

2019 年湖南省湘潭市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题有且只有一个正确答案，请将正确答案的选项代号涂在答题卡相应的位置上，每小题 3 分，满分 24 分）

1.（3 分）下列各数中是负数的是（ ）

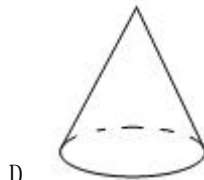
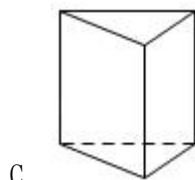
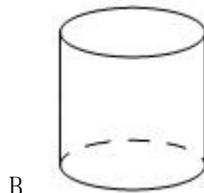
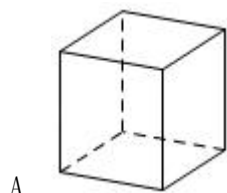
A. $|-3|$

B. -3

C. $-(-3)$

D. $\frac{1}{3}$

2.（3 分）下列立体图形中，俯视图是三角形的是（ ）



3.（3 分）今年湘潭市参加初中学业水平考试的九年级学生人数约 24000 人，24000 用科学记数法表示为（ ）

A. 0.24×10^5

B. 2.4×10^4

C. 2.4×10^3

D. 24×10^3

4.（3 分）下列计算正确的是（ ）

A. $a^6 \div a^3 = a^2$

B. $(a^2)^3 = a^5$

C. $2a+3a=6a$

D. $2a \cdot 3a = 6a^2$

5.（3 分）已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x + c = 0$ 有两个相等的实数根，则 $c =$ （ ）

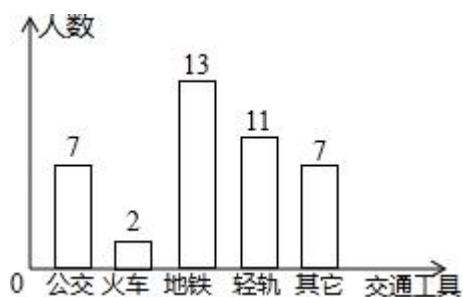
A. 4

B. 2

C. 1

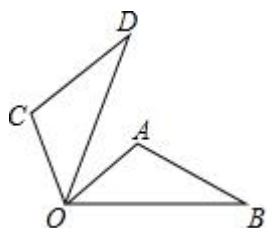
D. -4

6.（3 分）随着长株潭一体化进程不断推进，湘潭在交通方面越来越让人期待．将要实施的“两干一轨”项目中的“一轨”，是将长沙市地铁 3 号线南延至湘潭北站，往返长潭两地又将多“地铁”这一选择．为了解人们选择交通工具的意愿，随机抽取了部分市民进行调查，并根据调查结果绘制如下统计图，关于交通工具选择的人数数据，以下结论正确的是（ ）



- A. 平均数是 8 B. 众数是 11 C. 中位数是 2 D. 极差是 10

7. (3 分) 如图, 将 $\triangle OAB$ 绕点 O 逆时针旋转 70° 到 $\triangle OCD$ 的位置, 若 $\angle AOB = 40^\circ$, 则 $\angle AOD$ = ()



- A. 45° B. 40° C. 35° D. 30°

8. (3 分) 现代互联网技术的广泛应用, 催生了快递行业的高速发展. 据调查, 湘潭某家小型快递公司的分拣工小李和小江, 在分拣同一类物件时, 小李分拣 120 个物件所用的时间与江小江分拣 90 个物件所用的时间相同, 已知小李每小时比小江多分拣 20 个物件. 若设小江每小时分拣 x 个物件, 则可列方程为 ()

- A. $\frac{120}{x-20} = \frac{90}{x}$ B. $\frac{120}{x+20} = \frac{90}{x}$
 C. $\frac{120}{x} = \frac{90}{x-20}$ D. $\frac{120}{x} = \frac{90}{x+20}$

二、填空题 (本大题共 8 小题, 请将答案写在答题卡相应的位置上, 每小题 3 分, 满分 24 分)

9. (3 分) 函数 $y = \frac{1}{x-6}$ 中, 自变量 x 的取值范围是_____.

10. (3 分) 若 $a+b=5$, $a-b=3$, 则 a^2-b^2 =_____.

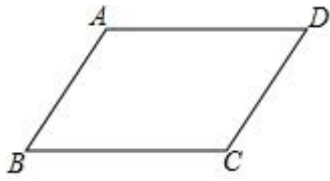
11. (3 分) 为庆祝新中国成立 70 周年, 某校开展以“我和我亲爱的祖国”为主题的“快闪”活动, 七年级准备从两名男生和三名女生中选出一名同学领唱, 如果每一位同学被选中的机会均等, 则选出的恰为女生的概率是_____.

12. (3 分) 计算: $(\frac{1}{4})^{-1}$ =_____.

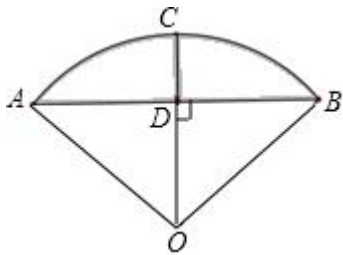
13. (3 分) 将一次函数 $y=3x$ 的图象向上平移 2 个单位, 所得图象的函数表达式为_____.

14. (3 分) 四边形的内角和是_____.

15. (3分) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, 若 $AB=CD$, 则添加一个条件_____, 能得到平行四边形 $ABCD$. (不添加辅助线, 任意添加一个符合题意的条件即可)

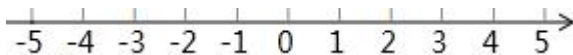


16. (3分) 《九章算术》是我国古代数学成就的杰出代表作, 其中《方田》章计算弧田面积所用的经验公式是: 弧田面积 $= \frac{1}{2} (\text{弦} \times \text{矢} + \text{矢}^2)$. 弧田是由圆弧和其所对的弦围成 (如图中的阴影部分), 公式中“弦”指圆弧所对弦长, “矢”等于半径长与圆心到弦的距离之差, 运用垂径定理 (当半径 $OC \perp$ 弦 AB 时, OC 平分 AB) 可以求解. 现已知弦 $AB=8$ 米, 半径等于 5 米的弧田, 按照上述公式计算出弧田的面积为_____平方米.



- 三、解答题 (本大题共 10 小题, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤请将解答过程写在答题卡相应位置上, 满分 72 分)

17. (6分) 解不等式组 $\begin{cases} 2x \leq 6 \\ \frac{3x+1}{2} > x \end{cases}$, 并把它的解集在数轴上表示出来.



18. (6分) 阅读材料: 运用公式法分解因式, 除了常用的平方差公式和完全平方公式以外, 还可以应用其他公式, 如立方和与立方差公式, 其公式如下:

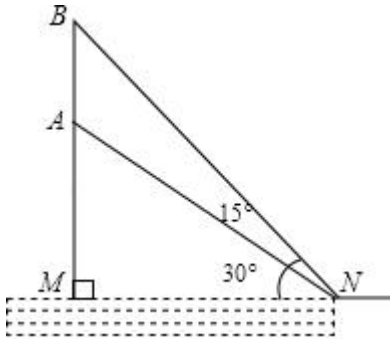
$$\text{立方和公式: } x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2)$$

$$\text{立方差公式: } x^3 - y^3 = (x-y)(x^2 + xy + y^2)$$

根据材料和已学知识, 先化简, 再求值: $\frac{3x}{x^2-2x} - \frac{x^2+2x+4}{x^3-8}$, 其中 $x=3$.

19. (6分) 我国于 2019 年 6 月 5 日首次完成运载火箭海上发射, 这标志着我国火箭发射技术达到了一个崭新的高度. 如图, 运载火箭从海面发射站点 M 处垂直海面发射, 当火箭到达点 A 处时, 海岸边 N 处的雷达站测得点 N 到点 A 的距离为 8 千米, 仰角为 30° . 火

箭继续直线上升到达点 B 处，此时海岸边 N 处的雷达测得 B 处的仰角增加 15° ，求此时火箭所在点 B 处与发射站点 M 处的距离．(结果精确到 0.1 千米)(参考数据： $\sqrt{2} \approx 1.41$ ， $\sqrt{3} \approx 1.73$)



20. (6 分) 每年 5 月份是心理健康宣传月，某中学开展以“关心他人，关爱自己”为主题的心理健康系列活动. 为了解师生的心理健康状况，对全体 2000 名师生进行了心理测评，随机抽取 20 名师生的测评分数进行了以下数据的整理与分析：

①数据收集：抽取的 20 名师生测评分数如下

85, 82, 94, 72, 78, 89, 96, 98, 84, 65,
73, 54, 83, 76, 70, 85, 83, 63, 92, 90.

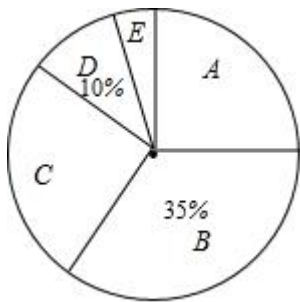
②数据整理：将收集的数据进行分组并评价等第：

分数 x	$90 \leq x < 100$	$80 \leq x < 90$	$70 \leq x < 80$	$60 \leq x < 70$	$x < 60$
人数	5	a	5	2	1
等第	A	B	C	D	E

③数据分析：绘制成不完整的扇形统计图：

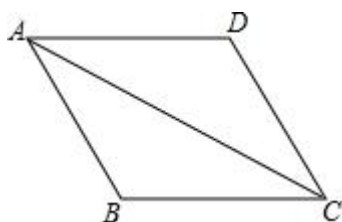
④依据统计信息回答问题

- (1) 统计表中的 $a =$ _____.
- (2) 心理测评等第 C 等的师生人数所占扇形的圆心角度数为_____.
- (3) 学校决定对 E 等的师生进行团队心理辅导，请你根据数据分析结果，估计有多少师生需要参加团队心理辅导？



21. (6分) 如图, 将 $\triangle ABC$ 沿着 AC 边翻折, 得到 $\triangle ADC$, 且 $AB \parallel CD$.

- (1) 判断四边形 $ABCD$ 的形状, 并说明理由;
- (2) 若 $AC=16$, $BC=10$, 求四边形 $ABCD$ 的面积.

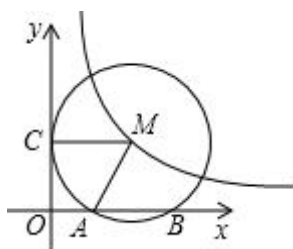


22. (6分) 2018 年高一新生开始, 湖南全面启动高考综合改革, 实行“3+1+2”的高考选考方案. “3”是指语文、数学、外语三科必考; “1”是指从物理、历史两科中任选一科参加选考, “2”是指从政治、化学、地理、生物四科中任选两科参加选考

- (1) “1+2”的选考方案共有多少种? 请直接写出所有可能的选法; (选法与顺序无关, 例如: “物、政、化”与“物、化、政”属于同一种选法)
- (2) 高一学生小明和小杰将参加新高考, 他们酷爱历史和生物, 两人约定必选历史和生物. 他们还需要从政治、化学、地理三科中选一科参考, 若这三科被选中的机会均等, 请用列表或画树状图的方法, 求出他们恰好都选中政治的概率.

23. (8分) 如图, 在平面直角坐标系中, $\odot M$ 与 x 轴的正半轴交于 A 、 B 两点, 与 y 轴的正半轴相切于点 C , 连接 MA 、 MC , 已知 $\odot M$ 半径为 2 , $\angle AMC=60^\circ$, 双曲线 $y=\frac{k}{x}$ ($x>0$) 经过圆心 M .

- (1) 求双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 的解析式;
- (2) 求直线 BC 的解析式.

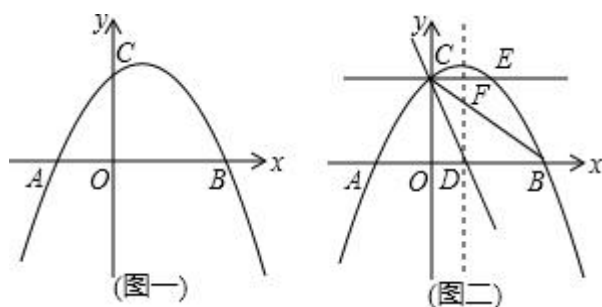


24. (8分) 湘潭政府工作报告中强调, 2019年着重推进乡村振兴战略, 做优做响湘莲等特色农产品品牌. 小亮调查了一家湘潭特产店A、B两种湘莲礼盒一个月的销售情况, A种湘莲礼盒进价72元/盒, 售价120元/盒, B种湘莲礼盒进价40元/盒, 售价80元/盒, 这两种湘莲礼盒这个月平均每天的销售总额为2800元, 平均每天的总利润为1280元.

(1) 求该店平均每天销售这两种湘莲礼盒各多少盒?

(2) 小亮调查发现, A种湘莲礼盒售价每降3元可多卖1盒. 若B种湘莲礼盒的售价和销量不变, 当A种湘莲礼盒降价多少元/盒时, 这两种湘莲礼盒平均每天的总利润最大, 最大是多少元?

25. (10分) 如图一, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 过 $A(-1, 0)$ $B(3, 0)$ 、 $C(0, \sqrt{3})$ 三点

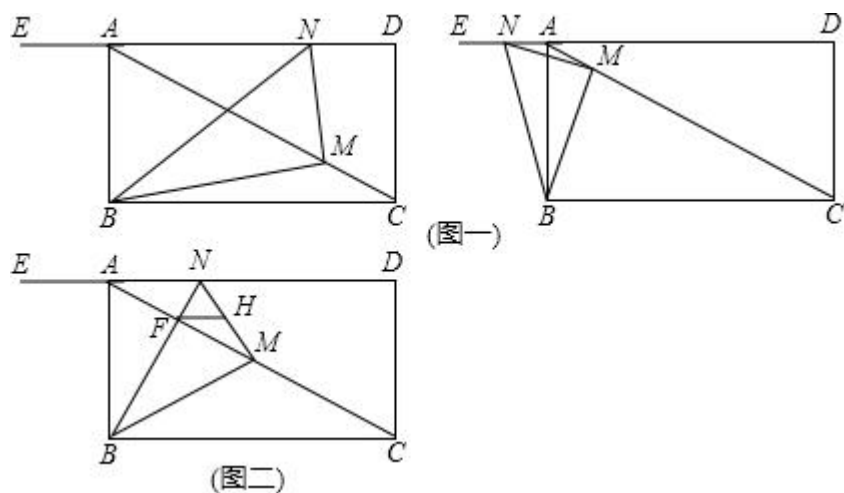


(1) 求该抛物线的解析式;

(2) $P(x_1, y_1)$ 、 $Q(4, y_2)$ 两点均在该抛物线上, 若 $y_1 \leq y_2$, 求P点横坐标 x_1 的取值范围;

(3) 如图二, 过点C作x轴的平行线交抛物线于点E, 该抛物线的对称轴与x轴交于点D, 连结CD、CB, 点F为线段CB的中点, 点M、N分别为直线CD和CE上的动点, 求 $\triangle FMN$ 周长的最小值.

26. (10分) 如图一, 在射线DE的一侧以AD为一条边作矩形ABCD, $AD = 5\sqrt{3}$, $CD = 5$, 点M是线段AC上一动点(不与点A重合), 连结BM, 过点M作BM的垂线交射线DE于点N, 连接BN.



(1) 求 $\angle CAD$ 的大小；

(2) 问题探究：动点 M 在运动的过程中，

① 是否能使 $\triangle AMN$ 为等腰三角形，如果能，求出线段 MC 的长度；如果不能，请说明理由。

② $\angle MBN$ 的大小是否改变？若不改变，请求出 $\angle MBN$ 的大小；若改变，请说明理由。

(3) 问题解决：

如图二，当动点 M 运动到 AC 的中点时， AM 与 BN 的交点为 F ， MN 的中点为 H ，求线段 FH 的长度。

2019 年湖南省湘潭市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题有且只有一个正确答案，请将正确答案的选项代号涂在答题卡相应的位置上，每小题 3 分，满分 24 分）

1.（3 分）下列各数中是负数的是（ ）

- A. $|-3|$ B. -3 C. $-(-3)$ D. $\frac{1}{3}$

【分析】根据负数的定义可得 B 为答案.

【解答】解： -3 的绝对值 $= 3 > 0$;

$-3 < 0$;

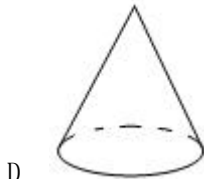
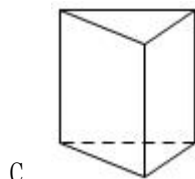
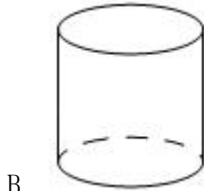
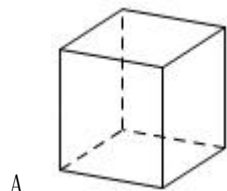
$-(-3) = 3 > 0$;

$\frac{1}{3} > 0$.

故选： B .

【点评】本题运用了负数的定义来解决问题，关键是要有数感.

2.（3 分）下列立体图形中，俯视图是三角形的是（ ）



【分析】俯视图是从物体上面看所得到的图形，据此判断得出物体的俯视图.

【解答】解： A 、立方体的俯视图是正方形，故此选项错误；

B 、圆柱体的俯视图是圆，故此选项错误；

C 、三棱柱的俯视图是三角形，故此选项正确；

D 、圆锥体的俯视图是圆，故此选项错误；

故选： C .

【点评】本题考查了几何体的三种视图，掌握定义是关键．注意所有的看到的棱都应表现在三视图中．

3. (3分) 今年湘潭市参加初中学业水平考试的九年级学生人数约 24000 人，24000 用科学记数法表示为 ()

A. 0.24×10^5 B. 2.4×10^4 C. 2.4×10^3 D. 24×10^3

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值 > 10 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数．

【解答】解：将 24000 用科学记数法表示为： 2.4×10^4 ，

故选：B.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．

4. (3分) 下列计算正确的是 ()

A. $a^6 \div a^3 = a^2$ B. $(a^2)^3 = a^5$ C. $2a+3a=6a$ D. $2a \cdot 3a=6a^2$

【分析】根据同底数幂的除法，幂的乘方，合并同类项法则和单项式乘以单项式分别求每个式子的值，再判断即可．

【解答】解：A、结果是 a^3 ，故本选项不符合题意；

B、结果是 a^6 ，故本选项不符合题意；

C、结果是 $5a$ ，故本选项不符合题意；

D、结果是 $6a^2$ ，故本选项符合题意；

故选：D.

【点评】本题考查了同底数幂的除法，幂的乘方，合并同类项法则和单项式乘以单项式等知识点，能够正确求出每个式子的值是解此题的关键．

5. (3分) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x + c = 0$ 有两个相等的实数根，则 $c =$ ()

A. 4 B. 2 C. 1 D. -4

【分析】根据方程有两个相等的实数根结合根的判别式即可得出关于 c 的一元一次方程，解方程即可得出结论．

【解答】解： $\because$ 方程 $x^2 - 4x + c = 0$ 有两个相等的实数根，

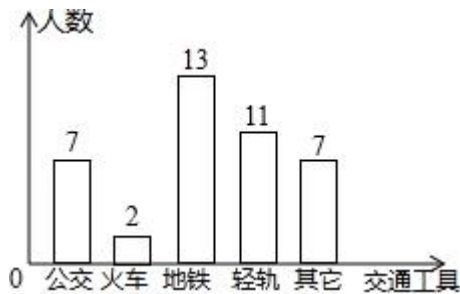
$$\therefore \Delta = (-4)^2 - 4 \times 1 \times c = 16 - 4c = 0,$$

解得： $c=4$ ．

故选： A ．

【点评】本题考查了根的判别式以及解一元一次方程，由方程有两个相等的实数根结合根的判别式得出关于 c 的一元一次方程是解题的关键．

6. (3分) 随着长株潭一体化进程不断推进，湘潭在交通方面越来越让人期待．将要实施的“两干一轨”项目中的“一轨”，是将长沙市地铁3号线南延至湘潭北站，往返长潭两地又将多“地铁”这一选择．为了解人们选择交通工具的意愿，随机抽取了部分市民进行调查，并根据调查结果绘制如下统计图，关于交通工具选择的人数数据，以下结论正确的是（ ）



- A. 平均数是8 B. 众数是11 C. 中位数是2 D. 极差是10

【分析】从条形统计图中可以知道共调查40人，选择公交7人，火车2人，地铁13人，轻轨11人，其它7人，

极差为 $13-2=11$ ，故D不正确；出现次数最多的是13，即众数是13，故B不正确，从小到大排列，第20、21个数都是13，即中位数是13，故C是不正确的；

$(7+2+13+11+7) \div 5 = 8$ ，即平均数是8，故A是正确的．

【解答】解： $(7+2+13+11+7) \div 5 = 8$ ，即平均数是8，故A是正确的．

出现次数最多的是13，即众数是13，故B不正确，

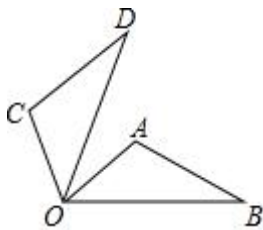
从小到大排列，第20、21个数都是13，即中位数是13，故C是不正确的；

极差为 $13-2=11$ ，故D不正确；

故选： A ．

【点评】考查平均数、众数、中位数、极差的意义和求法，正确掌握这几个统计量的意义是解决问题的前提．

7. (3分) 如图，将 $\triangle OAB$ 绕点 O 逆时针旋转 70° 到 $\triangle OCD$ 的位置，若 $\angle AOB=40^\circ$ ，则 $\angle AOD$ = ()



- A. 45° B. 40° C. 35° D. 30°

【分析】首先根据旋转角定义可以知道 $\angle BOD = 70^\circ$ ，而 $\angle AOB = 40^\circ$ ，然后根据图形即可求出 $\angle AOD$ 。

【解答】解： $\because \triangle OAB$ 绕点 O 逆时针旋转 70° 到 $\triangle OCD$ 的位置，

$$\therefore \angle BOD = 70^\circ,$$

$$\text{而 } \angle AOB = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle AOD = 70^\circ - 40^\circ = 30^\circ.$$

故选：D.

【点评】此题主要考查了旋转的定义及性质，其中解题主要利用了旋转前后图形全等，对应角相等知识。

8. (3分) 现代互联网技术的广泛应用，催生了快递行业的高速发展．据调查，湘潭某家小型快递公司的分拣工小李和小江，在分拣同一类物件时，小李分拣 120 个物件所用的时间与江小江分拣 90 个物件所用的时间相同，已知小李每小时比小江多分拣 20 个物件．若设小江每小时分拣 x 个物件，则可列方程为（ ）

- A. $\frac{120}{x-20} = \frac{90}{x}$ B. $\frac{120}{x+20} = \frac{90}{x}$
C. $\frac{120}{x} = \frac{90}{x-20}$ D. $\frac{120}{x} = \frac{90}{x+20}$

【分析】根据题意，可以列出相应的分式方程，本题得以解决．

【解答】解：由题意可得，

$$\frac{120}{x+20} = \frac{90}{x},$$

故选：B.

【点评】本题考查由实际问题抽象出分式方程，解答本题的关键是明确题意，列出相应的分式方程．

- 二、填空题（本大题共 8 小题，请将答案写在答题卡相应的位置上，每小题 3 分，满分 24 分）

9. (3分) 函数 $y = \frac{1}{x-6}$ 中, 自变量 x 的取值范围是 $x \neq 6$.

【分析】根据分母不等于0列式计算即可得解.

【解答】解: 由题意得, $x - 6 \neq 0$,

解得 $x \neq 6$.

故答案为: $x \neq 6$.

【点评】本题考查了函数自变量的取值范围, 一般从三个方面考虑:

(1) 当函数表达式是整式时, 自变量可取全体实数;

(2) 当函数表达式是分式时, 考虑分式的分母不能为0;

(3) 当函数表达式是二次根式时, 被开方数非负.

10. (3分) 若 $a+b=5$, $a-b=3$, 则 $a^2-b^2 = 15$.

【分析】先根据平方差公式分解因式, 再代入求出即可.

【解答】解: $\because a+b=5$, $a-b=3$,

$$\therefore a^2 - b^2$$

$$= (a+b)(a-b)$$

$$= 5 \times 3$$

$$= 15,$$

故答案为: 15.

【点评】本题考查了平方差公式, 能够正确分解因式是解此题的关键.

11. (3分) 为庆祝新中国成立70周年, 某校开展以“我和我亲爱的祖国”为主题的“快闪”活动, 七年级准备从两名男生和三名女生中选出一名同学领唱, 如果每一位同学被选中的机会均等, 则选出的恰为女生的概率是 $\frac{3}{5}$.

【分析】随机事件 A 的概率 $P(A) = \text{事件 } A \text{ 可能出现的结果数} \div \text{所有可能出现的结果数}$.

【解答】解: 选出的恰为女生的概率为 $\frac{3}{3+2} = \frac{3}{5}$,

故答案为 $\frac{3}{5}$.

【点评】本题考查了概率, 熟练运用概率公式计算是解题的关键.

12. (3分) 计算: $(\frac{1}{4})^{-1} = 4$.

【分析】根据负整数指数幂与正整数指数幂互为倒数, 可得答案.

【解答】解： $(\frac{1}{4})^{-1} = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4$,

故答案为：4.

【点评】本题考查了负整数指数幂，利用了负整数指数幂与正整数指数幂互为倒数.

13. (3分) 将一次函数 $y=3x$ 的图象向上平移 2 个单位，所得图象的函数表达式为 $y=3x+2$.

【分析】根据“上加下减”的平移规律进行解答即可.

【解答】解：将正比例函数 $y=3x$ 的图象向上平移 2 个单位后所得函数的解析式为 $y=3x+2$,

故答案为： $y=3x+2$.

【点评】本题考查的是一次函数的图象与几何变换，熟知“上加下减”的原则是解答此题的关键.

14. (3分) 四边形的内角和是 360° .

【分析】根据 n 边形的内角和是 $(n-2) \cdot 180^\circ$ ，代入公式就可以求出内角和.

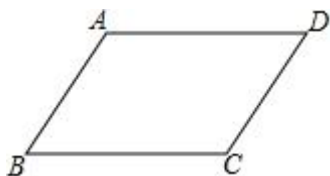
【解答】解： $(4-2) \times 180^\circ = 360^\circ$.

故四边形的内角和为 360° .

故答案为： 360° .

【点评】本题主要考查了多边形的内角和公式，是需要识记的内容，比较简单.

15. (3分) 如图，在四边形 $ABCD$ 中，若 $AB=CD$ ，则添加一个条件 $AD=BC$ ，能得到平行四边形 $ABCD$. (不添加辅助线，任意添加一个符合题意的条件即可)



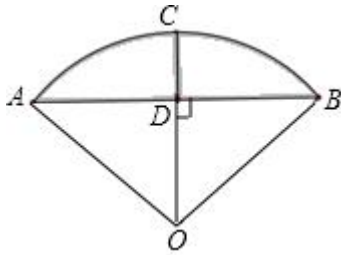
【分析】可再添加一个条件 $AD=BC$ ，根据两组对边分别相等的四边形是平行四边形，四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

【解答】解：根据平行四边形的判定，可再添加一个条件： $AD=BC$.

故答案为： $AD=BC$ (答案不唯一).

【点评】此题主要考查平行四边形的判定. 是一个开放条件的题目，熟练掌握判定定理是解题的关键.

16. (3分)《九章算术》是我国古代数学成就的杰出代表作,其中《方田》章计算弧田面积所用的经验公式是:弧田面积 $=\frac{1}{2}(\text{弦}\times\text{矢}+\text{矢}^2)$.弧田是由圆弧和其所对的弦围成(如图中的阴影部分),公式中“弦”指圆弧所对弦长,“矢”等于半径长与圆心到弦的距离之差,运用垂径定理(当半径 $OC\perp$ 弦 AB 时, OC 平分 AB)可以求解.现已知弦 $AB=8$ 米,半径等于5米的弧田,按照上述公式计算出弧田的面积为 10 平方米.



【分析】根据垂径定理得到 $AD=4$, 由勾股定理得到 $OD=\sqrt{OA^2-AD^2}=3$, 求得 $OA-OD=2$, 根据弧田面积 $=\frac{1}{2}(\text{弦}\times\text{矢}+\text{矢}^2)$ 即可得到结论.

【解答】解: $\because$ 弦 $AB=8$ 米, 半径 $OC\perp$ 弦 AB ,
 $\therefore AD=4$,

$$\therefore OD=\sqrt{OA^2-AD^2}=3,$$

$$\therefore OA-OD=2,$$

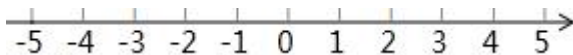
$$\therefore \text{弧田面积}=\frac{1}{2}(\text{弦}\times\text{矢}+\text{矢}^2)=\frac{1}{2}\times(8\times 2+2^2)=10,$$

故答案为: 10.

【点评】此题考查垂径定理的应用, 关键是根据垂径定理和扇形面积解答.

三、解答题(本大题共 10 小题, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤请将解答过程写在答题卡相应位置上, 满分 72 分)

17. (6分) 解不等式组 $\begin{cases} 2x \leq 6 \\ \frac{3x+1}{2} > x \end{cases}$, 并把它的解集在数轴上表示出来.



【分析】先求出两个不等式的解集, 再求其公共解.

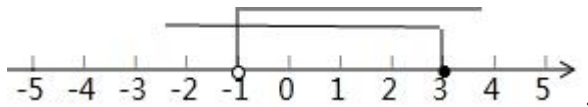
$$\text{【解答】解: } \begin{cases} 2x \leq 6 \text{ ①} \\ \frac{3x+1}{2} > x \text{ ②} \end{cases}$$

解不等式①得, $x \leq 3$,

解不等式②, $x > -1$,

所以, 原不等式组的解集为 $-1 < x \leq 3$,

在数轴上表示如下:



【点评】本题主要考查了一元一次不等式组解集的求法, 其简便求法就是用口诀求解. 求不等式组解集的口诀: 同大取大, 同小取小, 大小小大中间找, 大大小小找不到(无解).

18. (6分) 阅读材料: 运用公式法分解因式, 除了常用的平方差公式和完全平方公式以外, 还可以应用其他公式, 如立方和与立方差公式, 其公式如下:

$$\text{立方和公式: } x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

$$\text{立方差公式: } x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

根据材料和已学知识, 先化简, 再求值: $\frac{3x}{x^2 - 2x} - \frac{x^2 + 2x + 4}{x^3 - 8}$, 其中 $x = 3$.

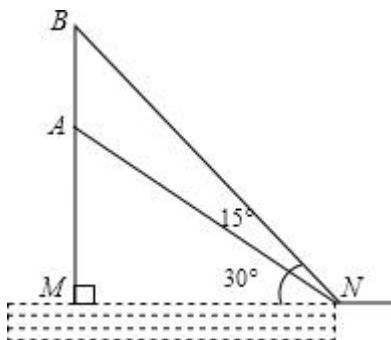
【分析】根据题目中的公式可以化简题目中的式子, 然后将 x 的值代入化简后的式子即可解答本题.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解: } & \frac{3x}{x^2 - 2x} - \frac{x^2 + 2x + 4}{x^3 - 8} \\ &= \frac{3x}{x(x-2)} - \frac{x^2 + 2x + 4}{(x-2)(x^2 + 2x + 4)} \\ &= \frac{3}{x-2} - \frac{1}{x-2} \\ &= \frac{2}{x-2}, \end{aligned}$$

$$\text{当 } x = 3 \text{ 时, 原式} = \frac{2}{3-2} = 2.$$

【点评】本题考查分式的化简求值, 解答本题的关键是明确分式化简求值的方法.

19. (6分) 我国于 2019 年 6 月 5 日首次完成运载火箭海上发射, 这标志着我国火箭发射技术达到了一个崭新的高度. 如图, 运载火箭从海面发射站点 M 处垂直海面发射, 当火箭到达点 A 处时, 海岸边 N 处的雷达站测得点 N 到点 A 的距离为 8 千米, 仰角为 30° . 火箭继续直线上升到达点 B 处, 此时海岸边 N 处的雷达测得 B 处的仰角增加 15° , 求此时火箭所在点 B 处与发射站点 M 处的距离. (结果精确到 0.1 千米)(参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.41$, $\sqrt{3} \approx 1.73$)



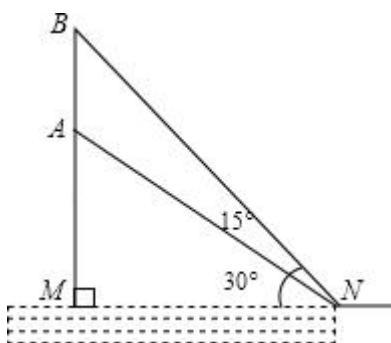
【分析】利用已知结合锐角三角函数关系得出 BM 的长.

【解答】解：如图所示：连接 OR ，由题意可得： $\angle AMN = 90^\circ$ ， $\angle ANM = 30^\circ$ ， $\angle BNM = 45^\circ$ ， $AN = 8\text{ km}$ ，

在直角 $\triangle AMN$ 中， $MN = AN \cdot \cos 30^\circ = 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3} \text{ (km)}$.

在直角 $\triangle BMN$ 中， $BM = MN \cdot \tan 45^\circ = 4\sqrt{3} \text{ km} \approx 6.9 \text{ km}$.

答：此时火箭所在点 B 处与发射站点 M 处的距离约为 6.9 km .



【点评】本题考查解直角三角形的应用 - 仰角俯角问题，要求学生能借助仰角构造直角三角形并解直角三角形.

20. (6分) 每年5月份是心理健康宣传月，某中学开展以“关心他人，关爱自己”为主题的心理健康系列活动. 为了解师生的心理健康状况，对全体2000名师生进行了心理测评，随机抽取20名师生的测评分数进行了以下数据的整理与分析：

①数据收集：抽取的20名师生测评分数如下

85, 82, 94, 72, 78, 89, 96, 98, 84, 65,

73, 54, 83, 76, 70, 85, 83, 63, 92, 90.

②数据整理：将收集的数据进行分组并评价等第：

分数 x	$90 \leq x < 100$	$80 \leq x < 90$	$70 \leq x < 80$	$60 \leq x < 70$	$x < 60$
--------	-------------------	------------------	------------------	------------------	----------

人数	5	a	5	2	1
等第	A	B	C	D	E

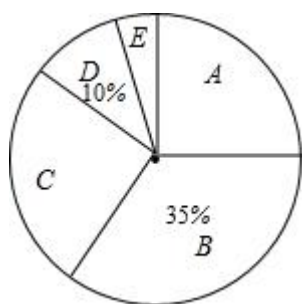
③数据分析：绘制成不完整的扇形统计图：

④依据统计信息回答问题

(1) 统计表中的 $a = \underline{7}$.

(2) 心理测评等第 C 等的师生人数所占扇形的圆心角度数为 $\underline{90^\circ}$.

(3) 学校决定对 E 等的师生进行团队心理辅导，请你根据数据分析结果，估计有多少师生需要参加团队心理辅导？



【分析】(1) 根据 D 组人数以及百分比求出总人数，再求出 a 即可.

(2) 根据圆心角 $= 360^\circ \times$ 百分比计算即可.

(3) 利用样本估计总体的思想解决问题即可.

【解答】解：(1) 总人数 $= 2 \div 10\% = 20$ (人)， $a = 20 \times 35\% = 7$,

故答案为 7.

(2) C 所占的圆心角 $= 360^\circ \times \frac{5}{20} = 90^\circ$,

故答案为 90° .

(3) $2000 \times \frac{1}{20} = 100$ (人),

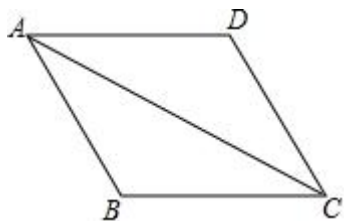
答：估计有 100 名师生需要参加团队心理辅导.

【点评】本题考查扇形统计图，样本估计总体的思想，频数分布表等知识，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型.

21. (6 分) 如图，将 $\triangle ABC$ 沿着 AC 边翻折，得到 $\triangle ADC$ ，且 $AB \parallel CD$.

(1) 判断四边形 $ABCD$ 的形状，并说明理由；

(2) 若 $AC=16$, $BC=10$, 求四边形 $ABCD$ 的面积.



【分析】(1) 由折叠的性质得出 $AB=AD$, $BC=CD$, $\angle BAC=\angle DAC$, $\angle BCA=\angle DCA$, 由平行线的性质得出 $\angle BAC=\angle DAC$, 得出 $\angle BAC=\angle DAC=\angle BCA=\angle DCA$, 证出 $AD\parallel BC$, $AB=AD=BC=CD$, 即可得出结论;

(2) 连接 BD 交 AC 于 O , 由菱形的性质得出 $AC\perp BD$, $OA=OB=\frac{1}{2}AC=8$, $OB=OD$, 由勾股定理求出 $OB=\sqrt{BC^2-OC^2}=6$, 得出 $BD=2OB=12$, 由菱形面积公式即可得出答案.

【解答】解: (1) 四边形 $ABCD$ 是菱形; 理由如下:

$\because \triangle ABC$ 沿着 AC 边翻折, 得到 $\triangle ADC$,

$\therefore AB=AD$, $BC=CD$, $\angle BAC=\angle DAC$, $\angle BCA=\angle DCA$,

$\therefore AB\parallel CD$,

$\therefore \angle BAC=\angle DAC$,

$\therefore \angle BAC=\angle DAC=\angle BCA=\angle DCA$,

$\therefore AD\parallel BC$, $AB=AD=BC=CD$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形;

(2) 连接 BD 交 AC 于 O , 如图所示:

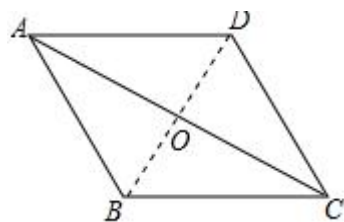
$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$\therefore AC\perp BD$, $OA=OC=\frac{1}{2}AC=8$, $OB=OD$,

$\therefore OB=\sqrt{BC^2-OC^2}=\sqrt{10^2-8^2}=6$,

$\therefore BD=2OB=12$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 的面积 $=\frac{1}{2}AC\times BD=\frac{1}{2}\times 16\times 12=96$.



【点评】本题考查了翻折变换的性质、菱形的判定与性质、平行线的性质、勾股定理等知识；熟练掌握翻折变换的性质，证明四边形 $ABCD$ 是菱形是解题的关键．

22. (6分) 2018 年高一新生开始，湖南全面启动高考综合改革，实行“3+1+2”的高考选考方案．“3”是指语文、数学、外语三科必考；“1”是指从物理、历史两科中任选一科参加选考，“2”是指从政治、化学、地理、生物四科中任选两科参加选考

(1) “1+2”的选考方案共有多少种？请直接写出所有可能的选法；(选法与顺序无关，例如：“物、政、化”与“物、化、政”属于同一种选法)

(2) 高一学生小明和小杰将参加新高考，他们酷爱历史和生物，两人约定必选历史和生物．他们还需要从政治、化学、地理三科中选一科参考，若这三科被选中的机会均等，请用列表或画树状图的方法，求出他们恰好都选中政治的概率．

【分析】(1) 利用树状图可得所有等可能结果；

(2) 画树状图展示所有等可能结果，从中找到符合条件的结果数，再根据概率公式求解可得．

【解答】解：(1) 画树状图如下，



由树状图知，共有 12 种等可能结果；

(2) 画树状图如下



由树状图知，共有 9 种等可能结果，其中他们恰好都选中政治的只有 1 种结果，

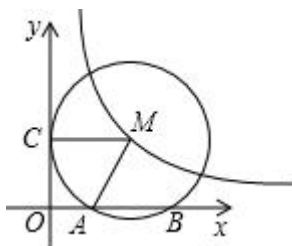
所以他们恰好都选中政治的概率为 $\frac{1}{9}$ ．

【点评】本题考查了列表法与树状图法：利用列表法和树状图法展示所有可能的结果求出 n ，再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m ，求出概率．

23. (8分) 如图，在平面直角坐标系中， $\odot M$ 与 x 轴的正半轴交于 A 、 B 两点，与 y 轴的正半轴相切于点 C ，连接 MA 、 MC ，已知 $\odot M$ 半径为 2， $\angle AMC = 60^\circ$ ，双曲线 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 经过圆心 M ．

(1) 求双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 的解析式;

(2) 求直线 BC 的解析式.



【分析】(1) 先求出 $CM=2$, 再判断出四边形 $OCMN$ 是矩形, 得出 MN , 进而求出点 M 的坐标, 即可得出结论;

(2) 先求出点 C 的坐标, 再用三角函数求出 AN , 进而求出点 B 的坐标, 即可得出结论.

【解答】解: (1) 如图, 过点 M 作 $MN \perp x$ 轴于 N ,

$$\therefore \angle MNO = 90^\circ,$$

$\because \odot M$ 切 y 轴于 C ,

$$\therefore \angle OCM = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CON = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CON = \angle OCM = \angle ONM = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $OCMN$ 是矩形,

$$\therefore AM = CM = 2, \angle CMN = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AMC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle AMN = 30^\circ,$$

$$\text{在 Rt} \triangle ANM \text{ 中, } MN = AM \cdot \cos \angle AMN = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3},$$

$$\therefore M(2, \sqrt{3}),$$

$\because$ 双曲线 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 经过圆心 M ,

$$\therefore k = 2 \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore \text{双曲线的解析式为 } y = \frac{2\sqrt{3}}{x} (x > 0);$$

(2) 如图, 过点 B, C 作直线,

由 (1) 知, 四边形 $OCMN$ 是矩形,

$$\therefore CM = ON = 2, OC = MN = \sqrt{3},$$

$$\therefore C(0, \sqrt{3}),$$

在 $\text{Rt}\triangle ANM$ 中, $\angle AMN = 30^\circ$, $AM = 2$,

$$\therefore AN = 1,$$

$$\therefore MN \perp AB,$$

$$\therefore BN = AN = 1, OB = ON + BN = 3,$$

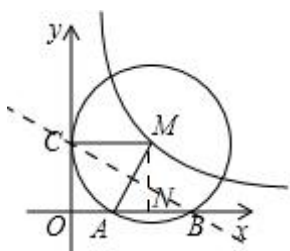
$$\therefore B(3, 0),$$

设直线 BC 的解析式为 $y = k'x + b$,

$$\therefore \begin{cases} 3k' + b = 0 \\ b = \sqrt{3} \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} k' = -\frac{\sqrt{3}}{3} \\ b = \sqrt{3} \end{cases},$$

$$\therefore \text{直线 } BC \text{ 的解析式为 } y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}.$$



【点评】此题是反比例函数综合题，主要考查了矩形的判定和性质，锐角三角函数，待定系数法，求出点 M 的坐标是解本题的关键。

24. (8分) 湘潭政府工作报告中强调，2019年着重推进乡村振兴战略，做优做响湘莲等特色农产品品牌. 小亮调查了一家湘潭特产店 A 、 B 两种湘莲礼盒一个月的销售情况， A 种湘莲礼盒进价 72 元/盒，售价 120 元/盒， B 种湘莲礼盒进价 40 元/盒，售价 80 元/盒，这两种湘莲礼盒这个月平均每天的销售总额为 2800 元，平均每天的总利润为 1280 元.

(1) 求该店平均每天销售这两种湘莲礼盒各多少盒？

(2) 小亮调查发现， A 种湘莲礼盒售价每降 3 元可多卖 1 盒. 若 B 种湘莲礼盒的售价和销量不变，当 A 种湘莲礼盒降价多少元/盒时，这两种湘莲礼盒平均每天的总利润最大，最大是多少元？

【分析】(1) 根据题意，可设平均每天销售 A 礼盒 x 盒， B 种礼盒为 y 盒，列二元一次方程组即可解题

(2) 根据题意，可设 A 种礼盒降价 m 元/盒，则 A 种礼盒的销售量为： $(10 + \frac{m}{3})$ 盒，再列出关系式即可.

【解答】解：（1）根据题意，可设平均每天销售 A 礼盒 x 盒， B 种礼盒为 y 盒，

$$\text{则有} \begin{cases} (120-72)x + (80-40)y = 1280 \\ 120x + 80y = 2800 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} x=10 \\ y=20 \end{cases}$$

故该店平均每天销售 A 礼盒 10 盒， B 种礼盒为 20 盒。

（2）设 A 种湘莲礼盒降价 m 元/盒，利润为 W 元，依题意

$$\text{总利润 } W = (120 - m - 72) \left(10 + \frac{m}{3}\right) + 800$$

$$\text{化简得 } W = -\frac{1}{3}m^2 + 6m + 1280 = -\frac{1}{3}(m - 9)^2 + 1307$$

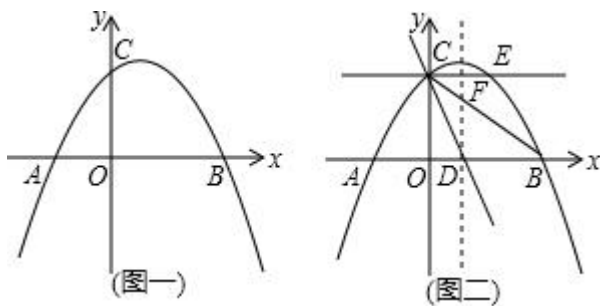
$$\because a = -\frac{1}{3} < 0$$

$\therefore$ 当 $m = 9$ 时，取得最大值为 1307，

故当 A 种湘莲礼盒降价 9 元/盒时，这两种湘莲礼盒平均每天的总利润最大，最大是 1307 元。

【点评】本题考查了二次函数的性质在实际生活中的应用．最大销售利润的问题常利用函数的增减性来解答，我们首先要吃透题意，确定变量，建立函数模型，然后结合实际选择最优方案．

25. (10 分) 如图一，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 过 $A(-1, 0)$ 、 $B(3, 0)$ 、 $C(0, \sqrt{3})$ 三点



（1）求该抛物线的解析式；

（2） $P(x_1, y_1)$ 、 $Q(4, y_2)$ 两点均在该抛物线上，若 $y_1 \leq y_2$ ，求 P 点横坐标 x_1 的取值范围；

（3）如图二，过点 C 作 x 轴的平行线交抛物线于点 E ，该抛物线的对称轴与 x 轴交于点 D ，连结 CD 、 CB ，点 F 为线段 CB 的中点，点 M 、 N 分别为直线 CD 和 CE 上的动点，求 $\triangle FMN$ 周长的最小值。

【分析】（1）将三个点的坐标代入，求出 a 、 b 、 c ，即可求出关系式；

（2）可以求出点 $Q(4, y_2)$ 关于对称轴的对称点的横坐标为： $x = -2$ ，根据函数的增减

性，可以求出当 $y_1 \leq y_2$ 时 P 点横坐标 x_1 的取值范围；

(3) 由于点 F 是 BC 的中点，可求出点 F 的坐标，根据对称找出 F 关于直线 CD 、 CE 的对称点，连接两个对称点的直线与 CD 、 CE 的交点 M 、 N ，此时三角形的周长最小，周长就等于这两个对称点之间的线段的长，根据坐标，和勾股定理可求。

【解答】解：(1) $\because$ 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 过 $A(-1, 0)$ 、 $B(3, 0)$ 、 $C(0, \sqrt{3})$ 三点

$$\therefore \begin{cases} a-b+c=0 \\ 9a+3b+c=0 \\ c=\sqrt{3} \end{cases} \text{ 解得: } a = -\frac{\sqrt{3}}{3}, b = \frac{2\sqrt{3}}{3}, c = \sqrt{3};$$

$$\therefore \text{抛物线的解析式为: } y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 + \frac{2\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}.$$

(2) 抛物线的对称轴为 $x=1$ ，抛物线上与 $Q(4, y_2)$ 相对称的点 $Q'(-2, y_2)$

$P(x_1, y_1)$ 在该抛物线上， $y_1 \leq y_2$ ，根据抛物线的增减性得：

$$\therefore x_1 \leq -2 \text{ 或 } x_1 \geq 4$$

答： P 点横坐标 x_1 的取值范围： $x_1 \leq -2$ 或 $x_1 \geq 4$ 。

(3) $\because C(0, \sqrt{3})$ ， $B(3, 0)$ ， $D(1, 0)$

$$\therefore OC = \sqrt{3}, OB = 3, OD = 1$$

$\because F$ 是 BC 的中点，

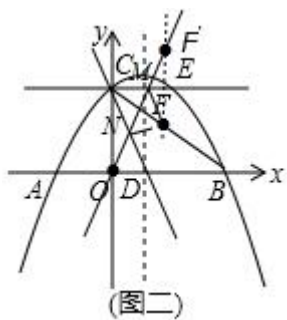
$$\therefore F\left(\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

当点 F 关于直线 CE 的对称点为 F' ，关于直线 CD 的对称点为 F'' ，直线 $F'F''$ 与 CE 、

CD 交点为 M 、 N ，此时 $\triangle FMN$ 的周长最小，周长为 $F'F''$ 的长，由对称可得到： $F'\left(\frac{3}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$ ， $F''(0, 0)$ 即点 O ，

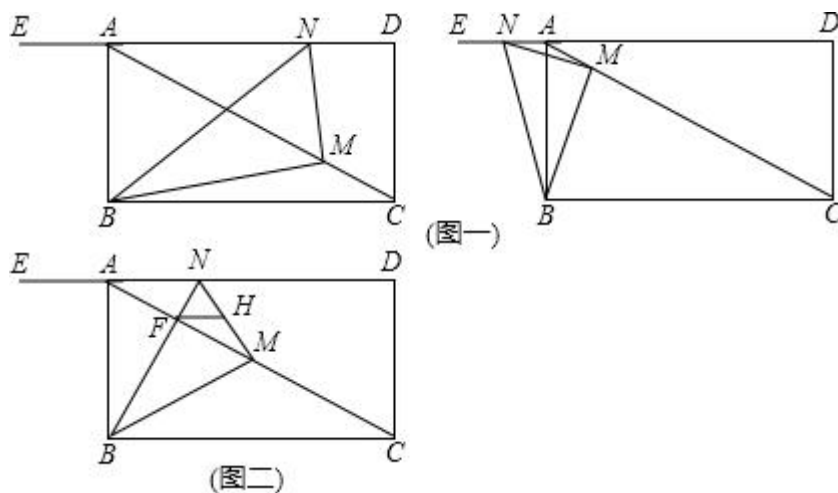
$$F'F'' = F'O = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2} = 3,$$

即： $\triangle FMN$ 的周长最小值为 3，



【点评】考查待定系数法求函数的关系式、二次函数的性质、对称性，勾股定理以及最小值的求法等知识，函数的对称性，点关于直线的对称点的求法是解决问题的基础和关键。

26. (10分) 如图一，在射线 DE 的一侧以 AD 为一条边作矩形 $ABCD$ ， $AD=5\sqrt{3}$ ， $CD=5$ ，点 M 是线段 AC 上一动点（不与点 A 重合），连结 BM ，过点 M 作 BM 的垂线交射线 DE 于点 N ，连接 BV 。



(1) 求 $\angle CAD$ 的大小；

(2) 问题探究：动点 M 在运动的过程中，

- ① 是否能使 $\triangle AMN$ 为等腰三角形，如果能，求出线段 MC 的长度；如果不能，请说明理由。
- ② $\angle MBN$ 的大小是否改变？若不改变，请求出 $\angle MBN$ 的大小；若改变，请说明理由。

(3) 问题解决：

如图二，当动点 M 运动到 AC 的中点时， AM 与 BN 的交点为 F ， MN 的中点为 H ，求线段 FH 的长度。

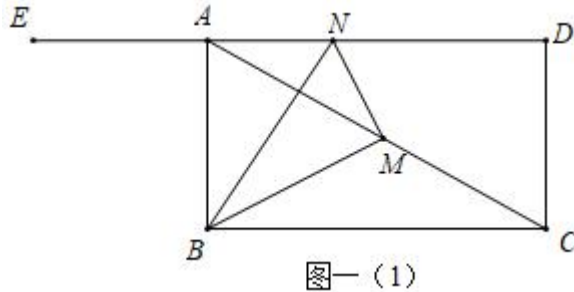
【分析】(1) 在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中，求出 $\angle DAC$ 的正切值即可解决问题。

(2) ① 分两种情形：当 $NA=NM$ 时，当 $AN=AM$ 时，分别求解即可。

② $\angle MBN=30^\circ$ 。利用四点共圆解决问题即可。

(3) 首先证明 $\triangle ABM$ 是等边三角形，再证明 BN 垂直平分线段 AM ，解直角三角形即可解决问题。

【解答】解：(1) 如图一(1)中，



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$\therefore \angle ADC = 90^\circ$ ，

$\because \tan \angle DAC = \frac{DC}{AD} = \frac{5}{5\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，

$\therefore \angle DAC = 30^\circ$ 。

(2) ①如图一(1)中，当 $AN = NM$ 时，

$\because \angle BAN = \angle BMN = 90^\circ$ ， $BN = BN$ ， $AN = NM$ ，

$\therefore \text{Rt} \triangle BNA \cong \text{Rt} \triangle BMN$ (HL)，

$\therefore BA = BM$ ，

在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中， $\because \angle ACB = \angle DAC = 30^\circ$ ， $AB = CD = 5$ ，

$\therefore AC = 2AB = 10$ ，

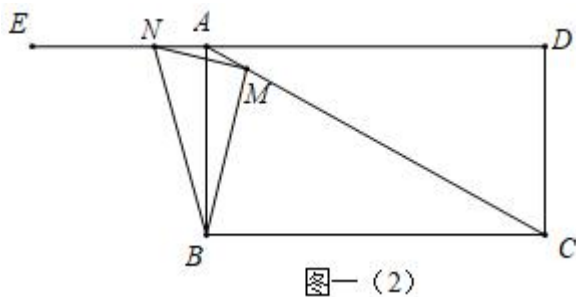
$\because \angle BAM = 60^\circ$ ， $BA = BM$ ，

$\therefore \triangle ABM$ 是等边三角形，

$\therefore AM = AB = 5$ ，

$\therefore CM = AC - AM = 5$ 。

如图一(2)中，当 $AN = AM$ 时，易证 $\angle AMN = \angle ANM = 15^\circ$ ，



$$\because \angle BMN = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CMB = 75^\circ, \because \angle MCB = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle CBM = 180^\circ - 75^\circ - 30^\circ = 75^\circ,$$

$$\therefore \angle CMB = \angle CBM,$$

$$\therefore CM = CB = 5\sqrt{5},$$

综上所述，满足条件的 CM 的值为 5 或 $5\sqrt{3}$.

②结论： $\angle MBN = 30^\circ$ 大小不变.

理由：如图一（1）中， $\because \angle BAN + \angle BMN = 180^\circ$,

$\therefore A, B, M, N$ 四点共圆，

$$\therefore \angle MBN = \angle MAN = 30^\circ.$$

如图一（2）中， $\because \angle BMN = \angle BAN = 90^\circ$,

$\therefore A, N, B, M$ 四点共圆，

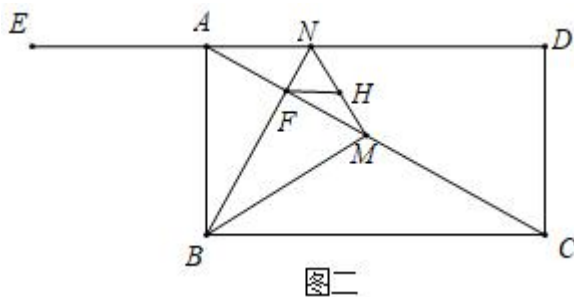
$$\therefore \angle MBN + \angle MAN = 180^\circ,$$

$$\because \angle DAC + \angle MAN = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle MBN = \angle DAC = 30^\circ,$$

综上所述， $\angle MBN = 30^\circ$.

（3）如图二中，



$$\because AM = MC,$$

$$\therefore BM = AM = CM,$$

$$\therefore AC = 2AB,$$

$$\therefore AB = BM = AM,$$

$\therefore \triangle ABM$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle BAM = \angle BMA = 60^\circ,$$

$$\because \angle BAN = \angle BMN = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle NAM = \angle NMA = 30^\circ,$$

$$\therefore NA = NM,$$

$$\because BA = BM,$$

$\therefore BN$ 垂直平分线段 AM ,

$$\therefore FM = \frac{5}{2},$$

$$\therefore NM = \frac{FM}{\cos 30^\circ} = \frac{5\sqrt{3}}{3},$$

$$\because \angle NFM = 90^\circ, NH = HM,$$

$$\therefore FH = \frac{1}{2}MN = \frac{5\sqrt{3}}{6}.$$

【点评】本题属于四边形综合题，考查了矩形的性质，全等三角形的判定和性质，解直角三角形，等边三角形的判定和性质，锐角三角函数，等腰三角形的判定和性质等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，学会用分类讨论的思想思考问题，属于中考压轴题。