐标, 结合图象即可求得.

【解答】解: (1) 把点 $A(3, 2)$ 代入反比例函数 $y = \frac{m}{x}$, 可得 $m = 3 \times 2 = 6$,

$\therefore$ 反比例函数解析式为 $y = \frac{6}{x}$,

$\therefore OB = 4$,

$\therefore B(0, -4)$,

把点 $A(3, 2)$, $B(0, -4)$ 代入一次函数 $y = kx+b$, 可得 $\begin{cases} 3k+b=2 \\ b=-4 \end{cases}$,

解得 $\begin{cases} k=2 \\ b=-4 \end{cases}$,

$\therefore$ 一次函数解析式为 $y = 2x - 4$;

(2) 不等式组 $0 < \frac{m}{x} < kx+b$ 的解集为: $x > 3$.

【点评】本题主要考查了反比例函数与一次函数交点问题, 解题时注意: 反比例函数与一次函数交点坐标同时满足两个函数解析式.

24. (8分) 列方程解应用题:

某列车平均提速 80 km/h , 用相同的时间, 该列车提速前行驶 300 km , 提速后比提速前多行驶 200 km , 求该列车提速前的平均速度.

【分析】设该列车提速前的平均速度为 $x \text{ km/h}$, 则提速后的平均速度为 $(x+80) \text{ km/h}$, 根据时间 = 路程 $\div$ 速度结合提速前行驶 300 km 和提速后行驶 500 km ($300+200$) 所用时间相等, 即可得出关于 x 的分式方程, 解之经检验后即可得出结论.

【解答】解: 设该列车提速前的平均速度为 $x \text{ km/h}$, 则提速后的平均速度为 $(x+80) \text{ km/h}$,

依题意，得： $\frac{300}{x} = \frac{300+200}{x+80}$,

解得： $x = 120$,

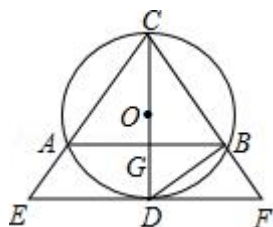
经检验， $x = 120$ 是原方程的解，且符合题意.

答：该列车提速前的平均速度为 120 km/h .

【点评】 本题考查了分式方程的应用，找准等量关系，正确列出分式方程是解题的关键.

25. (12分) 如图， $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$ ， $AC = BC$ ， CD 是 $\odot O$ 的直径，与 AB 相交于点 G ，过点 D 作 $EF \parallel AB$ ，分别交 CA 、 CB 的延长线于点 E 、 F ，连接 BD .

- (1) 求证： EF 是 $\odot O$ 的切线；
- (2) 求证： $BD^2 = AC \cdot BF$.



【分析】 (1) 根据圆的对称性即可求出答案.

(2) 先证明 $\triangle BCD \sim \triangle BDF$ ，利用相似三角形的性质可知： $\frac{BD}{BF} = \frac{BC}{BD}$ ，利用 $BC = AC$ 即可

求证 $BD^2 = AC \cdot BF$.

【解答】 解： (1) $\because AC = BC$ ， CD 是圆的直径，

$\therefore$ 由圆的对称性可知： $\angle ACD = \angle BCD$,

$\therefore CD \perp AB$,

$\because AB \parallel EF$,

$\therefore \angle CDF = \angle CGB = 90^\circ$,

$\because OD$ 是圆的半径，

$\therefore EF$ 是 $\odot O$ 的切线；

(2) $\because \angle BDF + \angle CDB = \angle CDB + \angle C = 90^\circ$,

$\therefore \angle BDF = \angle CDB$,

$\therefore \triangle BCD \sim \triangle BDF$,

$\therefore \frac{BD}{BF} = \frac{BC}{BD}$,

$\therefore BD^2 = BC \cdot BD$,

$\because BC = AC$,

$$\therefore BD^2 = AC \cdot BF.$$

【点评】 本题考查相似三角形，涉及圆的对称性，垂径定理，相似三角形的判定与性质，需要学生灵活运用所学知识.

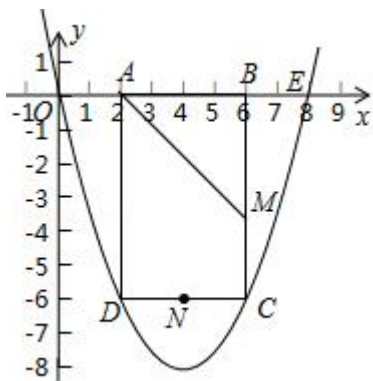
26. (22分) 如图，抛物线 $y = ax^2 + bx$ ($a > 0$) 过点 $E(8, 0)$ ，矩形 $ABCD$ 的边 AB 在线段 OE 上 (点 A 在点 B 的左侧)，点 C 、 D 在抛物线上， $\angle BAD$ 的平分线 AM 交 BC 于点 M ，点 N 是 CD 的中点，已知 $OA = 2$ ，且 $OA : AD = 1 : 3$.

(1) 求抛物线的解析式；

(2) F 、 G 分别为 x 轴、 y 轴上的动点，顺次连接 M 、 N 、 G 、 F 构成四边形 $MNGF$ ，求四边形 $MNGF$ 周长的最小值；

(3) 在 x 轴下方且在抛物线上是否存在点 P ，使 $\triangle ODP$ 中 OD 边上的高为 $\frac{6\sqrt{10}}{5}$ ？若存在，求出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由；

(4) 矩形 $ABCD$ 不动，将抛物线向右平移，当平移后的抛物线与矩形的边有两个交点 K 、 L ，且直线 KL 平分矩形的面积时，求抛物线平移的距离.



【分析】 (1) 由点 E 在 x 轴正半轴且点 A 在线段 OE 上得到点 A 在 x 轴正半轴上，所以 $A(2, 0)$ ；由 $OA = 2$ ，且 $OA : AD = 1 : 3$ 得 $AD = 6$. 由于四边形 $ABCD$ 为矩形，故有 $AD \perp AB$ ，所以点 D 在第四象限，横坐标与 A 的横坐标相同，进而得到点 D 坐标. 由抛物线经过点 D 、 E ，用待定系数法即求出其解析式.

(2) 画出四边形 $MNGF$ ，由于点 F 、 G 分别在 x 轴、 y 轴上运动，故可作点 M 关于 x 轴的对称点点 M' ，作点 N 关于 y 轴的对称点点 N' ，得 $FM = FM'$ 、 $GN = GN'$. 易得当 M' 、 F 、 G 、 N' 在同一直线上时 $NG + GF + FM = M'N'$ 最小，故四边形 $MNGF$ 周长最小值等于 $M'N' + MN$. 根据矩形性质、抛物线性质等条件求出点 M 、 M' 、 N 、 N' 坐标，即求得答案.

(3) 因为 OD 可求，且已知 $\triangle ODP$ 中 OD 边上的高，故可求 $\triangle ODP$ 的面积. 又因为 $\triangle ODP$ 的面积常规求法是过点 P 作 PE 平行 y 轴交直线 OD 于点 E ，把 $\triangle ODP$ 拆分为 $\triangle OPE$ 与 $\triangle$

DPE 的和或差来计算,故存在等量关系. 设点 P 坐标为 t , 用 t 表示 PE 的长即列得方程. 求得 t 的值要讨论是否满足点 P 在 x 轴下方的条件.

(4) 由 KL 平分矩形 $ABCD$ 的面积可得 K 在线段 AB 上、 L 在线段 CD 上, 画出平移后的抛物线可知, 点 K 由点 O 平移得到, 点 L 由点 D 平移得到, 故有 $K(m, 0)$, $L(2+m, 0)$. 易证 KL 平分矩形面积时, KL 一定经过矩形的中心 H 且被 H 平分, 求出 H 坐标为 $(4, -3)$, 由中点坐标公式即求得 m 的值.

【解答】 解: (1) $\because$ 点 A 在线段 OE 上, $E(8, 0)$, $OA=2$

$$\therefore A(2, 0)$$

$$\because OA: AD=1: 3$$

$$\therefore AD=3OA=6$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形

$$\therefore AD \perp AB$$

$$\therefore D(2, -6)$$

$\because$ 抛物线 $y=ax^2+bx$ 经过点 D 、 E

$$\therefore \begin{cases} 4a+2b=-6 \\ 64a+8b=0 \end{cases} \quad \text{解得: } \begin{cases} a=\frac{1}{2} \\ b=-4 \end{cases}$$

$$\therefore \text{抛物线的解析式为 } y=\frac{1}{2}x^2-4x$$

(2) 如图 1, 作点 M 关于 x 轴的对称点 M' , 作点 N 关于 y 轴的对称点 N' , 连接 FM' 、 GN' 、 MN

$$\because y=\frac{1}{2}x^2-4x=\frac{1}{2}(x-4)^2-8$$

$\therefore$ 抛物线对称轴为直线 $x=4$

$\because$ 点 C 、 D 在抛物线上, 且 $CD \parallel x$ 轴, $D(2, -6)$

$\therefore y_C=y_D=-6$, 即点 C 、 D 关于直线 $x=4$ 对称

$$\therefore x_C=4+(4-x_D)=4+4-2=6, \text{ 即 } C(6, -6)$$

$$\therefore AB=CD=4, B(6, 0)$$

$\because AM$ 平分 $\angle BAD$, $\angle BAD=\angle ABM=90^\circ$

$$\therefore \angle BAM=45^\circ$$

$$\therefore BM=AB=4$$

$$\therefore M(6, -4)$$

$\therefore$ 点 M 、 M 关于 x 轴对称, 点 F 在 x 轴上

$$\therefore M(6, 4), FM = FM$$

$\therefore N$ 为 CD 中点

$$\therefore N(4, -6)$$

$\therefore$ 点 N 、 N 关于 y 轴对称, 点 G 在 y 轴上

$$\therefore N(-4, -6), GN = GN$$

$$\therefore C_{\text{四边形} MNGF} = MN + NG + GF + FM = MN + NG + GF + FM$$

$\therefore$ 当 M 、 F 、 G 、 N 在同一直线上时, $NG + GF + FM = MN$ 最小

$$\therefore C_{\text{四边形} MNGF} = MN + MN = \sqrt{(6-4)^2 + (-4+6)^2} + \sqrt{(6+4)^2 + (4+6)^2} = 2\sqrt{2} + 10\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$$

$\therefore$ 四边形 $MNGF$ 周长最小值为 $12\sqrt{2}$.

(3) 存在点 P , 使 $\triangle ODP$ 中 OD 边上的高为 $\frac{6\sqrt{10}}{5}$.

过点 P 作 $PE \parallel y$ 轴交直线 OD 于点 E

$$\therefore D(2, -6)$$

$$\therefore OD = \sqrt{2^2 + 6^2} = 2\sqrt{10}, \text{ 直线 } OD \text{ 解析式为 } y = -3x$$

设点 P 坐标为 $(t, \frac{1}{2}t^2 - 4t)$ ($0 < t < 8$), 则点 $E(t, -3t)$

①如图 2, 当 $0 < t < 2$ 时, 点 P 在点 D 左侧

$$\therefore PE = y_E - y_P = -3t - (\frac{1}{2}t^2 - 4t) = -\frac{1}{2}t^2 + t$$

$$\therefore S_{\triangle ODP} = S_{\triangle OPE} + S_{\triangle DPE} = \frac{1}{2}PE \cdot x_P + \frac{1}{2}PE \cdot (x_D - x_P) = \frac{1}{2}PE (x_P + x_D - x_P) = \frac{1}{2}PE \cdot x_D = PE = -\frac{1}{2}t^2 + t$$

$$\therefore \triangle ODP \text{ 中 } OD \text{ 边上的高 } h = \frac{6\sqrt{10}}{5},$$

$$\therefore S_{\triangle ODP} = \frac{1}{2}OD \cdot h$$

$$\therefore -\frac{1}{2}t^2 + t = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{10} \times \frac{6\sqrt{10}}{5}$$

方程无解

②如图 3, 当 $2 < t < 8$ 时, 点 P 在点 D 右侧

$$\therefore PE = y_P - y_E = \frac{1}{2}t^2 - 4t - (-3t) = \frac{1}{2}t^2 - t$$

$$\therefore S_{\triangle ODP} = S_{\triangle OPE} - S_{\triangle DPE} = \frac{1}{2}PE \cdot x_P - \frac{1}{2}PE \cdot (x_P - x_D) = \frac{1}{2}PE \cdot (x_P - x_P + x_D) = \frac{1}{2}PE \cdot x_D = PE = \frac{1}{2}t^2 - t$$

$$\therefore \frac{1}{2}t^2 - t = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{10} \times \frac{6\sqrt{10}}{5}$$

解得: $t_1 = -4$ (舍去), $t_2 = 6$

$$\therefore P(6, -6)$$

综上所述, 点 P 坐标为 $(6, -6)$ 满足使 $\triangle ODP$ 中 OD 边上的高为 $\frac{6\sqrt{10}}{5}$.

(4) 设抛物线向右平移 m 个单位长度后与矩形 $ABCD$ 有交点 K 、 L

$\therefore KL$ 平分矩形 $ABCD$ 的面积

$\therefore K$ 在线段 AB 上, L 在线段 CD 上, 如图 4

$$\therefore K(m, 0), L(2+m, 0)$$

连接 AC , 交 KL 于点 H

$$\therefore S_{\triangle ACD} = S_{\text{四边形 } ADLK} = \frac{1}{2}S_{\text{矩形 } ABCD}$$

$$\therefore S_{\triangle AHK} = S_{\triangle CHL}$$

$$\therefore AK \parallel LC$$

$$\therefore \triangle AHK \sim \triangle CHL$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle AHK}}{S_{\triangle CHL}} = \left(\frac{AH}{CH}\right)^2 = 1$$

$\therefore AH = CH$, 即点 H 为 AC 中点

$\therefore H(4, -3)$ 也是 KL 中点

$$\therefore \frac{m+2+m}{2} = 4$$

$$\therefore m = 3$$

$\therefore$ 抛物线平移的距离为 3 个单位长度.

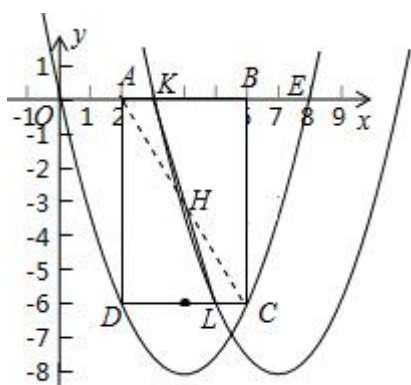


图4

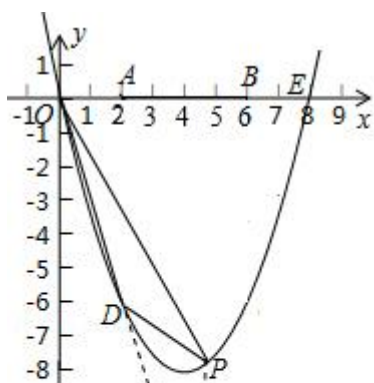


图3

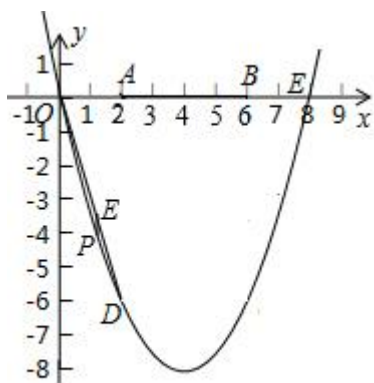
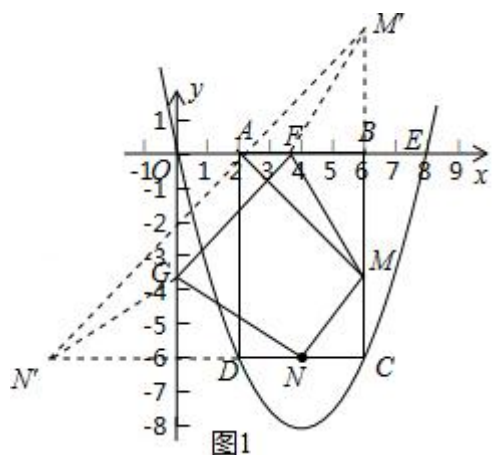


图2



【点评】 本题考查了矩形的性质，二次函数的图象与性质，轴对称求最短路径问题，勾股定理，坐标系中求三角形面积，抛物线的平移，相似三角形的判定和应用，中点坐标公式. 易错的地方有第 (1) 题对点 D 、 C 、 B 坐标位置的准确说明，第 (3) 题在点 D 左侧不存在满足的 P 在点 D 左侧的讨论，第 (4) 题对 KL 必过矩形中心的证明.

会员升级服务第一拨 · 清北季



神马，有清华北大学霸方法论课；还有清华学霸向所有的父母亲述自己求学之路；

衡水名校试卷悄悄的上线了；

扫qq领取官网不首发课程，很多人我没告诉他啊！

会员qq专享等你来撩.....