

## 2019 年湖南省岳阳市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，满分 24 分.在每道小题给出的四个选项中，选出符合要求的一项）

1.（3 分）-2019 的绝对值是（ ）

A. 2019

B. -2019

C.  $\frac{1}{2019}$

D.  $-\frac{1}{2019}$

2.（3 分）下列运算结果正确的是（ ）

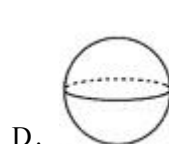
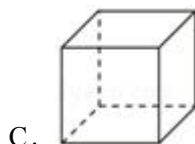
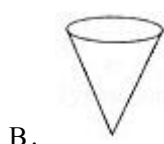
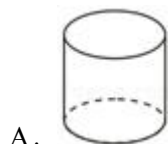
A.  $3x - 2x = 1$

B.  $x^3 \div x^2 = x$

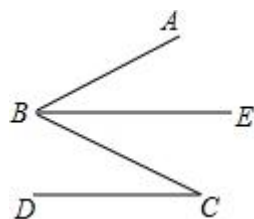
C.  $x^3 \cdot x^2 = x^6$

D.  $x^2 + y^2 = (x+y)^2$

3.（3 分）下列立体图形中，俯视图不是圆的是（ ）



4.（3 分）如图，已知  $BE$  平分  $\angle ABC$ ，且  $BE \parallel DC$ ，若  $\angle ABC = 50^\circ$ ，则  $\angle C$  的度数是（ ）



A.  $20^\circ$

B.  $25^\circ$

C.  $30^\circ$

D.  $50^\circ$

5.（3 分）函数  $y = \frac{\sqrt{x+2}}{x}$  中，自变量  $x$  的取值范围是（ ）

A.  $x \neq 0$

B.  $x > -2$

C.  $x > 0$

D.  $x \geq -2$  且  $x \neq 0$

6.（3 分）甲、乙、丙、丁四人各进行了 10 次射击测试，他们的平均成绩相同，方差分别是  $S_{\text{甲}}^2 = 1.2$ ， $S_{\text{乙}}^2 = 1.1$ ， $S_{\text{丙}}^2 = 0.6$ ， $S_{\text{丁}}^2 = 0.9$ ，则射击成绩最稳定的是（ ）

A. 甲

B. 乙

C. 丙

D. 丁

7.（3 分）下列命题是假命题的是（ ）

A. 平行四边形既是轴对称图形，又是中心对称图形

B. 同角（或等角）的余角相等

C. 线段垂直平分线上的点到线段两端的距离相等

D. 正方形的对角线相等，且互相垂直平分

8.（3 分）对于一个函数，自变量  $x$  取  $a$  时，函数值  $y$  也等于  $a$ ，我们称  $a$  为这个函数的不

动点. 如果二次函数  $y = x^2 + 2x + c$  有两个相异的不动点  $x_1$ 、 $x_2$ , 且  $x_1 < 1 < x_2$ , 则  $c$  的取值范围是 ( )

- A.  $c < -3$                       B.  $c < -2$                       C.  $c < \frac{1}{4}$                       D.  $c < 1$

二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 4 分, 满分 32 分)

9. (4 分) 因式分解:  $ax - ay =$  \_\_\_\_\_.

10. (4 分) 2018 年 12 月 26 日, 岳阳三荷机场完成首航. 至此, 岳阳“水陆空铁”四位一体的交通格局全面形成. 机场以 2020 年为目标年, 计划旅客年吞吐量为 600000 人次. 数据 600000 用科学记数法表示为\_\_\_\_\_.

11. (4 分) 分别写有数字  $\frac{1}{3}$ 、 $\sqrt{2}$ 、 $-1$ 、 $0$ 、 $\pi$  的五张大小和质地均相同的卡片, 从中任意抽取一张, 抽到无理数的概率是\_\_\_\_\_.

12. (4 分) 若一个多边形的内角和等于它的外角和, 则这个多边形的边数为\_\_\_\_\_.

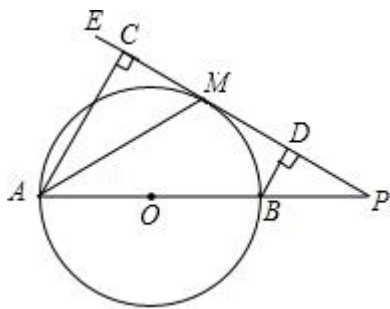
13. (4 分) 分式方程  $\frac{1}{x} = \frac{2}{x+1}$  的解为  $x =$  \_\_\_\_\_.

14. (4 分) 已知  $x - 3 = 2$ , 则代数式  $(x - 3)^2 - 2(x - 3) + 1$  的值为\_\_\_\_\_.

15. (4 分) 我国古代的数学名著《九章算术》中有下列问题: “今有女子善织, 日自倍, 五日织五尺. 问日织几何?” 其意思为: 今有一女子很会织布, 每日加倍增长, 5 日共织布 5 尺. 问每日各织多少布? 根据此问题中的已知条件, 可求得该女子第一天织布尺.

16. (4 分) 如图,  $AB$  为  $\odot O$  的直径, 点  $P$  为  $AB$  延长线上的一点, 过点  $P$  作  $\odot O$  的切线  $PE$ , 切点为  $M$ , 过  $A$ 、 $B$  两点分别作  $PE$  的垂线  $AC$ 、 $BD$ , 垂足分别为  $C$ 、 $D$ , 连接  $AM$ , 则下列结论正确的是\_\_\_\_\_. (写出所有正确结论的序号)

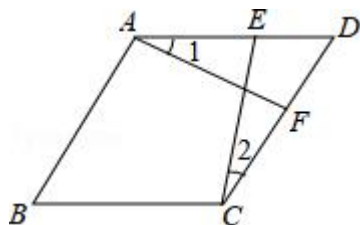
- ①  $AM$  平分  $\angle CAB$ ;  
②  $AM^2 = AC \cdot AB$ ;  
③ 若  $AB = 4$ ,  $\angle APE = 30^\circ$ , 则  $\widehat{BM}$  的长为  $\frac{\pi}{3}$ ;  
④ 若  $AC = 3$ ,  $BD = 1$ , 则有  $CM = DM = \sqrt{3}$ .



三、解答题（本大题共 8 小题，满分 64 分解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤）

17.（6 分）计算： $(\sqrt{2}-1)^0 - 2\sin 30^\circ + (\frac{1}{3})^{-1} + (-1)^{2019}$

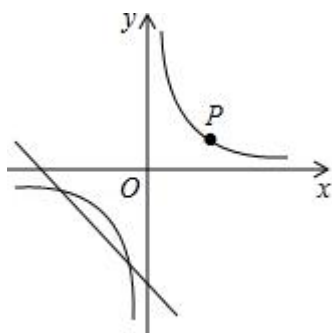
18.（6 分）如图，在菱形  $ABCD$  中，点  $E$ 、 $F$  分别为  $AD$ 、 $CD$  边上的点， $DE = DF$ ，求证：  
 $\angle 1 = \angle 2$ .



19.（8 分）如图，双曲线  $y = \frac{m}{x}$  经过点  $P(2, 1)$ ，且与直线  $y = kx - 4$  ( $k < 0$ ) 有两个不同的交点.

(1) 求  $m$  的值.

(2) 求  $k$  的取值范围.



20.（8 分）岳阳市整治农村“空心房”新模式，获评全国改革开放 40 年地方改革创新 40 案例. 据了解，我市某地区对辖区内“空心房”进行整治，腾退土地 1200 亩用于复耕和改造，其中复耕土地面积比改造土地面积多 600 亩.

(1) 求复耕土地和改造土地面积各为多少亩？

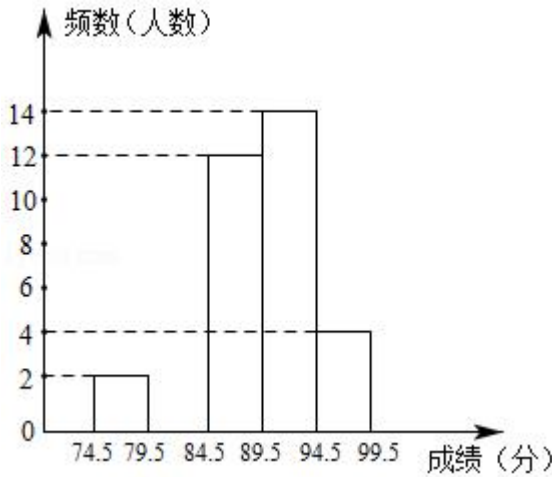
(2) 该地区对需改造的土地进行合理规划，因地制宜建设若干花卉园和休闲小广场，要

求休闲小广场总面积不超过花卉园总面积的 $\frac{1}{3}$ ，求休闲小广场总面积最多为多少亩？

21.（8分）为了庆祝中华人民共和国成立 70 周年，某市决定开展“我和祖国共成长”主题演讲比赛，某中学将参加本校选拔赛的 40 名选手的成绩（满分为 100 分，得分为正整数且无满分，最低为 75 分）分成五组，并绘制了下列不完整的统计图表.

| 分数段         | 频数  | 频率   |
|-------------|-----|------|
| 74.5 ~ 79.5 | 2   | 0.05 |
| 79.5 ~ 84.5 | $m$ | 0.2  |
| 84.5 ~ 89.5 | 12  | 0.3  |
| 89.5 ~ 94.5 | 14  | $n$  |
| 94.5 ~ 99.5 | 4   | 0.1  |

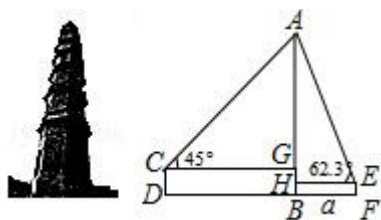
- (1) 表中  $m =$  \_\_\_\_\_,  $n =$  \_\_\_\_\_;
- (2) 请在图中补全频数直方图;
- (3) 甲同学的比赛成绩是 40 位参赛选手成绩的中位数, 据此推测他的成绩落在\_\_\_\_\_分数段内;
- (4) 选拔赛中, 成绩在 94.5 分以上的选手, 男生和女生各占一半, 学校从中随机确定 2 名选手参加全市决赛, 请用列举法或树状图法求恰好是一名男生和一名女生的概率.



22.（8分）慈氏塔位于岳阳市城西洞庭湖边，是湖南省保存最好的古塔建筑之一．如图，小亮的目高  $CD$  为 1.7 米，他站在  $D$  处测得塔顶的仰角  $\angle ACG$  为  $45^\circ$ ，小琴的目高  $EF$  为 1.5 米，她站在距离塔底中心  $B$  点  $a$  米远的  $F$  处，测得塔顶的仰角  $\angle AEH$  为  $62.3^\circ$ ．(点  $D$ 、 $B$ 、 $F$  在同一水平线上，参考数据： $\sin 62.3^\circ \approx 0.89$ ， $\cos 62.3^\circ \approx 0.46$ ， $\tan 62.3^\circ \approx 1.9$ )

(1) 求小亮与塔底中心的距离  $BD$ ; (用含  $a$  的式子表示)

(2) 若小亮与小琴相距 52 米, 求慈氏塔的高度  $AB$ .



23. (10 分) 操作体验: 如图, 在矩形  $ABCD$  中, 点  $E$ 、 $F$  分别在边  $AD$ 、 $BC$  上, 将矩形  $ABCD$  沿直线  $EF$  折叠, 使点  $D$  恰好与点  $B$  重合, 点  $C$  落在点  $C'$  处. 点  $P$  为直线  $EF$  上一动点 (不与  $E$ 、 $F$  重合), 过点  $P$  分别作直线  $BE$ 、 $BF$  的垂线, 垂足分别为点  $M$  和  $N$ , 以  $PM$ 、 $PN$  为邻边构造平行四边形  $PMQN$ .

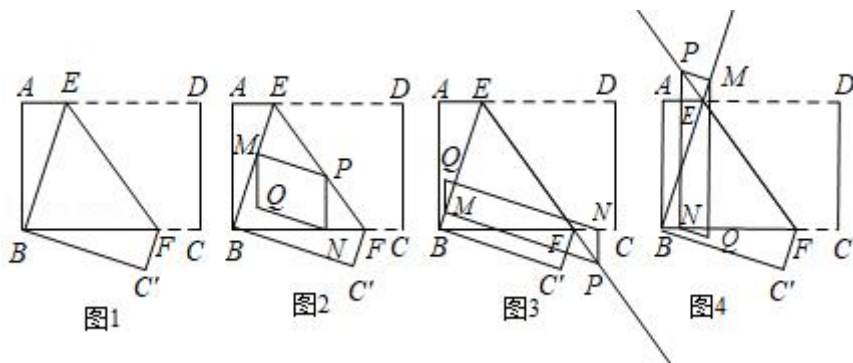
(1) 如图 1, 求证:  $BE = BF$ ;

(2) 特例感知: 如图 2, 若  $DE = 5$ ,  $CF = 2$ , 当点  $P$  在线段  $EF$  上运动时, 求平行四边形  $PMQN$  的周长;

(3) 类比探究: 若  $DE = a$ ,  $CF = b$ .

①如图 3, 当点  $P$  在线段  $EF$  的延长线上运动时, 试用含  $a$ 、 $b$  的式子表示  $QM$  与  $QN$  之间的数量关系, 并证明;

②如图 4, 当点  $P$  在线段  $FE$  的延长线上运动时, 请直接用含  $a$ 、 $b$  的式子表示  $QM$  与  $QN$  之间的数量关系. (不要求写证明过程)



24. (10 分) 如图 1,  $\triangle AOB$  的三个顶点  $A$ 、 $O$ 、 $B$  分别落在抛物线  $F_1: y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{7}{3}x$  的图象上, 点  $A$  的横坐标为  $-4$ , 点  $B$  的纵坐标为  $-2$ . (点  $A$  在点  $B$  的左侧)

(1) 求点  $A$ 、 $B$  的坐标;

(2) 将  $\triangle AOB$  绕点  $O$  逆时针旋转  $90^\circ$  得到  $\triangle A'OB'$ , 抛物线  $F_2: y = ax^2 + bx + 4$  经过  $A'$ 、 $B'$  两点, 已知点  $M$  为抛物线  $F_2$  的对称轴上一定点, 且点  $A'$  恰好在以  $OM$  为直径的圆上,

连接  $OM$ 、 $A'M$ ，求  $\triangle OA'M$  的面积；

(3) 如图 2，延长  $OB'$  交抛物线  $F_2$  于点  $C$ ，连接  $A'C$ ，在坐标轴上是否存在点  $D$ ，使得以  $A$ 、 $O$ 、 $D$  为顶点的三角形与  $\triangle OA'C$  相似。若存在，请求出点  $D$  的坐标；若不存在，请说明理由。

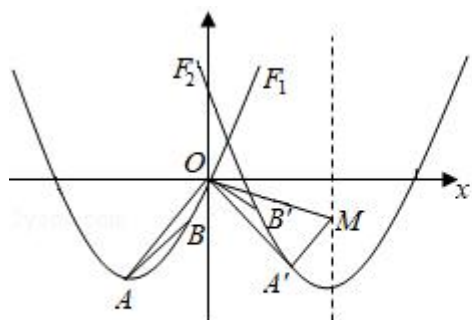


图1

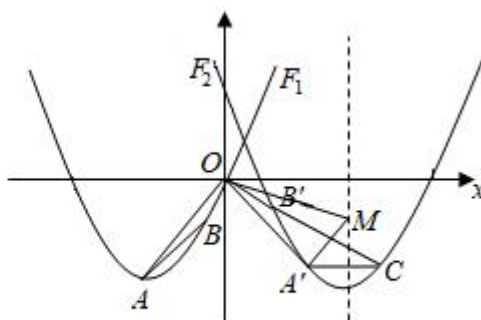


图2

## 2019 年湖南省岳阳市中考数学试卷

### 参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，满分 24 分.在每道小题给出的四个选项中，选出符合要求的一项）

1. 【分析】直接利用绝对值的定义进而得出答案.

【解答】解：-2019 的绝对值是：2019.

故选：A.

【点评】此题主要考查了绝对值，正确把握绝对值的定义是解题关键.

2. 【分析】直接利用合并同类项法则以及同底数幂的乘除运算法则、完全平方公式分别分析得出答案.

【解答】解：A、 $3x - 2x = x$ ，故此选项错误；

B、 $x^3 \div x^2 = x$ ，正确；

C、 $x^3 \cdot x^2 = x^5$ ，故此选项错误；

D、 $x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$ ，故此选项错误；

故选：B.

【点评】此题主要考查了合并同类项以及同底数幂的乘除运算、完全平方公式，正确掌握相关运算法则是解题关键.

3. 【分析】俯视图是从几何体的上面看物体，所得到的图形，分析每个几何体，解答出即可.

【解答】解：A、圆柱的俯视图是圆，故本项不符合题意；

B、圆锥的俯视图是圆，故本项不符合题意；

C、立方体的俯视图是正方形，故本项符合题意；

D、球的俯视图是圆，故本项不符合题意.

故选：C.

【点评】本题主要考查了简单几何体的俯视图，锻炼了学生的空间想象能力.

4. 【分析】直接利用角平分线的定义结合平行线的性质分析得出答案.

【解答】解： $\because BE$  平分  $\angle ABC$ ， $\angle ABC = 50^\circ$ ，

$\therefore \angle ABE = \angle EBC = 25^\circ$ ，

$\because BE \parallel DC$ ，

$\therefore \angle EBC = \angle C = 25^\circ$  .

故选：B.

【点评】此题主要考查了平行线的性质，得出 $\angle EBC = 25^\circ$ 是解题关键.

5. 【分析】根据二次根式的性质和分式的意义，被开方数大于或等于0，分母不等于0，可以求出 $x$ 的范围.

【解答】解：根据题意得：
$$\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ x \neq 0 \end{cases},$$

解得： $x \geq -2$ 且 $x \neq 0$ .

故选：D.

【点评】函数自变量的范围一般从三个方面考虑：

- (1) 当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数；
- (2) 当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为0；
- (3) 当函数表达式是二次根式时，被开方数非负.

6. 【分析】根据方差的意义可作出判断. 方差是用来衡量一组数据波动大小的量，方差越小，表明这组数据分布比较集中，各数据偏离平均数越小，即波动越小，数据越稳定.

【解答】解： $\because S_{\text{甲}}^2 = 1.2, S_{\text{乙}}^2 = 1.1, S_{\text{丙}}^2 = 0.6, S_{\text{丁}}^2 = 0.9,$

$$\therefore S_{\text{丙}}^2 < S_{\text{丁}}^2 < S_{\text{乙}}^2 < S_{\text{甲}}^2,$$

$\therefore$ 射击成绩最稳定的是丙，

故选：C.

【点评】本题考查方差的意义. 方差是用来衡量一组数据波动大小的量，方差越大，表明这组数据偏离平均数越大，即波动越大，数据越不稳定；反之，方差越小，表明这组数据分布比较集中，各数据偏离平均数越小，即波动越小，数据越稳定.

7. 【分析】由平行四边形的性质得出A是假命题；

由同角（或等角）的余角相等，得出B是真命题；

由线段垂直平分线的性质和正方形的性质得出C、D是真命题，即可得出答案.

【解答】解：A. 平行四边形既是轴对称图形，又是中心对称图形；假命题；

B. 同角（或等角）的余角相等；真命题；

C. 线段垂直平分线上的点到线段两端的距离相等；真命题；

D. 正方形的对角线相等，且互相垂直平分；真命题；

故选：A.

【点评】本题主要考查命题的真假判断，正确的命题叫真命题，错误的命题叫做假命题. 判

断命题的真假关键是要熟悉课本中的性质定理.

8. 【分析】由函数的不动点概念得出  $x_1$ 、 $x_2$  是方程  $x^2+2x+c=x$  的两个实数根, 由  $x_1 < 1 < x_2$

知  $\Delta > 0$  且  $x=1$  时  $y < 0$ , 据此得  $\begin{cases} 1-4c > 0 \\ 1+1+c < 0 \end{cases}$ , 解之可得.

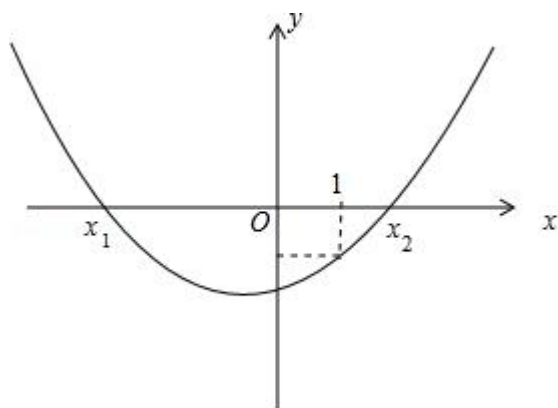
【解答】解: 由题意知二次函数  $y = x^2+2x+c$  有两个相异的不动点  $x_1$ 、 $x_2$  是方程  $x^2+2x+c = x$  的两个不相等实数根,

且  $x_1 < 1 < x_2$ ,

整理, 得:  $x^2+x+c = 0$ ,

由  $x^2+x+c = 0$  有两个不相等的实数根, 且  $x_1 < 1 < x_2$ , 知  $\Delta > 0$ ,

令  $y = x^2+x+c$ , 画出该二次函数的草图如下:



$$\text{则} \begin{cases} 1-4c > 0 \\ 1+1+c < 0 \end{cases},$$

解得  $c < -2$ ,

故选: B.

【点评】本题主要考查二次函数图象与系数的关系, 解题的关键是理解并掌握不动点的概念, 并据此得出关于  $c$  的不等式.

## 二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 4 分, 满分 32 分)

9. 【分析】通过提取公因式  $a$  进行因式分解即可.

【解答】解: 原式  $= a(x-y)$ .

故答案是:  $a(x-y)$ .

【点评】本题考查了因式分解 - 提公因式法: 如果一个多项式的各项有公因式, 可以把这个公因式提出来, 从而将多项式化成两个因式乘积的形式, 这种分解因式的方法叫做提公因式法.

10. 【分析】科学记数法的表示形式为  $a \times 10^n$  的形式，其中  $1 \leq |a| < 10$ ， $n$  为整数．确定  $n$  的值时，要看把原数变成  $a$  时，小数点移动了多少位， $n$  的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值  $\geq 10$  时， $n$  是正数；当原数的绝对值  $< 1$  时， $n$  是负数．

【解答】解：将 600000 用科学记数法表示为： $6 \times 10^5$ ．

故答案为： $6 \times 10^5$ ．

【点评】此题考查了科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为  $a \times 10^n$  的形式，其中  $1 \leq |a| < 10$ ， $n$  为整数，表示时关键要正确确定  $a$  的值以及  $n$  的值．

11. 【分析】直接利用无理数的定义结合概率求法得出答案．

【解答】解： $\because$  写有数字  $\frac{1}{3}$ 、 $\sqrt{2}$ 、 $-1$ 、 $0$ 、 $\pi$  的五张大小和质地均相同的卡片， $\sqrt{2}$ 、 $\pi$  是无理数，

$\therefore$  从中任意抽取一张，抽到无理数的概率是： $\frac{2}{5}$ ．

故答案为： $\frac{2}{5}$ ．

【点评】此题主要考查了概率公式以及无理数的定义，正确把握相关定义是解题关键．

12. 【分析】设多边形的边数为  $n$ ，根据题意得出方程  $(n-2) \times 180^\circ = 360^\circ$ ，求出即可．

【解答】解：设多边形的边数为  $n$ ，

则  $(n-2) \times 180^\circ = 360^\circ$ ，

解得： $n=4$ ，

故答案为：4．

【点评】本题考查了多边形的内角和和外角和定理，能根据题意列出方程是解此题的关键．

13. 【分析】观察可得最简公分母为  $x(x+1)$ ．去分母，转化为整式方程求解．结果要检验．

【解答】解：方程两边同乘  $x(x+1)$ ，

得  $x+1=2x$ ，

解得  $x=1$ ．

将  $x=1$  代入  $x(x+1)=2 \neq 0$ ．

所以  $x=1$  是原方程的解．

【点评】（1）解分式方程的基本思想是“转化思想”，把分式方程转化为整式方程求解．

（2）解分式方程一定要注意要验根．

14. 【分析】直接利用完全平方公式将原式变形，进而将已知代入求出答案．

$$\begin{aligned} \therefore \text{代数式 } (x-3)^2 - 2(x-3) + 1 &= (x-3-1)^2 \\ &= (2-1)^2 \\ &= 1. \end{aligned}$$

**【点评】** 此题主要考查了代数式求值，正确运用公式是解题关键.

【解答】解：设第一天织布  $x$  尺，则第二天织布  $2x$  尺，第三天织布  $4x$  尺，第四天织布  $8x$  尺，第五天织布  $16x$  尺，根据题意可得：

解得:  $x = \frac{5}{31}$ ,

故答案为:  $\frac{5}{31}$ .

16. 【分析】连接  $OM$ ，可证  $OM \parallel AC$ ，得出  $\angle CAM = \angle AMO$ ，由  $OA = OM$  可得  $\angle OAM = \angle AMO$ ，故①正确；证明  $\triangle ACM \sim \triangle AMB$ ，则可得出②正确；求出  $\angle MOP = 60^\circ$ ， $OB = 2$ ，则用弧长公式可求出  $\widehat{BM}$  的长为  $\frac{2\pi}{3}$ ，故③错误；由  $BD \parallel AC$  可得  $PB = \frac{1}{3}PA$ ，则  $PB = OB = OA$ ，得出  $\angle OPM = 30^\circ$ ，则  $PM = 2\sqrt{3}$ ，可得出  $CM = DM = DP = \sqrt{3}$ ，故④正确。

$$\therefore OM \perp PC,$$

$\because AC \perp PC$ ,  
 $\therefore OM \parallel AC$ ,  
 $\therefore \angle CAM = \angle AMO$ ,  
 $\because OA = OM$ ,  
 $\angle OAM = \angle AMO$ ,  
 $\therefore \angle CAM = \angle OAM$ , 即  $AM$  平分  $\angle CAB$ , 故①正确;  
 $\because AB$  为  $\odot O$  的直径,  
 $\therefore \angle AMB = 90^\circ$ ,  
 $\because \angle CAM = \angle MAB$ ,  $\angle ACM = \angle AMB$ ,  
 $\therefore \triangle ACM \sim \triangle AMB$ ,  
 $\therefore \frac{AC}{AM} = \frac{AM}{AB}$ ,  
 $\therefore AM^2 = AC \cdot AB$ , 故②正确;  
 $\because \angle APE = 30^\circ$ ,  
 $\therefore \angle MOP = \angle OMP - \angle APE = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ ,  
 $\because AB = 4$ ,  
 $\therefore OB = 2$ ,  
 $\therefore \widehat{BM}$  的长为  $\frac{60 \cdot \pi \times 2}{180} = \frac{2\pi}{3}$ , 故③错误;  
 $\because BD \perp PC$ ,  $AC \perp PC$ ,  
 $\therefore BD \parallel AC$ ,  
 $\therefore \frac{PB}{PA} = \frac{BD}{AC} = \frac{1}{3}$ ,  
 $\therefore PB = \frac{1}{3}PA$ ,  
 $\therefore PB = \frac{1}{2}AB$ ,  $BD = \frac{1}{2}OM$ ,  
 $\therefore PB = OB = OA$ ,  
 $\therefore$  在  $\text{Rt}\triangle OMP$  中,  $OM = 2BD = 2$ ,  
 $\therefore OP = 4$ ,  
 $\therefore \angle OPM = 30^\circ$ ,  
 $\therefore PM = 2\sqrt{3}$ ,  
 $\therefore CM = DM = DP = \sqrt{3}$ , 故④正确.

故答案为：①②④.

【点评】本题考查圆知识的综合应用，涉及切线的性质，圆周角定理，相似三角形的判定和性质、弧长公式、含 30 度直角三角形的性质等知识，解题的关键是灵活运用这些知识解决问题.

三、解答题（本大题共 8 小题，满分 64 分解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤）

17. 【分析】直接利用特殊角的三角函数值以及负指数幂的性质和零指数幂的性质分别化简得出答案.

【解答】解：原式  $= 1 - 2 \times \frac{1}{2} + 3 - 1$

$$= 1 - 1 + 3 - 1$$

$$= 2.$$

【点评】此题主要考查了实数运算，正确化简各数是解题关键.

18. 【分析】由菱形的性质得出  $AD = CD$ ，由  $SAS$  证明  $\triangle ADF \cong \triangle CDE$ ，即可得出结论.

【解答】证明： $\because$  四边形  $ABCD$  是菱形，

$$\therefore AD = CD,$$

$$\text{在 } \triangle ADF \text{ 和 } \triangle CDE \text{ 中, } \begin{cases} AD = CD \\ \angle D = \angle D \\ DF = DE \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ADF \cong \triangle CDE \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2.$$

【点评】本题考查了菱形的性质、全等三角形的判定与性质；熟练掌握菱形的性质，证明三角形全等是解题的关键.

19. 【分析】（1）根据反比例函数系数  $k$  的几何意义即可求得；

（2）联立方程，消去  $y$  得到关于  $x$  的一元二次方程，求出方程的根的判别式，进而即可求得  $k$  的取值范围.

【解答】解：（1） $\because$  双曲线  $y = \frac{m}{x}$  经过点  $P(2, 1)$ ,

$$\therefore m = 2 \times 1 = 2;$$

（2） $\because$  双曲线  $y = \frac{2}{x}$  与直线  $y = kx - 4$  ( $k < 0$ ) 有两个不同的交点，

$$\therefore \frac{2}{x} = kx - 4, \text{ 整理为: } kx^2 - 4x - 2 = 0,$$

$$\therefore \Delta = (-4)^2 - 4k \cdot (-2) > 0,$$

$$\therefore k > -2,$$

$\therefore k$  的取值范围是  $-2 < k < 0$ .

**【点评】** 本题主要考查了一次函数和反比例函数的交点问题，解答本题的关键是熟练掌握根的判别式的求法，此题难度不大.

20. **【分析】** (1) 设改造土地面积是  $x$  亩，则复耕土地面积是  $(600+x)$  亩. 根据“复耕土地面积+改造土地面积 = 1200 亩”列出方程并解答；

(2) 设休闲小广场总面积是  $y$  亩，则花卉园总面积是  $(300-y)$  亩，根据“休闲小广场总面积不超过花卉园总面积的  $\frac{1}{3}$ ”列出不等式并解答.

**【解答】** 解：(1) 设改造土地面积是  $x$  亩，则复耕土地面积是  $(600+x)$  亩，

由题意，得  $x + (600+x) = 1200$

解得  $x = 300$ .

则  $600+x = 900$ .

答：改造土地面积是 300 亩，则复耕土地面积是 900 亩；

(2) 设休闲小广场总面积是  $y$  亩，则花卉园总面积是  $(300-y)$  亩，

由题意，得  $y \leq \frac{1}{3} (300-y)$ .

解得  $y \leq 75$ .

故休闲小广场总面积最多为 75 亩.

答：休闲小广场总面积最多为 75 亩.

**【点评】** 考查了一元一次不等式的应用和一元一次方程的应用，解决问题的关键是读懂题意，找到关键描述语，找到所求的量的等量关系.

21. **【分析】** (1) 根据频率 = 频数 ÷ 总数求解可得；

(2) 根据所求结果即可补全图形；

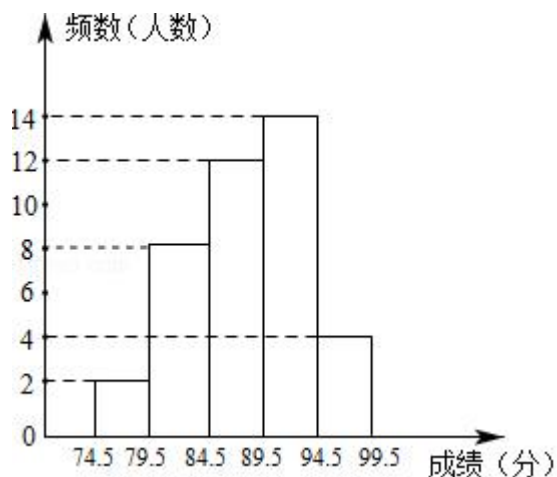
(3) 根据中位数的概念求解可得；

(4) 首先根据题意画出树状图，然后由表格即可求得所有等可能的结果与挑选的两位学生恰好是一男一女的情况，再利用概率公式求解即可求得答案.

**【解答】** 解：(1)  $m = 40 \times 0.2 = 8$ ， $n = 14 \div 40 = 0.35$ ，

故答案为：8，0.35；

(2) 补全图形如下:

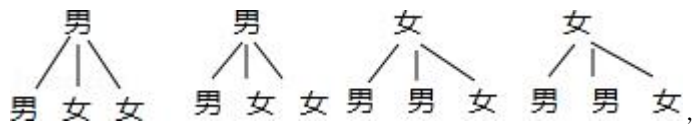


(3) 由于 40 个数据的中位数是第 20、21 个数据的平均数, 而第 20、21 个数据均落在 84.5 ~ 89.5,

$\therefore$  测他的成绩落在分数段 84.5 ~ 89.5 内,

故答案为: 84.5 ~ 89.5.

(4) 选手有 4 人, 2 名是男生, 2 名是女生.



恰好是一名男生和一名女生的概率为  $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ .

**【点评】** 此题考查了列表法或树状图法求概率、频数分布直方图、扇形统计图以及众数与中位数的定义. 用到的知识点为: 概率 = 所求情况数与总情况数之比.

22. **【分析】** (1) 根据正切的定义用  $a$  表示出  $AH$ , 根据等腰直角三角形的性质计算;

(2) 根据题意列方程求出  $a$ , 结合图形计算, 得到答案.

**【解答】** 解: (1) 由题意得, 四边形  $CDBG$ 、 $HBFE$  为矩形,

$$\therefore GB = CD = 1.7, HB = EF = 1.5,$$

$$\therefore GH = 0.2,$$

$$\text{在 Rt}\triangle AHE \text{ 中, } \tan \angle AEH = \frac{AH}{HE},$$

$$\text{则 } AH = HE \cdot \tan \angle AEH \approx 1.9a,$$

$$\therefore AG = AH - GH = 1.9a - 0.2,$$

在  $\text{Rt}\triangle ACG$  中,  $\angle ACG = 45^\circ$ ,

$$\therefore CG = AG = 1.9a - 0.2,$$

$$\therefore BD = 1.9a - 0.2,$$

答: 小亮与塔底中心的距离  $BD$  为  $(1.9a - 0.2)$  米;

$$(2) \text{ 由题意得, } 1.9a - 0.2 + a = 52,$$

解得,  $a = 18$ ,

$$\text{则 } AG = 1.9a - 0.2 = 34,$$

$$\therefore AB = AG + GB = 34 + 1.7 = 35.7,$$

答: 慈氏塔的高度  $AB$  为 35.7 米.

**【点评】** 本题考查的是解直角三角形的应用 - 仰角俯角问题, 掌握仰角俯角的概念、熟记锐角三角函数的定义是解题的关键.

23. **【分析】** (1) 证明  $\angle BEF = \angle BFE$  即可解决问题 (也可以利用全等三角形的性质解决问题即可).

(2) 如图 2 中, 连接  $BP$ , 作  $EH \perp BC$  于  $H$ , 则四边形  $ABHE$  是矩形. 利用面积法证明  $PM + PN = EH$ , 利用勾股定理求出  $AB$  即可解决问题.

(3) ①如图 3 中, 连接  $BP$ , 作  $EH \perp BC$  于  $H$ . 由  $S_{\triangle EBP} - S_{\triangle BFP} = S_{\triangle EBF}$ , 可得  $\frac{1}{2}BE \cdot PM - \frac{1}{2}BF \cdot PN = \frac{1}{2}BF \cdot EH$ , 由  $BE = BF$ , 推出  $PM - PN = EH = \sqrt{a^2 - b^2}$ , 由此即可解决问题.

②如图 4, 当点  $P$  在线段  $FE$  的延长线上运动时, 同法可证:  $QM - QN = PN - PM = \sqrt{a^2 - b^2}$ .

**【解答】** (1) 证明: 如图 1 中,

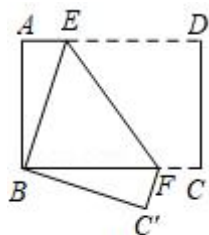


图1

$\therefore$  四边形  $ABCD$  是矩形,

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle DEF = \angle EFB,$$

由翻折可知:  $\angle DEF = \angle BEF$ ,

$$\therefore \angle BEF = \angle EFB,$$

$$\therefore BE = BF.$$

(2) 解: 如图 2 中, 连接  $BP$ , 作  $EH \perp BC$  于  $H$ , 则四边形  $ABHE$  是矩形,  $EH = AB$ .

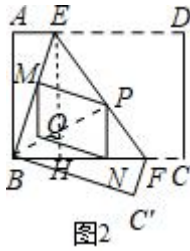


图2

$$\therefore DE = EB = BF = 5, CF = 2,$$

$$\therefore AD = BC = 7, AE = 2,$$

在  $\text{Rt}\triangle ABE$  中,  $\because \angle A = 90^\circ$ ,  $BE = 5$ ,  $AE = 2$ ,

$$\therefore AB = \sqrt{5^2 - 2^2} = \sqrt{21},$$

$$\therefore S_{\triangle BEF} = S_{\triangle PBE} + S_{\triangle PBF}, PM \perp BE, PN \perp BF,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \cdot BF \cdot EH = \frac{1}{2} \cdot BE \cdot PM + \frac{1}{2} \cdot BF \cdot PN,$$

$$\therefore BE = BF,$$

$$\therefore PM + PN = EH = \sqrt{21},$$

$\therefore$  四边形  $PMQN$  是平行四边形,

$$\therefore \text{四边形 } PMQN \text{ 的周长} = 2(PM + PN) = 2\sqrt{21}.$$

(3) ①证明: 如图 3 中, 连接  $BP$ , 作  $EH \perp BC$  于  $H$ .

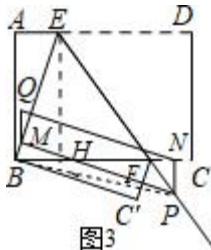


图3

$$\therefore ED = EB = BF = a, CF = b,$$

$$\therefore AD = BC = a+b,$$

$$\therefore AE = AD - DE = b,$$

$$\therefore EH = AB = \sqrt{a^2 - b^2},$$

$$\because S_{\triangle EBP} - S_{\triangle BFP} = S_{\triangle EBF},$$

$$\therefore \frac{1}{2}BE \cdot PM - \frac{1}{2}BF \cdot PN = \frac{1}{2}BF \cdot EH,$$

$$\because BE = BF,$$

$$\therefore PM - PN = EH = \sqrt{a^2 - b^2},$$

$\therefore$  四边形  $PMQN$  是平行四边形,

$$\therefore QN - QM = (PM - PN) = \sqrt{a^2 - b^2}.$$

②如图 4, 当点  $P$  在线段  $FE$  的延长线上运动时, 同法可证:  $QM - QN = PN - PM = \sqrt{a^2 - b^2}.$

**【点评】** 本题属于四边形综合题, 考查了矩形的性质和判定, 翻折变换, 等腰三角形的性质, 平行四边形的性质, 解直角三角形等知识, 解题的关键是学会添加常用辅助线, 构造特殊四边形解决问题, 学会利用面积法证明线段之间的关系, 属于中考压轴题.

24. **【分析】** (1) 把  $x = -4$  代入抛物线  $F_1$  解析式求得  $y$  即得到点  $A$  坐标; 把  $y = -2$  代入抛物线  $F_1$  解析式, 解方程并判断大于  $-4$  的解为点  $B$  横坐标.

(2) 根据旋转  $90^\circ$  的性质特点可求点  $A'$ 、 $B'$  坐标 (过点作  $x$  轴垂线, 构造全等得到对应边相等) 及  $OA'$  的长, 用待定系数法求抛物线  $F_2$  的解析式, 进而求得对称轴. 设点  $M$  纵坐标为  $m$ , 则能用  $m$  表示  $A'M$ 、 $OM$  的长度. 因为点  $A'$  恰好在以  $OM$  为直径的圆上, 即  $\angle OA'M$  为圆周角, 等于  $90^\circ$ , 故能根据勾股定理列得关于  $m$  的方程, 解方程求得  $m$  的值即求得  $A'M$  的长,  $\frac{1}{2}OA' \cdot A'M$  即求得  $\triangle OA'M$  的面积.

(3) 求直线  $OB'$  解析式, 与抛物线  $F_2$  解析式联立方程组, 求解即求得点  $C$  坐标, 发现  $A'$  与  $C$  纵坐标相同, 即  $A'C \parallel x$  轴, 故  $\angle OA'C = 135^\circ$ . 以  $A$ 、 $O$ 、 $D$  为顶点的三角形要与  $\triangle OA'C$  相似, 则  $\triangle AOD$  必须有一角为  $135^\circ$ . 因为点  $A(-4, -4)$  得直线  $OA$  与  $x$  轴夹角为  $45^\circ$ , 所以点  $D$  不能在  $x$  轴或  $y$  轴的负半轴, 在  $x$  轴或  $y$  轴的正半轴时, 刚好有  $\angle AOD = 135^\circ$ . 由于  $\angle AOD$  的两夹边对应关系不明确, 故需分两种情况讨论:  $\triangle AOD \sim \triangle OA'C$  或  $\triangle DOA \sim \triangle OA'C$ . 每种情况下由对应边成比例求得  $OD$  的长, 即得到点  $D$  坐标.

【解答】解：（1）当  $x = -4$  时， $y = \frac{1}{3} \times (-4)^2 + \frac{7}{3} \times (-4) = -4$

$\therefore$  点  $A$  坐标为  $(-4, -4)$

当  $y = -2$  时， $\frac{1}{3}x^2 + \frac{7}{3}x = -2$

解得： $x_1 = -1$ ， $x_2 = -6$

$\because$  点  $A$  在点  $B$  的左侧

$\therefore$  点  $B$  坐标为  $(-1, -2)$

（2）如图 1，过点  $B$  作  $BE \perp x$  轴于点  $E$ ，过点  $B'$  作  $B'G \perp x$  轴于点  $G$

$\therefore \angle BEO = \angle OGB' = 90^\circ$ ， $OE = 1$ ， $BE = 2$

$\because$  将  $\triangle AOB$  绕点  $O$  逆时针旋转  $90^\circ$  得到  $\triangle A'OB'$

$\therefore OB = OB'$ ， $\angle BOB' = 90^\circ$

$\therefore \angle BOE + \angle B'OG = \angle BOE + \angle OBE = 90^\circ$

$\therefore \angle B'OG = \angle OBE$

在  $\triangle B'OG$  与  $\triangle OBE$  中

$$\begin{cases} \angle OGB' = \angle BEO \\ \angle B'OG = \angle OBE \\ B'O = OB \end{cases}$$

$\therefore \triangle B'OG \cong \triangle OBE$  (AAS)

$\therefore OG = BE = 2$ ， $B'G = OE = 1$

$\because$  点  $B'$  在第四象限

$\therefore B'(2, -1)$

同理可求得： $A'(4, -4)$

$\therefore OA = OA' = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}$

$\because$  抛物线  $F_2: y = ax^2 + bx + 4$  经过点  $A'$ 、 $B'$

$$\therefore \begin{cases} 16a + 4b + 4 = -4 \\ 4a + 2b + 4 = -1 \end{cases} \quad \text{解得: } \begin{cases} a = \frac{1}{4} \\ b = -3 \end{cases}$$

$\therefore$  抛物线  $F_2$  解析式为： $y = \frac{1}{4}x^2 - 3x + 4$

$\therefore$  对称轴为直线： $x = -\frac{-3}{2 \times \frac{1}{4}} = 6$

∵ 点  $M$  在直线  $x=6$  上, 设  $M(6, m)$

$$\therefore OM^2 = 6^2 + m^2, A'M^2 = (6-4)^2 + (m+4)^2 = m^2 + 8m + 20$$

∵ 点  $A'$  在以  $OM$  为直径的圆上

$$\therefore \angle OA'M = 90^\circ$$

$$\therefore OA'^2 + A'M^2 = OM^2$$

$$\therefore (4\sqrt{2})^2 + m^2 + 8m + 20 = 36 + m^2$$

$$\text{解得: } m = -2$$

$$\therefore A'M = \sqrt{m^2 + 8m + 20} = \sqrt{4 - 16 + 20} = 2\sqrt{2}$$

$$\therefore S_{\triangle OA'M} = \frac{1}{2} OA' \cdot A'M = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = 8$$

(3) 在坐标轴上存在点  $D$ , 使得以  $A$ 、 $O$ 、 $D$  为顶点的三角形与  $\triangle OA'C$  相似.

$$\therefore B'(2, -1)$$

$$\therefore \text{直线 } OB' \text{ 解析式为 } y = -\frac{1}{2}x$$

$$\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x \\ y = \frac{1}{4}x^2 - 3x + 4 \end{cases} \quad \text{解得: } \begin{cases} x_1 = 2 \\ y_1 = -1 \end{cases} \quad (\text{即为点 } B') \quad \begin{cases} x_2 = 8 \\ y_2 = -4 \end{cases}$$

$$\therefore C(8, -4)$$

$$\therefore A'(4, -4)$$

$$\therefore A'C \parallel x \text{ 轴}, A'C = 4$$

$$\therefore \angle OA'C = 135^\circ$$

$$\therefore \angle A'OC < 45^\circ, \angle A'CO < 45^\circ$$

$$\therefore A(-4, -4), \text{ 即直线 } OA \text{ 与 } x \text{ 轴夹角为 } 45^\circ$$

∴ 当点  $D$  在  $x$  轴负半轴或  $y$  轴负半轴时,  $\angle AOD = 45^\circ$ , 此时  $\triangle AOD$  不可能与  $\triangle OA'C$  相似

∴ 点  $D$  在  $x$  轴正半轴或  $y$  轴正半轴时,  $\angle AOD = \angle OA'C = 135^\circ$  (如图 2、图 3)

$$\textcircled{1} \text{ 若 } \triangle AOD \sim \triangle OA'C, \text{ 则 } \frac{OD}{A'C} = \frac{OA}{OA'} = 1$$

$$\therefore OD = A'C = 4$$

$$\therefore D(4, 0) \text{ 或 } (0, 4)$$

②若 $\triangle DOA \sim \triangle OA'C$ , 则 $\frac{DO}{OA'} = \frac{OA}{A'C} = \frac{4\sqrt{2}}{4} = \sqrt{2}$

$\therefore OD = \sqrt{2}OA' = 8$

$\therefore D(8, 0) \text{ 或 } (0, 8)$

综上所述, 点 $D$ 坐标为 $(4, 0)$ 、 $(8, 0)$ 、 $(0, 4)$ 或 $(0, 8)$ 时, 以 $A$ 、 $O$ 、 $D$ 为顶点的三角形与 $\triangle OA'C$ 相似.

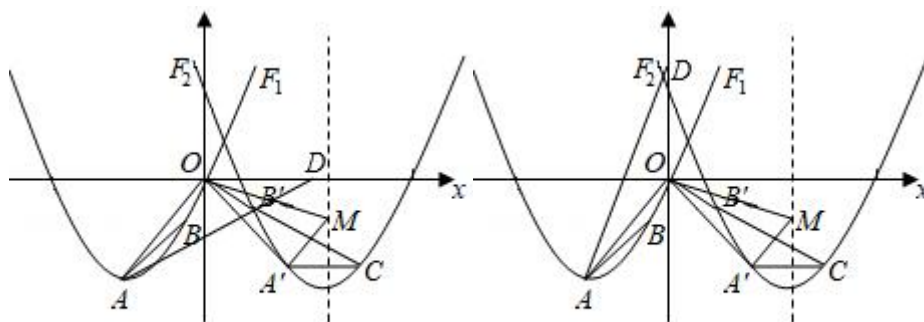


图2

图3

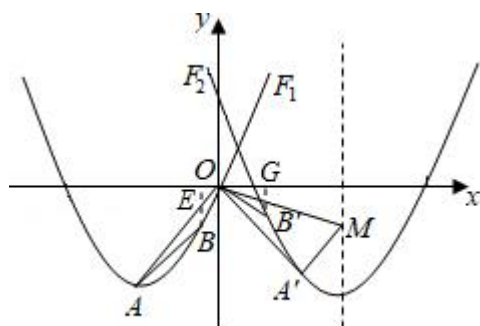


图1

**【点评】** 本题考查了二次函数的图象与性质, 旋转的性质, 全等三角形的判定和性质, 勾股定理, 圆周角定理, 解一元一次方程、二元一次方程组、一元二次方程, 相似三角形的判定和性质. 题目条件较多, 图形有点复杂, 需要细心根据条件逐步解决问题. 第(2)题求点旋转 $90^\circ$ 后对应点的坐标, 第(3)题相似三角形存在性问题中确定一角对应再分两种情况讨论, 属于常考题型.