

2018 年湖南省益阳市中考数学试卷

一、选择题：本题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分，每小题给出的四个选中，只有一项是符题目要求的

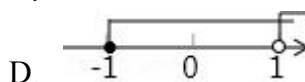
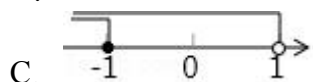
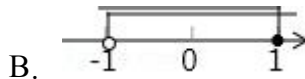
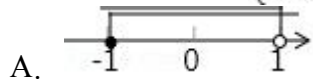
1. (4 分) 2017 年底我国高速公路已开通里程数达 13.5 万公里，居世界第一，将数据 135000 用科学记数法表示正确的是 ()

A. 1.35×10^6 B. 1.35×10^5 C. 13.5×10^4 D. 13.5×10^3

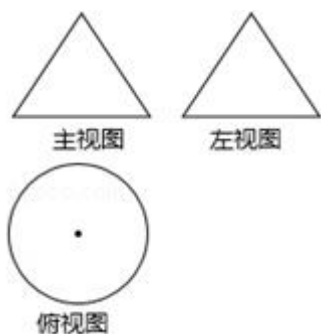
2. (4 分) 下列运算正确的是 ()

A. $x^3 \cdot x^3 = x^9$ B. $x^8 \div x^4 = x^2$ C. $(ab^3)^2 = ab^6$ D. $(2x)^3 = 8x^3$

3. (4 分) 不等式组 $\begin{cases} 2x+1 < 3 \\ 3x+1 \geq -2 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示正确的是 ()

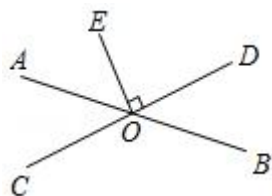


4. (4 分) 如图是某几何体的三视图，则这个几何体是 ()



A. 棱柱 B. 圆柱 C. 棱锥 D. 圆锥

5. (4 分) 如图，直线 AB、CD 相交于点 O， $EO \perp CD$ 。下列说法错误的是 ()



A. $\angle AOD = \angle BOC$

B. $\angle AOE + \angle BOD = 90^\circ$

C. $\angle AOC = \angle AOE$

D. $\angle AOD + \angle BOD = 180^\circ$

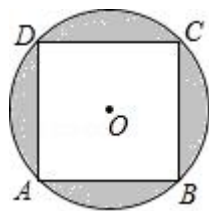
6. (4 分) 益阳市高新区某厂今年新招聘一批员工，他们中不同文化程度的人数见下表：

文化程度	高中	大专	本科	硕士	博士
人数	9	17	20	9	5

关于这组文化程度的人数数据，以下说法正确的是（ ）

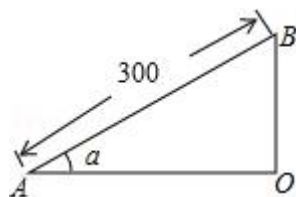
- A. 众数是 20 B. 中位数是 17 C. 平均数是 12 D. 方差是 26

7. (4 分) 如图，正方形 ABCD 内接于圆 O，AB=4，则图中阴影部分的面积是（ ）



- A. $4\pi - 16$ B. $8\pi - 16$ C. $16\pi - 32$ D. $32\pi - 16$

8. (4 分) 如图，小刚从山脚 A 出发，沿坡角为 α 的山坡向上走了 300 米到达 B 点，则小刚上升了（ ）

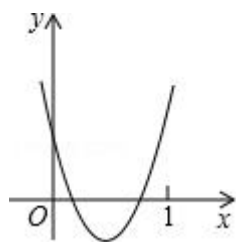


- A. $300\sin\alpha$ 米 B. $300\cos\alpha$ 米 C. $300\tan\alpha$ 米 D. $\frac{300}{\tan\alpha}$ 米

9. (4 分) 体育测试中，小进和小俊进行 800 米跑测试，小进的速度是小俊的 1.25 倍，小进比小俊少用了 40 秒，设小俊的速度是 x 米/秒，则所列方程正确的是（ ）

- A. $40 \times 1.25x - 40x = 800$ B. $\frac{800}{x} - \frac{800}{2.25x} = 40$
C. $\frac{800}{x} - \frac{800}{1.25x} = 40$ D. $\frac{800}{1.25x} - \frac{800}{x} = 40$

10. (4 分) 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示，则下列说法正确的是（ ）



- A. $ac < 0$ B. $b < 0$ C. $b^2 - 4ac < 0$ D. $a + b + c < 0$

二、填空题：本题共 8 小题，每小题 4 分，共 32 分

11. (4 分) 计算： $\sqrt{12} \times \sqrt{3} =$ _____.

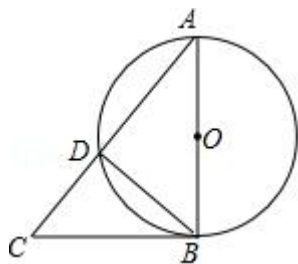
12. (4 分) 因式分解： $x^3y^2 - x^3 =$ _____.

13. (4 分) 2018 年 5 月 18 日，益阳新建西流湾大桥竣工通车，如图，从沅江 A 地到资阳 B 地有两条路线可走，从资阳 B 地到益阳火车站可经会龙山大桥或西流湾大桥或龙洲大桥到达，现让你随机选择一条从沅江 A 地出发经过资阳 B 地到达益阳火车站的行走路线，那么恰好选到经过西流湾大桥的路线的概率是_____.

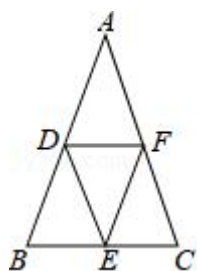


14. (4 分) 若反比例函数 $y = \frac{2-k}{x}$ 的图象位于第二、四象限，则 k 的取值范围是_____.

15. (4 分) 如图，在圆 O 中，AB 为直径，AD 为弦，过点 B 的切线与 AD 的延长线交于点 C，AD=DC，则 $\angle C =$ _____度.



16. (4 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ，D, E, F 分别为 AB、BC、AC 的中点，则下列结论：① $\triangle ADF \cong \triangle FEC$ ，② 四边形 ADEF 为菱形，③ $S_{\triangle ADF} : S_{\triangle ABC} = 1 : 4$ 。其中正确的结论是_____。（填写所有正确结论的序号）



17. (4 分) 规定: $a \otimes b = (a+b)b$, 如: $2 \otimes 3 = (2+3) \times 3 = 15$, 若 $2 \otimes x = 3$, 则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

18. (4 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=5$, $AC=4$, $BC=3$. 按以下步骤作图:

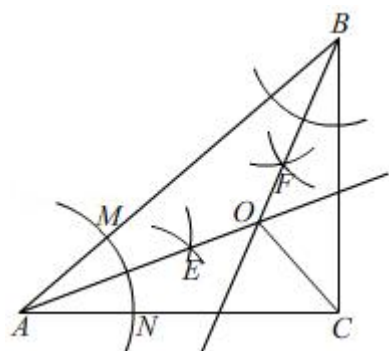
①以 A 为圆心, 任意长为半径作弧, 分别交 AB, AC 于点 M, N;

②分别以 M, N 为圆心, 以大于 $\frac{1}{2}MN$ 的长为半径作弧, 两弧相交于点 E;

③作射线 AE;

④以同样的方法作射线 BF.

AE 交 BF 于点 O, 连接 OC, 则 $OC = \underline{\hspace{2cm}}$.

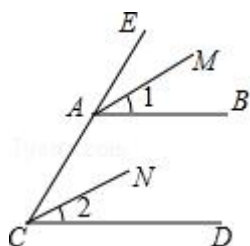


三、解答题: 本题共 8 小题, 共 78 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤

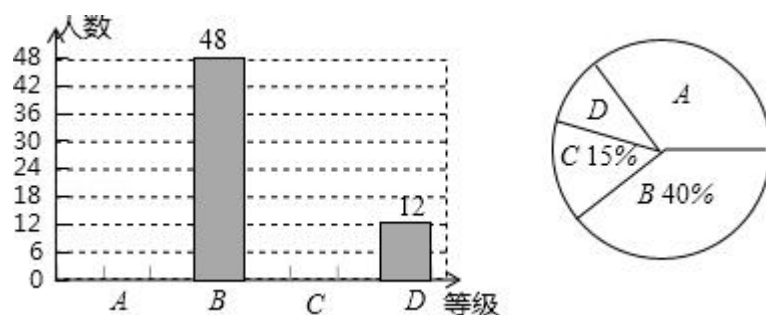
19. (8 分) 计算: $|-5| - \sqrt[3]{27} + (-2)^2 + 4 \div (-\frac{2}{3})$.

20. (8 分) 化简: $(x - y + \frac{y^2}{x+y}) \cdot \frac{x+y}{x}$.

21. (8 分) 如图, $AB \parallel CD$, $\angle 1 = \angle 2$. 求证: $AM \parallel CN$.



22. (10 分) 2018 年湖南省进入高中学习的学生三年后将面对新高考, 高考方案与高校招生政策都将有重大变化. 某部门为了了解政策的宣传情况, 对某初级中学学生进行了随机抽样调查, 根据学生对政策的了解程度由高到低分为 A, B, C, D 四个等级, 并对调查结果分析后绘制了如下两幅不完整的统计图, 请你根据图中提供的信息完成下列问题:

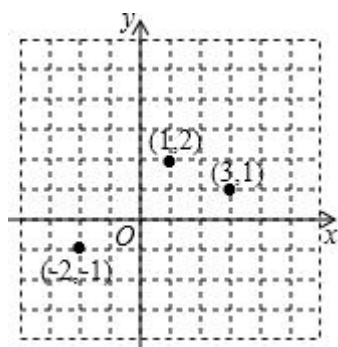


- (1) 求被调查学生的人数, 并将条形统计图补充完整;
- (2) 求扇形统计图中的 A 等对应的扇形圆心角的度数;
- (3) 已知该校有 1500 名学生, 估计该校学生对政策内容了解程度达到 A 等的学生有多少人?

23. (10 分) 如图, 在平面直角坐标系中有三点 $(1, 2)$, $(3, 1)$, $(-2, -1)$, 其中有两点同时在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上, 将这两点分别记为 A, B, 另一点记为 C.

- (1) 求出 k 的值;
- (2) 求直线 AB 对应的一次函数的表达式;
- (3) 设点 C 关于直线 AB 的对称点为 D, P 是 x 轴上的一个动点, 直接写出 $PC + PD$

的最小值 (不必说明理由).



24. (10 分) 益马高速通车后, 将桃江马迹塘的农产品运往益阳的运输成本大大降低, 马迹塘一农户需要将 A, B 两种农产品定期运往益阳某加工厂, 每次运输 A, B 产品的件数不变, 原来每运一次的运费是 1200 元, 现在每运一次的运费比原来减少了 300 元. A, B 两种产品原来的运费和现在的运费 (单位: 元/件) 如下表所示:

品种	A	B
原运费	45	25
现运费	30	20

- (1) 求每次运输的农产品中 A, B 产品各有多少件?
- (2) 由于该农户诚实守信, 产品质量好, 加工厂决定提高该农户的供货量, 每次运送的产品总件数增加 8 件, 但总件数中 B 产品的件数不得超过 A 产品件数的 2 倍, 问产品件数增加后, 每次运费最少需要多少元?

25. (12 分) 如图 1, 在矩形 $ABCD$ 中, E 是 AD 的中点, 以点 E 为直角顶点的直角三角形 EFG 的两边 EF , EG 分别过点 B , C , $\angle F=30^\circ$.

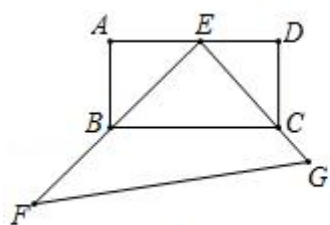


图1

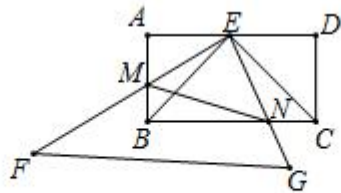


图2

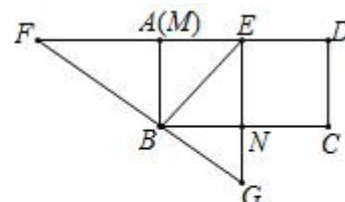
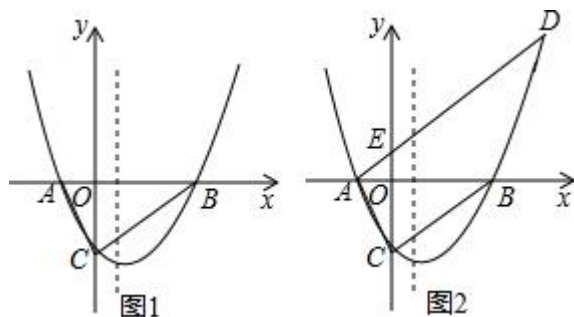


图3

- (1) 求证: $BE=CE$;
- (2) 将 $\triangle EFG$ 绕点 E 按顺时针方向旋转, 当旋转到 EF 与 AD 重合时停止转动, 若 EF , EG 分别与 AB , BC 相交于点 M , N (如图 2).
 - ①求证: $\triangle BEM \cong \triangle CEN$;
 - ②若 $AB=2$, 求 $\triangle BMN$ 面积的最大值;
 - ③当旋转停止时, 点 B 恰好在 FG 上 (如图 3), 求 $\sin \angle EBG$ 的值.

26. (12 分) 如图, 已知抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x - n$ ($n > 0$) 与 x 轴交于 A, B 两点 (A 点在 B 点的左边), 与 y 轴交于点 C .



- (1) 如图 1, 若 $\triangle ABC$ 为直角三角形, 求 n 的值;
- (2) 如图 1, 在 (1) 的条件下, 点 P 在抛物线上, 点 Q 在抛物线的对称轴上, 若以 BC 为边, 以点 B, C, P, Q 为顶点的四边形是平行四边形, 求 P 点的坐标;
- (3) 如图 2, 过点 A 作直线 BC 的平行线交抛物线于另一点 D , 交 y 轴于点 E , 若 $AE:ED=1:4$, 求 n 的值.

2018 年湖南省益阳市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分，每小题给出的四个选中，只有一项是符题目要求的

1. (4 分) 2017 年底我国高速公路已开通里程数达 13.5 万公里，居世界第一，将数据 135000 用科学记数法表示正确的是 ()

- A. 1.35×10^6 B. 1.35×10^5 C. 13.5×10^4 D. 13.5×10^3

【考点】1I：科学记数法—表示较大的数.

【专题】1：常规题型.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数

【解答】解：135000 = 1.35×10^5

故选：B.

【点评】此题考查科学记数法表示较大的数. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值

2. (4 分) 下列运算正确的是 ()

- A. $x^3 \cdot x^3 = x^9$ B. $x^8 \div x^4 = x^2$ C. $(ab^3)^2 = ab^6$ D. $(2x)^3 = 8x^3$

【考点】46：同底数幂的乘法；47：幂的乘方与积的乘方；48：同底数幂的除法.

【专题】11：计算题.

【分析】根据同底数幂的乘除法法则，幂的乘方，积的乘方一一判断即可.

【解答】解：A、错误. 应该是 $x^3 \cdot x^3 = x^6$ ；

B、错误. 应该是 $x^8 \div x^4 = x^4$ ；

C、错误. $(ab^3)^2 = a^2b^6$.

D、正确.

故选：D.

【点评】 本题考查同底数幂的乘除法法则，幂的乘方，积的乘方等知识，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考基础题.

3. (4分) 不等式组 $\begin{cases} 2x+1 < 3 \\ 3x+1 \geq -2 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示正确的是 ()



【考点】 C4: 在数轴上表示不等式的解集; CB: 解一元一次不等式组.

【专题】 1: 常规题型.

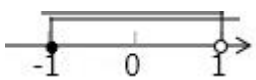
【分析】 先求出不等式组的解集，再在数轴上表示出来即可.

【解答】 解: $\begin{cases} 2x+1 < 3 \text{ ①} \\ 3x+1 \geq -2 \text{ ②} \end{cases}$

$\therefore$ 解不等式①得: $x < 1$,

解不等式②得: $x \geq -1$,

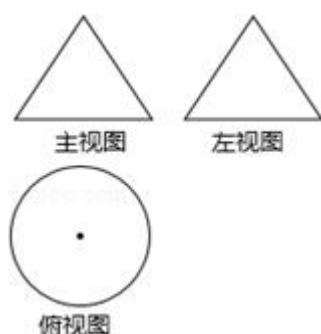
$\therefore$ 不等式组的解集为 $-1 \leq x < 1$,

在数轴上表示为: ,

故选: A.

【点评】 本题考查了解一元一次不等式组和在数轴上表示不等式组的解集，能根据不等式的解集求出不等式组的解集是解此题的关键.

4. (4分) 如图是某几何体的三视图，则这个几何体是 ()



- A. 棱柱 B. 圆柱 C. 棱锥 D. 圆锥

【考点】 U3: 由三视图判断几何体.

【专题】 55F: 投影与视图.

【分析】 主视图、左视图、俯视图是分别从物体正面、左面和上面看，所得到的

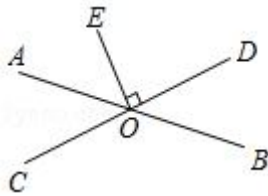
图形.

【解答】解：由俯视图易得几何体的底面为圆，还有表示锥顶的圆心，符合题意的只有圆锥.

故选：D.

【点评】本题考查由三视图确定几何体的形状，主要考查学生空间想象能力以及对立体图形的认识.

5. (4分) 如图，直线AB、CD相交于点O， $EO \perp CD$. 下列说法错误的是 ()



A. $\angle AOD = \angle BOC$

B. $\angle AOE + \angle BOD = 90^\circ$

C. $\angle AOC = \angle AOE$

D. $\angle AOD + \angle BOD = 180^\circ$

【考点】J2：对顶角、邻补角；J3：垂线.

【专题】1：常规题型；551：线段、角、相交线与平行线.

【分析】根据对顶角性质、邻补角定义及垂线的定义逐一判断可得.

【解答】解：A、 $\angle AOD$ 与 $\angle BOC$ 是对顶角，所以 $\angle AOD = \angle BOC$ ，此选项正确；

B、由 $EO \perp CD$ 知 $\angle DOE = 90^\circ$ ，所以 $\angle AOE + \angle BOD = 90^\circ$ ，此选项正确；

C、 $\angle AOC$ 与 $\angle BOD$ 是对顶角，所以 $\angle AOC = \angle BOD$ ，此选项错误；

D、 $\angle AOD$ 与 $\angle BOD$ 是邻补角，所以 $\angle AOD + \angle BOD = 180^\circ$ ，此选项正确；

故选：C.

【点评】本题主要考查垂线、对顶角与邻补角，解题的关键是掌握对顶角性质、邻补角定义及垂线的定义.

6. (4分) 益阳市高新区某厂今年新招聘一批员工，他们中不同文化程度的人数见下表：

文化程度	高中	大专	本科	硕士	博士
------	----	----	----	----	----

人数	9	17	20	9	5
----	---	----	----	---	---

关于这组文化程度的人数数据，以下说法正确的是（ ）

A. 众数是 20 B. 中位数是 17 C. 平均数是 12 D. 方差是 26

【考点】W2：加权平均数；W4：中位数；W5：众数；W7：方差.

【专题】541：数据的收集与整理.

【分析】根据众数、中位数、平均数以及方差的概念求解.

【解答】解：A、这组数据中 9 出现的次数最多，众数为 9，故本选项错误；

B、因为共有 5 组，所以第 3 组的人数为中位数，即 9 是中位数，故本选项错误；

C、平均数 $= \frac{9+17+20+9+5}{5} = 12$ ，故本选项正确；

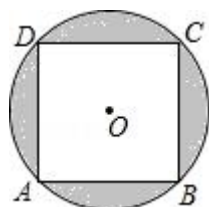
D、方差 $= \frac{1}{5}[(9-12)^2 + (17-12)^2 + (20-12)^2 + (9-12)^2 + (5-12)^2] = \frac{156}{5}$ ，

故本选项错误；

故选：C.

【点评】本题考查了中位数、平均数、众数的知识，解答本题的关键是掌握各知识点的概念.

7. (4 分) 如图，正方形 ABCD 内接于圆 O，AB=4，则图中阴影部分的面积是（ ）



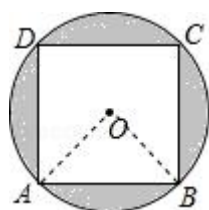
A. $4\pi - 16$ B. $8\pi - 16$ C. $16\pi - 32$ D. $32\pi - 16$

【考点】LE：正方形的性质；MO：扇形面积的计算.

【专题】556：矩形 菱形 正方形；55C：与圆有关的计算.

【分析】连接 OA、OB，利用正方形的性质得出 $OA = AB \cos 45^\circ = 2\sqrt{2}$ ，根据阴影部分的面积 $= S_{\odot O} - S_{\text{正方形 } ABCD}$ 列式计算可得.

【解答】解：连接 OA、OB，



∵ 四边形 ABCD 是正方形,

∴ $\angle AOB=90^\circ$, $\angle OAB=45^\circ$,

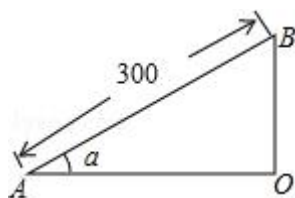
∴ $OA=AB\cos 45^\circ=4\times\frac{\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}$,

所以阴影部分的面积= $S_{\odot O}-S_{\text{正方形} ABCD}=\pi\times (2\sqrt{2})^2-4\times 4=8\pi-16$.

故选: B.

【点评】 本题主要考查扇形的面积计算, 解题的关键是熟练掌握正方形的性质和圆的面积公式.

8. (4 分) 如图, 小刚从山脚 A 出发, 沿坡角为 α 的山坡向上走了 300 米到达 B 点, 则小刚上升了 ()



- A. $300\sin\alpha$ 米 B. $300\cos\alpha$ 米 C. $300\tan\alpha$ 米 D. $\frac{300}{\tan\alpha}$ 米

【考点】 T9: 解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题.

【专题】 554: 等腰三角形与直角三角形.

【分析】 利用锐角三角函数关系即可求出小刚上升了的高度.

【解答】 解: 在 $\text{Rt}\triangle AOB$ 中, $\angle AOB=90^\circ$, $AB=300$ 米,

$BO=AB\cdot\sin\alpha=300\sin\alpha$ 米.

故选: A.

【点评】 此题主要考查了解直角三角形的应用, 根据题意构造直角三角形, 正确选择锐角三角函数得出 AB, BO 的关系是解题关键.

9. (4 分) 体育测试中, 小进和小俊进行 800 米跑测试, 小进的速度是小俊的 1.25 倍, 小进比小俊少用了 40 秒, 设小俊的速度是 x 米/秒, 则所列方程正确的是 ()

- A. $40\times 1.25x-40x=800$ B. $\frac{800}{x}-\frac{800}{2.25x}=40$
C. $\frac{800}{x}-\frac{800}{1.25x}=40$ D. $\frac{800}{1.25x}-\frac{800}{x}=40$

【考点】B6：由实际问题抽象出分式方程.

【专题】1：常规题型.

【分析】先分别表示出小进和小俊跑 800 米的时间，再根据小进比小俊少用了 40 秒列出方程即可.

【解答】解：小进跑 800 米用的时间为 $\frac{800}{1.25x}$ 秒，小俊跑 800 米用的时间为 $\frac{800}{x}$ 秒，

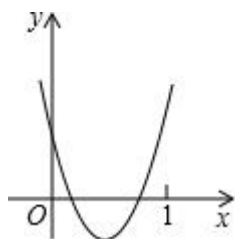
$\because$ 小进比小俊少用了 40 秒，

方程是 $\frac{800}{x} - \frac{800}{1.25x} = 40$,

故选：C.

【点评】本题考查了列分式方程解应用题，能找出题目中的相等关系式是解此题的关键.

10. (4 分) 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示，则下列说法正确的是 ()



A. $ac < 0$

B. $b < 0$

C. $b^2 - 4ac < 0$

D. $a+b+c < 0$

【考点】H4：二次函数图象与系数的关系.

【专题】17：推理填空题.

【分析】根据抛物线的开口方向确定 a ，根据抛物线与 y 轴的交点确定 c ，根据对称轴确定 b ，根据抛物线与 x 轴的交点确定 $b^2 - 4ac$ ，根据 $x=1$ 时， $y > 0$ ，确定 $a+b+c$ 的符号.

【解答】解： $\because$ 抛物线开口向上，

$\therefore a > 0$,

$\because$ 抛物线交于 y 轴的正半轴，

$\therefore c > 0$,

$\therefore ac > 0$, A 错误;

$\therefore -\frac{b}{2a} > 0$, $a > 0$,

$\therefore b < 0$, $\therefore B$ 正确;

$\therefore$ 抛物线与 x 轴有两个交点,

$\therefore b^2 - 4ac > 0$, C 错误;

当 $x=1$ 时, $y > 0$,

$\therefore a+b+c > 0$, D 错误;

故选: B.

【点评】 本题考查的是二次函数图象与系数的关系, 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 系数符号由抛物线开口方向、对称轴、抛物线与 y 轴的交点、抛物线与 x 轴交点的个数确定.

二、填空题: 本题共 8 小题, 每小题 4 分, 共 32 分

11. (4 分) 计算: $\sqrt{12} \times \sqrt{3} = \underline{6}$.

【考点】 75: 二次根式的乘除法.

【分析】 先将二次根式化为最简, 然后再进行二次根式的乘法运算即可.

【解答】 解: 原式 $= 2\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 6$.

故答案为: 6.

【点评】 本题考查了二次根式的乘法运算, 属于基础题, 掌握运算法则是关键.

12. (4 分) 因式分解: $x^3y^2 - x^3 = \underline{x^3(y+1)(y-1)}$.

【考点】 55: 提公因式法与公式法的综合运用.

【专题】 11: 计算题; 512: 整式.

【分析】 先提取公因式 x^3 , 再利用平方差公式分解可得.

【解答】 解: 原式 $= x^3(y^2 - 1) = x^3(y+1)(y-1)$,

故答案为: $x^3(y+1)(y-1)$.

【点评】 本题主要考查提公因式法与公式法的综合运用, 解题的关键是熟练掌握一般整式的因式分解的步骤 -- 先提取公因式, 再利用公式法分解.

13. (4分) 2018年5月18日, 益阳新建西流湾大桥竣工通车, 如图, 从沅江 A 地到资阳 B 地有两条路线可走, 从资阳 B 地到益阳火车站可经会龙山大桥或西流湾大桥或龙洲大桥到达, 现让你随机选择一条从沅江 A 地出发经过资阳 B 地到达益阳火车站的行走路线, 那么恰好选到经过西流湾大桥的路线的概率是 $\frac{1}{3}$.



【考点】X6: 列表法与树状图法.

【专题】543: 概率及其应用.

【分析】由题意可知一共有 6 种可能, 经过西流湾大桥的路线有 2 种可能, 根据概率公式计算即可;

【解答】解: 由题意可知一共有 6 种可能, 经过西流湾大桥的路线有 2 种可能, 所以恰好选到经过西流湾大桥的路线的概率 $= \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

故答案为 $\frac{1}{3}$.

【点评】本题考查的是用列表法或画树状图法求概率. 注意列表法或画树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果, 列表法适合于两步完成的事件; 树状图法适合两步或两步以上完成的事件. 注意概率 = 所求情况数与总情况数之比.

14. (4分) 若反比例函数 $y = \frac{2-k}{x}$ 的图象位于第二、四象限, 则 k 的取值范围是 $k > 2$.

【考点】G4: 反比例函数的性质.

【分析】根据图象在第二、四象限, 利用反比例函数的性质可以确定 $2 - k$ 的符号, 即可解答.

【解答】解: $\because$ 反比例函数 $y = \frac{2-k}{x}$ 的图象在第二、四象限,

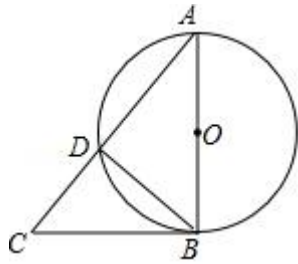
$$\therefore 2 - k < 0,$$

$$\therefore k > 2.$$

故答案为: $k > 2$.

【点评】 此题主要考查了反比例函数的性质, 熟练记忆当 $k > 0$ 时, 图象分别位于第一、三象限; 当 $k < 0$ 时, 图象分别位于第二、四象限是解决问题的关键.

15. (4 分) 如图, 在圆 O 中, AB 为直径, AD 为弦, 过点 B 的切线与 AD 的延长线交于点 C , $AD=DC$, 则 $\angle C = \underline{45}$ 度.



【考点】 MC: 切线的性质.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 利用圆周角定理得到 $\angle ADB = 90^\circ$, 再根据切线的性质得 $\angle ABC = 90^\circ$, 然后根据等腰三角形的判定方法得到 $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形, 从而得到 $\angle C$ 的度数.

【解答】 解: $\because AB$ 为直径,

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ,$$

$\because BC$ 为切线,

$$\therefore AB \perp BC,$$

$$\therefore \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\because AD = CD,$$

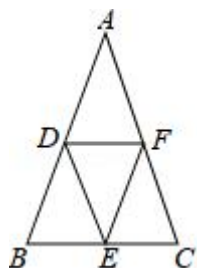
$$\therefore \triangle ABC \text{ 为等腰直角三角形},$$

$$\therefore \angle C = 45^\circ.$$

故答案为 45.

【点评】 本题考查了切线的性质: 圆的切线垂直于经过切点的半径. 也考查了等腰直角三角形的判定与性质.

16. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, D , E , F 分别为 AB 、 BC 、 AC 的中点, 则下列结论: ① $\triangle ADF \cong \triangle FEC$, ②四边形 $ADEF$ 为菱形, ③ $S_{\triangle ADF}$: $S_{\triangle ABC}=1: 4$. 其中正确的结论是 ①②③. (填写所有正确结论的序号)



【考点】 KD: 全等三角形的判定与性质; KX: 三角形中位线定理; LA: 菱形的判定与性质.

【专题】 552: 三角形; 553: 图形的全等; 556: 矩形 菱形 正方形; 55D: 图形的相似.

【分析】 ①根据三角形的中位线定理可得出 $AD=FE$ 、 $AF=FC$ 、 $DF=EC$, 进而可证出 $\triangle ADF \cong \triangle FEC$ (SSS), 结论①正确;

②根据三角形中位线定理可得出 $EF \parallel AB$ 、 $EF=AD$, 进而可证出四边形 $ADEF$ 为平行四边形, 由 $AB=AC$ 结合 D 、 F 分别为 AB 、 AC 的中点可得出 $AD=AF$, 进而可得出四边形 $ADEF$ 为菱形, 结论②正确;

③根据三角形中位线定理可得出 $DF \parallel BC$ 、 $DF=\frac{1}{2}BC$, 进而可得出 $\triangle ADF \sim \triangle ABC$, 再利用相似三角形的性质可得出 $\frac{S_{\triangle ADF}}{S_{\triangle ABC}}=\frac{1}{4}$, 结论③正确. 此题得解.

【解答】 解: ① $\because D$ 、 E 、 F 分别为 AB 、 BC 、 AC 的中点,

$\therefore DE$ 、 DF 、 EF 为 $\triangle ABC$ 的中位线,

$\therefore AD=\frac{1}{2}AB=FE$, $AF=\frac{1}{2}AC=FC$, $DF=\frac{1}{2}BC=EC$.

在 $\triangle ADF$ 和 $\triangle FEC$ 中,
$$\begin{cases} AD=FE \\ AF=FC \\ DF=EC \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADF \cong \triangle FEC$ (SSS), 结论①正确;

② $\because$ E、F 分别为 BC、AC 的中点,

$\therefore$ EF 为 $\triangle ABC$ 的中位线,

$\therefore EF \parallel AB, EF = \frac{1}{2}AB = AD,$

$\therefore$ 四边形 ADEF 为平行四边形.

$\because AB = AC$, D、F 分别为 AB、AC 的中点,

$\therefore AD = AF,$

$\therefore$ 四边形 ADEF 为菱形, 结论②正确;

③ $\because$ D、F 分别为 AB、AC 的中点,

$\therefore$ DF 为 $\triangle ABC$ 的中位线,

$\therefore DF \parallel BC, DF = \frac{1}{2}BC,$

$\therefore \triangle ADF \sim \triangle ABC,$

$\therefore \frac{S_{\triangle ADF}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{DF}{BC}\right)^2 = \frac{1}{4}$, 结论③正确.

故答案为: ①②③.

【点评】 本题考查了菱形的判定与性质、全等三角形的判定与性质、相似三角形的判定与性质以及三角形中位线定理, 逐一分析三条结论的正误是解题的关键.

17. (4 分) 规定: $a \otimes b = (a+b)b$, 如: $2 \otimes 3 = (2+3) \times 3 = 15$, 若 $2 \otimes x = 3$, 则 $x =$ 1 或 -3.

【考点】 1G: 有理数的混合运算; A6: 解一元二次方程 - 配方法.

【专题】 23: 新定义.

【分析】 根据 $a \otimes b = (a+b)b$, 列出关于 x 的方程 $(2+x)x = 3$, 解方程即可.

【解答】 解: 依题意得: $(2+x)x = 3$,

整理, 得 $x^2+2x=3$,

所以 $(x+1)^2=4$,

所以 $x+1=\pm 2$,

所以 $x=1$ 或 $x=-3$.

故答案是: 1 或 -3.

【点评】 考查了解一元二次方程 - 配方法.

用配方法解一元二次方程的步骤:

①把原方程化为 $ax^2+bx+c=0$ ($a\neq 0$) 的形式;

②方程两边同除以二次项系数, 使二次项系数为 1, 并把常数项移到方程右边;

③方程两边同时加上一次项系数一半的平方;

④把左边配成一个完全平方式, 右边化为一个常数;

⑤如果右边是非负数, 就可以进一步通过直接开方法来求出它的解, 如果右边是一个负数, 则判定此方程无实数解.

18. (4 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=5$, $AC=4$, $BC=3$. 按以下步骤作图:

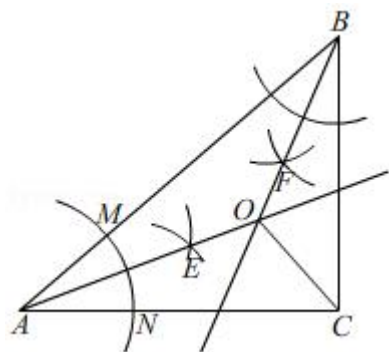
①以 A 为圆心, 任意长为半径作弧, 分别交 AB, AC 于点 M, N;

②分别以 M, N 为圆心, 以大于 $\frac{1}{2}MN$ 的长为半径作弧, 两弧相交于点 E;

③作射线 AE;

④以同样的方法作射线 BF.

AE 交 BF 于点 O, 连接 OC, 则 $OC=\underline{\sqrt{2}}$.



【考点】 KS: 勾股定理的逆定理; N2: 作图—基本作图.

【专题】1：常规题型.

【分析】直接利用勾股定理的逆定理结合三角形内心的性质进而得出答案.

【解答】解：过点 O 作 $OD \perp BC$ ， $OG \perp AC$ ，垂足分别为： D ， G ，

由题意可得： O 是 $\triangle ACB$ 的内心，

$$\because AB=5, AC=4, BC=3,$$

$$\therefore BC^2+AC^2=AB^2,$$

$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形，

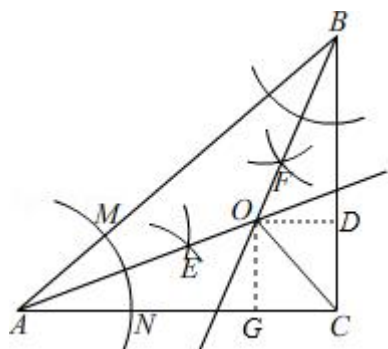
$$\therefore \angle ACB=90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $OGCD$ 是正方形，

$$\therefore DO=OG=\frac{3+4-5}{2}=1,$$

$$\therefore CO=\sqrt{2}.$$

故答案为： $\sqrt{2}$.



【点评】此题主要考查了基本作图以及三角形的内心，正确得出 OD 的长是解题关键.

三、解答题： 本题共 8 小题， 共 78 分.解答应写出文字说明， 证明过程或演算步骤

19. (8 分) 计算： $|-5| - \sqrt[3]{27} + (-2)^2 + 4 \div (-\frac{2}{3})$.

【考点】2C： 实数的运算.

【专题】11： 计算题.

【分析】 根据绝对值的性质、立方根的性质以及实数的运算法则化简计算即可；

【解答】 解：原式 $=5-3+4-6=0$

【点评】 本题考查实数的混合运算，解题的关键是：掌握先乘方，再乘除，后加减，有括号的先算括号里面的，在同一级运算中要从左到右依次运算，无论何种运算，都要注意先定符号后运算.

20. (8分) 化简： $(x-y+\frac{y^2}{x+y}) \cdot \frac{x+y}{x}$.

【考点】 6C：分式的混合运算.

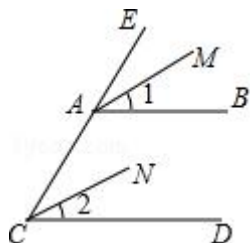
【专题】 11：计算题；513：分式.

【分析】 原式括号中两项通分并利用同分母分式的加法法则计算，约分即可得到结果.

【解答】 解：原式 $=\frac{x^2-y^2+y^2}{x+y} \cdot \frac{x+y}{x} = \frac{x^2}{x+y} \cdot \frac{x+y}{x} = x$.

【点评】 此题考查了分式的混合运算，熟练掌握运算是解本题的关键.

21. (8分) 如图， $AB \parallel CD$ ， $\angle 1 = \angle 2$. 求证： $AM \parallel CN$.



【考点】 JB：平行线的判定与性质.

【专题】 551：线段、角、相交线与平行线.

【分析】 只要证明 $\angle AEM = \angle ECN$ ，根据同位角相等两直线平行即可证明；

【解答】 证明： $\because AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle EAB = \angle ECD,$$

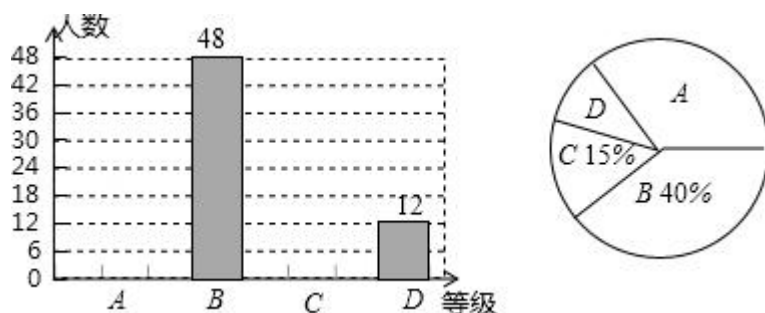
$$\because \angle 1 = \angle 2,$$

$$\therefore \angle EAM = \angle ECN,$$

$$\therefore AM \parallel CN.$$

【点评】 本题考查平行线的判定和性质，解题的关键是熟练掌握平行线的性质和判定，属于中考基础题.

22. (10 分) 2018 年湖南省进入高中学习的学生三年后将面对新高考，高考方案与高校招生政策都将有重大变化. 某部门为了了解政策的宣传情况，对某初级中学学生进行了随机抽样调查，根据学生对政策的了解程度由高到低分为 A, B, C, D 四个等级，并对调查结果分析后绘制了如下两幅不完整的统计图，请你根据图中提供的信息完成下列问题：



- (1) 求被调查学生的人数，并将条形统计图补充完整；
- (2) 求扇形统计图中的 A 等对应的扇形圆心角的度数；
- (3) 已知该校有 1500 名学生，估计该校学生对政策内容了解程度达到 A 等的学生有多少人？

【考点】 V5：用样本估计总体；VB：扇形统计图；VC：条形统计图.

【专题】 542：统计的应用.

【分析】 (1) 利用被调查学生的人数=了解程度达到 B 等的学生数÷所占比例，即可得出被调查学生的人数，由了解程度达到 C 等占到的比例可求出了解程度达到 C 等的学生数，再利用了解程度达到 A 等的学生数=被调查学生的人数 - 了解程度达到 B 等的学生数 - 了解程度达到 C 等的学生数 - 了解程度达到 D 等的学生数可求出了解程度达到 A 等的学生数，依此数据即可将条形统计图补充完整；

(2) 根据 A 等对应的扇形圆心角的度数=了解程度达到 A 等的学生数÷被调查学生的人数 $\times 360^\circ$ ，即可求出结论；

(3) 利用该校现有学生数 $\times$ 了解程度达到 A 等的学生所占比例，即可得出结论.

【解答】 解：(1) $48 \div 40\% = 120$ (人)，

$120 \times 15\% = 18$ (人)，

$$120 - 48 - 18 - 12 = 42 \text{ (人)}.$$

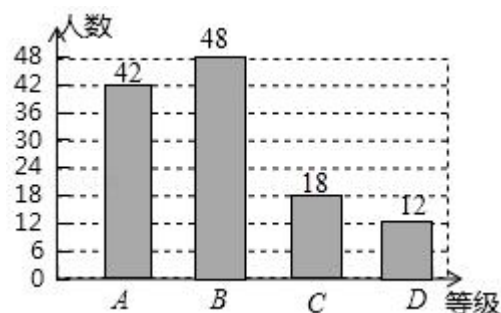
将条形统计图补充完整，如图所示.

$$(2) 42 \div 120 \times 100\% \times 360^\circ = 126^\circ.$$

答：扇形统计图中的 A 等对应的扇形圆心角为 126° .

$$(3) 1500 \times \frac{42}{120} = 525 \text{ (人)}.$$

答：该校学生对政策内容了解程度达到 A 等的学生有 525 人.



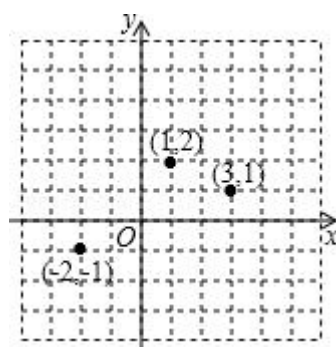
【点评】 本题考查了条形统计图、扇形统计图以及用样本估计总体，观察条形统计图及扇形统计图，找出各数据，再利用各数量间的关系列式计算是解题的关键.

23. (10 分) 如图，在平面直角坐标系中有三点 $(1, 2)$, $(3, 1)$, $(-2, -1)$ ，其中有两点同时在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上，将这两点分别记为 A, B，另一点记为 C.

(1) 求出 k 的值;

(2) 求直线 AB 对应的一次函数的表达式;

(3) 设点 C 关于直线 AB 的对称点为 D, P 是 x 轴上的一个动点, 直接写出 PC+PD 的最小值 (不必说明理由).



【考点】 F5: 一次函数的性质; FA: 待定系数法求一次函数解析式; G4: 反比

例函数的性质；G6：反比例函数图象上点的坐标特征；PA：轴对称－最短路线问题.

【专题】534：反比例函数及其应用.

【分析】(1) 确定 A、B、C 的坐标即可解决问题；

(2) 理由待定系数法即可解决问题；

(3) 作 D 关于 x 轴的对称点 D' (0, -4)，连接 CD' 交 x 轴于 P，此时 $PC+PD$ 的值最小，最小值= CD' 的长；

【解答】解：(1) $\because$ 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象上的点横坐标与纵坐标的积相同，

$\therefore A(1, 2), B(-2, -1), C(3, 1)$

$\therefore k=2$.

(2) 设直线 AB 的解析式为 $y=mx+n$ ，则有 $\begin{cases} m+n+2 \\ -2m+n=-1 \end{cases}$,

解得 $\begin{cases} m=1 \\ n=1 \end{cases}$,

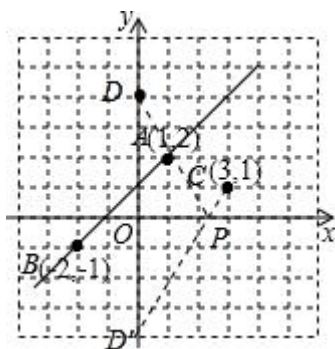
$\therefore$ 直线 AB 的解析式为 $y=x+1$

(3) $\because C、D$ 关于直线 AB 对称，

$\therefore D(0, 4)$

作 D 关于 x 轴的对称点 $D'(0, -4)$ ，连接 CD' 交 x 轴于 P，此时 $PC+PD$ 的值

最小，最小值= $CD'=\sqrt{3^2+5^2}=\sqrt{34}$



【点评】本题考查反比例函数图象上的点的特征，一次函数的性质、反比例函数

的性质、轴对称最短问题等知识，解题的关键是熟练掌握待定系数法确定函数解析式，学会利用轴对称解决最短问题.

24. (10 分) 益马高速通车后，将桃江马迹塘的农产品运往益阳的运输成本大大降低，马迹塘一农户需要将 A，B 两种农产品定期运往益阳某加工厂，每次运输 A，B 产品的件数不变，原来每运一次的运费是 1200 元，现在每运一次的运费比原来减少了 300 元. A，B 两种产品原来的运费和现在的运费（单位：元/件）如下表所示：

品种	A	B
原运费	45	25
现运费	30	20

- (1) 求每次运输的农产品中 A，B 产品各有多少件？
- (2) 由于该农户诚实守信，产品质量好，加工厂决定提高该农户的供货量，每次运送的产品总件数增加 8 件，但总件数中 B 产品的件数不得超过 A 产品件数的 2 倍，问产品件数增加后，每次运费最少需要多少元？

【考点】 9A：二元一次方程组的应用；C9：一元一次不等式的应用；FH：一次函数的应用.

【专题】 521：一次方程（组）及应用；524：一元一次不等式(组)及应用；533：一次函数及其应用.

【分析】 (1) 设每次运输的农产品中 A 产品有 x 件，每次运输的农产品中 B 产品有 y 件，根据表中的数量关系列出关于 x 和 y 的二元一次方程组，解之即可，

(2) 设增加 m 件 A 产品，则增加了 $(8 - m)$ 件 B 产品，设增加供货量后得运费为 W 元，根据 (1) 的结果结合图表列出 W 关于 m 的一次函数，再根据“总件数中 B 产品的件数不得超过 A 产品件数的 2 倍”，列出关于 m 的一元一次不等式，求出 m 的取值范围，再根据一次函数的增减性即可得到答案.

【解答】 解：(1) 设每次运输的农产品中 A 产品有 x 件，每次运输的农产品中 B 产品有 y 件，

根据题意得：
$$\begin{cases} 45x+25y=1200 \\ 30x+20y=1200-300 \end{cases}$$

解得: $\begin{cases} x=10 \\ y=30 \end{cases}$,

答: 每次运输的农产品中 A 产品有 10 件, 每次运输的农产品中 B 产品有 30 件,

(2) 设增加 m 件 A 产品, 则增加了 $(8-m)$ 件 B 产品, 设增加供货量后得运费为 W 元,

增加供货量后 A 产品的数量为 $(10+m)$ 件, B 产品的数量为 $30+(8-m)=(38-m)$ 件,

根据题意得: $W=30(10+m)+20(38-m)=10m+1060$,

由题意得: $38-m \leq 2(10+m)$,

解得: $m \geq 6$,

即 $6 \leq m \leq 8$,

$\therefore$ 一次函数 W 随 m 的增大而增大

$\therefore$ 当 $m=6$ 时, $W_{\text{最小}}=1120$,

答: 产品件数增加后, 每次运费最少需要 1120 元.

【点评】 本题考查了一次函数的应用, 二元一次方程组的应用和一元一次不等式得应用, 解题的关键: (1) 正确根据等量关系列出二元一次方程组, (2) 根据数量关系列出一元一次不等式, 再利用一次函数的增减性求最值.

25. (12 分) 如图 1, 在矩形 ABCD 中, E 是 AD 的中点, 以点 E 为直角顶点的直角三角形 EFG 的两边 EF, EG 分别过点 B, C, $\angle F=30^\circ$.

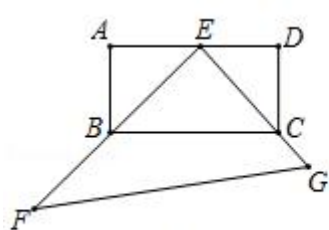


图1

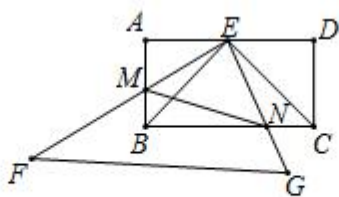


图2

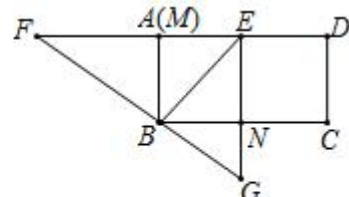


图3

(1) 求证: $BE=CE$;

(2) 将 $\triangle EFG$ 绕点 E 按顺时针方向旋转, 当旋转到 EF 与 AD 重合时停止转动, 若 EF, EG 分别与 AB, BC 相交于点 M, N (如图 2).

①求证: $\triangle BEM \cong \triangle CEN$;

②若 $AB=2$, 求 $\triangle BMN$ 面积的最大值;

③当旋转停止时，点 B 恰好在 FG 上（如图 3），求 $\sin \angle EBG$ 的值.

【考点】LO：四边形综合题.

【专题】152：几何综合题.

【分析】（1）只要证明 $\triangle BAE \cong \triangle CDE$ 即可；

（2）①利用（1）可知 $\triangle EBC$ 是等腰直角三角形，根据 ASA 即可证明；

②构建二次函数，利用二次函数的性质即可解决问题；

③如图 3 中，作 $EH \perp BG$ 于 H. 设 $NG=m$ ，则 $BG=2m$ ， $BN=EN=\sqrt{3}m$ ， $EB=\sqrt{6}m$. 利

用面积法求出 EH，根据三角函数的定义即可解决问题；

【解答】（1）证明：如图 1 中，

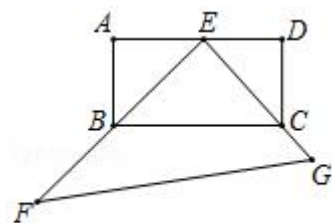


图1

$\because$ 四边形 ABCD 是矩形，

$\therefore AB=DC$ ， $\angle A=\angle D=90^\circ$ ，

$\because$ E 是 AD 中点，

$\therefore AE=DE$ ，

$\therefore \triangle BAE \cong \triangle CDE$ ，

$\therefore BE=CE$.

（2）①解：如图 2 中，

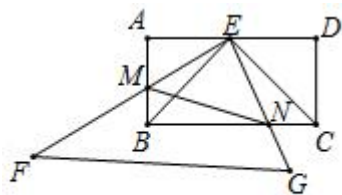


图2

由 (1) 可知, $\triangle EBC$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore \angle EBC = \angle ECB = 45^\circ,$$

$$\because \angle ABC = \angle BCD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EBM = \angle ECN = 45^\circ,$$

$$\because \angle MEN = \angle BEC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BEM = \angle CEN,$$

$$\because EB = EC,$$

$$\therefore \triangle BEM \cong \triangle CEN;$$

$$\textcircled{2} \because \triangle BEM \cong \triangle CEN,$$

$$\therefore BM = CN, \text{ 设 } BM = CN = x, \text{ 则 } BN = 4 - x,$$

$$\therefore S_{\triangle BMN} = \frac{1}{2} \cdot x (4 - x) = -\frac{1}{2} (x - 2)^2 + 2,$$

$$\because -\frac{1}{2} < 0,$$

$$\therefore x = 2 \text{ 时, } \triangle BMN \text{ 的面积最大, 最大值为 } 2.$$

$$\textcircled{3} \text{解: 如图 3 中, 作 } EH \perp BG \text{ 于 } H. \text{ 设 } NG = m, \text{ 则 } BG = 2m, BN = EN = \sqrt{3}m, EB = \sqrt{6}m.$$

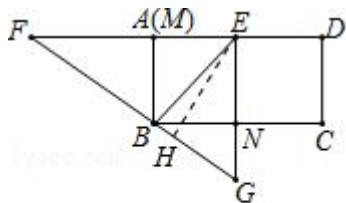


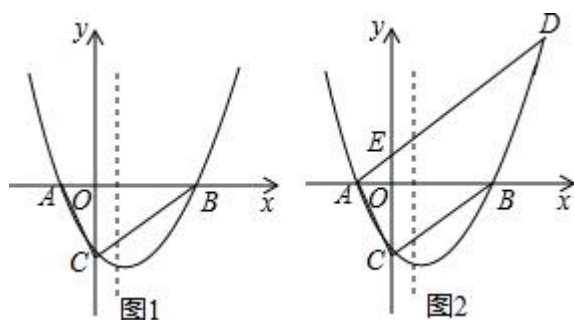
图3

$$\begin{aligned}\therefore EG &= m + \sqrt{3}m = (1 + \sqrt{3})m, \\ \therefore S_{\triangle BEG} &= \frac{1}{2} \cdot EG \cdot BN = \frac{1}{2} \cdot BG \cdot EH, \\ \therefore EH &= \frac{\sqrt{3}m \cdot (1 + \sqrt{3})m}{2m} = \frac{3 + \sqrt{3}}{2}m,\end{aligned}$$

$$\text{在 Rt}\triangle EBH \text{ 中, } \sin \angle EBH = \frac{EH}{EB} = \frac{\frac{3 + \sqrt{3}}{2}m}{\sqrt{6}m} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}.$$

【点评】 本题考查四边形综合题、矩形的性质、等腰直角三角形的判定和性质、全等三角形的判定和性质、旋转变换、锐角三角函数等知识，解题的关键是准确寻找全等三角形解决问题，学会添加常用辅助线，学会利用参数解决问题，属于中考压轴题.

26. (12 分) 如图，已知抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x - n$ ($n > 0$) 与 x 轴交于 A , B 两点 (A 点在 B 点的左边)，与 y 轴交于点 C .



- (1) 如图 1，若 $\triangle ABC$ 为直角三角形，求 n 的值；
- (2) 如图 1，在 (1) 的条件下，点 P 在抛物线上，点 Q 在抛物线的对称轴上，若以 BC 为边，以点 B 、 C 、 P 、 Q 为顶点的四边形是平行四边形，求 P 点的坐标；
- (3) 如图 2，过点 A 作直线 BC 的平行线交抛物线于另一点 D ，交 y 轴于点 E ，若 $AE:ED=1:4$ ，求 n 的值.

【考点】 HF：二次函数综合题.

【专题】 535：二次函数图象及其性质；555：多边形与平行四边形；55D：图形的相似.

【分析】 (1) 利用三角形相似可求 $AO \cdot OB$ ，再由一元二次方程根与系数关系求 $AO \cdot OB$ 构造方程求 n ；

- (2) 求出 B、C 坐标，设出点 Q 坐标，利用平行四边形对角线互相平分性质，分类讨论点 P 坐标，分别代入抛物线解析式，求出 Q 点坐标；
- (3) 设出点 D 坐标 (a, b)，利用相似表示 OA，再由一元二次方程根与系数关系表示 OB，得到点 B 坐标，进而找到 b 与 a 关系，代入抛物线求 a、n 即可。

【解答】 解：(1) 若 $\triangle ABC$ 为直角三角形

$$\therefore \triangle AOC \sim \triangle COB$$

$$\therefore OC^2 = AO \cdot OB$$

$$\text{当 } y=0 \text{ 时, } 0 = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x - n$$

由一元二次方程根与系数关系

$$-OA \cdot OB = OC^2$$

$$n^2 = \frac{-n}{\frac{1}{2}} = -2n$$

解得 $n=0$ (舍去) 或 $n=2$

$$\therefore \text{抛物线解析式为 } y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x - 2$$

$$(2) \text{ 由 (1) 当 } \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x - 2 = 0 \text{ 时}$$

解得 $x_1 = -1$, $x_2 = 4$

$$\therefore OA=1, OB=4$$

$$\therefore B(4, 0), C(0, -2)$$

$$\therefore \text{抛物线对称轴为直线 } x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-\frac{3}{2}}{2 \times \frac{1}{2}} = \frac{3}{2}$$

$$\therefore \text{设点 Q 坐标为 } \left(\frac{3}{2}, b\right)$$

由平行四边形性质可知

当 BQ、CP 为平行四边形对角线时，点 P 坐标为 $\left(\frac{11}{2}, b+2\right)$

$$\text{代入 } y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x - 2$$

$$\text{解得 } b = \frac{23}{8} \text{ 则 P 点坐标为 } \left(\frac{11}{2}, \frac{39}{8}\right)$$

当 CQ、PB 为为平行四边形对角线时，点 P 坐标为 $(-\frac{5}{2}, b-2)$

$$\text{代入 } y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x - 2$$

$$\text{解得 } b = \frac{55}{8} \text{ 则 P 坐标为 } (-\frac{5}{2}, \frac{39}{8})$$

$$\text{综上点 P 坐标为 } (\frac{11}{2}, \frac{39}{8}) \text{ } (-\frac{5}{2}, \frac{39}{8});$$

(3) 设点 D 坐标为 (a, b)

$$\because AE: ED = 1: 4$$

$$\text{则 } OE = \frac{1}{5}b, \quad OA = \frac{1}{4}a$$

$$\because AD \parallel AB$$

$$\therefore \triangle AEO \sim \triangle BCO$$

$$\because OC = n$$

$$\therefore \frac{OB}{OC} = \frac{OA}{OE}$$

$$\therefore OB = \frac{5an}{4b}$$

由一元二次方程根与系数关系

$$x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-n}{\frac{1}{2}} = -\frac{1}{4}a \cdot \frac{5an}{4b}$$

$$\therefore b = \frac{5}{32}a^2$$

$$\text{将点 A } (-\frac{1}{4}a, 0), \text{ D } (a, \frac{5}{32}a^2) \text{ 代入 } y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x - n$$

$$\begin{cases} 0 = \frac{1}{2} \times (-\frac{1}{4}a)^2 - \frac{3}{2} \cdot (-\frac{1}{4}a) - n \\ \frac{5}{32}a^2 = \frac{1}{2}a^2 - \frac{3}{2}a - n \end{cases}$$

解得 $a=6$ 或 $a=0$ (舍去)

$$\text{则 } n = \frac{27}{8}$$

【点评】 本题是代数几何综合题，考查了二次函数图象性质、一元二次方程根与系数关系、三角形相似以及平行四边形的性质，解答关键是综合运用数形结合分类讨论思想.