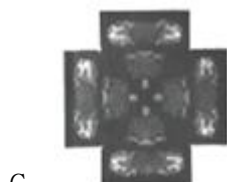


2019 年湖南省怀化市中考数学试卷

一、选择题（每小题 4 分，共 40 分；每小题的四个选项中只有一项是正确的，请将正确选项的代号填涂在答题卡的相应位置上）

- （4 分）下列实数中，哪个数是负数（ ）
A. 0 B. 3 C. $\sqrt{2}$ D. -1
- （4 分）单项式 $-5ab$ 的系数是（ ）
A. 5 B. -5 C. 2 D. -2
- （4 分）怀化位于湖南西南部，区域面积约为 27600 平方公里，将 27600 用科学记数法表示为（ ）
A. 27.6×10^3 B. 2.76×10^3 C. 2.76×10^4 D. 2.76×10^5
- （4 分）抽样调查某班 10 名同学身高（单位：厘米）如下：160，152，165，152，160，160，170，160，165，159. 则这组数据的众数是（ ）
A. 152 B. 160 C. 165 D. 170
- （4 分）与 30° 的角互为余角的角的度数是（ ）
A. 30° B. 60° C. 70° D. 90°
- （4 分）一元一次方程 $x-2=0$ 的解是（ ）
A. $x=2$ B. $x=-2$ C. $x=0$ D. $x=1$
- （4 分）怀化是一个多民族聚居的地区，民俗文化丰富多彩. 下面是几幅具有浓厚民族特色的图案，其中既是轴对称图形又是中心对称图形的是（ ）



- （4 分）已知 $\angle \alpha$ 为锐角，且 $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ ，则 $\angle \alpha =$ （ ）
A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°
- （4 分）一元二次方程 $x^2+2x+1=0$ 的解是（ ）

- A. $x_1 = 1, x_2 = -1$ B. $x_1 = x_2 = 1$ C. $x_1 = x_2 = -1$ D. $x_1 = -1, x_2 = 2$

10. (4分) 为了落实精准扶贫政策, 某单位针对某山区贫困村的实际情况, 特向该村提供优质种羊若干只. 在准备配发的过程中发现: 公羊刚好每户1只; 若每户发放母羊5只, 则多出17只母羊, 若每户发放母羊7只, 则有一户可分得母羊但不足3只. 这批种羊共 () 只.

- A. 55 B. 72 C. 83 D. 89

二、填空题 (每小题4分, 共24分; 请将答案直接填写在答题卡的相应位置上)

11. (4分) 合并同类项: $4a^2 + 6a^2 - a^2 =$ _____.
12. (4分) 因式分解: $a^2 - b^2 =$ _____.
13. (4分) 计算: $\frac{x}{x-1} - \frac{1}{x-1} =$ _____.
14. (4分) 若等腰三角形的一个底角为 72° , 则这个等腰三角形的顶角为 _____.
15. (4分) 当 $a = -1$, $b = 3$ 时, 代数式 $2a - b$ 的值等于 _____.
16. (4分) 探索与发现: 下面是用分数 (数字表示面积) 砌成的“分数墙”, 则整面“分数墙”的总面积是 _____.

$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$	
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$
$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$
$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$
...			
$\frac{1}{n}$	$\frac{1}{n}$	$\frac{1}{n}$	$\frac{1}{n}$

三、解答题 (本大题共7小题, 共86分)

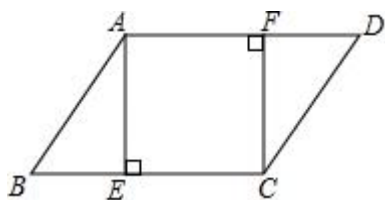
17. (8分) 计算: $(\pi - 2019)^0 + 4\sin 60^\circ - \sqrt{12} + |-3|$

18. (8分) 解二元一次方程组:
$$\begin{cases} x+3y=7, \\ x-3y=1. \end{cases}$$

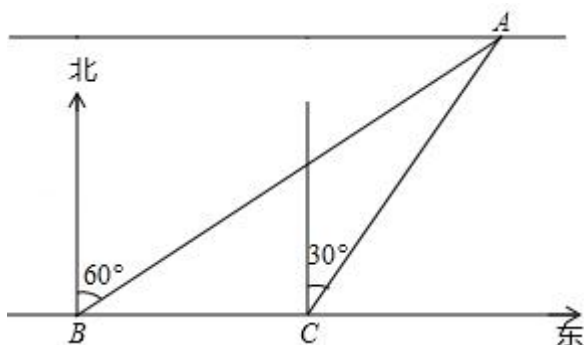
19. (10分) 已知: 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $AE \perp BC$, $CF \perp AD$, E, F 分别为垂足.

(1) 求证: $\triangle ABE \cong \triangle CDF$;

(2) 求证：四边形 $AECF$ 是矩形.



20. (10 分) 如图, 为测量一段笔直自西向东的河流的河面宽度, 小明在南岸 B 处测得对岸 A 处一棵柳树位于北偏东 60° 方向, 他以每秒 1.5 米的速度沿着河岸向东步行 40 秒后到达 C 处, 此时测得柳树位于北偏东 30° 方向, 试计算此段河面的宽度.



21. (12 分) 某射箭队准备从王方、李明二人中选拔 1 人参加射箭比赛, 在选拔赛中, 两人各射箭 10 次的成绩 (单位: 环数) 如下:

次数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
王方	7	10	9	8	6	9	9	7	10	10
李明	8	9	8	9	8	8	9	8	10	8

(1) 根据以上数据, 将下面两个表格补充完整:

王方 10 次射箭得分情况

环数	6	7	8	9	10
频数	_____	_____	_____	_____	_____
频率	_____	_____	_____	_____	_____

李明 10 次射箭得分情况

环数	6	7	8	9	10
频数	_____	_____	_____	_____	_____
频率	_____	_____	_____	_____	_____

(2) 分别求出两人 10 次射箭得分的平均数;

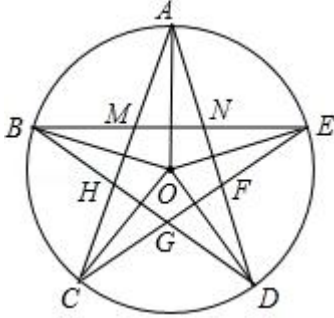
(3) 从两人成绩的稳定性角度分析, 应选派谁参加比赛合适.

22. (12分) 如图, A, B, C, D, E 是 $\odot O$ 上的 5 等分点, 连接 AC, CE, EB, BD, DA , 得到一个五角星图形和五边形 $MNFGH$.

(1) 计算 $\angle CAD$ 的度数;

(2) 连接 AE , 证明: $AE = ME$;

(3) 求证: $ME^2 = BM \cdot BE$.



23. (14分) 如图, 在直角坐标系中有 $\text{Rt}\triangle AOB$, O 为坐标原点, $OB = 1$, $\tan \angle ABO = 3$, 将此三角形绕原点 O 顺时针旋转 90° , 得到 $\text{Rt}\triangle COD$, 二次函数 $y = -x^2 + bx + c$ 的图象刚好经过 A, B, C 三点.

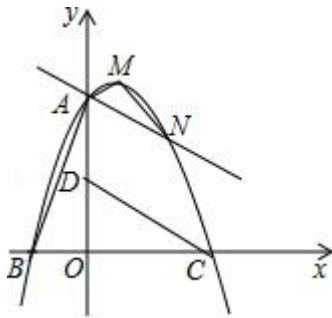
(1) 求二次函数的解析式及顶点 P 的坐标;

(2) 过定点 Q 的直线 $l: y = kx - k + 3$ 与二次函数图象相交于 M, N 两点.

①若 $S_{\triangle PMN} = 2$, 求 k 的值;

②证明: 无论 k 为何值, $\triangle PMN$ 恒为直角三角形;

③当直线 l 绕着定点 Q 旋转时, $\triangle PMN$ 外接圆圆心在一条抛物线上运动, 直接写出该抛物线的表达式.



2019 年湖南省怀化市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（每小题 4 分，共 40 分；每小题的四个选项中只有一项是正确的，请将正确选项的代号填涂在答题卡的相应位置上）

1. (4 分) 下列实数中，哪个数是负数 ()

- A. 0 B. 3 C. $\sqrt{2}$ D. -1

【分析】根据小于零的数是负数，可得答案.

【解答】解：A、0 既不是正数也不是负数，故 A 错误；

B、3 是正实数，故 B 错误；

C、 $\sqrt{2}$ 是正实数，故 C 错误；

D、-1 是负实数，故 D 正确；

故选：D.

【点评】本题考查了实数，小于零的数是负数，属于基础题型.

2. (4 分) 单项式 $-5ab$ 的系数是 ()

- A. 5 B. -5 C. 2 D. -2

【分析】根据单项式系数的定义来选择，单项式中数字因数叫做单项式的系数，单项式中，所有字母的指数和叫做这个单项式的次数，可得答案

【解答】解：单项式 $-5ab$ 的系数是 -5，

故选：B.

【点评】本题考查单项式，注意单项式中数字因数叫做单项式的系数，所有字母的指数和叫做这个单项式的次数.

3. (4 分) 怀化位于湖南西南部，区域面积约为 27600 平方公里，将 27600 用科学记数法表示为 ()

- A. 27.6×10^3 B. 2.76×10^3 C. 2.76×10^4 D. 2.76×10^5

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】解：将 27600 用科学记数法表示为： 2.76×10^4 .

故选：C.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

4. (4分) 抽样调查某班 10 名同学身高 (单位: 厘米) 如下: 160, 152, 165, 152, 160, 160, 170, 160, 165, 159. 则这组数据的众数是 ()
- A. 152 B. 160 C. 165 D. 170

【分析】根据众数定义: 一组数据中出现次数最多的数据叫众数, 可知 160 出现的次数最多.

【解答】解: 数据 160 出现了 4 次为最多,
故众数是 160,
故选: B.

【点评】此题主要考查了众数, 关键是把握众数定义, 难度较小.

5. (4分) 与 30° 的角互为余角的角的度数是 ()
- A. 30° B. 60° C. 70° D. 90°

【分析】直接利用互为余角的定义分析得出答案.

【解答】解: 与 30° 的角互为余角的角的度数是: 60° .
故选: B.

【点评】此题主要考查了互为余角的定义, 正确把握互为余角的定义是解题关键.

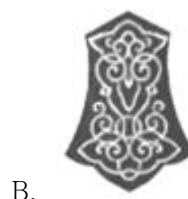
6. (4分) 一元一次方程 $x - 2 = 0$ 的解是 ()
- A. $x = 2$ B. $x = -2$ C. $x = 0$ D. $x = 1$

【分析】直接利用一元一次方程的解法得出答案.

【解答】解: $x - 2 = 0$,
解得: $x = 2$.
故选: A.

【点评】此题主要考查了一元一次方程的解法, 正确掌握基本解题方法是解题关键.

7. (4分) 怀化是一个多民族聚居的地区, 民俗文化丰富多彩. 下面是几幅具有浓厚民族特色的图案, 其中既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()





C.



D.

【分析】直接利用轴对称图形和中心对称图形的概念求解.

【解答】解: A、是轴对称图形, 不是中心对称图形, 故此选项错误;

B、是轴对称图形, 不是中心对称图形, 故此选项错误;

C、既是中心对称图形也是轴对称图形, 故此选项正确;

D、是轴对称图形, 但不是中心对称图形, 故此选项错误.

故选: C.

【点评】此题主要考查了中心对称与轴对称的概念: 轴对称的关键是寻找对称轴, 两边图象折叠后可重合, 中心对称是要寻找对称中心, 旋转 180° 后与原图重合.

8. (4分) 已知 $\angle \alpha$ 为锐角, 且 $\sin \alpha = \frac{1}{2}$, 则 $\angle \alpha =$ ()

A. 30°

B. 45°

C. 60°

D. 90°

【分析】根据特殊角的三角函数值解答.

【解答】解: $\because \angle \alpha$ 为锐角, 且 $\sin \alpha = \frac{1}{2}$,

$\therefore \angle \alpha = 30^\circ$.

故选: A.

【点评】此题考查的是特殊角的三角函数值, 属较简单题目.

9. (4分) 一元二次方程 $x^2 + 2x + 1 = 0$ 的解是 ()

A. $x_1 = 1, x_2 = -1$

B. $x_1 = x_2 = 1$

C. $x_1 = x_2 = -1$

D. $x_1 = -1, x_2 = 2$

【分析】利用完全平方公式变形, 从而得出方程的解.

【解答】解: $\because x^2 + 2x + 1 = 0$,

$\therefore (x+1)^2 = 0$,

则 $x+1 = 0$,

解得 $x_1 = x_2 = -1$,

故选: C.

【点评】本题主要考查解一元二次方程的能力, 熟练掌握解一元二次方程的几种常用方法: 直接开平方法、因式分解法、公式法、配方法, 结合方程的特点选择合适、简便的方法是解题的关键.

10. (4分) 为了落实精准扶贫政策, 某单位针对某山区贫困村的实际情况, 特向该村提供优质种羊若干只. 在准备配发的过程中发现: 公羊刚好每户1只; 若每户发放母羊5只, 则多出17只母羊, 若每户发放母羊7只, 则有一户可分得母羊但不足3只. 这批种羊共()只.

A. 55 B. 72 C. 83 D. 89

【分析】 设该村共有 x 户, 则母羊共有 $(5x+17)$ 只, 根据“每户发放母羊7只时有一户可分得母羊但不足3只”列出关于 x 的不等式组, 解之求得整数 x 的值, 再进一步计算可得.

【解答】 解: 设该村共有 x 户, 则母羊共有 $(5x+17)$ 只,

$$\text{由题意知, } \begin{cases} 5x+17-7(x-1) > 0 \\ 5x+17-7(x-1) < 3 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \frac{21}{2} < x < 12,$$

$\therefore x$ 为整数,

$$\therefore x = 11,$$

则这批种羊共有 $11+5 \times 11+17 = 83$ (只),

故选: C.

【点评】 本题主要考查一元一次不等式组的应用, 解题的关键是理解题意找到题目蕴含的不等关系, 并据此得出不等式组.

二、填空题 (每小题4分, 共24分; 请将答案直接填写在答题卡的相应位置上)

11. (4分) 合并同类项: $4a^2+6a^2-a^2 = \underline{9a^2}$.

【分析】 根据合并同类项法则计算可得.

【解答】 解: 原式 = $(4+6-1)a^2 = 9a^2$,

故答案为: $9a^2$.

【点评】 本题考查合并同类项, 合并同类项时要注意以下三点:

- ①要掌握同类项的概念, 会辨别同类项, 并准确地掌握判断同类项的两条标准: 带有相同系数的代数项; 字母和字母指数;
- ②明确合并同类项的含义是把多项式中的同类项合并成一项, 经过合并同类项, 式的项数会减少, 达到化简多项式的目的;
- ③“合并”是指同类项的系数的相加, 并把得到的结果作为新的系数, 要保持同类项的

字母和字母的指数不变.

12. (4分) 因式分解: $a^2 - b^2 = \underline{(a+b)(a-b)}$.

【分析】利用平方差公式直接分解即可求得答案.

【解答】解: $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$.

故答案为: $(a+b)(a-b)$.

【点评】此题考查了平方差公式的应用. 解题的关键是熟记公式.

13. (4分) 计算: $\frac{x}{x-1} - \frac{1}{x-1} = \underline{1}$.

【分析】由于两分式的分母相同, 分子不同, 故根据同分母的分式相加减的法则进行计算即可.

【解答】解: 原式 $= \frac{x-1}{x-1}$

$= 1$.

故答案为: 1.

【点评】本题考查的是分式的加减法, 即同分母的分式想加减, 分母不变, 把分子相加减.

14. (4分) 若等腰三角形的一个底角为 72° , 则这个等腰三角形的顶角为 $\underline{36^\circ}$.

【分析】根据等腰三角形的性质和三角形的内角和即可得到结论.

【解答】解: $\because$ 等腰三角形的一个底角为 72° ,

$\therefore$ 等腰三角形的顶角 $= 180^\circ - 72^\circ - 72^\circ = 36^\circ$,

故答案为: 36° .

【点评】本题考查了等腰三角形的性质, 熟练掌握等腰三角形的性质是解题的关键.

15. (4分) 当 $a = -1$, $b = 3$ 时, 代数式 $2a - b$ 的值等于 $\underline{-5}$.

【分析】把 a 、 b 的值代入代数式, 即可求出答案即可.

【解答】解: 当 $a = -1$, $b = 3$ 时, $2a - b = 2 \times (-1) - 3 = -5$,

故答案为: -5 .

【点评】本题考查了求代数式的值的应用, 能正确进行有理数的混合运算是解此题的关键.

16. (4分) 探索与发现: 下面是用分数 (数字表示面积) 砌成的“分数墙”, 则整面“分数墙”的总面积是 $\underline{n-1}$.

$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$	
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$
$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$
$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$
...			
$\frac{1}{n}$	$\frac{1}{n}$	$\frac{1}{n}$	$\frac{1}{n}$

【分析】由题意“分数墙”的总面积 $= 2 \times \frac{1}{2} + 3 \times \frac{1}{3} + 4 \times \frac{1}{4} + \cdots + n \times \frac{1}{n} = n - 1$.

【解答】解：由题意“分数墙”的总面积 $= 2 \times \frac{1}{2} + 3 \times \frac{1}{3} + 4 \times \frac{1}{4} + \cdots + n \times \frac{1}{n} = n - 1$,

故答案为 $n - 1$.

【点评】本题考查规律型问题，有理数的混合运算等知识，解题的关键是理解题意，灵活运用所学知识解决问题.

三、解答题（本大题共 7 小题，共 86 分）

17. (8 分) 计算： $(\pi - 2019)^0 + 4\sin 60^\circ - \sqrt{12} + |-3|$

【分析】先计算零指数幂、代入三角函数值、化简二次根式、取绝对值符号，再计算乘法，最后计算加减可得.

【解答】解：原式 $= 1 + 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 2\sqrt{3} + 3$
 $= 1 + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 3$
 $= 4$.

【点评】本题主要考查实数的运算，解题的关键是掌握零指数幂的规定、熟记特殊锐角三角函数值及二次根式与绝对值的性质.

18. (8 分) 解二元一次方程组： $\begin{cases} x+3y=7, \\ x-3y=1. \end{cases}$

【分析】直接利用加减消元法进而解方程组即可.

【解答】解： $\begin{cases} x+3y=7 \text{ ①} \\ x-3y=1 \text{ ②} \end{cases}$,

①+②得：

$$2x = 8,$$

$$\text{解得: } x = 4,$$

$$\text{则 } 4 - 3y = 1,$$

$$\text{解得: } y = 1,$$

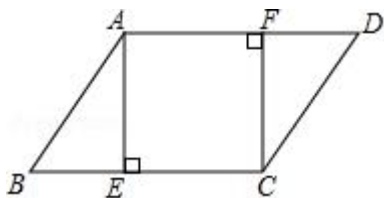
$$\text{故方程组的解为: } \begin{cases} x=4 \\ y=1 \end{cases}.$$

【点评】 此题主要考查了解二元一次方程组，正确掌握解题方法是解题关键.

19. (10分) 已知：如图，在 $\square ABCD$ 中， $AE \perp BC$ ， $CF \perp AD$ ， E ， F 分别为垂足.

(1) 求证： $\triangle ABE \cong \triangle CDF$;

(2) 求证：四边形 $AECF$ 是矩形.



【分析】 (1) 由平行四边形的性质得出 $\angle B = \angle D$ ， $AB = CD$ ， $AD \parallel BC$ ，由已知得出 $\angle AEB = \angle AEC = \angle CFD = \angle AFC = 90^\circ$ ，由 AAS 证明 $\triangle ABE \cong \triangle CDF$ 即可；

(2) 证出 $\angle EAF = \angle AEC = \angle AFC = 90^\circ$ ，即可得出结论.

【解答】 (1) 证明： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore \angle B = \angle D, AB = CD, AD \parallel BC,$$

$$\because AE \perp BC, CF \perp AD,$$

$$\therefore \angle AEB = \angle AEC = \angle CFD = \angle AFC = 90^\circ,$$

$$\text{在 } \triangle ABE \text{ 和 } \triangle CDF \text{ 中, } \begin{cases} \angle B = \angle D \\ \angle AEB = \angle CFD \\ AB = CD \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF \text{ (AAS)};$$

(2) 证明： $\because AD \parallel BC$,

$$\therefore \angle EAF = \angle AEB = 90^\circ,$$

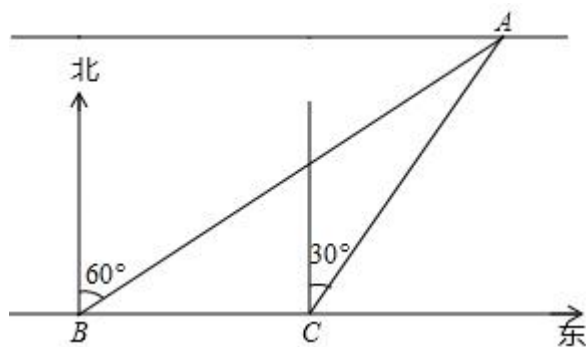
$$\therefore \angle EAF = \angle AEC = \angle AFC = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $AECF$ 是矩形.

【点评】 本题考查了矩形的判定、平行四边形的性质、全等三角形的判定与性质；熟练掌握平行四边形的性质和矩形的判定是解题的关键.

20. (10分) 如图，为测量一段笔直自西向东的河流的河面宽度，小明在南岸 B 处测得对岸

A 处一棵柳树位于北偏东 60° 方向，他以每秒 1.5 米的速度沿着河岸向东步行 40 秒后到达 C 处，此时测得柳树位于北偏东 30° 方向，试计算此段河面的宽度。



【分析】如图，作 $AD \perp$ 于 BC 于 D 。由题意得到 $BC = 1.5 \times 40 = 60$ 米， $\angle ABD = 30^\circ$ ， $\angle ACD = 60^\circ$ ，根据三角形的外角的性质得到 $\angle BAC = \angle ACD - \angle ABC = 30^\circ$ ，求得 $\angle ABC = \angle BAC$ ，得到 $BC = AC = 60$ 米。在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中，根据三角函数的定义即可得到结论。

【解答】解：如图，作 $AD \perp$ 于 BC 于 D 。

由题意可知： $BC = 1.5 \times 40 = 60$ 米， $\angle ABD = 30^\circ$ ， $\angle ACD = 60^\circ$ ，

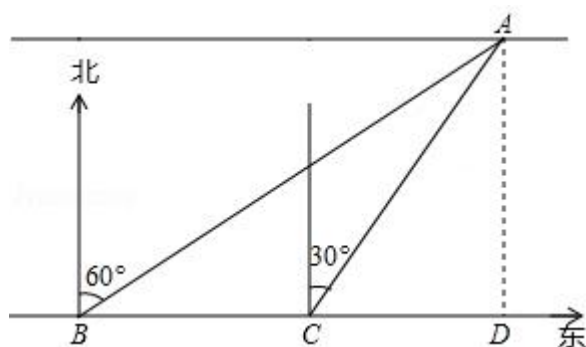
$\therefore \angle BAC = \angle ACD - \angle ABC = 30^\circ$ ，

$\therefore \angle ABC = \angle BAC$ ，

$\therefore BC = AC = 60$ 米。

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中， $AD = AC \cdot \sin 60^\circ = 60 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 30\sqrt{3}$ (米)。

答：这条河的宽度为 $30\sqrt{3}$ 米。



【点评】此题主要考查了解直角三角形—方向角问题，解题时首先正确理解题意，然后作出辅助线构造直角三角形解决问题。

21. (12 分) 某射箭队准备从王方、李明二人中选拔 1 人参加射箭比赛，在选拔赛中，两人各射箭 10 次的成绩 (单位：环数) 如下：

次数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
王方	7	10	9	8	6	9	9	7	10	10
李明	8	9	8	9	8	8	9	8	10	8

(1) 根据以上数据，将下面两个表格补充完整：

王方 10 次射箭得分情况

环数	6	7	8	9	10
频数	<u>1</u>	<u>2</u>	<u>1</u>	<u>3</u>	<u>3</u>
频率	<u>0.1</u>	<u>0.2</u>	<u>0.1</u>	<u>0.3</u>	<u>0.3</u>

李明 10 次射箭得分情况

环数	6	7	8	9	10
频数	<u>0</u>	<u>0</u>	<u>6</u>	<u>3</u>	<u>1</u>
频率	<u>0</u>	<u>0</u>	<u>0.6</u>	<u>0.3</u>	<u>0.1</u>

(2) 分别求出两人 10 次射箭得分的平均数；

(3) 从两人成绩的稳定性角度分析，应选派谁参加比赛合适.

【分析】 (1) 根据各组的频数除以 10 即可得到结论；

(2) 根据加权平均数的定义即可得到结论；

(3) 根据方差公式即可得到结论.

【解答】 解：(1)

环数	6	7	8	9	10
频数	1	2	1	3	3
频率	0.1	0.2	0.1	0.3	0.3

李明 10 次射箭得分情况

环数	6	7	8	9	10
频数	0	0	6	3	1
频率	0	0	0.6	0.3	0.1

(2) 王方的平均数 $= \frac{1}{10} (6+14+8+27+30) = 8.5$ ；李明的平均数 $= \frac{1}{10} (48+27+10) =$

8.5；

$$(3) \because S_{\text{王方}}^2 = \frac{1}{10}[(6-8.5)^2 + 2(7-8.5)^2 + (8-8.5)^2 + 3(9-8.5)^2 + 3(10-8.5)^2]$$

$$= 1.85;$$

$$S_{\text{李明}}^2 = \frac{1}{10}[6(8-8.5)^2 + 3(9-8.5)^2 + (10-8.5)^2] = 0.35;$$

$$\therefore S_{\text{王方}}^2 > S_{\text{李明}}^2,$$

$\therefore$ 应选派李明参加比赛合适.

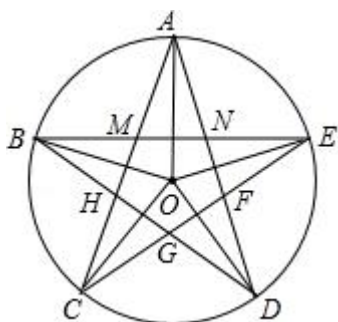
【点评】 本题考查方差的意义. 方差是用来衡量一组数据波动大小的量, 方差越大, 表明这组数据偏离平均数越大, 即波动越大, 数据越不稳定; 反之, 方差越小, 表明这组数据分布比较集中, 各数据偏离平均数越小, 即波动越小, 数据越稳定.

22. (12分) 如图, A, B, C, D, E 是 $\odot O$ 上的 5 等分点, 连接 AC, CE, EB, BD, DA , 得到一个五角星图形和五边形 $MNFGH$.

(1) 计算 $\angle CAD$ 的度数;

(2) 连接 AE , 证明: $AE = ME$;

(3) 求证: $ME^2 = BM \cdot BE$.



【分析】 (1) 由题意可得 $\angle COD = 70^\circ$, 由圆周角的定理可得 $\angle CAD = 36^\circ$;

(2) 由圆周角的定理可得 $\angle CAD = \angle DAE = \angle AEB = 36^\circ$, 可求 $\angle AME = \angle CAE = 72^\circ$, 可得 $AE = ME$;

(3) 通过证明 $\triangle AEN \sim \triangle BEA$, 可得 $\frac{AE}{BE} = \frac{NE}{AE}$, 可得 $ME^2 = BE \cdot NE$, 通过证明 $BM = NE$,

即可得结论.

【解答】 解: (1) $\because A, B, C, D, E$ 是 $\odot O$ 上的 5 等分点,

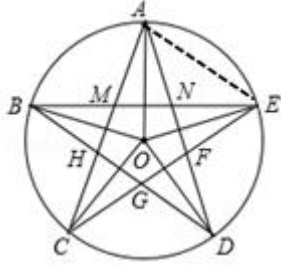
$$\therefore \widehat{CD} \text{ 的度数} = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$$

$$\therefore \angle COD = 70^\circ$$

$$\therefore \angle COD = 2\angle CAD$$

$$\therefore \angle CAD = 36^\circ$$

(2) 连接 AE



$\because A, B, C, D, E$ 是 $\odot O$ 上的 5 等分点,

$$\therefore \widehat{AB} = \widehat{DE} = \widehat{AE} = \widehat{CD} = \widehat{BC}$$

$$\therefore \angle CAD = \angle DAE = \angle AEB = 36^\circ$$

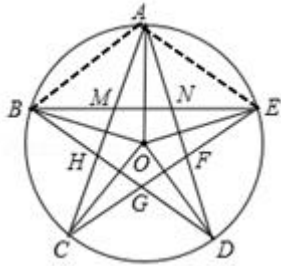
$$\therefore \angle CAE = 72^\circ, \text{ 且 } \angle AEB = 36^\circ$$

$$\therefore \angle AME = 72^\circ$$

$$\therefore \angle AME = \angle CAE$$

$$\therefore AE = ME$$

(3) 连接 AB



$$\therefore \widehat{AB} = \widehat{DE} = \widehat{AE} = \widehat{CD} = \widehat{BC}$$

$$\therefore \angle ABE = \angle DAE, \text{ 且 } \angle AEB = \angle AEB$$

$$\therefore \triangle AEN \sim \triangle BEA$$

$$\therefore \frac{AE}{BE} = \frac{NE}{AE}$$

$$\therefore AE^2 = BE \cdot NE, \text{ 且 } AE = ME$$

$$\therefore ME^2 = BE \cdot NE$$

$$\therefore \widehat{AB} = \widehat{DE} = \widehat{AE} = \widehat{CD} = \widehat{BC}$$

$$\therefore AE = AB, \angle CAB = \angle CAD = \angle DAE = \angle BEA = \angle ABE = 36^\circ$$

$$\therefore \angle BAD = \angle BNA = 72^\circ$$

$$\therefore BA = BN, \text{ 且 } AE = ME$$

$$\therefore BN = ME$$

$$\therefore BM = NE$$

$$\therefore ME^2 = BE \cdot NE = BM \cdot BE$$

【点评】本题是圆的综合题，考查了圆的有关知识，相似三角形的性质和判定，证明 $\triangle AEN \sim \triangle BEA$ 是本题的关键.

23. (14 分) 如图，在直角坐标系中有 $\text{Rt}\triangle AOB$ ， O 为坐标原点， $OB = 1$ ， $\tan \angle ABO = 3$ ，将此三角形绕原点 O 顺时针旋转 90° ，得到 $\text{Rt}\triangle COD$ ，二次函数 $y = -x^2 + bx + c$ 的图象刚好经过 A, B, C 三点.

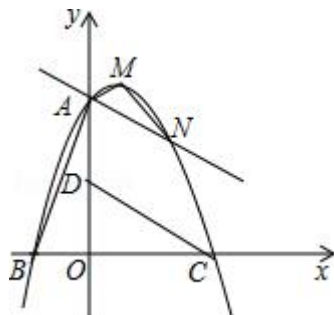
(1) 求二次函数的解析式及顶点 P 的坐标；

(2) 过定点 Q 的直线 $l: y = kx - k + 3$ 与二次函数图象相交于 M, N 两点.

①若 $S_{\triangle PMN} = 2$ ，求 k 的值；

②证明：无论 k 为何值， $\triangle PMN$ 恒为直角三角形；

③当直线 l 绕着定点 Q 旋转时， $\triangle PMN$ 外接圆圆心在一条抛物线上运动，直接写出该抛物线的表达式.



【分析】(1) 求出点 A, B, C 的坐标分别为 $(0, 3)$ 、 $(-1, 0)$ 、 $(3, 0)$ ，即可求解；

(2) ① $S_{\triangle PMN} = \frac{1}{2}PQ \times (x_2 - x_1)$ ，则 $x_2 - x_1 = 4$ ，即可求解；② $k_1 k_2 = \frac{y_2 - 4}{x_2 - 1} \cdot \frac{y_1 - 4}{x_1 - 1} =$

$\frac{y_1 y_2 - 4(y_1 + y_2) + 16}{x_1 x_2 - 4(x_1 + x_2) + 1} = -1$ ，即可求解；③取 MN 的中点 H ，则点 H 是 $\triangle PMN$ 外接圆

圆心，即可求解.

【解答】解：(1) $OB = 1$ ， $\tan \angle ABO = 3$ ，则 $OA = 3$ ， $OC = 3$ ，

即点 A, B, C 的坐标分别为 $(0, 3)$ 、 $(-1, 0)$ 、 $(3, 0)$ ，

则二次函数表达式为： $y = a(x - 3)(x + 1) = a(x^2 - 2x - 3)$ ，

即： $-3a = 3$ ，解得： $a = -1$ ，

故函数表达式为: $y = -x^2 + 2x + 3$,

点 $P(1, 4)$;

(2) 将二次函数与直线 l 的表达式联立并整理得:

$$x^2 - (2-k)x - k = 0,$$

设点 M 、 N 的坐标为 (x_1, y_1) 、 (x_2, y_2) ,

$$\text{则 } x_1 + x_2 = 2 - k, \quad x_1 x_2 = -k,$$

$$\text{则: } y_1 + y_2 = k(x_1 + x_2) - 2k + 6 = 6 - k^2,$$

$$\text{同理: } y_1 y_2 = 9 - 4k^2,$$

① $y = kx - k + 3$, 当 $x = 1$ 时, $y = 3$, 即点 $Q(1, 3)$,

$$S_{\triangle PMN} = 2 = \frac{1}{2} PQ \times (x_2 - x_1), \text{ 则 } x_2 - x_1 = 4,$$

$$|x_2 - x_1| = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2},$$

$$\text{解得: } k = \pm 2\sqrt{3};$$

② 点 M 、 N 的坐标为 (x_1, y_1) 、 (x_2, y_2) 、点 $P(1, 4)$,

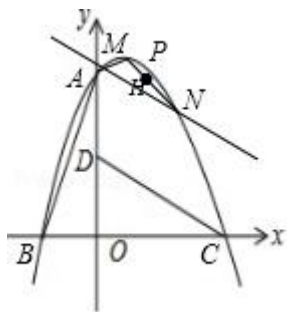
则直线 PM 表达式中的 k_1 值为: $\frac{y_1 - 4}{x_1 - 1}$, 直线 PN 表达式中的 k_2 值为: $\frac{y_2 - 4}{x_2 - 1}$,

$$\text{为: } k_1 k_2 = \frac{y_2 - 4}{x_2 - 1} \cdot \frac{y_1 - 4}{x_1 - 1} = \frac{y_1 y_2 - 4(y_1 + y_2) + 16}{x_1 x_2 - 4(x_1 + x_2) + 1} = -1,$$

故 $PM \perp PN$,

即: $\triangle PMN$ 恒为直角三角形;

③ 取 MN 的中点 H , 则点 H 是 $\triangle PMN$ 外接圆圆心,



设点 H 坐标为 (x, y) ,

$$\text{则 } x = \frac{x_1 + x_2}{2} = 1 - \frac{1}{2}k,$$

$$y = \frac{1}{2}(y_1 + y_2) = \frac{1}{2}(6 - k^2),$$

整理得: $y = -2x^2 + 4x + 1$,

即: 该抛物线的表达式为: $y = -2x^2 + 4x + 1$.

【点评】 本题考查的是二次函数综合运用, 涉及到一次函数、圆的基本知识等, 其中, 用韦达定理处理复杂数据, 是本题解题的关键.

积分超值换

活动时间: 2019年4月23日-6月30日
活动对象: 中小学一线教师以及教育工作者



扫一扫 换礼啦

积 分 兑 换 更 超 值



会员升级服务第一拨 · 清北季



神马, 有清华北大学霸方法论课; 还有清华学霸向所有的父母亲述自己求学之路;
衡水名校试卷悄悄的上线了;
扫qq领取官网不首发课程, 很多人我没告诉他啊!
会员qq专享等你来撩.....