

2018 年湖南省衡阳市中考数学试卷

一、选择题（本题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分）

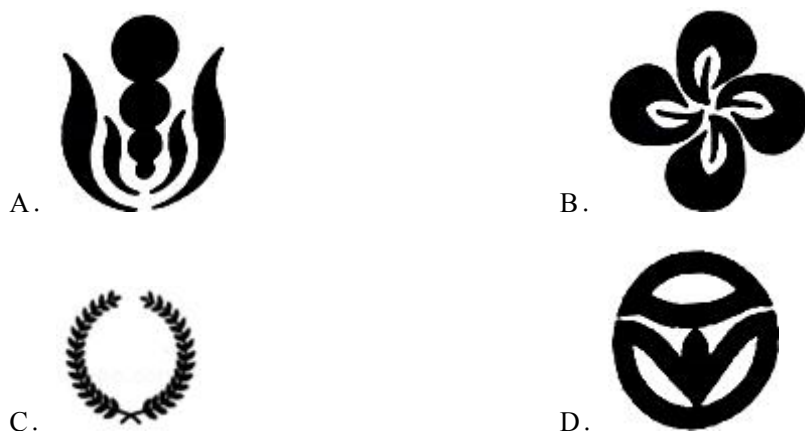
1. (3 分) -4 的相反数是 ()

- A. 4 B. -4 C. $-\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{4}$

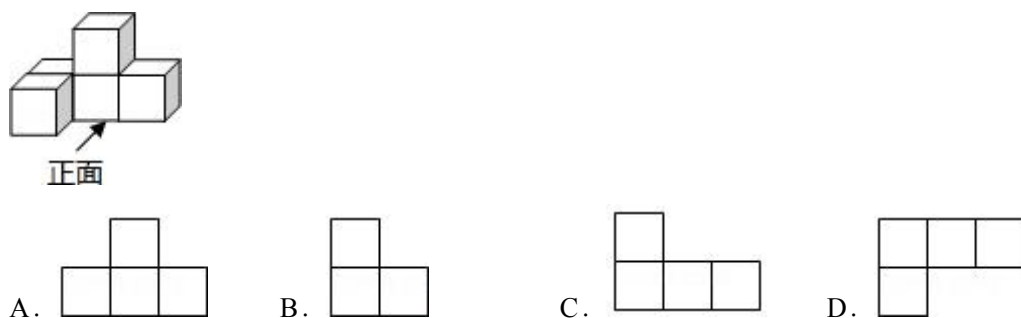
2. (3 分) 2018 年我市财政计划安排社会保障和公共卫生等支出约 1800000000 元支持民生幸福工程，数 1800000000 用科学记数法表示为 ()

- A. 18×10^8 B. 1.8×10^8 C. 1.8×10^9 D. 0.18×10^{10}

3. (3 分) 下列生态环保标志中，是中心对称图形的是 ()



4. (3 分) 如图是由 5 个大小相同的小正方体摆成的立体图形，它的主视图是 ()



5. (3 分) 已知抛一枚均匀硬币正面朝上的概率为 $\frac{1}{2}$ ，下列说法错误的是 ()

- A. 连续抛一枚均匀硬币 2 次必有 1 次正面朝上
- B. 连续抛一枚均匀硬币 10 次都可能正面朝上
- C. 大量反复抛一枚均匀硬币，平均每 100 次出现正面朝上约 50 次
- D. 通过抛一枚均匀硬币确定谁先发球的比赛规则是公平的

6. (3 分) 下列各式中正确的是 ()

- A. $\sqrt{9} = \pm 3$ B. $\sqrt{(-3)^2} = -3$ C. $\sqrt[3]{9} = 3$ D. $\sqrt{12} - \sqrt{3} = \sqrt{3}$

7. (3分) 下面运算结果为 a^6 的是 ()

- A. a^3+a^3 B. $a^8 \div a^2$ C. $a^2 \cdot a^3$ D. $(-a^2)^3$

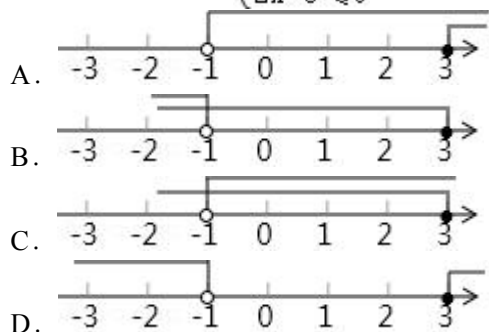
8. (3分) 衡阳市某生态示范园计划种植一批梨树, 原计划总产值 30 万千克, 为了满足市场需求, 现决定改良梨树品种, 改良后平均每亩产量是原来的 1.5 倍, 总产量比原计划增加了 6 万千克, 种植亩数减少了 10 亩, 则原来平均每亩产量是多少万千克? 设原来平均每亩产量为 x 万千克, 根据题意, 列方程为 ()

- A. $\frac{30}{x} - \frac{36}{1.5x} = 10$ B. $\frac{30}{x} - \frac{30}{1.5x} = 10$
C. $\frac{36}{1.5x} - \frac{30}{x} = 10$ D. $\frac{30}{x} + \frac{36}{1.5x} = 10$

9. (3分) 下列命题是假命题的是 ()

- A. 正五边形的内角和为 540°
B. 矩形的对角线相等
C. 对角线互相垂直的四边形是菱形
D. 圆内接四边形的对角互补

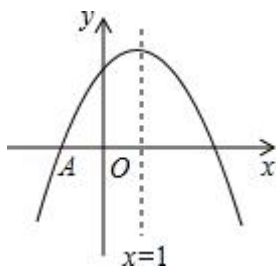
10. (3分) 不等式组 $\begin{cases} x+1 > 0 \\ 2x-6 \leq 0 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示正确的是 ()



11. (3分) 对于反比例函数 $y = -\frac{2}{x}$, 下列说法不正确的是 ()

- A. 图象分布在第二、四象限
B. 当 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而增大
C. 图象经过点 $(1, -2)$
D. 若点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 都在图象上, 且 $x_1 < x_2$, 则 $y_1 < y_2$

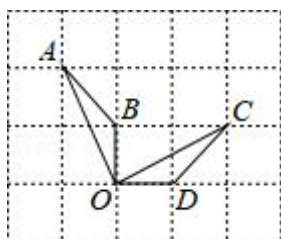
12. (3分) 如图, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴交于点 $A(-1, 0)$, 顶点坐标 $(1, n)$ 与 y 轴的交点在 $(0, 2)$, $(0, 3)$ 之间 (包含端点), 则下列结论: ① $3a+b < 0$; ② $-1 \leq a \leq -\frac{2}{3}$; ③ 对于任意实数 m , $a+b \geq am^2 + bm$ 总成立; ④ 关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c = n - 1$ 有两个不相等的实数根. 其中结论正确的个数为 ()



- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

二、填空题（本题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

- 13.（3 分）如图，点 A 、 B 、 C 、 D 、 O 都在方格纸的格点上，若 $\triangle COD$ 是由 $\triangle AOB$ 绕点 O 按顺时针方向旋转而得到的，则旋转的角度为_____.

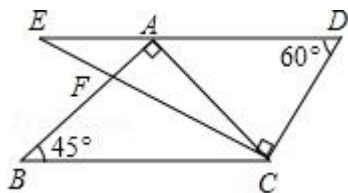


- 14.（3 分）某公司有 10 名工作人员，他们的月工资情况如表，根据表中信息，该公司工作人员的月工资的众数是_____.

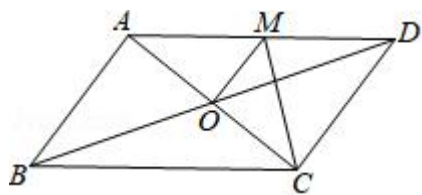
职务	经理	副经理	A 类职员	B 类职员	C 类职员
人数	1	2	2	4	1
月工资（万元/人）	2	1.2	0.8	0.6	0.4

- 15.（3 分）计算： $\frac{x^2}{x+1} - \frac{1}{x+1} =$ _____.

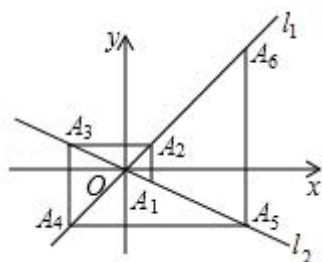
- 16.（3 分）将一副三角板如图放置，使点 A 落在 DE 上，若 $BC \parallel DE$ ，则 $\angle AFC$ 的度数为_____.



- 17.（3 分）如图， $\square ABCD$ 的对角线相交于点 O ，且 $AD \neq CD$ ，过点 O 作 $OM \perp AC$ ，交 AD 于点 M 。如果 $\triangle CDM$ 的周长为 8，那么 $\square ABCD$ 的周长是_____.



18. (3分) 如图, 在平面直角坐标系中, 函数 $y=x$ 和 $y=-\frac{1}{2}x$ 的图象分别为直线 l_1 , l_2 , 过点 $A_1(1, -\frac{1}{2})$ 作 x 轴的垂线交 l_1 于点 A_2 , 过点 A_2 作 y 轴的垂线交 l_2 于点 A_3 , 过点 A_3 作 x 轴的垂线交 l_1 于点 A_4 , 过点 A_4 作 y 轴的垂线交 l_2 于点 A_5 , $\cdots$ 依次进行下去, 则点 A_{2018} 的横坐标为_____.

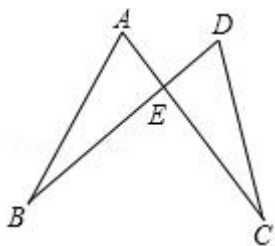


三、解答题 (本题共 8 个小题, 19-20 题每题 6 分, 21-24 题每题 8 分, 25 题 10 分, 26 题 12 分)

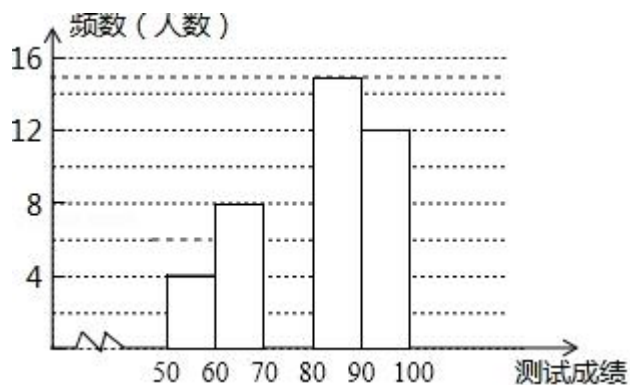
19. (6分) 先化简, 再求值: $(x+2)(x-2)+x(1-x)$, 其中 $x=-1$.

20. (6分) 如图, 已知线段 AC , BD 相交于点 E , $AE=DE$, $BE=CE$.

- (1) 求证: $\triangle ABE \cong \triangle DCE$;
(2) 当 $AB=5$ 时, 求 CD 的长.



21. (8分) “赏中华诗词, 寻文化基因, 品生活之美”, 某校举办了首届“中国诗词大会”, 经选拔后有 50 名学生参加决赛, 根据测试成绩 (成绩都不低于 50 分) 绘制出如图所示的部分频数分布直方图.

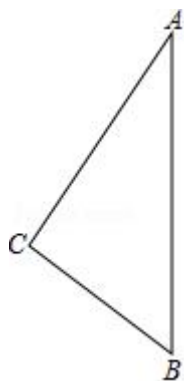


请根据图中信息完成下列各题.

- (1) 将频数分布直方图补充完整人数;
- (2) 若测试成绩不低于 80 分为优秀, 则本次测试的优秀率是多少;
- (3) 现将从包括小明和小强在内的 4 名成绩优异的同学中随机选取两名参加市级比赛, 求小明与小强同时被选中的概率.

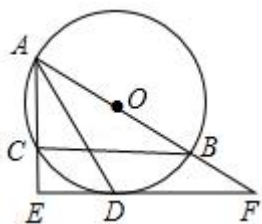
22. (8 分) 一名徒步爱好者来衡阳旅行, 他从宾馆 C 出发, 沿北偏东 30° 的方向行走 2000 米到达石鼓书院 A 处, 参观后又从 A 处沿正南方向行走一段距离, 到达位于宾馆南偏东 45° 方向的雁峰公园 B 处, 如图所示.

- (1) 求这名徒步爱好者从石鼓书院走到雁峰公园的途中与宾馆之间的最短距离;
- (2) 若这名徒步爱好者以 100 米/分的速度从雁峰公园返回宾馆, 那么他在 15 分钟内能否到达宾馆?



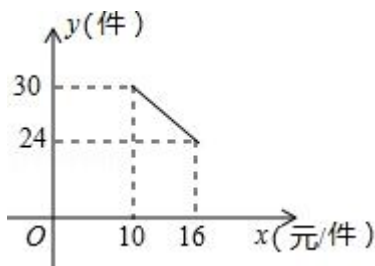
23. (8 分) 如图, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, AB 为直径, $\angle BAC$ 的平分线交 $\odot O$ 于点 D , 过点 D 作 $DE \perp AC$ 分别交 AC 、 AB 的延长线于点 E 、 F .

- (1) 求证: EF 是 $\odot O$ 的切线;
- (2) 若 $AC = 4$, $CE = 2$, 求 $\widehat{BD}$ 的长度. (结果保留 π)



24. (8分) 一名在校大学生利用“互联网+”自主创业，销售一种产品，这种产品的成本价10元/件，已知销售价不低于成本价，且物价部门规定这种产品的销售价不高于16元/件，市场调查发现，该产品每天的销售量 y (件)与销售价 x (元/件)之间的函数关系如图所示.

- (1) 求 y 与 x 之间的函数关系式，并写出自变量 x 的取值范围；
- (2) 求每天的销售利润 W (元)与销售价 x (元/件)之间的函数关系式，并求出每件销售价为多少元时，每天的销售利润最大？最大利润是多少？



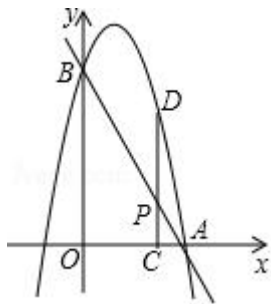
25. (10分) 如图，已知直线 $y = -2x + 4$ 分别交 x 轴、 y 轴于点 A 、 B ，抛物线过 A 、 B 两点，点 P 是线段 AB 上一动点，过点 P 作 $PC \perp x$ 轴于点 C ，交抛物线于点 D .

- (1) 若抛物线的解析式为 $y = -2x^2 + 2x + 4$ ，设其顶点为 M ，其对称轴交 AB 于点 N .

①求点 M 、 N 的坐标；

②是否存在点 P ，使四边形 $MNP D$ 为菱形？并说明理由；

(2) 当点 P 的横坐标为1时，是否存在这样的抛物线，使得以 B 、 P 、 D 为顶点的三角形与 $\triangle AOB$ 相似？若存在，求出满足条件的抛物线的解析式；若不存在，请说明理由.



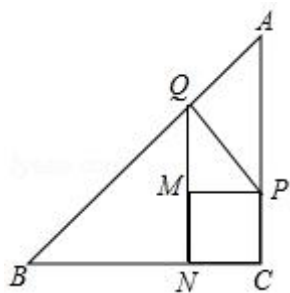
26. (12分) 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = BC = 4\text{cm}$ ，动点 P 从点 C 出发以 1cm/s 的速度沿 CA 匀速运动，同时动点 Q 从点 A 出发以 $\sqrt{2}\text{cm/s}$ 的速度沿 AB 匀速运动，当点

P 到达点 A 时，点 P 、 Q 同时停止运动，设运动时间为 $t(s)$ 。

(1) 当 t 为何值时，点 B 在线段 PQ 的垂直平分线上？

(2) 是否存在某一时刻 t ，使 $\triangle APQ$ 是以 PQ 为腰的等腰三角形？若存在，求出 t 的值；若不存在，请说明理由；

(3) 以 PC 为边，往 CB 方向作正方形 $CPMN$ ，设四边形 $QNCP$ 的面积为 S ，求 S 关于 t 的函数关系式。



2018 年湖南省衡阳市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分）

1. 【分析】根据只有符号不同的两个数互为相反数，0 的相反数是 0 即可求解．

【解答】解：-4 的相反数是 4．

故选：A．

【点评】此题主要考查相反数的意义，解决本题的关键是熟记相反数的定义．

2. 【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数．对于较大数 n 为原整数位减 1．

【解答】解： $1800000000 = 1.8 \times 10^9$ ，

故选：C．

【点评】此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．

3. 【分析】根据中心对称图形的定义对各选项分析判断即可得解．

【解答】解：A、不是中心对称图形，故本选项错误；

B、是中心对称图形，故本选项正确；

C、不是中心对称图形，故本选项错误；

D、不是中心对称图形，故本选项错误．

故选：B．

【点评】本题考查了中心对称图形的概念，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后两部分重合．

4. 【分析】找到从正面看所得到的图形即可，注意所有的看到的棱都应表现在主视图中．

【解答】解：从正面看易得第一层有 3 个正方形，第二层有 1 个正方形，且位于中间．

故选：A．

【点评】本题考查了三视图的知识，属于基础题，注意掌握主视图是从物体的正面看得到的视图，难度一般．

5. 【分析】根据概率的意义，概率是反映事件发生机会的大小的概念，只是表示发生的机会的大小，机会大也不一定发生．

【解答】解：A、连续抛一均匀硬币 2 次必有 1 次正面朝上，不正确，有可能两次都正面

朝上，也可能都反面朝上，故此选项错误；

B、连续抛一均匀硬币 10 次都可能正面朝上，是一个随机事件，有可能发生，故此选项正确；

C、大量反复抛一均匀硬币，平均 100 次出现正面朝上约 50 次，也有可能发生，故此选项正确；

D、通过抛一均匀硬币确定谁先发球的比赛规则是公平的，概率均为 $\frac{1}{2}$ ，故此选项正确。

故选：A。

【点评】此题主要考查了概率的意义，关键是弄清随机事件和必然事件的概念的区别。

6. 【分析】原式利用平方根、立方根定义计算即可求出值。

【解答】解：A、原式 = 3，不符合题意；

B、原式 = $|-3| = 3$ ，不符合题意；

C、原式不能化简，不符合题意；

D、原式 = $2\sqrt{3} - \sqrt{3} = \sqrt{3}$ ，符合题意，

故选：D。

【点评】此题考查了立方根，以及算术平方根，熟练掌握各自的性质是解本题的关键。

7. 【分析】根据合并同类项法则、同底数幂的除法、同底数幂的乘法及幂的乘方逐一计算即可判断。

【解答】解：A、 $a^3 + a^3 = 2a^3$ ，此选项不符合题意；

B、 $a^8 \div a^2 = a^6$ ，此选项符合题意；

C、 $a^2 \cdot a^3 = a^5$ ，此选项不符合题意；

D、 $(-a^2)^3 = -a^6$ ，此选项不符合题意；

故选：B。

【点评】本题主要考查整式的运算，解题的关键是掌握合并同类项法则、同底数幂的除法、同底数幂的乘法及幂的乘方。

8. 【分析】根据题意可得等量关系：原计划种植的亩数 - 改良后种植的亩数 = 10 亩，根据等量关系列出方程即可。

【解答】解：设原计划每亩平均产量 x 万千克，则改良后平均每亩产量为 $1.5x$ 万千克，

根据题意列方程为： $\frac{30}{x} - \frac{36}{1.5x} = 10$ 。

故选：A。

【点评】此题主要考查了由实际问题抽象出分式方程，关键是正确理解题意，找出题目中的等量关系．

9. 【分析】根据正多边形的内角和的计算公式、矩形的性质、菱形的判定、圆内接四边形的性质判断即可．

【解答】解：正五边形的内角和 $= (5 - 2) \times 180^\circ = 540^\circ$ ， A 是真命题；

矩形的对角线相等， B 是真命题；

对角线互相垂直的平行四边形是菱形， C 是假命题；

圆内接四边形的对角互补， D 是真命题；

故选：C．

【点评】本题考查的是命题的真假判断，正确的命题叫真命题，错误的命题叫做假命题．判断命题的真假关键是要熟悉课本中的性质定理．

10. 【分析】分别解两个不等式得到 $x > -1$ 和 $x \leq 3$ ，从而得到不等式组的解集为 $-1 < x \leq 3$ ，然后利用此解集对各选项进行判断．

【解答】解：
$$\begin{cases} x+1 > 0 \text{ ①} \\ 2x-6 \leq 0 \text{ ②} \end{cases}$$

解①得 $x > -1$ ，

解②得 $x \leq 3$ ，

所以不等式组的解集为 $-1 < x \leq 3$ ．

故选：C．

【点评】本题考查了解一元一次不等式组：解一元一次不等式组时，一般先求出其中各不等式的解集，再求出这些解集的公共部分，利用数轴可以直观地表示不等式组的解集．解集的规律：同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到．

11. 【分析】根据反比例函数图象的性质对各选项分析判断后利用排除法求解．

【解答】解： A 、 $k = -2 < 0$ ， $\therefore$ 它的图象在第二、四象限，故本选项正确；

B 、 $k = -2 < 0$ ，当 $x > 0$ 时， y 随 x 的增大而增大，故本选项正确；

C 、 $\because -\frac{2}{1} = -2$ ， $\therefore$ 点 $(1, -2)$ 在它的图象上，故本选项正确；

D 、点 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 都在反比例函数 $y = -\frac{2}{x}$ 的图象上，若 $x_1 < x_2 < 0$ ，则 $y_1 < y_2$ ，故本选项错误．

故选：D．

【点评】 本题考查了反比例函数的性质，对于反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$)，(1) $k > 0$ ，反

比例函数图象在一、三象限，在每一个象限内， y 随 x 的增大而减小；(2) $k < 0$ ，反比例函数图象在第二、四象限内，在每一个象限内， y 随 x 的增大而增大.

12. 【分析】 利用抛物线开口方向得到 $a < 0$ ，再由抛物线的对称轴方程得到 $b = -2a$ ，则 $3a+b = a$ ，于是可对①进行判断；利用 $2 \leq c \leq 3$ 和 $c = -3a$ 可对②进行判断；利用二次函数的性质可对③进行判断；根据抛物线 $y = ax^2+bx+c$ 与直线 $y = n-1$ 有两个交点可对④进行判断.

【解答】 解：∵ 抛物线开口向下，

$$\therefore a < 0,$$

而抛物线的对称轴为直线 $x = -\frac{b}{2a} = 1$ ，即 $b = -2a$ ，

$$\therefore 3a+b = 3a-2a = a < 0, \text{ 所以①正确；}$$

$$\therefore 2 \leq c \leq 3,$$

把 $x = -1$ ， $y = 0$ 代入 $y = ax^2+bx+c$ ，

$$\text{得 } a-b+c = 0,$$

$$\therefore c = -3a,$$

$$\therefore 2 \leq -3a \leq 3,$$

$$\therefore -1 \leq a \leq -\frac{2}{3}, \text{ 所以②正确；}$$

∵ 抛物线的顶点坐标 $(1, n)$ ，

∴ $x = 1$ 时，二次函数值有最大值 n ，

$$\therefore a+b+c \geq am^2+bm+c,$$

即 $a+b \geq am^2+bm$ ，所以③正确；

∵ 抛物线的顶点坐标 $(1, n)$ ，

∴ 抛物线 $y = ax^2+bx+c$ 与直线 $y = n-1$ 有两个交点，

∴ 关于 x 的方程 $ax^2+bx+c = n-1$ 有两个不相等的实数根，所以④正确.

故选：D.

【点评】 本题考查了二次函数图象与系数的关系：二次项系数 a 决定抛物线的开口方向和大小. 当 $a > 0$ 时，抛物线向上开口；当 $a < 0$ 时，抛物线向下开口；一次项系数 b 和二次项系数 a 共同决定对称轴的位置：当 a 与 b 同号时，对称轴在 y 轴左；当 a 与 b 异号时，对称轴在 y 轴右. 常数项 c 决定抛物线与 y 轴交点：抛物线与 y 轴交于 $(0, c)$. 抛

物线与 x 轴交点个数由判别式确定： $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ 时，抛物线与 x 轴有 2 个交点； $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ 时，抛物线与 x 轴有 1 个交点； $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ 时，抛物线与 x 轴没有交点.

二、填空题（本题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

13. 【分析】由 $\triangle COD$ 是由 $\triangle AOB$ 绕点 O 按顺时针方向旋转而得到，再结合已知图形可知旋转的角度是 $\angle BOD$ 的大小，然后由图形即可求得答案.

【解答】解： $\because \triangle COD$ 是由 $\triangle AOB$ 绕点 O 按顺时针方向旋转而得，

$$\therefore OB = OD,$$

$\therefore$ 旋转的角度是 $\angle BOD$ 的大小，

$$\because \angle BOD = 90^\circ,$$

$\therefore$ 旋转的角度为 90° .

故答案为： 90° .

【点评】此题考查了旋转的性质. 解此题的关键是理解 $\triangle COD$ 是由 $\triangle AOB$ 绕点 O 按顺时针方向旋转而得的含义，找到旋转角.

14. 【分析】众数指一组数据中出现次数最多的数据，根据众数的定义就可以求解.

【解答】解：由表可知 0.6 万元出现次数最多，有 4 次，

所以该公司工作人员的月工资的众数是 0.6 万元，

故答案为：0.6 万元.

【点评】本题主要考查众数，解题的关键是掌握众数的定义：众数是指一组数据中出现次数最多的数据.

15. 【分析】根据同分母分式的加减，分母不变，只把分子相加减，计算求解即可.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解：} & \frac{x^2}{x+1} - \frac{1}{x+1} \\ &= \frac{(x+1)(x-1)}{x+1} \\ &= x - 1. \end{aligned}$$

故答案为： $x - 1$.

【点评】本题比较容易，考查同分母分式的加减运算，一定注意最后结果能约分的一定要约分.

16. 【分析】先根据 $BC \parallel DE$ 及三角板的度数求出 $\angle EAB$ 的度数，再根据三角形内角与外角的性质即可求出 $\angle AFC$ 的度数.

【解答】解：∵ $BC \parallel DE$ ， $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形，

$$\therefore \angle FBC = \angle EAB = \frac{1}{2} (180^\circ - 90^\circ) = 45^\circ,$$

∵ $\angle AFC$ 是 $\triangle AEF$ 的外角，

$$\therefore \angle AFC = \angle FAE + \angle E = 45^\circ + 30^\circ = 75^\circ.$$

故答案为： 75° .

【点评】本题考查的是平行线的性质及三角形内角与外角的关系，解题时注意：两直线平行，内错角相等.

17. 【分析】根据题意， OM 垂直平分 AC ，所以 $MC = MA$ ，因此 $\triangle CDM$ 的周长 $= AD + CD$ ，可得平行四边形 $ABCD$ 的周长.

【解答】解：∵ $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore OA = OC,$$

$$\therefore OM \perp AC,$$

$$\therefore AM = MC.$$

$$\therefore \triangle CDM \text{ 的周长} = AD + CD = 8,$$

$$\therefore \text{平行四边形 } ABCD \text{ 的周长是 } 2 \times 8 = 16.$$

故答案为 16.

【点评】此题考查了平行四边形的性质及周长的计算，根据线段垂直平分线的性质，证得 $AM = MC$ 是解题的关键.

18. 【分析】根据题意可以发现题目中各点的坐标变化规律，从而可以解答本题.

【解答】解：由题意可得，

$$A_1(1, -\frac{1}{2}), A_2(1, 1), A_3(-2, 1), A_4(-2, -2), A_5(4, -2), A_6(4, 4), \dots,$$

$$\text{可得 } A_{4n+2}(4^n, 4^n)$$

$$\therefore 2018 \div 4 = 504 \cdots 2,$$

$$\therefore A_{2018} \text{ 在第一象限},$$

$$\therefore \text{点 } A_{2018} \text{ 的横坐标为: } 4^{504},$$

故答案为： 4^{504} .

【点评】本题考查一次函数图象上点的坐标特征，解答本题的关键是明确题意，找出题目中点的横坐标的变化规律.

三、解答题（本题共 8 个小题，19-20 题每题 6 分，21-24 题每题 8 分，25 题 10 分，26 题

12分)

19. 【分析】原式利用平方差公式，以及单项式乘以多项式法则计算，去括号合并得到最简结果，把 x 的值代入计算即可求出值.

【解答】解：原式 $=x^2-4+x-x^2=x-4$,

当 $x=-1$ 时，原式 $=-5$.

【点评】此题考查了整式的混合运算-化简求值，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

20. 【分析】(1) 根据 $AE=DE$, $BE=CE$, $\angle AEB$ 和 $\angle DEC$ 是对顶角，利用 SAS 证明 $\triangle AEB \cong \triangle DEC$ 即可.

(2) 根据全等三角形的性质即可解决问题.

【解答】(1) 证明：在 $\triangle AEB$ 和 $\triangle DEC$ 中，

$$\begin{cases} AE=DE \\ \angle AEB=\angle DEC, \\ BE=EC \end{cases}$$

$\therefore \triangle AEB \cong \triangle DEC (SAS)$.

(2) 解： $\because \triangle AEB \cong \triangle DEC$,

$\therefore AB=CD$,

$\because AB=5$,

$\therefore CD=5$.

【点评】此题主要考查学生对全等三角形的判定与性质这一知识点的理解和掌握，此题难度不大，要求学生应熟练掌握.

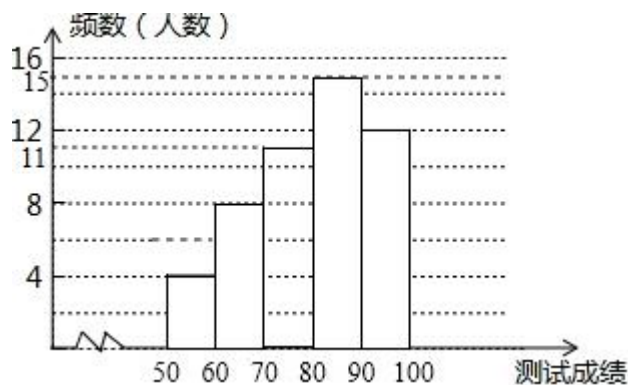
21. 【分析】(1) 根据各组频数之和等于总数可得70~80分的人数，据此即可补全直方图；

(2) 用成绩大于或等于80分的人数除以总人数可得；

(3) 列出所有等可能结果，再根据概率公式求解可得.

【解答】解：(1) 70到80分的人数为 $50-(4+8+15+12)=11$ 人，

补全频数分布直方图如下：



(2) 本次测试的优秀率是 $\frac{15+12}{50} \times 100\% = 54\%$;

(3) 设小明和小强分别为 A 、 B ，另外两名学生为： C 、 D ，

则所有的可能性为： AB 、 AC 、 AD 、 BC 、 BD 、 CD ，

所以小明与小强同时被选中的概率为 $\frac{1}{6}$ 。

【点评】 本题考查了频数分布表、频数分布直方图，解题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件，利用统计图获取信息时，必须认真观察、分析、研究统计图，才能作出正确的判断和解决问题，也考查了列表法和画树状图求概率。

22. **【分析】** (1) 作 $CP \perp AB$ 于 P ，解 $\text{Rt}\triangle PAC$ ，即可求得 PC 的长；

(2) 在 $\text{Rt}\triangle PBC$ 中， $PC = 1000$ ， $\angle PBC = \angle BPC = 45^\circ$ ，则 BC 可求出，再根据时间 = 路程 $\div$ 速度求出他到达宾馆需要的时间，与 15 分钟比较即可。

【解答】 解：(1) 作 $CP \perp AB$ 于 P ，

由题意可得出： $\angle A = 30^\circ$ ， $AP = 2000$ 米，

则 $CP = \frac{1}{2}AC = 1000$ 米；

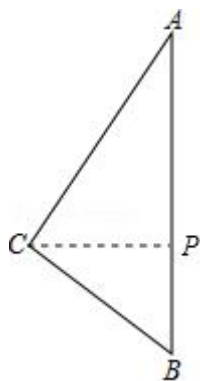
(2) $\because$ 在 $\text{Rt}\triangle PBC$ 中， $PC = 1000$ ， $\angle PBC = \angle BPC = 45^\circ$ ，

$\therefore BC = \sqrt{2}PC = 1000\sqrt{2}$ 米。

$\because$ 这名徒步爱好者以 100 米/分的速度从雁峰公园返回宾馆，

$\therefore$ 他到达宾馆需要的时间为 $\frac{1000\sqrt{2}}{100} = 10\sqrt{2} < 15$ ，

$\therefore$ 他在 15 分钟内能到达宾馆。

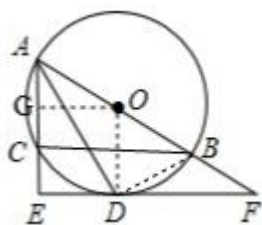


【点评】 本题考查了解直角三角形的应用 - 方向角问题，解直角三角形，锐角三角函数等知识．解一般三角形的问题一般可以转化为解直角三角形的问题，解决的方法就是作高线．

23. 【分析】 (1) 连接 OD ，由 $OA = OD$ 知 $\angle OAD = \angle ODA$ ，由 AD 平分 $\angle EAF$ 知 $\angle DAE = \angle DAO$ ，据此可得 $\angle DAE = \angle ADO$ ，继而知 $OD \parallel AE$ ，根据 $AE \perp EF$ 即可得证；

(2) 作 $OG \perp AE$ ，知 $AG = CG = \frac{1}{2}AC = 2$ ，证四边形 $ODEG$ 是矩形得 $OA = OB = OD = CG + CE = 4$ ，再证 $\triangle ADE \sim \triangle ABD$ 得 $AD^2 = 48$ ，据此得出 BD 的长及 $\angle BAD$ 的度数，利用弧长公式可得答案．

【解答】 解：(1) 如图，连接 OD ，



$$\because OA = OD,$$

$$\therefore \angle OAD = \angle ODA,$$

$$\because AD \text{ 平分 } \angle EAF,$$

$$\therefore \angle DAE = \angle DAO,$$

$$\therefore \angle DAE = \angle ADO,$$

$$\therefore OD \parallel AE,$$

$$\because AE \perp EF,$$

$$\therefore OD \perp EF,$$

$$\therefore EF \text{ 是 } \odot O \text{ 的切线};$$

(2) 如图, 作 $OG \perp AE$ 于点 G , 连接 BD ,

则 $AG = CG = \frac{1}{2}AC = 2$, $\angle OGE = \angle E = \angle ODE = 90^\circ$,

$\therefore$ 四边形 $ODEG$ 是矩形,

$\therefore OA = OB = OD = CG + CE = 2 + 2 = 4$, $\angle DOG = 90^\circ$,

$\therefore \angle DAE = \angle BAD$, $\angle AED = \angle ADB = 90^\circ$,

$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABD$,

$\therefore \frac{AE}{AD} = \frac{AD}{AB}$, 即 $\frac{6}{AD} = \frac{AD}{8}$,

$\therefore AD^2 = 48$,

在 $Rt\triangle ABD$ 中, $BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = 4$,

在 $Rt\triangle ABD$ 中, $\therefore AB = 2BD$,

$\therefore \angle BAD = 30^\circ$,

$\therefore \angle BOD = 60^\circ$,

则 $\widehat{BD}$ 的长度为 $\frac{60 \cdot \pi \cdot 4}{180} = \frac{4\pi}{3}$.

【点评】 本题考查切线的判定与性质, 解题的关键是掌握切线的判定与性质、矩形的判定与性质、垂径定理、弧长公式等知识点.

24. **【分析】** (1) 利用待定系数法求解可得 y 关于 x 的函数解析式;

(2) 根据“总利润 = 每件的利润 $\times$ 销售量”可得函数解析式, 将其配方成顶点式, 利用二次函数的性质进一步求解可得.

【解答】 解: (1) 设 y 与 x 的函数解析式为 $y = kx + b$,

将 $(10, 30)$ 、 $(16, 24)$ 代入, 得: $\begin{cases} 10k + b = 30 \\ 16k + b = 24 \end{cases}$,

解得: $\begin{cases} k = -1 \\ b = 40 \end{cases}$,

所以 y 与 x 的函数解析式为 $y = -x + 40$ ($10 \leq x \leq 16$);

(2) 根据题意知, $W = (x - 10)y$

$= (x - 10)(-x + 40)$

$= -x^2 + 50x - 400$

$= -(x - 25)^2 + 225$,

$\therefore a = -1 < 0$,

∴当 $x < 25$ 时, W 随 x 的增大而增大,

∴ $10 \leq x \leq 16$,

∴当 $x = 16$ 时, W 取得最大值, 最大值为 144,

答: 每件销售价为 16 元时, 每天的销售利润最大, 最大利润是 144 元.

【点评】 本题主要考查二次函数的应用, 解题的关键是熟练掌握待定系数法求函数解析式及根据相等关系列出二次函数解析式及二次函数的性质.

25. **【分析】** (1) ①如图 1, 把抛物线解析式配成顶点式可得到顶点为 M 的坐标为 $(\frac{1}{2}, \frac{9}{2})$,

然后计算自变量为 $\frac{1}{2}$ 对应的一次函数值可得到 N 点坐标;

②易得 $MN = \frac{3}{2}$, 设 P 点坐标为 $(m, -2m+4)$, 则 $D(m, -2m^2+2m+4)$, 则 $PD = -2m^2+4m$,

由于 $PD \parallel MN$, 根据平行四边形的判定方法, 当 $PD = MN$ 时, 四边形 $MNPD$ 为平行四边形, 即 $-2m^2+4m = \frac{3}{2}$, 求出 m 得到此时 P 点坐标为 $(\frac{3}{2}, 1)$, 接着计算出 PN , 然后比较 PN 与 MN 的大小关系可判断平行四边形 $MNPD$ 是否为菱形;

(2) 如图 2, 利用勾股定理计算出 $AB = 2\sqrt{5}$, 再表示出 $P(1, 2)$, 则可计算出 $PB = \sqrt{5}$, 接着表示出抛物线解析式为 $y = ax^2 - 2(a+1)x + 4$, 则可用 a 表示出点 D 坐标为 $(1, 2-a)$, 所以 $PD = -a$, 由于 $\angle DPB = \angle OBA$, 根据相似三角形的判定方法, 当 $\frac{PD}{BO} = \frac{PB}{BA}$ 时, $\triangle PDB \sim \triangle BOA$, 即 $\frac{-a}{4} = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{5}}$; 当 $\frac{PD}{BA} = \frac{PB}{BO}$ 时, $\triangle PDB \sim \triangle BAO$, 即 $\frac{-a}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{4}$, 然后利用比例性质分别求出 a 的值, 从而得到对应的抛物线的解析式.

【解答】 解: (1) ①如图 1,

$$\because y = -2x^2 + 2x + 4 = -2(x - \frac{1}{2})^2 + \frac{9}{2},$$

∴顶点为 M 的坐标为 $(\frac{1}{2}, \frac{9}{2})$,

当 $x = \frac{1}{2}$ 时, $y = -2 \times \frac{1}{2} + 4 = 3$, 则点 N 坐标为 $(\frac{1}{2}, 3)$;

②不存在.

理由如下:

$$MN = \frac{9}{2} - 3 = \frac{3}{2},$$

设 P 点坐标为 $(m, -2m+4)$, 则 $D(m, -2m^2+2m+4)$,

$$\therefore PD = -2m^2+2m+4 - (-2m+4) = -2m^2+4m,$$

$\because PD \parallel MN$,

当 $PD = MN$ 时, 四边形 $MNPD$ 为平行四边形, 即 $-2m^2 + 4m = \frac{3}{2}$, 解得 $m_1 = \frac{1}{2}$ (舍去),

$m_2 = \frac{3}{2}$, 此时 P 点坐标为 $(\frac{3}{2}, 1)$,

$$\therefore PN = \sqrt{(\frac{1}{2} - \frac{3}{2})^2 + (3 - 1)^2} = \sqrt{5},$$

$\therefore PN \neq MN$,

$\therefore$ 平行四边形 $MNPD$ 不为菱形,

$\therefore$ 不存在点 P , 使四边形 $MNPD$ 为菱形;

(2) 存在.

如图 2, $OB = 4$, $OA = 2$, 则 $AB = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$,

当 $x = 1$ 时, $y = -2x + 4 = 2$, 则 $P(1, 2)$,

$$\therefore PB = \sqrt{1^2 + (2 - 4)^2} = \sqrt{5},$$

设抛物线的解析式为 $y = ax^2 + bx + 4$,

把 $A(2, 0)$ 代入得 $4a + 2b + 4 = 0$, 解得 $b = -2a - 2$,

$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y = ax^2 - 2(a + 1)x + 4$,

当 $x = 1$ 时, $y = ax^2 - 2(a + 1)x + 4 = a - 2a - 2 + 4 = 2 - a$, 则 $D(1, 2 - a)$,

$$\therefore PD = 2 - a - 2 = -a,$$

$\because DC \parallel OB$,

$\therefore \angle DPB = \angle OBA$,

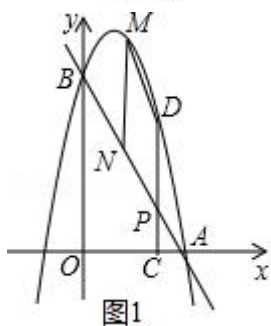
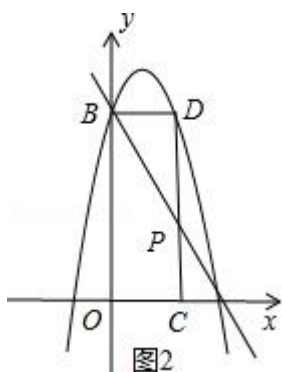
$\therefore$ 当 $\frac{PD}{BO} = \frac{PB}{BA}$ 时, $\triangle PDB \sim \triangle BOA$, 即 $\frac{-a}{4} = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{5}}$, 解得 $a = -2$, 此时抛物线解析式为 y

$$= -2x^2 + 2x + 4;$$

当 $\frac{PD}{BA} = \frac{PB}{BO}$ 时, $\triangle PDB \sim \triangle BAO$, 即 $\frac{-a}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{4}$, 解得 $a = -\frac{5}{2}$, 此时抛物线解析式为 y

$$= -\frac{5}{2}x^2 + 3x + 4;$$

综上所述, 满足条件的抛物线的解析式为 $y = -2x^2 + 2x + 4$ 或 $y = -\frac{5}{2}x^2 + 3x + 4$.



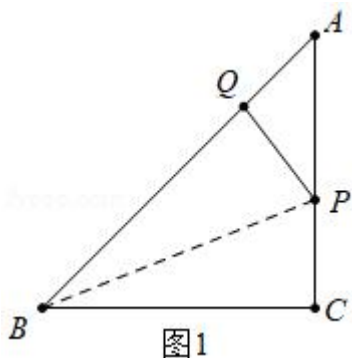
【点评】 本题考查了二次函数的综合题：熟练掌握二次函数图象上点的坐标特征、二次函数的性质和菱形的判定；会利用待定系数法求函数解析式；理解坐标与图形性质；灵活运用相似比表示线段之间的关系；会运用分类讨论的思想解决数学问题．

26. 【分析】（1）连接 PB ，由点 B 在线段 PQ 的垂直平分线上，推出 $BP = BQ$ ，由此构建方程即可解决问题；

（2）分两种情形分别构建方程求解即可；

（3）如图 4 中，连接 QC ，作 $QE \perp AC$ 于 E ，利用梯形的面积公式计算即可．

【解答】解：（1）如图 1 中，连接 BP ．



在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中， $\because AC = BC = 4$ ， $\angle C = 90^\circ$ ，

$$\therefore AB = 4\sqrt{2}$$

$\because$ 点 B 在线段 PQ 的垂直平分线上，

$$\therefore BP = BQ,$$

$$\because AQ = \sqrt{2}t, CP = t,$$

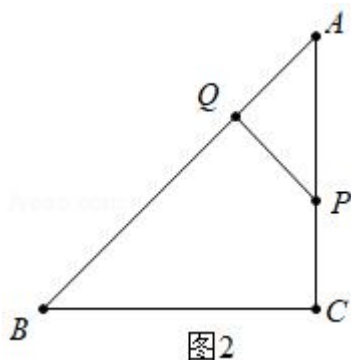
$$\therefore BQ = 4\sqrt{2} - \sqrt{2}t, PB^2 = 4^2 + t^2,$$

$$\therefore (4\sqrt{2} - \sqrt{2}t)^2 = 16 + t^2,$$

解得 $t = 8 - 4\sqrt{3}$ 或 $8 + 4\sqrt{3}$ (舍弃),

$\therefore t = (8 - 4\sqrt{3})s$ 时, 点 B 在线段 PQ 的垂直平分线上.

(2) ①如图 2 中, 当 $PQ = QA$ 时, 易知 $\triangle APQ$ 是等腰直角三角形, $\angle AQP = 90^\circ$.

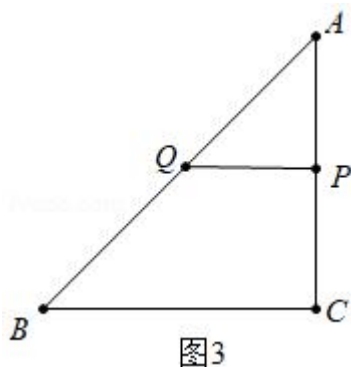


则有 $PA = \sqrt{2}AQ$,

$$\therefore 4 - t = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}t,$$

解得 $t = \frac{4}{3}$.

②如图 3 中, 当 $AP = PQ$ 时, 易知 $\triangle APQ$ 是等腰直角三角形, $\angle APQ = 90^\circ$.



则有: $AQ = \sqrt{2}AP$,

$$\therefore \sqrt{2}t = \sqrt{2}(4 - t),$$

解得 $t = 2$,

综上所述: $t = \frac{4}{3}s$ 或 $2s$ 时, $\triangle APQ$ 是以 PQ 为腰的等腰三角形.

(3) 如图 4 中, 连接 QC , 作 $QE \perp AC$ 于 E .

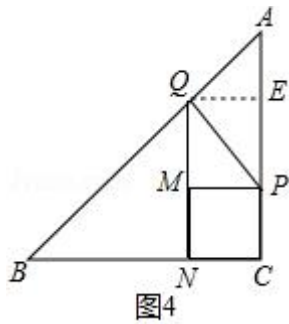


图4

由题意 $AE = QE = t$, $CN = CP = t$,

$\therefore CN = QE$, $CN \parallel EQ$,

$\therefore PM = CN$, $PM \parallel CN$,

$\therefore Q, M, N$ 共线,

$\therefore S = \frac{1}{2} \cdot (QN + PC) \cdot CN = 2t \ (0 < t < 4)$.

【点评】 本题考查四边形综合题、等腰直角三角形的性质、等腰三角形的判定和性质、线段的垂直平分线的性质定理、勾股定理等知识, 解题的关键是学会添加常用辅助线, 构造直角三角形解决问题, 学会利用参数构建方程解决问题, 学会用分类讨论的思想思考问题, 属于中考压轴题.