

2019 年湖南省张家界市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 8 个小题，每小题 3 分，满分 24 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1.（3 分）2019 的相反数是（ ）

A. 2019

B. - 2019

C. $\frac{1}{2019}$

D. $-\frac{1}{2019}$

2.（3 分）为了有力回击美方单边主义贸易政策的霸凌行为，维护我国正当权益和世界多边贸易正常秩序，经国务院批准，决定于 2019 年 6 月 1 日起，对原产于美国的 600 亿美元进口商品加征关税，其中 600 亿美元用科学记数法表示为（ ）美元.

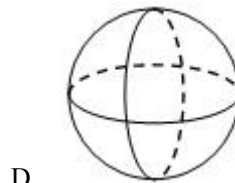
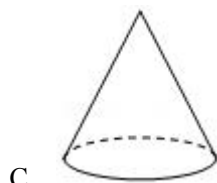
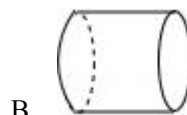
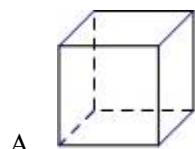
A. 6×10^{10}

B. 0.6×10^{10}

C. 6×10^9

D. 0.6×10^9

3.（3 分）下列四个立体图形中，其主视图是轴对称图形但不是中心对称图形的是（ ）



4.（3 分）下列运算正确的是（ ）

A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$

B. $a^2 + a^3 = a^5$

C. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$

D. $(a^3)^2 = a^6$

5.（3 分）下列说法正确的是（ ）

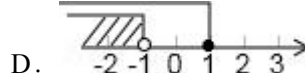
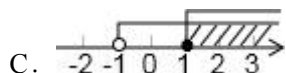
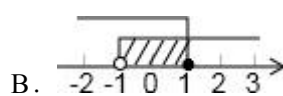
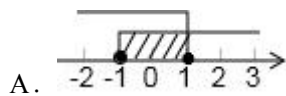
A. 打开电视机，正在播放“张家界新闻”是必然事件

B. 天气预报说“明天的降水概率为 65%”，意味着明天一定下雨

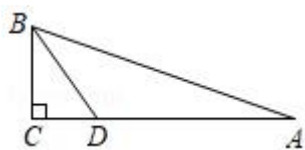
C. 两组数据平均数相同，则方差大的更稳定

D. 数据 5, 6, 7, 7, 8 的中位数与众数均为 7

6.（3 分）不等式组 $\begin{cases} 2x-2 \leq 0 \\ x > -1 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示为（ ）

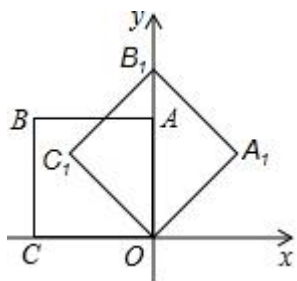


7. (3分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 8$, $DC = \frac{1}{3}AD$, BD 平分 $\angle ABC$, 则点 D 到 AB 的距离等于 ()



- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

8. (3分) 如图, 在平面直角坐标系中, 将边长为 1 的正方形 $OABC$ 绕点 O 顺时针旋转 45° 后得到正方形 $OA_1B_1C_1$, 依此方式, 绕点 O 连续旋转 2019 次得到正方形 $OA_{2019}B_{2019}C_{2019}$, 那么点 A_{2019} 的坐标是 ()

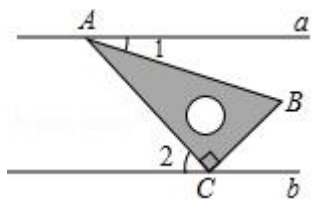


- A. $(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2})$ B. $(1, 0)$ C. $(-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2})$ D. $(0, -1)$

二、填空题 (本大题共 6 个小题, 每小题 3 分, 满分 18 分)

9. (3分) 因式分解: $x^2y - y =$ _____.

10. (3分) 已知直线 $a \parallel b$, 将一块含 30° 角的直角三角板 ABC 按如图所示方式放置 ($\angle BAC = 30^\circ$), 并且顶点 A, C 分别落在直线 a, b 上, 若 $\angle 1 = 18^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数是 _____.



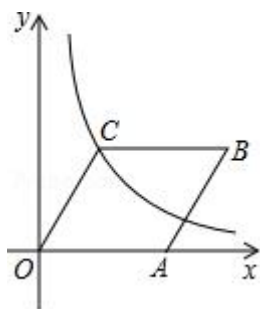
11. (3分) 为了建设“书香校园”, 某校七年级的同学积极捐书, 下表统计了七(1)班 40 名学生的捐书情况:

捐书 (本)	3	4	5	7	10
人数	5	7	10	11	7

该班学生平均每人捐书 _____ 本.

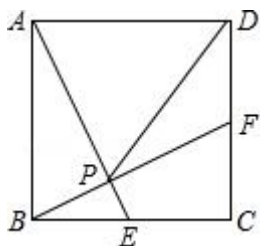
12. (3分) 如图, 在平面直角坐标系中, 菱形 $OABC$ 的顶点 O 为坐标原点, 顶点 A 在 x 轴

的正半轴上，顶点 C 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上，已知菱形的周长是 8， $\angle COA = 60^\circ$ ，则 k 的值是_____.



13. (3 分)《田亩比类乘除捷法》是我国古代数学家杨辉的著作，其中有一个数学问题：“直田积八百六十四步，只云长阔共六十步，问长多阔几何”. 意思是：一块矩形田地的面积为 864 平方步，只知道它的长与宽共 60 步，问它的长比宽多多少步？根据题意得，长比宽多_____步.

14. (3 分) 如图：正方形 $ABCD$ 的边长为 1，点 E, F 分别为 BC, CD 边的中点，连接 AE, BF 交于点 P ，连接 PD ，则 $\tan \angle APD =$ _____.



三、解答题（本大题共 9 个小题，满分 58 分. 请考生用黑色碳素笔在答题卡相应的题号后的答题区域内作答，必须写出运算步骤、推理过程或文字说明，超出答题区域的作答无效）

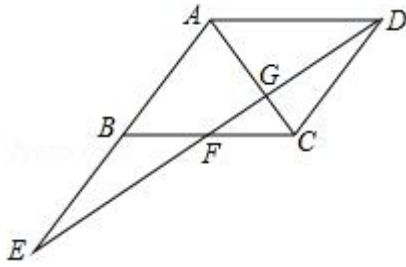
15. (5 分) 计算： $(3.14 - \pi)^0 + |\sqrt{2} - 1| - 2\cos 45^\circ + (-1)^{2019}$.

16. (5 分) 先化简，再求值： $(\frac{2x-3}{x-2} - 1) \div \frac{x^2-2x+1}{x-2}$ ，然后从 0, 1, 2 三个数中选择一个恰当的数代入求值.

17. (5 分) 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，连接对角线 AC ，延长 AB 至点 E ，使 $BE = AB$ ，连接 DE ，分别交 BC, AC 交于点 F, G .

(1) 求证： $BF = CF$;

(2) 若 $BC = 6, DG = 4$ ，求 FG 的长.



18. (6分) 某社区购买甲、乙两种树苗进行绿化, 已知甲种树苗每棵 30 元, 乙种树苗每棵 20 元, 且乙种树苗棵数比甲种树苗棵数的 2 倍少 40 棵, 购买两种树苗的总金额为 9000 元.

(1) 求购买甲、乙两种树苗各多少棵?

(2) 为保证绿化效果, 社区决定再购买甲、乙两种树苗共 10 棵, 总费用不超过 230 元, 求可能的购买方案?

19. (6分) 阅读下面的材料:

按照一定顺序排列着的一列数称为数列, 数列中的每一个数叫做这个数列的项. 排在第一位的数称为第一项, 记为 a_1 , 排在第二位的数称为第二项, 记为 a_2 , 依此类推, 排在第 n 位的数称为第 n 项, 记为 a_n . 所以, 数列的一般形式可以写成: $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$. 一般地, 如果一个数列从第二项起, 每一项与它前一项的差等于同一个常数, 那么这个数列叫做等差数列, 这个常数叫做等差数列的公差, 公差通常用 d 表示. 如: 数列 1, 3, 5, 7, $\dots$ 为等差数列, 其中 $a_1 = 1$, $a_2 = 3$, 公差为 $d = 2$.

根据以上材料, 解答下列问题:

(1) 等差数列 5, 10, 15, $\dots$ 的公差 d 为_____, 第 5 项是_____.

(2) 如果一个数列 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$, 是等差数列, 且公差为 d , 那么根据定义可得到: $a_2 - a_1 = d$, $a_3 - a_2 = d$, $a_4 - a_3 = d$, $\dots$, $a_n - a_{n-1} = d$, $\dots$.

所以

$$a_2 = a_1 + d$$

$$a_3 = a_2 + d = (a_1 + d) + d = a_1 + 2d,$$

$$a_4 = a_3 + d = (a_1 + 2d) + d = a_1 + 3d,$$

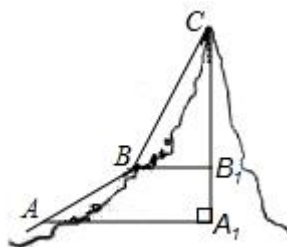
$\dots\dots$

由此, 请你填空完成等差数列的通项公式: $a_n = a_1 + (\quad) d$.

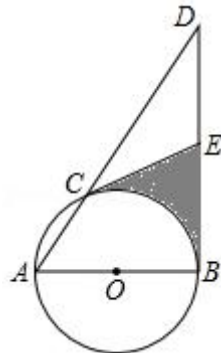
(3) -4041 是不是等差数列 -5, -7, -9 $\dots$ 的项? 如果是, 是第几项?

20. (6分) 天门山索道是世界最长的高山客运索道, 位于张家界天门山景区. 在一次检修

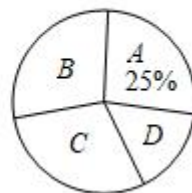
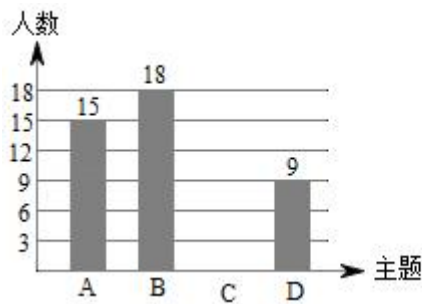
维护中，检修人员从索道 A 处开始，沿 $A - B - C$ 路线对索道进行检修维护．如图：已知 $AB = 500$ 米， $BC = 800$ 米， AB 与水平线 AA_1 的夹角是 30° ， BC 与水平线 BB_1 的夹角是 60° ．求：本次检修中，检修人员上升的垂直高度 CA_1 是多少米？（结果精确到 1 米，参考数据： $\sqrt{3} \approx 1.732$ ）



- 21.（7 分）如图， AB 为 $\odot O$ 的直径，且 $AB = 4\sqrt{3}$ ，点 C 是 $\widehat{AB}$ 上的一动点（不与 A ， B 重合），过点 B 作 $\odot O$ 的切线交 AC 的延长线于点 D ，点 E 是 BD 的中点，连接 EC ．
- （1）求证： EC 是 $\odot O$ 的切线；
- （2）当 $\angle D = 30^\circ$ 时，求阴影部分面积．



- 22.（8 分）为了响应市政府号召，某校开展了“六城同创与我同行”活动周，活动周设置了“ A ：文明礼仪， B ：生态环境， C ：交通安全， D ：卫生保洁”四个主题，每个学生选一个主题参与．为了解活动开展情况，学校随机抽取了部分学生进行调查，并根据调查结果绘制了如下条形统计图和扇形统计图．



- （1）本次随机调查的学生人数是_____人；

(2) 请你补全条形统计图;

(3) 在扇形统计图中, “B” 所在扇形的圆心角等于_____度;

(4) 小明和小华各自随机参加其中的一个主题活动, 请用画树状图或列表的方式求他们恰好选中同一个主题活动的概率.

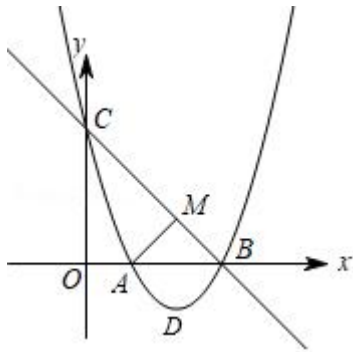
23. (10 分) 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 过点 $A(1, 0)$, $B(3, 0)$ 两点, 与 y 轴交于点 C , $OC = 3$.

(1) 求抛物线的解析式及顶点 D 的坐标;

(2) 过点 A 作 $AM \perp BC$, 垂足为 M , 求证: 四边形 $ADBM$ 为正方形;

(3) 点 P 为抛物线在直线 BC 下方图形上的一动点, 当 $\triangle PBC$ 面积最大时, 求点 P 的坐标;

(4) 若点 Q 为线段 OC 上的一动点, 问: $AQ + \frac{1}{2}QC$ 是否存在最小值? 若存在, 求出这个最小值; 若不存在, 请说明理由.



2019 年湖南省张家界市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 8 个小题，每小题 3 分，满分 24 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 【分析】由相反数的定义即可得到答案.

【解答】解：2019 的相反数是 - 2019.

故选：B.

【点评】本题运用了相反数的知识点，准确掌握定义是解题的关键.

2. 【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】解：600 亿 $= 600 \times 10^8 = 6 \times 10^{10}$.

故选：A.

【点评】本题运用了科学记数法的知识点，掌握好 n 与数位之间的关系是解此题的关键.

3. 【分析】根据从正面看得到的图形是主视图以及轴对称图形、中心对称图形的概念，可得答案.

【解答】解：A、是轴对称图形，也是中心对称图形. 故错误；

B、是轴对称图形，也是中心对称图形. 故错误；

C、是轴对称图形，不是中心对称图形. 故正确；

D、是轴对称图形，也是中心对称图形. 故错误.

故选：C.

【点评】本题考查了几何体的三视图以及中心对称图形与轴对称图形的概念：轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分沿对称轴折叠后可重合；中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后与原图重合.

4. 【分析】根据同底数幂的乘法法则，完全平方公式，幂的乘方公式进行运算即可；

【解答】解： $a^2 \cdot a^3 = a^{2+3} = a^5$ ；A 错误；

$a^2 + a^3 = a^2 + a^3$ ；B 错误；

$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$ ；C 错误；

$(a^3)^2 = a^{3 \times 2} = a^6$ ；D 正确；

故选：D.

【点评】本题考查整式的运算；熟练掌握同底数幂的乘法，幂的乘方和积的乘方，完全平方公式是解题的关键.

5. 【分析】必然事件发生的概率为 1，即 $P(\text{必然事件}) = 1$ ；事件发生的可能性越大，概率越接近于 1，事件发生的可能性越小，概率越接近于 0；平均数是指在一组数据中所有数据之和再除以数据的个数；一组数据中各数据与它们的平均数的差的平方的平均数，叫做这组数据的方差；将一组数据按照从小到大（或从大到小）的顺序排列，如果数据的个数是奇数，则处于中间位置的数就是这组数据的中位数；如果这组数据的个数是偶数，则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数；一组数据中出现次数最多的数据叫做众数；依此即可求解.

【解答】解：A. 打开电视机，正在播放“张家界新闻”是随机事件，故 A 错误；

B. 天气预报说“明天的降水概率为 65%”，意味着明天可能下雨，故 B 错误；

C. 两组数据平均数相同，则方差大的更不稳定，故 C 错误；

D. 数据 5, 6, 7, 7, 8 的中位数与众数均为 7，正确.

故选：D.

【点评】本题考查了概率及其应用，正确理解概率的意义是解题的关键. 同时考查了必然事件、平均数、方差、中位数、众数等知识点.

6. 【分析】分别求出每一个不等式的解集，根据口诀：同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小无解了确定不等式组的解集.

【解答】解：解不等式 $2x - 2 \leq 0$ ，得： $x \leq 1$ ，

则不等式组的解集为 $-1 < x \leq 1$ ，

故选：B.

【点评】本题考查的是解一元一次不等式组，正确求出每一个不等式解集是基础，熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

7. 【分析】过点 D 作 $DE \perp AB$ 于 E，求出 CD，再根据角平分线上的点到角的两边的距离相等解答.

【解答】解：如图，过点 D 作 $DE \perp AB$ 于 E，

$$\because AC = 8, DC = \frac{1}{3}AD,$$

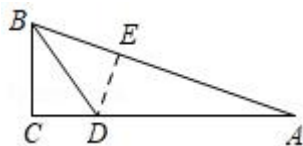
$$\therefore CD = 8 \times \frac{1}{1+3} = 2,$$

$\because \angle C = 90^\circ$, BD 平分 $\angle ABC$,

$\therefore DE = CD = 2$,

即点 D 到 AB 的距离为 2.

故选: C .



【点评】 本题考查了角平分线上的点到角的两边的距离相等的性质, 熟记性质是解题的关键.

8. **【分析】** 探究规律, 利用规律解决问题即可.

【解答】 解: $\because$ 四边形 $OABC$ 是正方形, 且 $OA = 1$,

$\therefore A(0, 1)$,

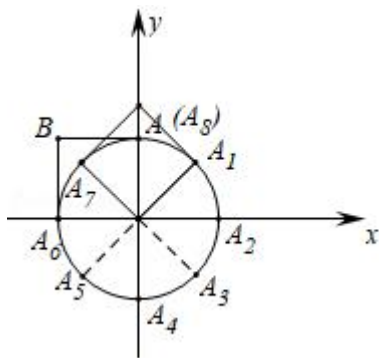
$\because$ 将正方形 $OABC$ 绕点 O 顺时针旋转 45° 后得到正方形 $OA_1B_1C_1$,

$\therefore A_1(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$, $A_2(1, 0)$, $A_3(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2})$, $\dots$,

发现是 8 次一循环, 所以 $2019 \div 8 = 252 \dots 3$,

$\therefore$ 点 A_{2019} 的坐标为 $(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2})$

故选: A .



【点评】 本题考查了旋转的性质: 对应点到旋转中心的距离相等; 对应点与旋转中心所连线段的夹角等于旋转角. 也考查了坐标与图形的变化、规律型: 点的坐标等知识, 解题的关键是学会从特殊到一般的探究规律的方法, 属于中考常考题型.

二、填空题 (本大题共 6 个小题, 每小题 3 分, 满分 18 分)

9. **【分析】** 首先提公因式 y , 再利用平方差进行二次分解即可.

【解答】 解: 原式 $= y(x^2 - 1) = y(x+1)(x-1)$,

故答案为: $y(x+1)(x-1)$.

【点评】此题主要考查了提公因式法和公式法分解因式,关键是掌握提取公因式后利用平方差公式进行二次分解,注意分解要彻底.

10. 【分析】根据平行线的性质和直角三角形的性质解答即可.

【解答】解: $\because a \parallel b$,

$$\therefore \angle 2 = \angle 1 + \angle CAB = 18^\circ + 30^\circ = 48^\circ,$$

故答案为: 48°

【点评】此题考查平行线的性质,关键是根据平行线的性质和直角三角形的性质解答.

11. 【分析】根据加权平均数的定义计算可得.

【解答】解: 该班学生平均每人捐书 $\frac{3 \times 5 + 4 \times 7 + 5 \times 10 + 7 \times 11 + 10 \times 7}{40} = 6$ (本),

故答案为: 6.

【点评】本题主要考查加权平均数,解题的关键是掌握加权平均数的定义.

12. 【分析】菱形 $OABC$ 的周长为 8, 可得边长为 2, 过 C 作 x 轴的垂线, 构造直角三角形, 利用 30° 角所对的直角边等于斜边的一半和勾股定理, 可以求出表示 C 点坐标的线段的长, 从而确定点 C 的坐标, 再依据点 C 在反比例函数的图象上, 代入关系式可以求出 k 的值.

【解答】解: 过点 C 作 $CD \perp OA$, 垂足为 D ,

$$\because \angle COA = 60^\circ$$

$$\therefore \angle OCD = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

又 $\because$ 菱形 $OABC$ 的周长是 8,

$$\therefore OC = OA = AB = BC = 2,$$

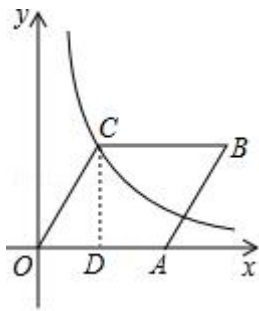
在 $\text{Rt}\triangle COD$ 中, $OD = \frac{1}{2}OC = 1$,

$$\therefore CD = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3},$$

$$\therefore C(1, \sqrt{3}),$$

把 $C(1, \sqrt{3})$ 代入反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 得: $k = 1 \times \sqrt{3} = \sqrt{3}$,

故答案为: $\sqrt{3}$.



【点评】此题综合利用直角三角形中 30° 角所对的直角边等于斜边的一半，勾股定理、菱形的性质以及反比例函数图象上的点的坐标特征等知识，难度不大，但考查的知识较多。

13. 【分析】根据题意，可以列出相应的一元二次方程，从而可以解答本题。

【解答】解：设长为 x 步，宽为 $(60 - x)$ 步，

$$x(60 - x) = 864,$$

解得， $x_1 = 36$ ， $x_2 = 24$ （舍去），

$\therefore$ 当 $x = 36$ 时， $60 - x = 24$ ，

$\therefore$ 长比宽多： $36 - 24 = 12$ （步），

故答案为：12。

【点评】本题考查一元二次方程的应用，解答本题的关键是明确题意，列出相应的方程，利用方程的知识解答，注意长比宽要长。

14. 【分析】首先证明 $\triangle ABE \cong \triangle BCF$ ，再利用角的关系求得 $\angle BPE = 90^\circ$ ，证明 A 、 P 、 F 、 D 四点共圆，得 $\angle AFD = \angle APD$ ，可得结论。

【解答】解：连接 AF ，

$\because E, F$ 分别是正方形 $ABCD$ 边 BC, CD 的中点，

$$\therefore CF = BE, \frac{AD}{DF} = 2,$$

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle BCF$ 中，

$$\begin{cases} AB=BC \\ \angle ABE=\angle C, \\ BE=CF \end{cases}$$

$\therefore \text{Rt}\triangle ABE \cong \text{Rt}\triangle BCF$ (SAS),

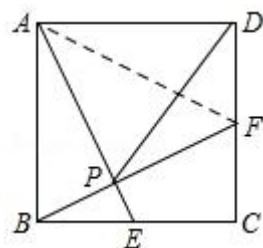
$\therefore \angle BAE = \angle CBF$,

又 $\because \angle BAE + \angle BEA = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle CBF + \angle BEA = 90^\circ$ ，

$$\begin{aligned}
&\therefore \angle BPE = \angle APF = 90^\circ, \\
&\therefore \angle ADF = 90^\circ, \\
&\therefore \angle ADF + \angle APF = 180^\circ, \\
&\therefore A、P、F、D \text{ 四点共圆}, \\
&\therefore \angle AFD = \angle APD, \\
&\therefore \tan \angle APD = \tan \angle AFD = \frac{AD}{DF} = 2,
\end{aligned}$$

故答案为：2.



【点评】 本题主要考查了正方形的性质、全等三角形的判定和性质、四点共圆的性质、三角函数的定义，解决的关键是证明 $\angle APF = 90^\circ$.

三、解答题（本大题共 9 个小题，满分 58 分．请考生用黑色碳素笔在答题卡相应的题号后的答题区域内作答，必须写出运算步骤、推理过程或文字说明，超出答题区域的作答无效）

15. **【分析】** 分别计算出 $(3.14 - \pi)^0 = 1$, $|\sqrt{2} - 1| = \sqrt{2} - 1$, $2\cos 45^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$, $+ (-1)^{2019} = 1$ 即可求解；

$$\begin{aligned}
&\text{【解答】解：} (3.14 - \pi)^0 + |\sqrt{2} - 1| - 2\cos 45^\circ + (-1)^{2019} \\
&= 1 + \sqrt{2} - 1 - 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} - 1 \\
&= -1;
\end{aligned}$$

【点评】 本题考查实数的运算；熟练掌握零指数幂的运算，特殊三角函数值是解题的关键．

16. **【分析】** 先根据分式的混合运算顺序和运算法则化简原式，再选取使分式有意义的 x 的值代入计算可得．

$$\begin{aligned}
&\text{【解答】解：原式} = \left(\frac{2x-3}{x-2} - \frac{x-2}{x-2} \right) \div \frac{(x-1)^2}{x-2} \\
&= \frac{x-1}{x-2} \cdot \frac{x-2}{(x-1)^2} \\
&= \frac{1}{x-1},
\end{aligned}$$

当 $x=0$ 时, 原式 $= -1$.

【点评】 本题主要考查分式的化简求值, 解题的关键是熟练掌握分式的混合运算顺序和运算法则.

17. **【分析】** (1) 根据平行四边形的性质得到 $AD \parallel CD$, $AD = BC$, 得到 $\triangle EBF \sim \triangle EAD$, 根据相似三角形的性质证明即可;

(2) 根据相似三角形的性质列式计算即可.

【解答】 (1) 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AD \parallel BC, AD = BC,$$

$$\therefore \triangle EBF \sim \triangle EAD,$$

$$\therefore \frac{BF}{AD} = \frac{EB}{EA} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore BF = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}BC,$$

$$\therefore BF = CF;$$

(2) 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AD \parallel CF,$$

$$\therefore \triangle FGC \sim \triangle DGA,$$

$$\therefore \frac{FG}{DG} = \frac{FC}{AD}, \text{ 即 } \frac{FG}{4} = \frac{1}{2},$$

解得, $FG = 2$.

【点评】 本题考查的是相似三角形的判定和性质、平行四边形的性质, 掌握相似三角形的判定定理和性质定理是解题的关键.

18. **【分析】** (1) 设购买甲种树苗 x 棵, 购买乙种树苗 $(2x - 40)$ 棵, 由题意可得, $30x + 20(2x - 40) = 9000$;

(2) 设购买甲树苗 y 棵, 乙树苗 $(10 - y)$ 棵, 根据题意可得, $30y + 20(10 - y) \leq 230$, 根据 y 的范围确定购买方案即可.

【解答】 解: (1) 设购买甲种树苗 x 棵, 购买乙种树苗 $(2x - 40)$ 棵,

由题意可得, $30x + 20(2x - 40) = 9000$,

$$70x = 9800,$$

$$x = 140,$$

$\therefore$ 购买甲种树苗 140 棵, 乙种树苗 240 棵;

(2) 设购买甲树苗 y 棵, 乙树苗 $(10 - y)$ 棵,

根据题意可得, $30y+20(10-y) \leq 230$,

$$10y \leq 30,$$

$$\therefore y \leq 3;$$

购买方案 1: 购买甲树苗 3 棵, 乙树苗 7 棵;

购买方案 2: 购买甲树苗 2 棵, 乙树苗 8 棵;

购买方案 3: 购买甲树苗 1 棵, 乙树苗 9 棵.

【点评】 本题考查一元一次方程的应用, 一元一次不等式的应用; 能够准确列出方程, 根据题意确定不等式是解题的关键.

19. **【分析】** (1) 根据公差定义进行计算得 d , 再推算第 5 项便可;

(2) 由 $a_2 = a_1 + d$, $a_3 = a_1 + 2d$, $a_4 = a_1 + 3d \cdots$ 可知: 序列号 n 比 d 的系数小 1, 故: $a_n = a_1 + (n-1)d$.

(3) 先根据样例求出通项公式, 再将 -4041 代入通项公式求出 n , 若 n 为正整数就可以断定 -4041 是此等差数列的某一项, 反之则不是.

【解答】 解: (1) 根据题意得, $d = 10 - 5 = 5$;

$$\therefore a_3 = 15,$$

$$a_4 = a_3 + d = 15 + 5 = 20,$$

$$a_5 = a_4 + d = 20 + 5 = 25,$$

故答案为: 5; 25.

$$(2) \therefore a_2 = a_1 + d$$

$$a_3 = a_2 + d = (a_1 + d) + d = a_1 + 2d,$$

$$a_4 = a_3 + d = (a_1 + 2d) + d = a_1 + 3d,$$

.....

$$\therefore a_n = a_1 + (n-1)d$$

故答案为: $n-1$.

(3) 根据题意得,

等差数列 $-5, -7, -9 \cdots$ 的项的通项公式为: $a_n = -5 - 2(n-1)$,

$$\text{则 } -5 - 2(n-1) = -4041,$$

解之得: $n = 2019$

$\therefore -4041$ 是等差数列 $-5, -7, -9 \cdots$ 的项, 它是此数列的第 2019 项.

【点评】 本题考查了学生的分析、阅读等自学能力, 解题的关键是要认真阅读题目, 理解题目呈现的数学思想及数学方法.

20. **【分析】** 测不易直接测量的物体的高度、测河宽等, 关键在于构造出直角三角形, 通过测量角的度数和测量边的长度, 计算出所要求的物体的高度或长度. 根据题目已知特点选用适当锐角三角函数或边角关系去解直角三角形, 得到数学问题的答案, 再转化得到实际问题的答案.

【解答】 解: 如图, 过点 B 作 $BH \perp AA_1$ 于点 H .

在 $\text{Rt}\triangle ABH$ 中, $AB = 500$, $\angle BAH = 30^\circ$,

$$\therefore BH = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 500 = 250 \text{ (米)},$$

$$\therefore A_1B_1 = BH = 250 \text{ (米)},$$

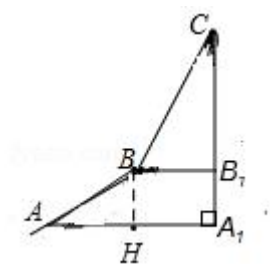
在 $\text{Rt}\triangle BB_1C$ 中, $BC = 800$, $\angle CBB_1 = 60^\circ$,

$$\therefore \frac{B_1C}{BC} = \sin \angle CBB_1 = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore B_1C = \frac{\sqrt{3}}{2}BC = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 800 = 400\sqrt{3} \text{ (米)},$$

$$\therefore \text{检修人员上升的垂直高度 } CA_1 = CB_1 + A_1B_1 = 400\sqrt{3} + 250 \approx 943 \text{ (米)}$$

答: 检修人员上升的垂直高度 CA_1 为 943 米.



【点评】 本题考查了解直角三角形, 熟练应用锐角三角函数关系是解题关键.

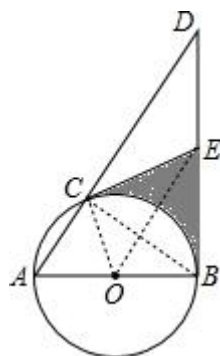
21. **【分析】** (1) 连接 BC , OC , OE , 由 E 是 BD 的中点, 可得 $CE = BE$, 证明 $\triangle OCE \cong \triangle OBE$, 得 $\angle OCE = \angle OBE = 90^\circ$, 则结论得证;

(2) 阴影部分的面积即为四边形 $OBED$ 的面积减去扇形 COB 的面积.

【解答】 解: (1) 如图, 连接 BC , OC , OE ,

$\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$



在 $\text{Rt}\triangle BDC$ 中, $\because BE = ED$,

$$\therefore DE = EC = BE,$$

$$\because OC = OB, OE = OE,$$

$$\therefore \triangle OCE \cong \triangle OBE \text{ (SSS)},$$

$$\therefore \angle OCE = \angle OBE,$$

$\because BD$ 是 $\odot O$ 的切线,

$$\therefore \angle ABD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle OCE = \angle ABD = 90^\circ,$$

$\because OC$ 为半径,

$\therefore EC$ 是 $\odot O$ 的切线;

$$(2) \because OA = OB, BE = DE,$$

$$\therefore AD \parallel OE,$$

$$\therefore \angle D = \angle OEB,$$

$$\because \angle D = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle OEB = 30^\circ, \angle EOB = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BOC = 120^\circ,$$

$$\because AB = 4\sqrt{3},$$

$$\therefore OB = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore BE = 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 6.$$

$$\therefore \text{四边形 } OBEC \text{ 的面积为 } 2S_{\triangle OBE} = 2 \times \frac{1}{2} \times 6 \times 2\sqrt{3} = 12\sqrt{3},$$

$$\therefore \text{阴影部分面积为 } S_{\text{四边形 } OBEC} - S_{\text{扇形 } BOC} = 12\sqrt{3} - \frac{120 \cdot \pi \times (2\sqrt{3})^2}{360} = 12\sqrt{3} - 4\pi.$$

【点评】 此题综合考查了直角三角形的性质、等腰三角形的性质、切线的判定方法、扇形的面积计算方法.

22. 【分析】(1) 用“*A*”的频数除以所占比例即可得出答案；

(2) 求出“*C*”的频数，补全条形统计图即可；

(3) 用 360° 乘以“*B*”所占的比例即可；

(4) 画出树状图，由概率公式即可得出结果．

【解答】解：(1) 本次随机调查的学生人数 $= 15 \div 25\% = 60$ 人；

故答案为：60；

(2) $60 - 15 - 18 - 9 = 18$ (人)，补全条形统计图如图 1 所示：

(3) 在扇形统计图中，“*B*”所在扇形的圆心角 $= 360^\circ \times \frac{18}{60} = 108^\circ$ ，

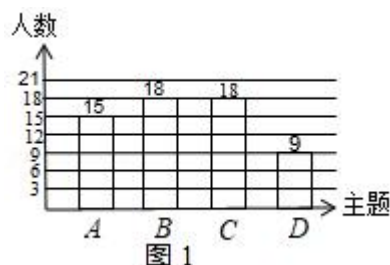
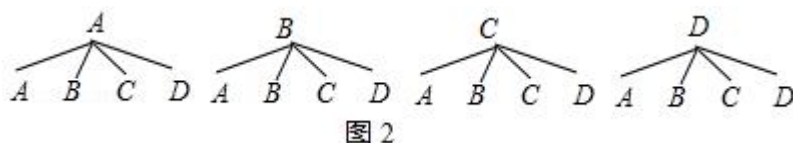
故答案为：108；

(4) 画树状图如图 2 所示：

共有 16 个等可能的结果，

小明和小华恰好选中同一个主题活动的结果有 4 个，

$\therefore$ 小明和小华恰好选中同一个主题活动的概率 $= \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ ．



【点评】本题考查了列表法与树状图法、扇形统计图、条形统计图；读懂题意，画出树状图是解题的关键．

23. 【分析】(1) 函数的表达式为： $y = a(x-1)(x-3) = a(x^2 - 4x + 3)$ ，即可求解；

(2) $AM = MB = AB \sin 45^\circ = \sqrt{2} = AD = BD$ ，则四边形 *ADBM* 为菱形，而 $\angle AMB = 90^\circ$ ，

即可求解；

(3) $S_{\triangle PBC} = \frac{1}{2} PH \times OB$ ，即可求解；

(4) 过点 *C* 作与 *y* 轴夹角为 30° 的直线 *CH*，过点 *A* 作 $AH \perp CH$ ，垂足为 *H*，则 $HQ = \frac{1}{2} CQ$ ，

$AQ + \frac{1}{2}QC$ 最小值 $= AQ + HQ = AH$, 即可求解.

【解答】解: (1) 函数的表达式为: $y = a(x-1)(x-3) = a(x^2 - 4x + 3)$,

即: $3a = 3$, 解得: $a = 1$,

故抛物线的表达式为: $y = x^2 - 4x + 3$,

则顶点 $D(2, -1)$;

(2) $\because OB = OC = 3$, $\therefore \angle OBC = \angle OCB = 45^\circ$,

$AM = MB = AB \sin 45^\circ = \sqrt{2} = AD = BD$,

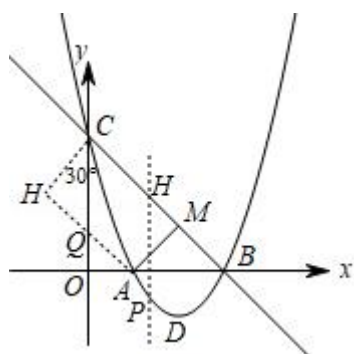
则四边形 $ADBM$ 为菱形, 而 $\angle AMB = 90^\circ$,

$\therefore$ 四边形 $ADBM$ 为正方形;

(3) 将点 B 、 C 的坐标代入一次函数表达式: $y = mx + n$ 并解得:

直线 BC 的表达式为: $y = -x + 3$,

过点 P 作 y 轴的平行线交 BC 于点 H ,



设点 $P(x, x^2 - 4x + 3)$, 则点 $H(x, -x + 3)$,

则 $S_{\triangle PBC} = \frac{1}{2}PH \times OB = \frac{3}{2}(-x + 3 - x^2 + 4x - 3) = \frac{3}{2}(-x^2 + 3x)$,

$\because -\frac{3}{2} < 0$, 故 $S_{\triangle PBC}$ 有最大值, 此时 $x = \frac{3}{2}$,

故点 $P(\frac{3}{2}, -\frac{3}{4})$;

(4) 存在, 理由:

如上图, 过点 C 作与 y 轴夹角为 30° 的直线 CH , 作 $QH \perp CH$, 垂足为 H ,

则 $HQ = \frac{1}{2}CQ$,

$AQ + \frac{1}{2}QC$ 最小值 $= AQ + HQ = AH$,

直线 HC 所在表达式中的 k 值为 $\sqrt{3}$, 直线 HC 的表达式为: $y = \sqrt{3}x + 3 \cdots \textcircled{1}$

则直线 AH 所在表达式中的 k 值为 $-\frac{\sqrt{3}}{3}$,

则直线 AH 的表达式为: $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + s$, 将点 A 的坐标代入上式并解得:

则直线 AH 的表达式为: $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{\sqrt{3}}{3} \dots \textcircled{2}$,

联立①②并解得: $x = \frac{1-3\sqrt{3}}{4}$,

故点 $H(\frac{1-3\sqrt{3}}{4}, \frac{3+\sqrt{3}}{4})$, 而点 $A(1, 0)$,

则 $AH = \frac{3+\sqrt{3}}{2}$,

即: $AQ + \frac{1}{2}QC$ 的最小值为 $\frac{3+\sqrt{3}}{2}$.

【点评】 本题是二次函数综合运用, 涉及到一次函数、特殊四边形性质、图形的面积计算等, 其中 (4), 过点 C 作与 y 轴夹角为 30° 的直线 CH , 则 $HQ = \frac{1}{2}CQ$, 是本题的难点.