

2019 年湖南省常德市中考数学试卷

一、选择题（本大题 8 个小题，每小题 3 分，满分 24 分）

1.（3 分）点 $(-1, 2)$ 关于原点的对称点坐标是（ ）

- A. $(-1, -2)$ B. $(1, -2)$ C. $(1, 2)$ D. $(2, -1)$

2.（3 分）下列各数中比 3 大比 4 小的无理数是（ ）

- A. $\sqrt{10}$ B. $\sqrt{17}$ C. 3.1 D. $\frac{10}{3}$

3.（3 分）下列运算正确的是（ ）

- A. $\sqrt{3} + \sqrt{4} = \sqrt{7}$ B. $\sqrt{12} = 3\sqrt{2}$ C. $\sqrt{(-2)^2} = -2$ D. $\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{21}}{3}$

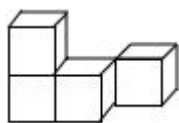
4.（3 分）某公司全体职工的月工资如下：

月工资 (元)	18000	12000	8000	6000	4000	2500	2000	1500	1200
人数	1 (总经理)	2 (副总经理)	3	4	10	20	22	12	6

该公司月工资数据的众数为 2000，中位数为 2250，平均数为 3115，极差为 16800，公司的普通员工最关注的的数据是（ ）

- A. 中位数和众数 B. 平均数和众数
C. 平均数和中位数 D. 平均数和极差

5.（3 分）如图是由 4 个大小相同的小正方体摆成的几何体，它的左视图是（ ）



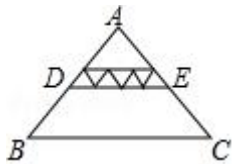
- A. B. C. D.

6.（3 分）小明网购了一本《好玩的数学》，同学们想知道书的价格，小明让他们猜．甲说：

“至少 15 元．”乙说：“至多 12 元．”丙说：“至多 10 元．”小明说：“你们三个人都说错了”．则这本书的价格 x （元）所在的范围为（ ）

- A. $10 < x < 12$ B. $12 < x < 15$ C. $10 < x < 15$ D. $11 < x < 14$

7.（3 分）如图，在等腰三角形 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，图中所有三角形均相似，其中最小的三角形面积为 1， $\triangle ABC$ 的面积为 42，则四边形 $DBCE$ 的面积是（ ）



- A. 20 B. 22 C. 24 D. 26

8. (3分) 观察下列等式: $7^0 = 1$, $7^1 = 7$, $7^2 = 49$, $7^3 = 343$, $7^4 = 2401$, $7^5 = 16807$, $\dots$, 根据其中的规律可得 $7^0 + 7^1 + 7^2 + \dots + 7^{2019}$ 的结果的个位数字是 ()

- A. 0 B. 1 C. 7 D. 8

二、填空题 (本大题 8 个小题, 每小题 3 分, 满分 24 分)

9. (3分) 数轴上表示 -3 的点到原点的距离是_____.

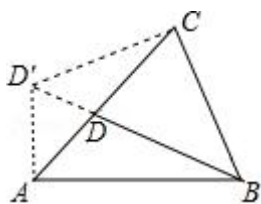
10. (3分) 不等式 $3x+1 > 2(x+4)$ 的解为_____.

11. (3分) 从甲、乙、丙三人中选一人参加环保知识抢答赛, 经过两轮初赛, 他们的平均成绩都是 89.7 , 方差分别是 $S_{\text{甲}}^2 = 2.83$, $S_{\text{乙}}^2 = 1.71$, $S_{\text{丙}}^2 = 3.52$, 你认为适合参加决赛的选手是_____.

12. (3分) 国产手机芯片麒麟 980 是全球首个 7 纳米制程芯片, 已知 1 纳米 = $0.000\ 000\ 001$ 米, 将 7 纳米用科学记数法表示为_____米.

13. (3分) 二元一次方程组 $\begin{cases} x+y=6 \\ 2x+y=7 \end{cases}$ 的解为_____.

14. (3分) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 是等腰三角形, $AB = AC$, $\angle BAC = 45^\circ$, 点 D 在 AC 边上, 将 $\triangle ABD$ 绕点 A 逆时针旋转 45° 得到 $\triangle ACD'$, 且点 D' 、 D 、 B 三点在同一条直线上, 则 $\angle ABD$ 的度数是_____.



15. (3分) 若 $x^2+x=1$, 则 $3x^4+3x^3+3x+1$ 的值为_____.

16. (3分) 规定: 如果一个四边形有一组对边平行, 一组邻边相等, 那么称此四边形为广义菱形. 根据规定判断下面四个结论: ①正方形和菱形都是广义菱形; ②平行四边形是广义菱形; ③对角线互相垂直, 且两组邻边分别相等的四边形是广义菱形; ④若 M 、 N 的坐标分别为 $(0, 1)$, $(0, -1)$, P 是二次函数 $y = \frac{1}{4}x^2$ 的图象上在第一象限内的任意一点, PQ 垂直直线 $y = -1$ 于点 Q , 则四边形 $PMNQ$ 是广义菱形. 其中正确的是_____. (填序号)

三、(本大题 2 个小题, 每小题 5 分, 满分 10 分)

17. (5 分) 计算: $6\sin 45^\circ + |2\sqrt{2} - 7| - \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} + (2019 - \sqrt{2019})^0$.

18. (5 分) 解方程: $x^2 - 3x - 2 = 0$.

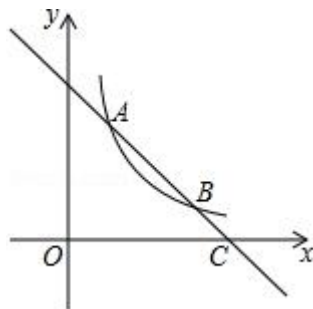
四、(本大题 2 个小题, 每小题 6 分, 满分 12 分)

19. (6 分) 先化简, 再选一个合适的数代入求值: $\left(\frac{x-1}{x^2+x} - \frac{x-3}{x^2-1}\right) \div \left(\frac{2x^2+x+1}{x^2-x} - 1\right)$.

20. (6 分) 如图, 一次函数 $y = -x + 3$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 在第一象限的图象交于 $A(1, a)$ 和 B 两点, 与 x 轴交于点 C .

(1) 求反比例函数的解析式;

(2) 若点 P 在 x 轴上, 且 $\triangle APC$ 的面积为 5, 求点 P 的坐标.

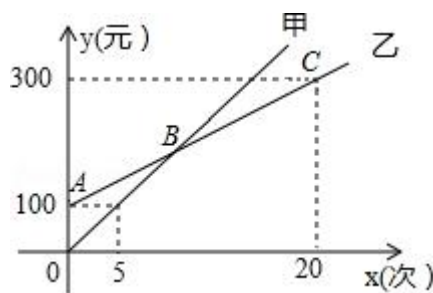


五、(本大题 2 个小题, 每小题 7 分, 满分 14 分)

21. (7 分) 某生态体验园推出了甲、乙两种消费卡, 设入园次数为 x 时所需费用为 y 元, 选择这两种卡消费时, y 与 x 的函数关系如图所示, 解答下列问题

(1) 分别求出选择这两种卡消费时, y 关于 x 的函数表达式;

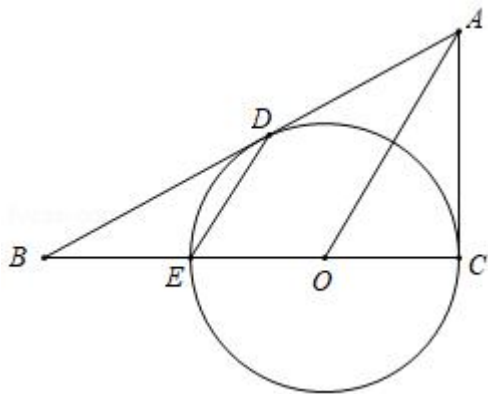
(2) 请根据入园次数确定选择哪种卡消费比较合算.



22. (7 分) 如图, $\odot O$ 与 $\triangle ABC$ 的 AC 边相切于点 C , 与 AB 、 BC 边分别交于点 D 、 E , $DE \parallel OA$, CE 是 $\odot O$ 的直径.

(1) 求证: AB 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $BD = 4$, $EC = 6$, 求 AC 的长.



六、(本大题 2 个小题，每小题 8 分，满分 16 分)

23. (8 分) 为了扎实推进精准扶贫工作，某地出台了民生兜底、医保脱贫、教育救助、产业扶持、养老托管和易地搬迁这六种帮扶措施，每户贫困户都享受了 2 到 5 种帮扶措施，现把享受了 2 种、3 种、4 种和 5 种帮扶措施的贫困户分别称为 A、B、C、D 类贫困户. 为检查帮扶措施是否落实，随机抽取了若干贫困户进行调查，现将收集的数据绘制成下面两幅不完整的统计图：

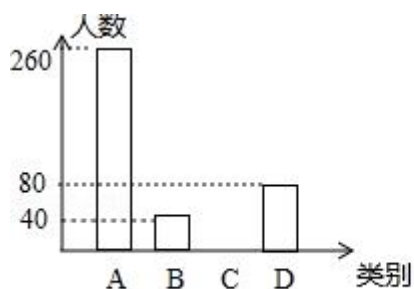


图1

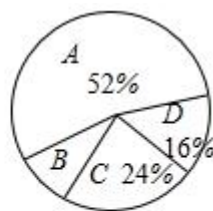


图2

请根据图中信息回答下面的问题：

- (1) 本次抽样调查了多少户贫困户？
- (2) 抽查了多少户 C 类贫困户？并补全统计图；
- (3) 若该地共有 13000 户贫困户，请估计至少得到 4 项帮扶措施的大约有多少户？
- (4) 为更好地做好精准扶贫工作，现准备从 D 类贫困户中的甲、乙、丙、丁四户中随机选取两户进行重点帮扶，请用树状图或列表法求出恰好选中甲和丁的概率.

24. (8 分) 图 1 是一种淋浴喷头，图 2 是图 1 的示意图，若用支架把喷头固定在点 A 处，手柄长 $AB = 25\text{cm}$ ，AB 与墙壁 DD' 的夹角 $\angle D'AB = 37^\circ$ ，喷出的水流 BC 与 AB 形成的夹角 $\angle ABC = 72^\circ$ ，现在住户要求：当人站在 E 处淋浴时，水流正好喷洒在人体的 C 处，且使 $DE = 50\text{cm}$ ， $CE = 130\text{cm}$. 问：安装师傅应将支架固定在离地面多高的位置？

(参考数据： $\sin 37^\circ \approx 0.60$ ， $\cos 37^\circ \approx 0.80$ ， $\tan 37^\circ \approx 0.75$ ， $\sin 72^\circ \approx 0.95$ ， $\cos 72^\circ \approx$

0.31 , $\tan 72^\circ \approx 3.08$, $\sin 35^\circ \approx 0.57$, $\cos 35^\circ \approx 0.82$, $\tan 35^\circ \approx 0.70$).



图1

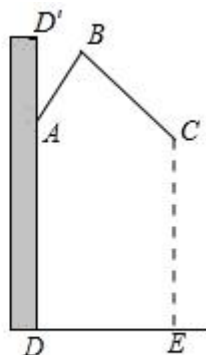


图2

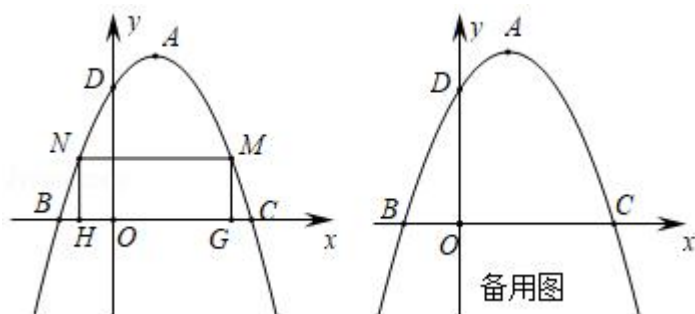
七、(本大题 2 个小题，每小题 10 分，满分 20 分)

25. (10 分) 如图，已知二次函数图象的顶点坐标为 $A(1, 4)$ ，与坐标轴交于 B 、 C 、 D 三点，且 B 点的坐标为 $(-1, 0)$ 。

(1) 求二次函数的解析式；

(2) 在二次函数图象位于 x 轴上方部分有两个动点 M 、 N ，且点 N 在点 M 的左侧，过 M 、 N 作 x 轴的垂线交 x 轴于点 G 、 H 两点，当四边形 $MNHG$ 为矩形时，求该矩形周长的最大值；

(3) 当矩形 $MNHG$ 的周长最大时，能否在二次函数图象上找到一点 P ，使 $\triangle PNC$ 的面积是矩形 $MNHG$ 面积的 $\frac{9}{16}$ ？若存在，求出该点的横坐标；若不存在，请说明理由。



26. (10 分) 在等腰三角形 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，作 $CM \perp AB$ 交 AB 于点 M ， $BN \perp AC$ 交 AC 于点 N 。

(1) 在图 1 中，求证： $\triangle BMC \cong \triangle CNB$ ；

(2) 在图 2 中的线段 CB 上取一动点 P ，过 P 作 $PE \parallel AB$ 交 CM 于点 E ，作 $PF \parallel AC$ 交 BN 于点 F ，求证： $PE + PF = BM$ ；

(3) 在图 3 中动点 P 在线段 CB 的延长线上，类似 (2) 过 P 作 $PE \parallel AB$ 交 CM 的延长线于点 E ，作 $PF \parallel AC$ 交 BN 的延长线于点 F ，求证： $AM \cdot PF + OM \cdot BN = AM \cdot PE$ 。

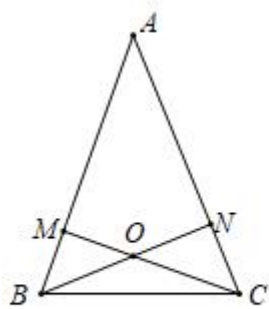


图1

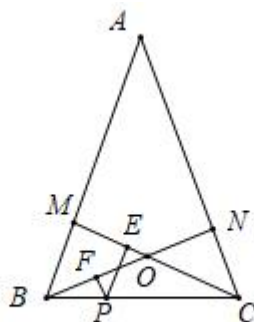


图2

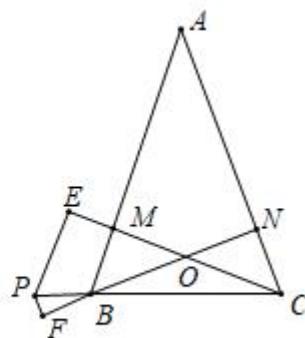


图3

2019 年湖南省常德市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题 8 个小题，每小题 3 分，满分 24 分）

1. 【分析】坐标系中任意一点 $P(x, y)$ ，关于原点的对称点是 $(-x, -y)$ ，即关于原点的对称点，横纵坐标都变成相反数.

【解答】解：根据中心对称的性质，得点 $(-1, 2)$ 关于原点的对称点的坐标为 $(1, -2)$.

故选：B.

【点评】本题考查了关于原点对称的点的坐标，关于原点的对称点，横纵坐标都变成相反数.

2. 【分析】由于带根号的要开不尽方是无理数，无限不循环小数为无理数，根据无理数的定义即可求解.

【解答】解： $\because$ 四个选项中是无理数的只有 $\sqrt{10}$ 和 $\sqrt{17}$ ，而 $\sqrt{17} > 4$ ， $3 < \sqrt{10} < 4$
 $\therefore$ 选项中比 3 大比 4 小的无理数只有 $\sqrt{10}$.

故选：A.

【点评】此题主要考查了无理数的定义，解题时注意带根号的要开不尽方才是无理数，无限不循环小数为无理数.

3. 【分析】根据二次根式的加减法对 A 进行判断；根据二次根式的性质对 B、C 进行判断；根据分母有理化和二次根式的性质对 D 进行判断.

【解答】解：A、原式 $= \sqrt{3} + 2$ ，所以 A 选项错误；

B、原式 $= 2\sqrt{3}$ ，所以 B 选项错误；

C、原式 $= 2$ ，所以 C 选项错误；

D、原式 $= \frac{\sqrt{14} \times \sqrt{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}} = \frac{\sqrt{21}}{3}$ ，所以 D 选项正确.

故选：D.

【点评】本题考查了二次根式的混合运算：先把二次根式化为最简二次根式，然后进行二次根式的乘除运算，再合并即可. 在二次根式的混合运算中，如能结合题目特点，灵活运用二次根式的性质，选择恰当的解题途径，往往能事半功倍.

4. 【分析】根据中位数、众数、平均数及极差的意义分别判断后即可得到正确的选项.

【解答】解： $\because$ 数据的极差为 16800，较大，

∴ 平均数不能反映数据的集中趋势，

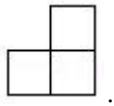
∴ 普通员工最关注的数据是中位数及众数，

故选：A.

【点评】 本题考查了统计量的选择的知识，解题的关键是了解有关统计量的意义，难度不大.

5. 【分析】 根据左视图即从物体的左面观察得到的视图，进而得出答案.

【解答】 解：如图所示，该几何体的左视图是：



故选：C.

【点评】 此题主要考查了几何体的三视图；掌握左视图是从几何体左面看得到的平面图形是解决本题的关键.

6. 【分析】 根据题意得出不等式组解答即可.

【解答】 解：根据题意可得：

$$\begin{cases} x < 15 \\ x > 12, \\ x > 10 \end{cases}$$

可得： $12 < x < 15$,

∴ $12 < x < 15$

故选：B.

【点评】 此题考查一元一次不等式组的应用，关键是根据题意得出不等式组解答.

7. 【分析】 利用 $\triangle AFH \sim \triangle ADE$ 得到 $\frac{S_{\triangle AFH}}{S_{\triangle ADE}} = \left(\frac{FH}{DE}\right)^2 = \frac{9}{16}$ ，所以 $S_{\triangle AFH} = 9x$ ， $S_{\triangle ADE} =$

$16x$ ，则 $16x - 9x = 7$ ，解得 $x = 1$ ，从而得到 $S_{\triangle ADE} = 16$ ，然后计算两个三角形的面积差得到四边形 $DBCE$ 的面积.

【解答】 解：如图，

根据题意得 $\triangle AFH \sim \triangle ADE$ ，

$$\therefore \frac{S_{\triangle AFH}}{S_{\triangle ADE}} = \left(\frac{FH}{DE}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

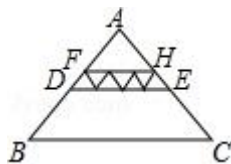
设 $S_{\triangle AFH} = 9x$ ，则 $S_{\triangle ADE} = 16x$ ，

∴ $16x - 9x = 7$ ，解得 $x = 1$ ，

$$\therefore S_{\triangle ADE} = 16,$$

$$\therefore \text{四边形 } DBCE \text{ 的面积} = 42 - 16 = 26.$$

故选：D.



【点评】本题考查了相似三角形的判定：有两组角对应相等的两个三角形相似．也考查了相似三角形的性质．

8. 【分析】首先得出尾数变化规律，进而得出 $7^0 + 7^1 + 7^2 + \dots + 7^{2019}$ 的结果的个位数字．

【解答】解： $\because 7^0 = 1, 7^1 = 7, 7^2 = 49, 7^3 = 343, 7^4 = 2401, 7^5 = 16807, \dots,$

$\therefore$ 个位数 4 个数一循环，

$$\therefore (2019+1) \div 4 = 505,$$

$$\therefore 505 \times (1+7+9+3) = 10100,$$

$\therefore 7^0 + 7^1 + 7^2 + \dots + 7^{2019}$ 的结果的个位数字是：0．

故选：A．

【点评】此题主要考查了尾数特征，正确得出尾数变化规律是解题关键．

二、填空题（本大题 8 个小题，每小题 3 分，满分 24 分）

9. 【分析】表示 -3 的点与原点的距离是 -3 的绝对值．

【解答】解：在数轴上表示 -3 的点与原点的距离是 $|-3| = 3$ ．

故答案为：3．

【点评】本题考查了实数与数轴，熟记数轴的特点以及绝对值的几何意义是解题的关键．

10. 【分析】根据解一元一次不等式基本步骤：去括号、移项、合并同类项、系数化为 1 可得．

【解答】解： $3x+1 > 2(x+4),$

$$3x+1 > 2x+8,$$

$$x > 7.$$

故答案为： $x > 7$ ．

【点评】本题主要考查解一元一次不等式的基本能力，严格遵循解不等式的基本步骤是关键，尤其需要注意不等式两边都乘以或除以同一个负数不等号方向要改变．

11. 【分析】根据方差的定义，方差越小数据越稳定即可求解．

【解答】解：∵ $S_{甲}^2 = 2.83$ ， $S_{乙}^2 = 1.71$ ， $S_{丙}^2 = 3.52$ ，

而 $1.71 < 2.83 < 3.52$ ，

∴ 乙的成绩最稳定，

∴ 派乙去参赛更好，

故答案为乙．

【点评】本题考查了方差的意义．方差是用来衡量一组数据波动大小的量，方差越大，表明这组数据偏离平均数越大，即波动越大，数据越不稳定；反之，方差越小，表明这组数据分布比较集中，各数据偏离平均数越小，即波动越小，数据越稳定．

12. 【分析】绝对值小于 1 的正数也可以利用科学记数法表示，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负指数幂，指数由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定．

【解答】解：7 纳米 = 0.000 000 007 米 = 7×10^{-9} 米．

故答案为： 7×10^{-9} ．

【点评】本题考查用科学记数法表示较小的数，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定．

13. 【分析】由加减消元法或代入消元法都可求解．

【解答】解：
$$\begin{cases} x+y=6 \text{ ①} \\ 2x+y=7 \text{ ②} \end{cases}$$

② - ① 得 $x = 1$ ③

将③代入①得 $y = 5$

$$\therefore \begin{cases} x=1 \\ y=5 \end{cases}$$

故答案为： $\begin{cases} x=1 \\ y=5 \end{cases}$

【点评】本题考查的是二元一次方程组的基本解法，本题属于基础题，比较简单．

14. 【分析】由旋转的性质可得 $\angle BAC = \angle CAD' = 45^\circ$ ， $AD = AD'$ ，由等腰三角形的性质可得 $\angle AD'D = 67.5^\circ$ ， $\angle D'AB = 90^\circ$ ，即可求 $\angle ABD$ 的度数．

【解答】解：∵ 将 $\triangle ABD$ 绕点 A 逆时针旋转 45° 得到 $\triangle ACD'$ ，

∴ $\angle BAC = \angle CAD' = 45^\circ$ ， $AD = AD'$

∴ $\angle AD'D = 67.5^\circ$ ， $\angle D'AB = 90^\circ$

∴ $\angle ABD = 22.5^\circ$

故答案为： 22.5°

【点评】 本题考查了旋转的性质，等腰三角形的性质，熟练运用旋转的性质是本题的关键.

15. 【分析】 把所求多项式进行变形，代入已知条件，即可得出答案.

【解答】 解： $\because x^2+x=1$,

$$\therefore 3x^4+3x^3+3x+1=3x^2(x^2+x)+3x+1=3x^2+3x+1=3(x^2+x)+1=3+1=4;$$

故答案为：4.

【点评】 本题考查了因式分解的应用；把所求多项式进行灵活变形是解题的关键.

16. 【分析】 ①根据广义菱形的定义，正方形和菱形都有一组对边平行，一组邻边相等，①正确；

②平行四边形有一组对边平行，没有一组邻边相等，②错误；

③由给出条件无法得到一组对边平行，③错误；

④设点 $P(m, \frac{1}{4}m^2)$ ，则 $Q(m, -1)$ ，由股沟定理可得 $PQ=MP=\frac{1}{4}m^2+1$ ， $MP=PQ$

和 $MN \parallel PQ$ ，所以四边形 $PMNQ$ 是广义菱形. ④正确.

【解答】 解：①根据广义菱形的定义，正方形和菱形都有一组对边平行，一组邻边相等，

①正确；

②平行四边形有一组对边平行，没有一组邻边相等，②错误；

③由给出条件无法得到一组对边平行，③错误；

④设点 $P(m, \frac{1}{4}m^2)$ ，则 $Q(m, -1)$ ，

$$\therefore MP = \sqrt{m^2 + (\frac{1}{4}m^2 - 1)^2} = |\frac{1}{4}m^2 + 1|, PQ = \frac{1}{4}m^2 + 1,$$

$\because$ 点 P 在第一象限，

$$\therefore m > 0,$$

$$\therefore MP = \frac{1}{4}m^2 + 1,$$

$$\therefore MP = PQ,$$

又 $\because MN \parallel PQ$,

$\therefore$ 四边形 $PMNQ$ 是广义菱形.

④正确；

故答案为①④.

【点评】 本题考查新定义，二次函数的性质，特殊四边形的性质；熟练掌握平行四边形，

菱形，二次函数的图象及性质，将广义菱形的性质转化为已学知识是求解的关键.

三、(本大题2个小题，每小题5分，满分10分)

17. 【分析】原式利用特殊角的三角函数值，绝对值的代数意义，零指数幂、负整数指数幂法则计算即可求出值.

【解答】解：原式 $= 6 \times \frac{\sqrt{2}}{2} - 2\sqrt{2+7} - 8+1 = \sqrt{2}$.

【点评】此题考查了实数的运算，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

18. 【分析】公式法的步骤：①化方程为一般形式；②找出 a, b, c ；③求 $b^2 - 4ac$ ；④代入

公式 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

【解答】解：∵ $a = 1, b = -3, c = -2$;

∴ $b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \times 1 \times (-2) = 9+8 = 17$;

$$\begin{aligned}\therefore x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ &= \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}, \\ \therefore x_1 &= \frac{3 + \sqrt{17}}{2}, x_2 = \frac{3 - \sqrt{17}}{2}.\end{aligned}$$

【点评】本题主要考查了解一元二次方程的解法. 要会熟练运用公式法求得一元二次方程的解. 此法适用于任何一元二次方程.

四、(本大题2个小题，每小题6分，满分12分)

19. 【分析】根据分式的减法和除法可以化简题目中的式子，然后选取一个使得原分式有意义的值代入化简后的式子即可解答本题.

【解答】解： $\left(\frac{x-1}{x^2+x} - \frac{x-3}{x^2-1} \right) \div \left(\frac{2x^2+x+1}{x^2-x} - 1 \right)$

$$\begin{aligned}&= \left[\frac{x-1}{x(x+1)} - \frac{x-3}{(x+1)(x-1)} \right] \div \left[\frac{2x^2+x+1-x^2+x}{x(x-1)} \right] \\ &= \frac{(x-1)(x-1) - (x-3) \cdot x}{x(x+1)(x-1)} \cdot \frac{x(x-1)}{x^2+2x+1} \\ &= \frac{x^2-2x+1-x^2+3x}{x+1} \cdot \frac{1}{(x+1)^2} \\ &= \frac{x+1}{x+1} \cdot \frac{1}{(x+1)^2}\end{aligned}$$

$$= \frac{1}{(x+1)^2},$$

$$\text{当 } x=2 \text{ 时, 原式} = \frac{1}{(2+1)^2} = \frac{1}{9}.$$

【点评】本题考查分式的化简求值，解答本题的关键是明确分式化简求值的方法．

20. 【分析】（1）利用点 A 在 $y = -x+3$ 上求 a ，进而代入反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 求 k 即可；

（2）设 $P(x, 0)$ ，求得 C 点的坐标，则 $PC = |3 - x|$ ，然后根据三角形面积公式列出方程，解方程即可．

【解答】解：（1）把点 $A(1, a)$ 代入 $y = -x+3$ ，得 $a = 2$ ，

$$\therefore A(1, 2)$$

把 $A(1, 2)$ 代入反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ，

$$\therefore k = 1 \times 2 = 2;$$

$$\therefore \text{反比例函数的表达式为 } y = \frac{2}{x};$$

（2） $\because$ 一次函数 $y = -x+3$ 的图象与 x 轴交于点 C ，

$$\therefore C(3, 0),$$

设 $P(x, 0)$ ，

$$\therefore PC = |3 - x|,$$

$$\therefore S_{\triangle APC} = \frac{1}{2}|3 - x| \times 2 = 5,$$

$$\therefore x = -2 \text{ 或 } x = 8,$$

$$\therefore P \text{ 的坐标为 } (-2, 0) \text{ 或 } (8, 0).$$

【点评】本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题，用待定系数法求出反比例函数的解析式等知识点，能用待定系数法求出反比例函数的解析式是解此题的关键．

五、（本大题 2 个小题，每小题 7 分，满分 14 分）

21. 【分析】（1）运用待定系数法，即可求出 y 与 x 之间的函数表达式；

（2）解方程或不等式即可解决问题，分三种情形回答即可．

【解答】解：（1）设 $y_{\text{甲}} = k_1x$ ，根据题意得 $5k_1 = 100$ ，解得 $k_1 = 20$ ， $\therefore y_{\text{甲}} = 20x$ ；

设 $y_{\text{乙}} = k_2x+100$ ，根据题意得： $20k_2+100 = 300$ ，解得 $k_2 = 10$ ， $\therefore y_{\text{乙}} = 10x+100$ ；

(2) ① $y_{\text{甲}} < y_{\text{乙}}$, 即 $20x < 10x + 100$, 解得 $x < 10$, 当入园次数小于 10 次时, 选择甲消费卡比较合算;

② $y_{\text{甲}} = y_{\text{乙}}$, 即 $20x = 10x + 100$, 解得 $x = 10$, 当入园次数等于 10 次时, 选择两种消费卡费用一样;

③ $y_{\text{甲}} > y_{\text{乙}}$, 即 $20x > 10x + 100$, 解得 $x > 10$, 当入园次数大于 10 次时, 选择乙消费卡比较合算.

【点评】 此题主要考查了一次函数的应用、学会利用方程组求两个函数图象的解得坐标, 正确由图象得出正确信息是解题关键, 属于中考常考题型.

22. **【分析】** (1) 连接 OD , 根据平行线的性质得出 $\angle ODE = \angle AOD$, $\angle DEO = \angle AOC$, 根据等腰三角形的性质得出 $\angle OED = \angle ODE$, 即可得出 $\angle AOC = \angle AOD$, 进而证得 $\triangle AOD \cong \triangle AOC$ (SAS), 得到 $\angle ADO = \angle ACB = 90^\circ$, 即可证得结论;

(2) 根据切割线定理求得 BE , 得到 BC , 然后根据切线长定理和勾股定理列出关于 y 的方程, 解方程即可.

【解答】 (1) 证明: 连接 OD ,

$$\because OD = OE,$$

$$\therefore \angle OED = \angle ODE,$$

$$\because DE \parallel OA,$$

$$\therefore \angle ODE = \angle AOD, \angle DEO = \angle AOC,$$

$$\therefore \angle AOD = \angle AOC,$$

$$\because AC \text{ 是切线},$$

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

在 $\triangle AOD$ 和 $\triangle AOC$ 中

$$\begin{cases} OD = OC \\ \angle AOD = \angle AOC \\ OA = OA \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AOD \cong \triangle AOC \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle ADO = \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\because OD \text{ 是半径},$$

$$\therefore AB \text{ 是 } \odot O \text{ 的切线};$$

(2) 解: 连接 OD , CD ,

$$\because BD \text{ 是 } \odot O \text{ 切线},$$

$$\therefore \angle ODB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BDE + \angle ODE = 90^\circ,$$

$\because CE$ 是 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore \angle CDE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ODC + \angle ODE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BDE = \angle ODC,$$

$$\because OC = OD,$$

$$\therefore \angle OCD = \angle ODC,$$

$$\therefore \angle BDE = \angle OCD,$$

$$\because \angle B = \angle B,$$

$$\therefore \triangle BDE \sim \triangle BCD,$$

$$\therefore \frac{BD}{BC} = \frac{BE}{BD}$$

$$\therefore BD^2 = BE \cdot BC,$$

设 $BE = x$, $\because BD = 4$, $EC = 6$,

$$\therefore 4^2 = x(x+6),$$

解得 $x = 2$ 或 $x = -8$ (舍去),

$$\therefore BE = 2,$$

$$\therefore BC = BE + EC = 8,$$

$\because AD$ 、 AC 是 $\odot O$ 的切线,

$$\therefore AD = AC,$$

设 $AD = AC = y$,

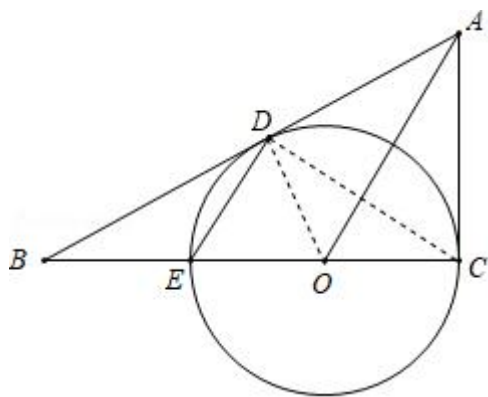
在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AB^2 = AC^2 + BC^2$,

$$\therefore (4+y)^2 = y^2 + 8^2,$$

解得 $y = 6$,

$$\therefore AC = 6,$$

故 AC 的长为 6.



【点评】 本题考查了切线的判定和性质，平行线的性质，三角形全等的判定和性质，熟练掌握性质定理是解题的关键．

六、（本大题 2 个小题，每小题 8 分，满分 16 分）

23. 【分析】（1）由 A 类别户数及其对应百分比可得答案；

（2）总数量乘以 C 对应百分比可得；

（3）利用样本估计总体思想求解可得；

（4）画树状图或列表将所有等可能的结果列举出来，利用概率公式求解即可．

【解答】解：（1）本次抽样调查的总户数为 $260 \div 52\% = 500$ （户）；

（2）抽查 C 类贫困户为 $500 \times 24\% = 120$ （户），

补全图形如下：

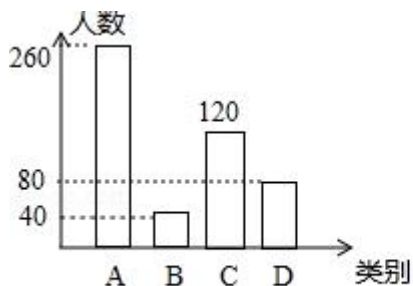


图1

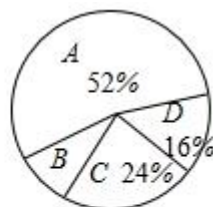
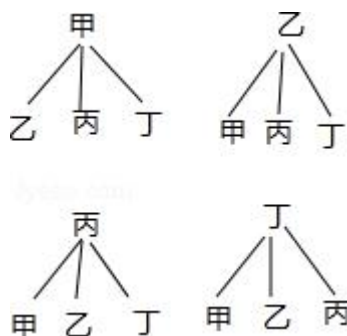


图2

（3）估计至少得到 4 项帮扶措施的大约有 $13000 \times (24\% + 16\%) = 5200$ （户）；

（4）画树状图如下：



由树状图知共有 12 种等可能结果，其中恰好选中甲和丁的有 2 种结果，

所以恰好选中甲和丁的概率为 $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

【点评】 本题考查了扇形统计图，条形统计图，树状图等知识点，能正确画出条形统计图和树状图是解此题的关键.

24. **【分析】** 过 B 作 $BG \perp D'D$ 于点 G ，延长 EC 、 GB 交于点 F ，根据锐角三角函数的定义即可求出答案.

【解答】 解：过点 B 作 $BG \perp D'D$ 于点 G ，延长 EC 、 GB 交于点 F ，

$$\because AB = 25, DE = 50,$$

$$\therefore \sin 37^\circ = \frac{GB}{AB}, \cos 37^\circ = \frac{GA}{AB},$$

$$\therefore GB \approx 25 \times 0.60 = 15, GA \approx 25 \times 0.80 = 20,$$

$$\therefore BF = 50 - 15 = 35,$$

$$\because \angle ABC = 72^\circ, \angle D'AB = 37^\circ,$$

$$\therefore \angle GBA = 53^\circ,$$

$$\therefore \angle CBF = 55^\circ,$$

$$\therefore \angle BCF = 35^\circ,$$

$$\because \tan 35^\circ = \frac{BF}{CF},$$

$$\therefore CF \approx \frac{35}{0.70} = 50,$$

$$\therefore FE = 50 + 130 = 180,$$

$$\therefore GD = FE = 180,$$

$$\therefore AD = 180 - 20 = 160,$$

$\therefore$ 安装师傅应将支架固定在离地面 160cm 的位置.

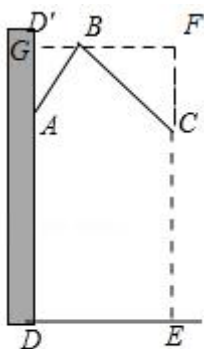


图2

【点评】 本题考查解直角三角形，解题的关键是熟练运用锐角三角函数的定义，本题属于中等题型．

七、（本大题 2 个小题，每小题 10 分，满分 20 分）

25. 【分析】（1）二次函数表达式为： $y = a(x - 1)^2 + 4$ ，将点 B 的坐标代入上式，即可求解；

（2）矩形 $MNHG$ 的周长 $C = 2MN + 2GM = 2(2x - 2) + 2(-x^2 + 2x + 3) = -2x^2 + 8x + 2$ ，即可求解；

（3） $S_{\triangle PNC} = \frac{27}{8} = \frac{1}{2} \times PK \times CD = \frac{1}{2} \times PH \times \sin 45^\circ \times 3\sqrt{2}$ ，解得： $PH = \frac{9}{4} = HG$ ，即可求解．

【解答】解：（1）二次函数表达式为： $y = a(x - 1)^2 + 4$ ，

将点 B 的坐标代入上式得： $0 = 4a + 4$ ，解得： $a = -1$ ，

故函数表达式为： $y = -x^2 + 2x + 3 \cdots \textcircled{1}$ ；

（2）设点 M 的坐标为 $(x, -x^2 + 2x + 3)$ ，则点 $N(2 - x, -x^2 + 2x + 3)$ ，

则 $MN = x - 2 + x = 2x - 2$ ， $GM = -x^2 + 2x + 3$ ，

矩形 $MNHG$ 的周长 $C = 2MN + 2GM = 2(2x - 2) + 2(-x^2 + 2x + 3) = -2x^2 + 8x + 2$ ，

$\because -2 < 0$ ，故当 $x = -\frac{b}{2a} = 2$ ， C 有最大值，最大值为 10，

此时 $x = 2$ ，点 $N(0, 3)$ 与点 D 重合；

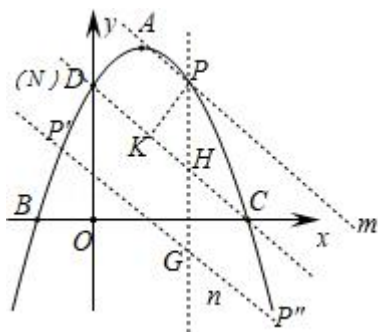
（3） $\triangle PNC$ 的面积是矩形 $MNHG$ 面积的 $\frac{9}{16}$ ，

则 $S_{\triangle PNC} = \frac{9}{16} \times MN \times GM = \frac{9}{16} \times 2 \times 3 = \frac{27}{8}$ ，

连接 DC ，在 CD 的上下方等距离处作 CD 的平行线 m 、 n ，

过点 P 作 y 轴的平行线交 CD 、直线 n 于点 H 、 G ，即 $PH = GH$ ，

过点 P 作 $PK \perp CD$ 于点 K ，



将 $C(3, 0)$ 、 $D(0, 3)$ 坐标代入一次函数表达式并解得：

直线 CD 的表达式为： $y = -x + 3$ ，

$\because OC = OD$ ，

$\therefore \angle OCD = \angle ODC = 45^\circ = \angle PHK$ ， $CD = 3\sqrt{2}$ ，

设点 $P(x, -x^2 + 2x + 3)$ ，则点 $H(x, -x + 3)$ ，

$$S_{\triangle PNC} = \frac{27}{8} = \frac{1}{2} \times PK \times CD = \frac{1}{2} \times PH \times \sin 45^\circ \times 3\sqrt{2},$$

解得： $PH = \frac{9}{4} = HG$ ，

则 $PH = -x^2 + 2x + 3 - (-x + 3) = \frac{9}{4}$ ，

解得： $x = \frac{3}{2}$ ，

故点 $P(\frac{3}{2}, \frac{15}{4})$ ，

直线 n 的表达式为： $y = -x + 3 - \frac{9}{4} = -x + \frac{3}{4}$...②，

联立①②并解得： $x = \frac{3 \pm 3\sqrt{2}}{2}$ ，

即点 P' 、 P'' 的横坐标分别为 $\frac{3+3\sqrt{2}}{2}$ 或 $\frac{3-3\sqrt{2}}{2}$ ；

故点 P 横坐标为： $\frac{3}{2}$ 或 $\frac{3+3\sqrt{2}}{2}$ 或 $\frac{3-3\sqrt{2}}{2}$ 。

【点评】 主要考查了二次函数的解析式的求法和与几何图形结合的综合能力的培养。要会利用数形结合的思想把代数 and 几何图形结合起来，利用点的坐标的意义表示线段的长度，从而求出线段之间的关系。

26. **【分析】** (1) 根据等腰三角形的性质得到 $\angle ABC = \angle ACB$ ，利用 AAS 定理证明；

(2) 根据全等三角形的性质得到 $BM = NC$ ，证明 $\triangle CEP \sim \triangle CMB$ 、 $\triangle BFP \sim \triangle BNC$ ，根据相似三角形的性质列出比例式，证明结论；

(3) 根据 $\triangle BMC \cong \triangle CNB$ ，得到 $MC = BN$ ，证明 $\triangle AMC \sim \triangle OMB$ ，得到 $\frac{AM}{MC} = \frac{OM}{MB}$ ，根

据比例的性质证明即可.

【解答】证明: (1) $\because AB = AC$,

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB,$$

$$\because CM \perp AB, BN \perp AC,$$

$$\therefore \angle BMC = \angle CNB = 90^\circ,$$

在 $\triangle BMC$ 和 $\triangle CNB$ 中,

$$\begin{cases} \angle MBC = \angle NCB \\ \angle BMC = \angle CNB, \\ BC = CB \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BMC \cong \triangle CNB \text{ (AAS)};$$

$$(2) \because \triangle BMC \cong \triangle CNB,$$

$$\therefore BM = NC,$$

$$\because PE \parallel AB,$$

$$\therefore \triangle CEP \sim \triangle CMB,$$

$$\therefore \frac{PE}{BM} = \frac{CP}{CB},$$

$$\because PF \parallel AC,$$

$$\therefore \triangle BFP \sim \triangle BNC,$$

$$\therefore \frac{PF}{NC} = \frac{BP}{BC},$$

$$\therefore \frac{PE}{BM} + \frac{PF}{BM} = \frac{CP}{CB} + \frac{BP}{CB} = 1,$$

$$\therefore PE + PF = BM;$$

$$(3) \text{ 同 } (2) \text{ 的方法得到, } PE - PF = BM,$$

$$\because \triangle BMC \cong \triangle CNB,$$

$$\therefore MC = BN,$$

$$\because \angle ANB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle MAC + \angle ABN = 90^\circ,$$

$$\because \angle OMB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle MOB + \angle ABN = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle MAC = \angle MOB, \text{ 又 } \angle AMC = \angle OMB = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle AMC \sim \triangle OMB,$$

$$\therefore \frac{AM}{MC} = \frac{OM}{MB},$$

$$\therefore AM \cdot MB = OM \cdot MC,$$

$$\therefore AM \times (PE - PF) = OM \cdot BN,$$

$$\therefore AM \cdot PF + OM \cdot BN = AM \cdot PE.$$

【点评】 本题考查的是相似三角形的判定和性质、全等三角形的判定和性质、等腰三角形的性质，掌握相似三角形的判定定理和性质定理是解题的关键．