

2018 年湖南省郴州市中考数学试卷

一、选择题：本大题共 8 个小题，每小题 3 分，共 24 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. (3 分) 下列实数：3, 0, $\frac{1}{2}$, $-\sqrt{2}$, 0.35, 其中最小的实数是 ()

- A. 3 B. 0 C. $-\sqrt{2}$ D. 0.35

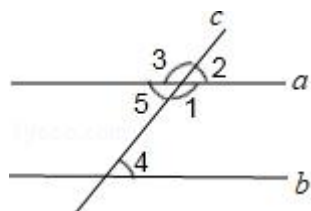
2. (3 分) 郴州市人民政府提出：在 2018 年继续办好一批民生实事，加快补齐影响群众生活品质的短板，推进扶贫惠民工程，实现 12.5 万人脱贫，请用科学记数法表示 125000 为 ()

- A. 1.25×10^5 B. 0.125×10^6 C. 12.5×10^4 D. 1.25×10^6

3. (3 分) 下列运算正确的是 ()

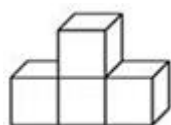
- A. $a^3 \cdot a^2 = a^6$ B. $a^{-2} = -\frac{1}{a^2}$
C. $3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = \sqrt{3}$ D. $(a+2)(a-2) = a^2+4$

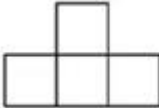
4. (3 分) 如图，直线 a , b 被直线 c 所截，下列条件中，不能判定 $a \parallel b$ ()



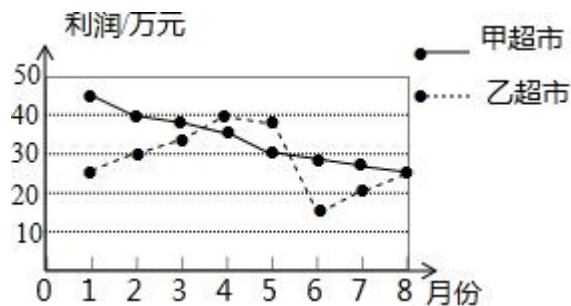
- A. $\angle 2 = \angle 4$ B. $\angle 1 + \angle 4 = 180^\circ$ C. $\angle 5 = \angle 4$ D. $\angle 1 = \angle 3$

5. (3 分) 如图是由四个相同的小正方体搭成的立体图形，它的主视图是 ()

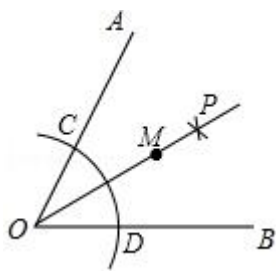


- A.  B. 
C.  D. 

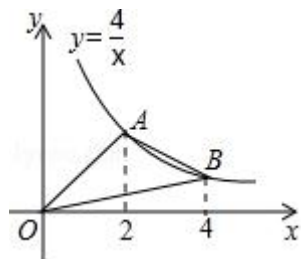
6. (3 分) 甲、乙两超市在 1 月至 8 月间的盈利情况统计图如图所示，下面结论不正确的是 ()



- A. 甲超市的利润逐月减少
 B. 乙超市的利润在 1 月至 4 月间逐月增加
 C. 8 月份两家超市利润相同
 D. 乙超市在 9 月份的利润必超过甲超市
7. (3 分) 如图, $\angle AOB = 60^\circ$, 以点 O 为圆心, 以任意长为半径作弧交 OA , OB 于 C , D 两点; 分别以 C , D 为圆心, 以大于 $\frac{1}{2}CD$ 的长为半径作弧, 两弧相交于点 P ; 以 O 为端点作射线 OP , 在射线 OP 上截取线段 $OM = 6$, 则 M 点到 OB 的距离为 ()



- A. 6 B. 2 C. 3 D. $3\sqrt{3}$
8. (3 分) 如图, A , B 是反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ 在第一象限内的图象上的两点, 且 A , B 两点的横坐标分别是 2 和 4, 则 $\triangle OAB$ 的面积是 ()



- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1
- 二、填空题 (每题 3 分, 满分 24 分, 将答案填在答题纸上)

9. (3 分) 计算: $(-\sqrt{3})^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.
10. (3 分) 因式分解: $a^3 - 2a^2b + ab^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

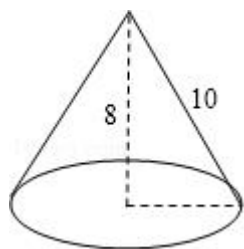
11. (3分) 一个正多边形的每个外角为 60° , 那么这个正多边形的内角和是_____.
12. (3分) 在创建“平安校园”活动中, 郴州市某中学组织学生干部在校门口值日, 其中八位同学3月份值日的次数分别是: 5, 8, 7, 7, 8, 6, 8, 9, 则这组数据的众数是_____.
13. (3分) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+kx-6=0$ 有一个根为 -3 , 则方程的另一个根为_____.

14. (3分) 某瓷砖厂在相同条件下抽取部分瓷砖做耐磨试验, 结果如下表所示:

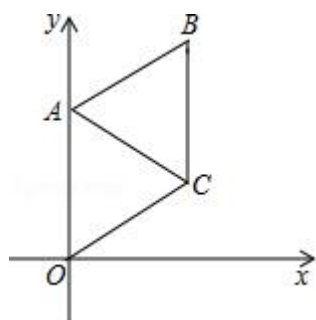
抽取瓷砖数 n	100	300	400	600	1000	2000	3000
合格品数 m	96	282	382	570	949	1906	2850
合格品频率 $\frac{m}{n}$	0.960	0.940	0.955	0.950	0.949	0.953	0.950

则这个厂生产的瓷砖是合格品的概率估计值是_____.(精确到 0.01)

15. (3分) 如图, 圆锥的母线长为 10cm , 高为 8cm , 则该圆锥的侧面展开图(扇形)的弧长为_____ cm . (结果用 π 表示)



16. (3分) 如图, 在平面直角坐标系中, 菱形 $OABC$ 的一个顶点在原点 O 处, 且 $\angle AOC = 60^\circ$, A 点的坐标是 $(0, 4)$, 则直线 AC 的表达式是_____.

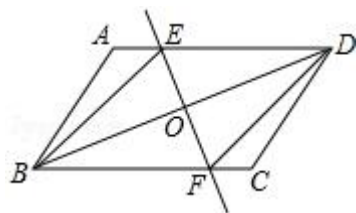


三、解答题(本大题共 10 小题, 共 82 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

17. (6分) 计算: $|1 - \sqrt{2}| - 2\sin 45^\circ + 2^{-1} - (-1)^{2018}$.

18. (6分) 解不等式组: $\begin{cases} 3x+2 > 2(x-1), & \textcircled{1} \\ 4x-2 \leq 3x-2 & \textcircled{2} \end{cases}$ 并把解集在数轴上表示出来.

19. (6分) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 作对角线 BD 的垂直平分线 EF , 垂足为 O , 分别交 AD , BC 于 E , F , 连接 BE , DF . 求证: 四边形 $BFDE$ 是菱形.



20. (8分) 6月14日是“世界献血日”, 某市采取自愿报名的方式组织市民义务献血. 献血时要对献血者的血型进行检测, 检测结果有“A型”、“B型”、“AB型”、“O型”4种类型. 在献血者人群中, 随机抽取了部分献血者的血型结果进行统计, 并根据这个统计结果制作了两幅不完整的图表:

血型	A	B	AB	O
人数	_____	10	5	_____

- (1) 这次随机抽取的献血者人数为_____人, $m =$ _____;
 (2) 补全上表中的数据;
 (3) 若这次活动中该市有 3000 人义务献血, 请你根据抽样结果回答:

从献血者人群中任抽取一人, 其血型是 A 型的概率是多少? 并估计这 3000 人中大约有多少人是 A 型血?

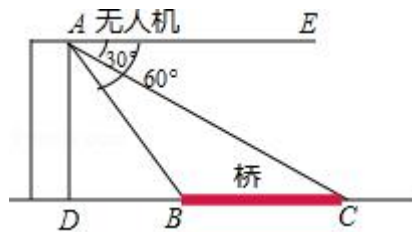


21. (8分) 郴州市正在创建“全国文明城市”，某校拟举办“创文知识”抢答赛，欲购买A、B两种奖品以鼓励抢答者．如果购买A种20件，B种15件，共需380元；如果购买A种15件，B种10件，共需280元．

(1) A、B两种奖品每件各多少元？

(2) 现要购买A、B两种奖品共100件，总费用不超过900元，那么A种奖品最多购买多少件？

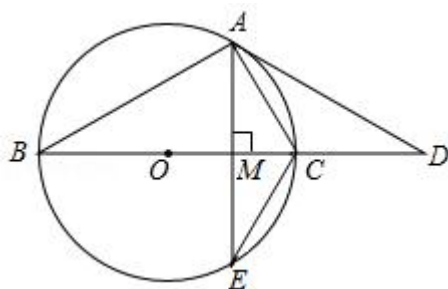
22. (8分) 小亮在某桥附近试飞无人机，如图，为了测量无人机飞行的高度AD，小亮通过操控器指令无人机测得桥头B、C的俯角分别为 $\angle EAB = 60^\circ$ ， $\angle EAC = 30^\circ$ ，且D、B、C在同一水平线上．已知桥BC=30米，求无人机飞行的高度AD．(精确到0.01米．参考数据： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$)



23. (8分) 已知BC是 $\odot O$ 的直径，点D是BC延长线上一点， $AB = AD$ ，AE是 $\odot O$ 的弦， $\angle AEC = 30^\circ$ ．

(1) 求证：直线AD是 $\odot O$ 的切线；

(2) 若 $AE \perp BC$ ，垂足为M， $\odot O$ 的半径为4，求AE的长．



24. (10分) 参照学习函数的过程与方法, 探究函数 $y = \frac{x-2}{x} (x \neq 0)$ 的图象与性质.

因为 $y = \frac{x-2}{x} = 1 - \frac{2}{x}$, 即 $y = -\frac{2}{x} + 1$, 所以我们对比函数 $y = -\frac{2}{x}$ 来探究.

列表:

x	...	-4	-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	4	...
$y = -\frac{2}{x}$	...	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	1	2	4	-4	-2	-1	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{2}$	...
$y = \frac{x-2}{x}$	...	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	2	3	5	-3	-1	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	...

描点: 在平面直角坐标系中, 以自变量 x 的取值为横坐标, 以 $y = \frac{x-2}{x}$ 相应的函数值为纵坐标,

描出相应的点, 如图所示:

(1) 请把 y 轴左边各点和右边各点, 分别用一条光滑曲线顺次连接起来;

(2) 观察图象并分析表格, 回答下列问题:

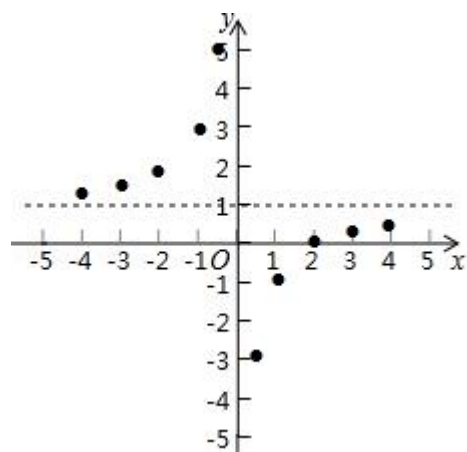
①当 $x < 0$ 时, y 随 x 的增大而_____ ; (填“增大”或“减小”)

② $y = \frac{x-2}{x}$ 的图象是由 $y = -\frac{2}{x}$ 的图象向_____ 平移_____ 个单位而得到;

③ 图象关于点_____ 中心对称. (填点的坐标)

(3) 设 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 是函数 $y = \frac{x-2}{x}$ 的图象上的两点, 且 $x_1 + x_2 = 0$, 试求 $y_1 + y_2 + 3$

的值.



25. (10分) 如图1, 已知抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于 $A(-1, 0)$, $B(3, 0)$ 两点, 与 y 轴交于 C 点, 点 P 是抛物线上在第一象限内的一个动点, 且点 P 的横坐标为 t .

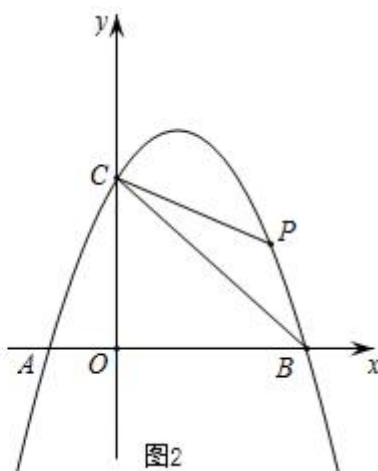
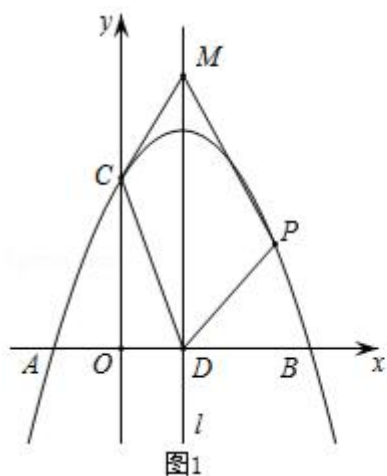
(1) 求抛物线的表达式;

(2) 设抛物线的对称轴为 l , l 与 x 轴的交点为 D . 在直线 l 上是否存在点 M , 使得四边形 $CDPM$ 是平行四边形? 若存在, 求出点 M 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

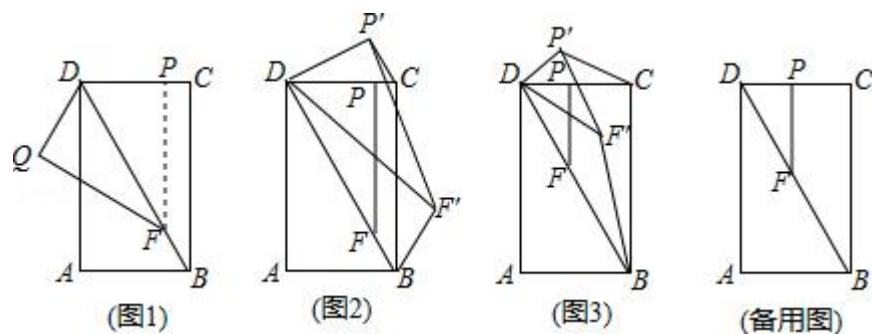
(3) 如图2, 连接 BC , PB , PC , 设 $\triangle PBC$ 的面积为 S .

①求 S 关于 t 的函数表达式;

②求 P 点到直线 BC 的距离的最大值, 并求出此时点 P 的坐标.



26. (12分) 在矩形 $ABCD$ 中, $AD > AB$, 点 P 是 CD 边上的任意一点 (不含 C, D 两端点), 过点 P 作 $PF \parallel BC$, 交对角线 BD 于点 F .



(1) 如图 1, 将 $\triangle PDF$ 沿对角线 BD 翻折得到 $\triangle QDF$, QF 交 AD 于点 E .

求证: $\triangle DEF$ 是等腰三角形;

(2) 如图 2, 将 $\triangle PDF$ 绕点 D 逆时针方向旋转得到 $\triangle P'DF$, 连接 $P'C, FB$. 设旋转角为 α ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$).

①若 $0^\circ < \alpha < \angle BDC$, 即 DF 在 $\angle BDC$ 的内部时, 求证: $\triangle DP'C \sim \triangle DFB$.

②如图 3, 若点 P 是 CD 的中点, $\triangle DFB$ 能否为直角三角形? 如果能, 试求出此时 $\tan \angle DBF$ 的值, 如果不能, 请说明理由.

2018 年湖南省郴州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 8 个小题，每小题 3 分，共 24 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. (3 分) 下列实数：3, 0, $\frac{1}{2}$, $-\sqrt{2}$, 0.35, 其中最小的实数是 ()

- A. 3 B. 0 C. $-\sqrt{2}$ D. 0.35

【考点】2A: 实数大小比较.

【专题】1: 常规题型.

【分析】正实数都大于 0, 负实数都小于 0, 正实数大于一切负实数, 两个负实数绝对值大的反而小, 据此判断即可.

【解答】解: 根据实数比较大小的方法, 可得

$$-\sqrt{2} < 0 < 0.35 < \frac{1}{2} < 3,$$

所以最小的实数是 $-\sqrt{2}$.

故选: C.

【点评】此题主要考查了实数大小比较的方法, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确: 正实数 $> 0 >$ 负实数, 两个负实数绝对值大的反而小.

2. (3 分) 郴州市人民政府提出: 在 2018 年继续办好一批民生实事, 加快补齐影响群众生活品质的短板, 推进扶贫惠民工程, 实现 12.5 万人脱贫, 请用科学记数法表示 125000 为 ()

- A. 1.25×10^5 B. 0.125×10^6 C. 12.5×10^4 D. 1.25×10^6

【考点】1I: 科学记数法—表示较大的数.

【专题】2B: 探究型.

【分析】根据科学记数法的表示方法可以将题目中的数据用科学记数法表示, 本题得以解决.

【解答】解: $125000 = 1.25 \times 10^5$,

故选: A.

【点评】本题考查科学记数法—表示较大的数, 解答本题的关键是明确科学记数法的表示方法.

3. (3 分) 下列运算正确的是 ()

A. $a^3 \cdot a^2 = a^6$

B. $a^{-2} = -\frac{1}{a^2}$

C. $3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = \sqrt{3}$

D. $(a+2)(a-2) = a^2+4$

【考点】46：同底数幂的乘法；4F：平方差公式；6F：负整数指数幂；78：二次根式的加减法.

【专题】1：常规题型.

【分析】直接利用同底数幂的乘除运算法则以及负指数幂的性质以及二次根式的加减运算法则、平方差公式分别计算得出答案.

【解答】解：A、 $a^3 \cdot a^2 = a^5$ ，故此选项错误；

B、 $a^{-2} = \frac{1}{a^2}$ ，故此选项错误；

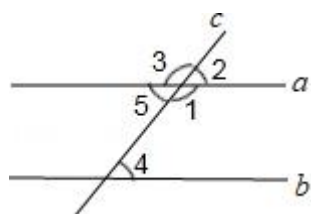
C、 $3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = \sqrt{3}$ ，故此选项正确；

D、 $(a+2)(a-2) = a^2 - 4$ ，故此选项错误.

故选：C.

【点评】此题主要考查了同底数幂的乘除运算以及负指数幂的性质以及二次根式的加减运算、平方差公式，正确掌握相关运算法则是解题关键.

4. (3分) 如图，直线 a ， b 被直线 c 所截，下列条件中，不能判定 $a \parallel b$ ()



A. $\angle 2 = \angle 4$

B. $\angle 1 + \angle 4 = 180^\circ$

C. $\angle 5 = \angle 4$

D. $\angle 1 = \angle 3$

【考点】J9：平行线的判定.

【专题】551：线段、角、相交线与平行线.

【分析】根据同位角相等，两直线平行；同旁内角互补，两直线平行；内错角相等，两直线平行，进行判断即可.

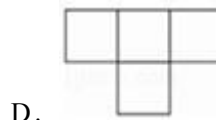
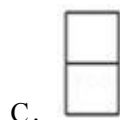
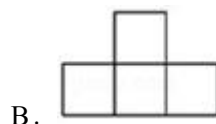
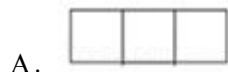
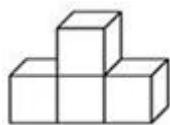
【解答】解：由 $\angle 2 = \angle 4$ 或 $\angle 1 + \angle 4 = 180^\circ$ 或 $\angle 5 = \angle 4$ ，可得 $a \parallel b$ ；

由 $\angle 1 = \angle 3$ ，不能得到 $a \parallel b$ ；

故选：D.

【点评】本题主要考查了平行线的判定，解题时注意：同位角相等，两直线平行；同旁内角互补，两直线平行.

5. (3分) 如图是由四个相同的小正方体搭成的立体图形，它的主视图是 ()



【考点】U2：简单组合体的三视图.

【专题】1：常规题型.

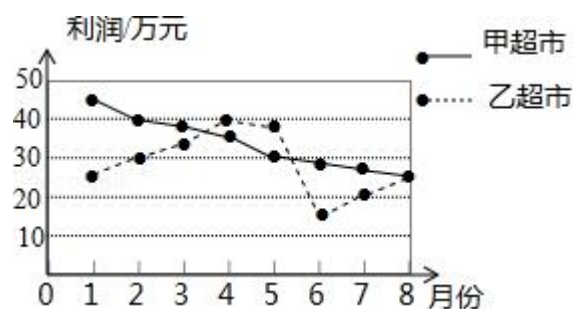
【分析】找到几何体的上面看所得到的图形即可.

【解答】解：从几何体的上面看可得 ,

故选：B.

【点评】此题主要考查了简单几何体的三视图，关键是掌握主视图所看的位置.

6. (3分) 甲、乙两超市在1月至8月间的盈利情况统计图如图所示，下面结论不正确的是 ()



- A. 甲超市的利润逐月减少
- B. 乙超市的利润在1月至4月间逐月增加
- C. 8月份两家超市利润相同
- D. 乙超市在9月份的利润必超过甲超市

【考点】VD：折线统计图.

【专题】1：常规题型；542：统计的应用.

【分析】根据折线图中各月的具体数据对四个选项逐一分析可得.

【解答】解：A、甲超市的利润逐月减少，此选项正确；

B、乙超市的利润在1月至4月间逐月增加，此选项正确；

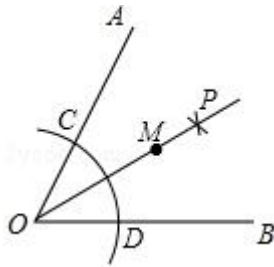
C、8月份两家超市利润相同，此选项正确；

D、乙超市在9月份的利润不一定超过甲超市，此选项错误；

故选：D.

【点评】本题主要考查折线统计图，折线图是用一个单位表示一定的数量，根据数量的多少描出各点，然后把各点用线段依次连接起来，以折线的上升或下降来表示统计数量增减变化.

7. (3分) 如图， $\angle AOB = 60^\circ$ ，以点O为圆心，以任意长为半径作弧交OA，OB于C，D两点；分别以C，D为圆心，以大于 $\frac{1}{2}CD$ 的长为半径作弧，两弧相交于点P；以O为端点作射线OP，在射线OP上截取线段OM=6，则M点到OB的距离为（ ）



A. 6

B. 2

C. 3

D. $3\sqrt{3}$

【考点】KO：含30度角的直角三角形；N2：作图—基本作图.

【专题】1：常规题型.

【分析】直接利用角平分线的作法得出OP是 $\angle AOB$ 的角平分线，再利用直角三角形的性质得出答案.

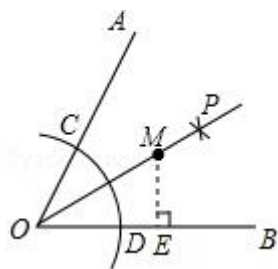
【解答】解：过点M作 $ME \perp OB$ 于点E，

由题意可得：OP是 $\angle AOB$ 的角平分线，

$$\text{则 } \angle POB = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ,$$

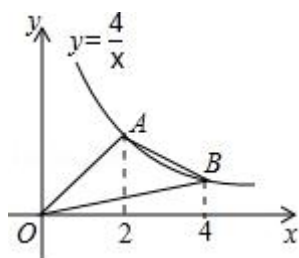
$$\therefore ME = \frac{1}{2} OM = 3.$$

故选：C.



【点评】 此题主要考查了基本作图以及含 30 度角的直角三角形，正确得出 OP 是 $\angle AOB$ 的角平分线是解题关键.

8. (3 分) 如图, A, B 是反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ 在第一象限内的图象上的两点, 且 A, B 两点的横坐标分别是 2 和 4, 则 $\triangle OAB$ 的面积是 ()



A. 4

B. 3

C. 2

D. 1

【考点】 G5: 反比例函数系数 k 的几何意义; G6: 反比例函数图象上点的坐标特征.

【专题】 1: 常规题型.

【分析】 先根据反比例函数图象上点的坐标特征及 A, B 两点的横坐标, 求出 $A(2, 2), B(4, 1)$. 再过 A, B 两点分别作 $AC \perp x$ 轴于 $C, BD \perp x$ 轴于 D , 根据反比例函数系数 k 的几何意义得出 $S_{\triangle AOC} = S_{\triangle BOD} = \frac{1}{2} \times 4 = 2$. 根据 $S_{\text{四边形 } AODB} = S_{\triangle AOB} + S_{\triangle BOD} = S_{\triangle AOC} + S_{\text{梯形 } ABDC}$, 得出 $S_{\triangle AOB} = S_{\text{梯形 } ABDC}$, 利用梯形面积公式求出 $S_{\text{梯形 } ABDC} = \frac{1}{2} (BD + AC) \cdot CD = \frac{1}{2} (1 + 2) \times 2 = 3$, 从而得出 $S_{\triangle AOB} = 3$.

【解答】 解: $\because A, B$ 是反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ 在第一象限内的图象上的两点, 且 A, B 两点的横坐标分别是 2 和 4,

$\therefore$ 当 $x = 2$ 时, $y = 2$, 即 $A(2, 2)$,

当 $x = 4$ 时, $y = 1$, 即 $B(4, 1)$.

如图, 过 A, B 两点分别作 $AC \perp x$ 轴于 $C, BD \perp x$ 轴于 D , 则 $S_{\triangle AOC} = S_{\triangle BOD} = \frac{1}{2} \times 4 = 2$.

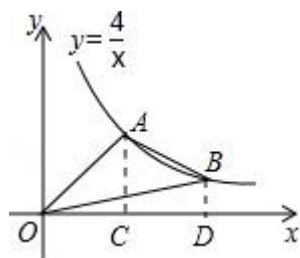
$\because S_{\text{四边形 } AODB} = S_{\triangle AOB} + S_{\triangle BOD} = S_{\triangle AOC} + S_{\text{梯形 } ABDC}$,

$$\therefore S_{\triangle AOB} = S_{\text{梯形} ABDC},$$

$$\therefore S_{\text{梯形} ABDC} = \frac{1}{2} (BD + AC) \cdot CD = \frac{1}{2} (1 + 2) \times 2 = 3,$$

$$\therefore S_{\triangle AOB} = 3.$$

故选：B.



【点评】 本题考查了反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 中 k 的几何意义，即图象上的点与原点所连的线段、

坐标轴、向坐标轴作垂线所围成的直角三角形面积 S 的关系即 $S = \frac{1}{2}|k|$ ，也考查了反比例

函数图象上点的坐标特征，梯形的面积．

二、填空题（每题 3 分，满分 24 分，将答案填在答题纸上）

9.（3 分）计算： $(-\sqrt{3})^2 = \underline{3}$ ．

【考点】 75：二次根式的乘除法．

【专题】 11：计算题．

【分析】 原式利用平方根的定义化简即可得到结果．

【解答】 解：原式 = 3．

故答案为：3

【点评】 此题考查了二次根式的乘除法，熟练掌握平方根的定义是解本题的关键．

10.（3 分）因式分解： $a^3 - 2a^2b + ab^2 = \underline{a(a-b)^2}$ ．

【考点】 55：提公因式法与公式法的综合运用．

【专题】 11：计算题；44：因式分解．

【分析】 原式提取 a ，再利用完全平方公式分解即可．

【解答】 解：原式 = $a(a^2 - 2ab + b^2)$

$$= a(a-b)^2.$$

故答案为： $a(a-b)^2$ ．

【点评】 此题考查了提公因式法与公式法的综合运用，熟练掌握因式分解的方法是解本题的关键．

11. (3分) 一个正多边形的每个外角为 60° , 那么这个正多边形的内角和是 720° .

【考点】L3: 多边形内角与外角.

【专题】11: 计算题.

【分析】先利用多边形的外角和为 360° 计算出这个正多边形的边数, 然后根据内角和公式求解.

【解答】解: 这个正多边形的边数为 $\frac{360^\circ}{60^\circ} = 6$,

所以这个正多边形的内角和 $= (6 - 2) \times 180^\circ = 720^\circ$.

故答案为 720° .

【点评】本题考查了多边形内角与外角: 内角和定理: $(n - 2) \cdot 180^\circ$ ($n \geq 3$ 且 n 为整数); 多边形的外角和等于 360° 度.

12. (3分) 在创建“平安校园”活动中, 郴州市某中学组织学生干部在校门口值日, 其中八位同学3月份值日的次数分别是: 5, 8, 7, 7, 8, 6, 8, 9, 则这组数据的众数是 8 .

【考点】W5: 众数.

【专题】542: 统计的应用.

【分析】根据众数的定义即可判断.

【解答】解: 这组数据8出现的次数最多, 所以众数为8,

故答案为8.

【点评】本题考查众数的定义, 记住在一组数据中次数出现最多的数是这组数据的众数.

13. (3分) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + kx - 6 = 0$ 有一个根为 -3 , 则方程的另一个根为 2 .

【考点】A3: 一元二次方程的解; AB: 根与系数的关系.

【专题】1: 常规题型.

【分析】根据根与系数的关系得出 $-3a = -6$, 求出即可.

【解答】解: 设方程的另一个根为 a ,

则根据根与系数的关系得: $-3a = -6$,

解得: $a = 2$,

故答案为: 2.

【点评】本题考查了根与系数的关系和一元二次方程的解, 能熟记根与系数的关系的内容是解此题的关键.

14. (3分) 某瓷砖厂在相同条件下抽取部分瓷砖做耐磨试验, 结果如下表所示:

抽取瓷砖数 n	100	300	400	600	1000	2000	3000
合格品数 m	96	282	382	570	949	1906	2850
合格品频率 $\frac{m}{n}$	0.960	0.940	0.955	0.950	0.949	0.953	0.950

则这个厂生产的瓷砖是合格品的概率估计值是 0.95. (精确到 0.01)

【考点】X8: 利用频率估计概率.

【专题】1: 常规题型; 543: 概率及其应用.

【分析】根据表格中实验的频率, 然后根据频率即可估计概率.

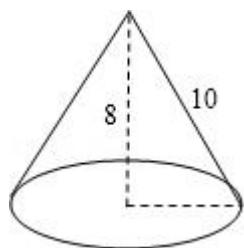
【解答】解: 由合格品的频率都在 0.95 上下波动,

所以这个厂生产的瓷砖是合格品的概率估计值是 0.95,

故答案为: 0.95.

【点评】本题考查了利用频率估计概率的思想, 解题的关键是求出每一次事件的频率, 然后即可估计概率解决问题.

15. (3分) 如图, 圆锥的母线长为 10cm , 高为 8cm , 则该圆锥的侧面展开图 (扇形) 的弧长为 12π cm . (结果用 π 表示)



【考点】I6: 几何体的展开图; MN: 弧长的计算.

【专题】55C: 与圆有关的计算.

【分析】根据圆锥的展开图为扇形, 结合圆周长公式的求解.

【解答】解: 设底面圆的半径为 $r\text{cm}$,

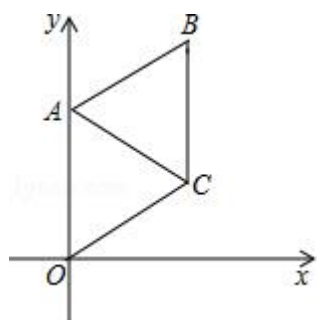
由勾股定理得: $r = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$,

$\therefore 2\pi r = 2\pi \times 6 = 12\pi$,

故答案为: 12π .

【点评】此题考查了圆锥的计算, 解答本题的关键是掌握圆锥侧面展开图是个扇形, 要熟练掌握扇形与圆锥之间的联系, 难度一般.

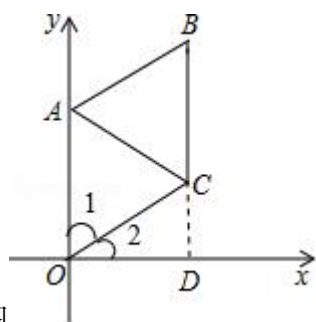
16. (3分) 如图, 在平面直角坐标系中, 菱形 $OABC$ 的一个顶点在原点 O 处, 且 $\angle AOC = 60^\circ$, A 点的坐标是 $(0, 4)$, 则直线 AC 的表达式是 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 4$.



【考点】 FA: 待定系数法求一次函数解析式; L8: 菱形的性质.

【专题】 533: 一次函数及其应用.

【分析】 根据菱形的性质, 可得 OC 的长, 根据三角函数, 可得 OD 与 CD , 根据待定系数法, 可得答案.



【解答】 解: 如图

由菱形 $OABC$ 的一个顶点在原点 O 处, A 点的坐标是 $(0, 4)$, 得

$$OC = OA = 4.$$

$$\text{又} \because \angle 1 = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 30^\circ.$$

$$\sin \angle 2 = \frac{CD}{OC} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore CD = 2.$$

$$\cos \angle 2 = \cos 30^\circ = \frac{OD}{OC} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$OD = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore C(2\sqrt{3}, 2).$$

设 AC 的解析式为 $y = kx + b$,

将 A, C 点坐标代入函数解析式, 得

$$\begin{cases} 2\sqrt{3}k+b=2 \\ b=4 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k=-\frac{\sqrt{3}}{3} \\ b=4 \end{cases},$$

直线 AC 的表达式是 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x+4$,

故答案为: $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x+4$.

【点评】 本题考查了待定系数法求一次函数解析式, 利用锐角三角函数得出 C 点坐标是解题关键, 又利用了菱形的性质及待定系数法求函数解析式.

三、解答题 (本大题共 10 小题, 共 82 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

17. (6 分) 计算: $|1 - \sqrt{2}| - 2\sin 45^\circ + 2^{-1} - (-1)^{2018}$.

【考点】 2C: 实数的运算; 6F: 负整数指数幂; T5: 特殊角的三角函数值.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 首先计算乘方, 然后计算乘法, 最后从左向右依次计算, 求出算式的值是多少即可.

【解答】 解: $|1 - \sqrt{2}| - 2\sin 45^\circ + 2^{-1} - (-1)^{2018}$
 $= \sqrt{2} - 1 - 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 0.5 - 1$
 $= -1.5$

【点评】 此题主要考查了实数的运算, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确: 在进行实数运算时, 和有理数运算一样, 要从高级到低级, 即先算乘方、开方, 再算乘除, 最后算加减, 有括号的要先算括号里面的, 同级运算要按照从左到右的顺序进行. 另外, 有理数的运算律在实数范围内仍然适用.

18. (6 分) 解不等式组: $\begin{cases} 3x+2 > 2(x-1), & \text{①} \\ 4x-2 \leq 3x-2 & \text{②} \end{cases}$ 并把解集在数轴上表示出来.

【考点】 C4: 在数轴上表示不等式的解集; CB: 解一元一次不等式组.

【专题】 11: 计算题; 524: 一元一次不等式(组)及应用.

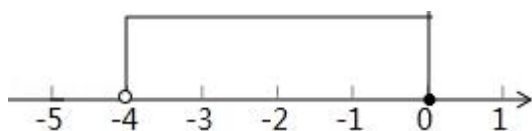
【分析】 首先解出两个不等式的解集, 再根据大小小大中间找确定不等式组的解集.

【解答】 解: 解不等式①, 得: $x > -4$,

解不等式②, 得: $x \leq 0$,

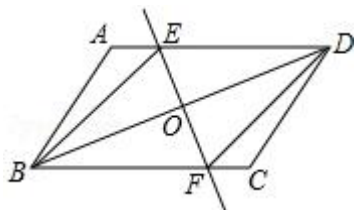
则不等式组的解集为 $-4 < x \leq 0$,

将解集表示在数轴上如下:



【点评】此题主要考查了解一元一次不等式组，关键是掌握解集的规律：同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到．

19. (6分) 如图，在 $\square ABCD$ 中，作对角线 BD 的垂直平分线 EF ，垂足为 O ，分别交 AD ， BC 于 E ， F ，连接 BE ， DF ．求证：四边形 $BFDE$ 是菱形．



【考点】KG：线段垂直平分线的性质；L5：平行四边形的性质；L9：菱形的判定．

【专题】55：几何图形．

【分析】根据平行四边形的性质以及全等三角形的判定方法证明出 $\triangle DOE \cong \triangle BOF$ ，得到 $OE = OF$ ，利用对角线互相平分的四边形是平行四边形得出四边形 $EBFD$ 是平行四边形，进而利用对角线互相垂直的平行四边形是菱形得出四边形 $BFDE$ 为菱形．

【解答】证明： $\because$ 在 $\square ABCD$ 中， O 为对角线 BD 的中点，

$$\therefore BO = DO, \angle EDB = \angle FBO,$$

在 $\triangle EOD$ 和 $\triangle FOB$ 中，

$$\begin{cases} \angle EDO = \angle FBO \\ OD = OB \\ \angle EOD = \angle FOB \end{cases},$$

$$\therefore \triangle DOE \cong \triangle BOF (ASA);$$

$$\therefore OE = OF,$$

$$\text{又} \because OB = OD,$$

$$\therefore \text{四边形 } EBFD \text{ 是平行四边形},$$

$$\because EF \perp BD,$$

$$\therefore \text{四边形 } BFDE \text{ 为菱形}.$$

【点评】此题主要考查了菱形的判定，平行四边形的性质以及全等三角形的判定与性质等知识，得出 $OE = OF$ 是解题关键．

20. (8分) 6月14日是“世界献血日”，某市采取自愿报名的方式组织市民义务献血．献血时要对献血者的血型进行检测，检测结果有“A型”、“B型”、“AB型”、“O型”4种类

型．在献血者人群中，随机抽取了部分献血者的血型结果进行统计，并根据这个统计结果制作了两幅不完整的图表：

血型	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>AB</i>	<i>O</i>
人数	<u>12</u>	10	5	<u>23</u>

(1) 这次随机抽取的献血者人数为 50 人， $m =$ 20 ；

(2) 补全上表中的数据；

(3) 若这次活动中该市有 3000 人义务献血，请你根据抽样结果回答：

从献血者人群中任抽取一人，其血型是 *A* 型的概率是多少？并估计这 3000 人中大约有多少人是 *A* 型血？



【考点】 V5：用样本估计总体；VA：统计表；VB：扇形统计图；X4：概率公式．

【专题】 11：计算题．

【分析】 (1) 用 *AB* 型的人数除以它所占的百分比得到随机抽取的献血者的总人数，然后计算 m 的值；

(2) 先计算出 *O* 型的人数，再计算出 *A* 型人数，从而可补全上表中的数据；

(3) 用样本中 *A* 型的人数除以 50 得到血型是 *A* 型的概率，然后用 3000 乘以此概率可估计这 3000 人中是 *A* 型血的人数．

【解答】 解：(1) 这次随机抽取的献血者人数为 $5 \div 10\% = 50$ (人)，

$$\text{所以 } m = \frac{10}{50} \times 100 = 20;$$

故答案为 50，20；

(2) *O* 型献血的人数为 $46\% \times 50 = 23$ (人)，

A 型献血的人数为 $50 - 10 - 5 - 23 = 12$ (人)，

如图，

故答案为 12，23；

(3) 从献血者人群中任抽取一人, 其血型是 A 型的概率 $= \frac{12}{50} = \frac{6}{25}$,

$$3000 \times \frac{6}{25} = 720,$$

估计这 3000 人中大约有 720 人是 A 型血.

【点评】 本题考查了概率公式: 随机事件 A 的概率 $P(A) = \frac{\text{事件 } A \text{ 可能出现的结果数}}{\text{所有可能出现的结果数}}$. 也考查了统计图.

21. (8 分) 郴州市正在创建“全国文明城市”, 某校拟举办“创文知识”抢答赛, 欲购买 A 、 B 两种奖品以鼓励抢答者. 如果购买 A 种 20 件, B 种 15 件, 共需 380 元; 如果购买 A 种 15 件, B 种 10 件, 共需 280 元.

(1) A 、 B 两种奖品每件各多少元?

(2) 现要购买 A 、 B 两种奖品共 100 件, 总费用不超过 900 元, 那么 A 种奖品最多购买多少件?

【考点】 9A: 二元一次方程组的应用; C9: 一元一次不等式的应用.

【专题】 521: 一次方程(组)及应用; 524: 一元一次不等式(组)及应用.

【分析】 (1) 设 A 种奖品每件 x 元, B 种奖品每件 y 元, 根据“如果购买 A 种 20 件, B 种 15 件, 共需 380 元; 如果购买 A 种 15 件, B 种 10 件, 共需 280 元”, 即可得出关于 x 、 y 的二元一次方程组, 解之即可得出结论;

(2) 设 A 种奖品购买 a 件, 则 B 种奖品购买 $(100 - a)$ 件, 根据总价 = 单价 $\times$ 购买数量结合总费用不超过 900 元, 即可得出关于 a 的一元一次不等式, 解之取其中最大的整数即可得出结论.

【解答】 解: (1) 设 A 种奖品每件 x 元, B 种奖品每件 y 元,

根据题意得:
$$\begin{cases} 20x + 15y = 380 \\ 15x + 10y = 280 \end{cases},$$

解得:
$$\begin{cases} x = 16 \\ y = 4 \end{cases}.$$

答: A 种奖品每件 16 元, B 种奖品每件 4 元.

(2) 设 A 种奖品购买 a 件, 则 B 种奖品购买 $(100 - a)$ 件,

根据题意得: $16a + 4(100 - a) \leq 900$,

解得: $a \leq \frac{125}{3}$.

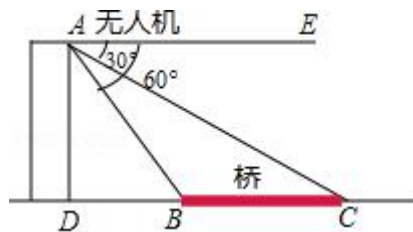
$\because a$ 为整数,

$\therefore a \leq 41$.

答：A 种奖品最多购买 41 件．

【点评】 本题考查了一元一次不等式的应用以及二元一次方程组的应用，解题的关键是：（1）找准等量关系，正确列出二元一次方程组；（2）根据各数量间的关系，找出关于 a 的一元一次不等式．

22.（8 分）小亮在某桥附近试飞无人机，如图，为了测量无人机飞行的高度 AD ，小亮通过操控器指令无人机测得桥头 B, C 的俯角分别为 $\angle EAB = 60^\circ$ ， $\angle EAC = 30^\circ$ ，且 D, B, C 在同一水平线上．已知桥 $BC = 30$ 米，求无人机飞行的高度 AD ．（精确到 0.01 米．参考数据： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ）



【考点】 TA：解直角三角形的应用 - 仰角俯角问题．

【专题】 55E：解直角三角形及其应用．

【分析】 由 $\angle EAB = 60^\circ$ 、 $\angle EAC = 30^\circ$ 可得出 $\angle CAD = 60^\circ$ 、 $\angle BAD = 30^\circ$ ，进而可得出

$CD = \sqrt{3}AD$ 、 $BD = \frac{\sqrt{3}}{3}AD$ ，再结合 $BC = 30$ 即可求出 AD 的长度．

【解答】 解： $\because \angle EAB = 60^\circ$ ， $\angle EAC = 30^\circ$ ，

$\therefore \angle CAD = 60^\circ$ ， $\angle BAD = 30^\circ$ ，

$\therefore CD = AD \cdot \tan \angle CAD = \sqrt{3}AD$ ， $BD = AD \cdot \tan \angle BAD = \frac{\sqrt{3}}{3}AD$ ，

$\therefore BC = CD - BD = \frac{2\sqrt{3}}{3}AD = 30$ ，

$\therefore AD = 15\sqrt{3} \approx 25.98$ ．

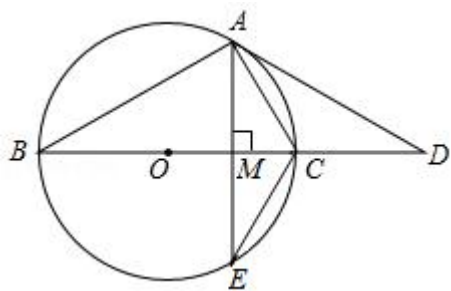
【点评】 本题考查了解直角三角形的应用中的仰角俯角问题，通过解直角三角形找出 $CD =$

$\sqrt{3}AD$ 、 $BD = \frac{\sqrt{3}}{3}AD$ 是解题的关键．

23.（8 分）已知 BC 是 $\odot O$ 的直径，点 D 是 BC 延长线上一点， $AB = AD$ ， AE 是 $\odot O$ 的弦， $\angle AEC = 30^\circ$ ．

（1）求证：直线 AD 是 $\odot O$ 的切线；

（2）若 $AE \perp BC$ ，垂足为 M ， $\odot O$ 的半径为 4，求 AE 的长．



【考点】M2：垂径定理；M5：圆周角定理；ME：切线的判定与性质．

【专题】14：证明题．

【分析】（1）先求出 $\angle ABC = 30^\circ$ ，进而求出 $\angle BAD = 120^\circ$ ，即可求出 $\angle OAB = 30^\circ$ ，结论得证；

（2）先求出 $\angle AOC = 60^\circ$ ，用三角函数求出 AM ，再用垂径定理即可得出结论．

【解答】解：（1）如图，

$$\because \angle AEC = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = 30^\circ,$$

$$\because AB = AD,$$

$$\therefore \angle D = \angle ABC = 30^\circ,$$

根据三角形的内角和定理得， $\angle BAD = 120^\circ$ ，

连接 OA ， $\therefore OA = OB$ ，

$$\therefore \angle OAB = \angle ABC = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle OAD = \angle BAD - \angle OAB = 90^\circ,$$

$$\therefore OA \perp AD,$$

$\therefore$ 点 A 在 $\odot O$ 上，

$\therefore$ 直线 AD 是 $\odot O$ 的切线；

（2）连接 OA ， $\because \angle AEC = 30^\circ$ ，

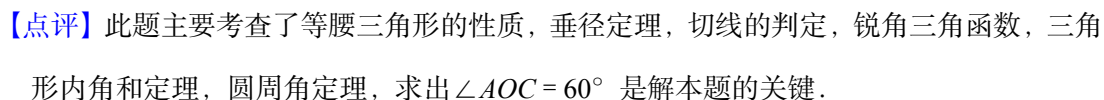
$$\therefore \angle AOC = 60^\circ,$$

$\because BC \perp AE$ 于 M ，

$$\therefore AE = 2AM, \angle OMA = 90^\circ,$$

在 $\text{Rt}\triangle AOM$ 中， $AM = OA \cdot \sin \angle AOM = 4 \times \sin 60^\circ = 2\sqrt{3}$ ，

$$\therefore AE = 2AM = 4\sqrt{3}.$$



因为 $y = \frac{x-2}{x} = 1 - \frac{2}{x}$, 即 $y = -\frac{2}{x} + 1$, 所以我们对比函数 $y = -\frac{2}{x}$ 来探究.

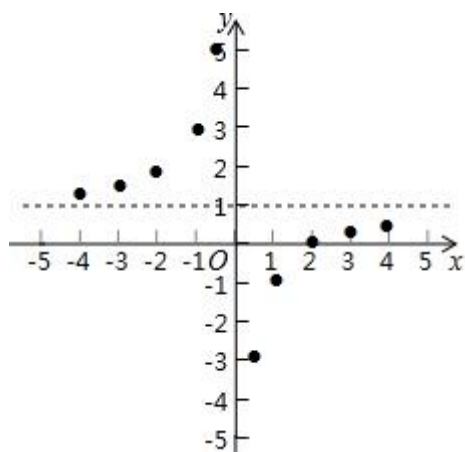
x	...	-4	-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	4	...
$y = -\frac{2}{x}$	...	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	1	2	4	-4	-2	-1	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{2}$	...
$y = \frac{x-2}{x}$	...	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	2	3	5	-3	-1	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	...

标, 描出相应的点, 如图所示:

(2) 观察图象并分析表格, 回答下列问题:

② $y = \frac{x-2}{x}$ 的图象是由 $y = -\frac{2}{x}$ 的图象向 上 平移 1 个单位而得到；

(3) 设 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 是函数 $y = \frac{x-2}{x}$ 的图象上的两点, 且 $x_1+x_2=0$, 试求 y_1+y_2+3 的值.



【考点】 G2：反比例函数的图象； G4：反比例函数的性质； G6：反比例函数图象上点的坐标特征．

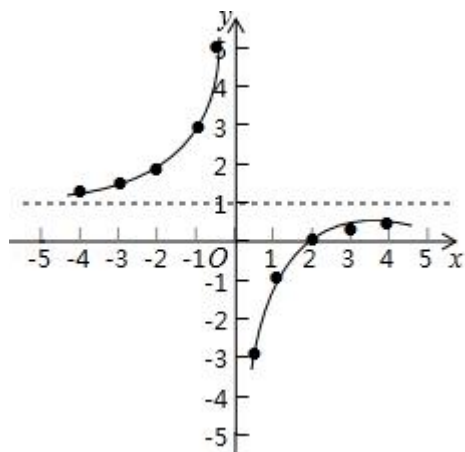
【专题】 534：反比例函数及其应用．

【分析】（1）用光滑曲线顺次连接即可；

（2）利用图象法即可解决问题；

（3）根据中心对称的性质，可知 $A(x_1, y_1)$ ， $B(x_2, y_2)$ 关于 $(0, 1)$ 对称，由此即可解决问题；

【解答】解：（1）函数图象如图所示：



（2）①当 $x < 0$ 时， y 随 x 的增大而增大；

② $y = \frac{x-2}{x}$ 的图象是由 $y = -\frac{2}{x}$ 的图象向上平移 1 个单位而得到；

③ 图象关于点 $(0, 1)$ 中心对称．（填点的坐标）

故答案为增大，上，1， $(0, 1)$

（3） $\because x_1 + x_2 = 0$ ，

$$\therefore x_1 = -x_2,$$

$\therefore A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 关于 $(0, 1)$ 对称,

$$\therefore y_1 + y_2 = 2,$$

$$\therefore y_1 + y_2 + 3 = 5.$$

【点评】 本题考查反比例函数的性质、中心对称的性质等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型.

25. (10分) 如图1, 已知抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于 $A(-1, 0), B(3, 0)$ 两点, 与 y 轴交于 C 点, 点 P 是抛物线上在第一象限内的一个动点, 且点 P 的横坐标为 t .

(1) 求抛物线的表达式;

(2) 设抛物线的对称轴为 l , l 与 x 轴的交点为 D . 在直线 l 上是否存在点 M , 使得四边形 $CDPM$ 是平行四边形? 若存在, 求出点 M 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

(3) 如图2, 连接 BC, PB, PC , 设 $\triangle PBC$ 的面积为 S .

①求 S 关于 t 的函数表达式;

②求 P 点到直线 BC 的距离的最大值, 并求出此时点 P 的坐标.

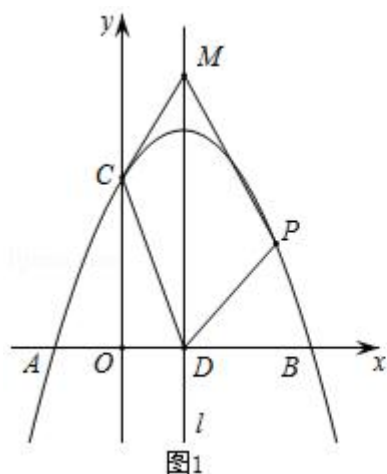


图1

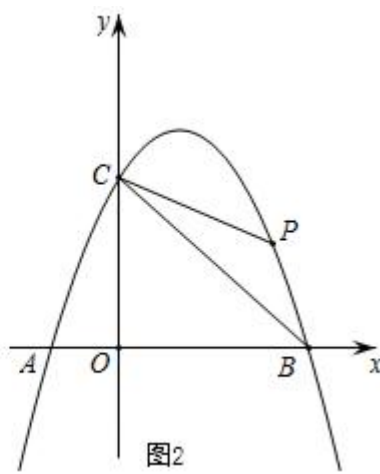


图2

【考点】 HF: 二次函数综合题.

【专题】 537: 函数的综合应用.

【分析】 (1) 由点 A, B 的坐标, 利用待定系数法即可求出抛物线的表达式;

(2) 连接 PC , 交抛物线对称轴 l 于点 E , 由点 A, B 的坐标可得出对称轴 l 为直线 $x = 1$, 利用平行四边形对角线互相平分可得出点 P, E 的坐标, 进而可得出点 M 的坐标;

(3) ①过点 P 作 $PF \parallel y$ 轴, 交 BC 于点 F , 由点 B, C 的坐标利用待定系数法可求出直线 BC 的解析式, 根据点 P 的坐标可得出点 F 的坐标, 进而可得出 PF 的长度, 再由三角形的面积公式即可求出 S 关于 t 的函数表达式;

②利用二次函数的性质找出 S 的最大值，利用勾股定理可求出线段 BC 的长度，利用面积法可求出 P 点到直线 BC 的距离的最大值，再找出此时点 P 的坐标即可得出结论.

【解答】解：（1）将 $A(-1, 0)$ 、 $B(3, 0)$ 代入 $y = -x^2 + bx + c$,

$$\begin{cases} -1 - b + c = 0 \\ -9 + 3b + c = 0 \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} b = 2 \\ c = 3 \end{cases},$$

$\therefore$ 抛物线的表达式为 $y = -x^2 + 2x + 3$.

（2）在图 1 中，连接 PC ，交抛物线对称轴 l 于点 E ,

$\because$ 抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于 $A(-1, 0)$ 、 $B(3, 0)$ 两点，

$\therefore$ 抛物线的对称轴为直线 $x = 1$.

当 $x = 0$ 时， $y = -x^2 + 2x + 3 = 3$,

$\therefore$ 点 C 的坐标为 $(0, 3)$.

若四边形 $CDPM$ 是平行四边形，则 $CE = PE$ ， $DE = ME$,

$\because$ 点 C 的横坐标为 0，点 E 的横坐标为 1，

$\therefore$ 点 P 的横坐标 $t = 1 \times 2 - 0 = 2$,

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(2, 3)$,

$\therefore$ 点 E 的坐标为 $(1, 3)$,

$\therefore$ 点 M 的坐标为 $(1, 6)$.

故在直线 l 上存在点 M ，使得四边形 $CDPM$ 是平行四边形，点 M 的坐标为 $(1, 6)$.

（3）①在图 2 中，过点 P 作 $PF \parallel y$ 轴，交 BC 于点 F .

设直线 BC 的解析式为 $y = mx + n$ ($m \neq 0$),

将 $B(3, 0)$ 、 $C(0, 3)$ 代入 $y = mx + n$,

$$\begin{cases} 3m + n = 0 \\ n = 3 \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} m = -1 \\ n = 3 \end{cases},$$

$\therefore$ 直线 BC 的解析式为 $y = -x + 3$.

$\because$ 点 P 的坐标为 $(t, -t^2 + 2t + 3)$,

$\therefore$ 点 F 的坐标为 $(t, -t + 3)$,

$\therefore PF = -t^2 + 2t + 3 - (-t + 3) = -t^2 + 3t$,

$$\therefore S = \frac{1}{2} PF \cdot OB = -\frac{3}{2} t^2 + \frac{9}{2} t = -\frac{3}{2} \left(t - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{27}{8}.$$

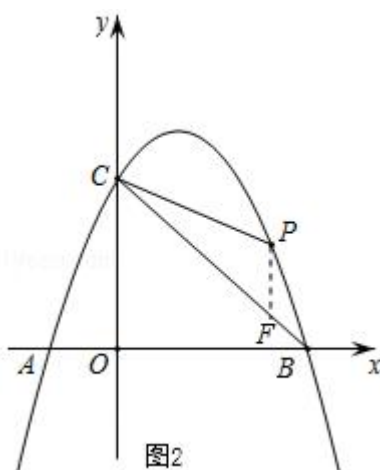
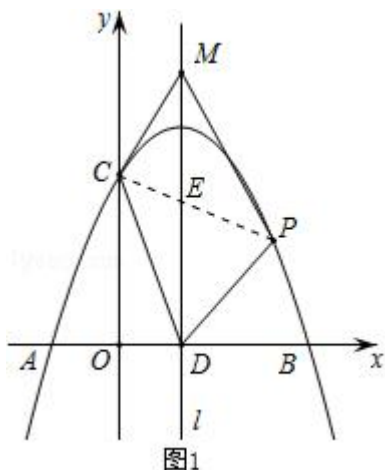
② $\because -\frac{3}{2} < 0$,

$\therefore$ 当 $t = \frac{3}{2}$ 时， S 取最大值，最大值为 $\frac{27}{8}$.

$\because$ 点 B 的坐标为 $(3, 0)$, 点 C 的坐标为 $(0, 3)$,

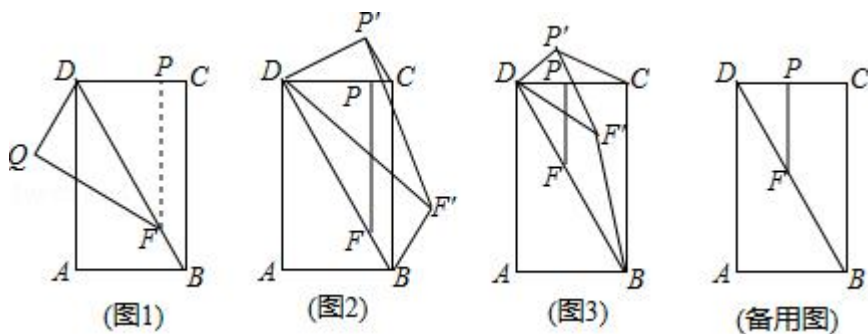
$$\therefore \text{线段 } BC = \sqrt{OB^2 + OC^2} = 3\sqrt{2},$$

$\therefore P$ 点到直线 BC 的距离的最大值为 $\frac{\frac{27}{8} \times 2}{3\sqrt{2}} = \frac{9\sqrt{2}}{8}$, 此时点 P 的坐标为 $(\frac{3}{2}, \frac{15}{4})$.



【点评】 本题考查了待定系数法求一次（二次）函数解析式、平行四边形的判定与性质、三角形的面积、一次（二次）函数图象上点的坐标特征以及二次函数的性质，解题的关键是：（1）由点的坐标，利用待定系数法求出抛物线表达式；（2）利用平行四边形的对角线互相平分找出点 E 的坐标；（3）①利用三角形的面积公式找出 S 关于 t 的函数表达式；②利用二次函数的性质结合面积法求出 P 点到直线 BC 的距离的最大值。

26. (12 分) 在矩形 $ABCD$ 中, $AD > AB$, 点 P 是 CD 边上的任意一点 (不含 C, D 两端点), 过点 P 作 $PF \parallel BC$, 交对角线 BD 于点 F .



(1) 如图 1, 将 $\triangle PDF$ 沿对角线 BD 翻折得到 $\triangle QDF$, QF 交 AD 于点 E .

求证: $\triangle DEF$ 是等腰三角形;

(2) 如图 2, 将 $\triangle PDF$ 绕点 D 逆时针方向旋转得到 $\triangle P'DF$, 连接 $P'C, FB$. 设旋转角为 α ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$).

①若 $0^\circ < \alpha < \angle BDC$, 即 DF 在 $\angle BDC$ 的内部时, 求证: $\triangle DP'C \sim \triangle DF'B$.

②如图 3,若点 P 是 CD 的中点, $\triangle DFB$ 能否为直角三角形? 如果能, 试求出此时 $\tan \angle DBF$ 的值, 如果不能, 请说明理由.

【考点】SO: 相似形综合题.

【专题】15: 综合题.

【分析】(1) 根据翻折的性质以及平行线的性质可知 $\angle DFQ = \angle ADF$, 所以 $\triangle DEF$ 是等腰三角形;

(2) ①由于 $PF \parallel BC$, 所以 $\triangle DPF \sim \triangle DCB$, 从而易证 $\triangle DP'F' \sim \triangle DCB$;

②由于 $\triangle DFB$ 是直角三角形, 但不知道哪个的角是直角, 故需要对该三角形的内角进行分类讨论.

【解答】解: (1) 由翻折可知: $\angle DFP = \angle DFQ$,

$$\because PF \parallel BC,$$

$$\therefore \angle DFP = \angle ADF,$$

$$\therefore \angle DFQ = \angle ADF,$$

$$\therefore \triangle DEF \text{ 是等腰三角形,}$$

(2) ①若 $0^\circ < \alpha < \angle BDC$, 即 DF 在 $\angle BDC$ 的内部时,

$$\because \angle P'DF' = \angle PDF,$$

$$\therefore \angle P'DF' - \angle F'DC = \angle PDF - \angle F'DC,$$

$$\therefore \angle P'DC = \angle F'DB,$$

由旋转的性质可知:

$$\triangle DP'F' \cong \triangle DPF,$$

$$\because PF \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle DPF \sim \triangle DCB,$$

$$\therefore \triangle DP'F' \sim \triangle DCB$$

$$\therefore \frac{DC}{DB} = \frac{DP'}{DF'},$$

$$\therefore \triangle DP'C \sim \triangle DFB$$

②当 $\angle F'DB = 90^\circ$ 时, 如图所示,

$$\because DF' = DF = \frac{1}{2}BD,$$

$$\therefore \frac{DF'}{BD} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \tan \angle DBF' = \frac{DF'}{BD} = \frac{1}{2},$$

当 $\angle DBF' = 90^\circ$,

此时 DF' 是斜边,

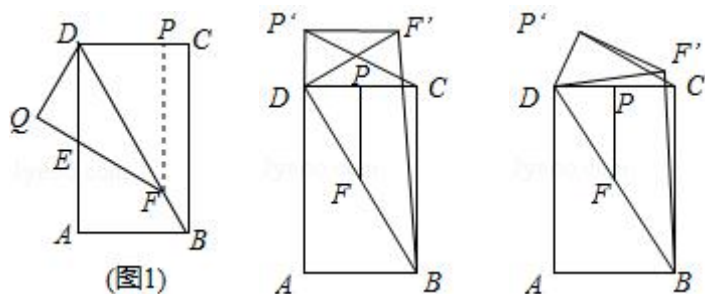
即 $DF' > DB$, 不符合题意,

当 $\angle DF'B = 90^\circ$ 时, 如图所示,

$$\therefore DF' = DF = \frac{1}{2}BD,$$

$$\therefore \angle DBF' = 30^\circ ,$$

$$\therefore \tan \angle DBF' = \frac{\sqrt{3}}{3}$$



【点评】 本题考查相似三角形的性质与判定, 涉及旋转的性质, 锐角三角函数的定义, 相似三角形的性质以及判定等知识, 综合程度较高, 需要学生灵活运用知识.