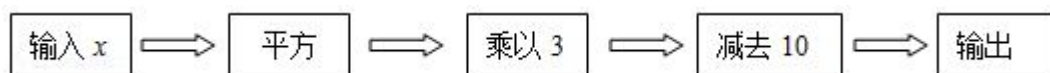


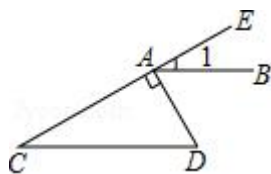
湖南省湘西土家族苗族自治州 2018 年中考数学真题试题

一、填空题（本大题 8 小题，每小题 4 分，共 32 分）

1. (4.00 分) -2018 的绝对值是_____.
2. (4.00 分) 分解因式: $a^2 - 9 =$ _____.
3. (4.00 分) 要使分式 $\frac{1}{x+2}$ 有意义, 则 x 的取值范围为_____.
4. (4.00 分) “可燃冰”作为新型能源, 有着巨大的开发使用潜力, 1 千克“可燃冰”完全燃烧放出的热量约为 420000000 焦耳, 数据 420000000 用科学记数法表示为_____.
5. (4.00 分) 农历五月初五为端午节, 端午节吃粽子是中华民族的传统习俗. 小明妈妈买了 3 个红豆粽、2 个碱水粽、5 个腊肉粽, 粽子除了内部馅料不同外其他均相同. 小明随意吃了一个, 则吃到腊肉粽的概率为_____.
6. (4.00 分) 按照如图的操作步骤, 若输入 x 的值为 2, 则输出的值是_____. (用科学计算器计算或笔算)



7. (4.00 分) 如图, $DA \perp CE$ 于点 A , $CD \parallel AB$, $\angle 1 = 30^\circ$, 则 $\angle D =$ _____.

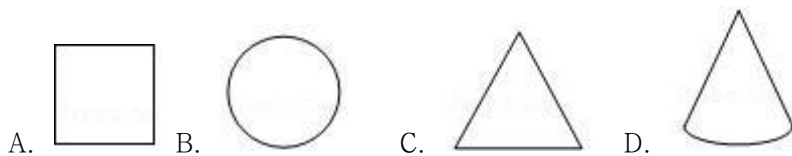


8. (4.00 分) 对于任意实数 a 、 b , 定义一种运算: $a \ast b = ab - a + b - 2$. 例如, $2 \ast 5 = 2 \times 5 - 2 + 5 - 2 = 11$. 请根据上述的定义解决问题: 若不等式 $3 \ast x < 2$, 则不等式的正整数解是_____.

二、选择题（本大题 10 小题，每小题 4 分，共 40 分，每个小题所给四个选项只有一个正确选项）

9. (4.00 分) 下列运算中, 正确的是 ()
A. $a^2 \cdot a^3 = a^5$ B. $2a - a = 2$ C. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ D. $2a + 3b = 5ab$
10. (4.00 分) 如图所示的几何体的主视图是 ()

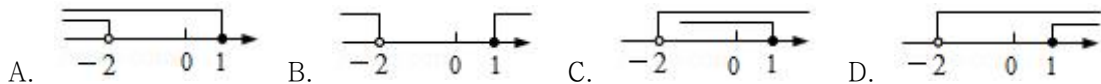




11. (4.00 分) 在某次体育测试中, 九年级 (1) 班 5 位同学的立定跳远成绩 (单位: m) 分别为: 1.81, 1.98, 2.10, 2.30, 2.10. 这组数据的众数为 ()

A. 2.30 B. 2.10 C. 1.98 D. 1.81

12. (4.00 分) 不等式组 $\begin{cases} x > -2 \\ x \leq 1 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示正确的是 ()



13. (4.00 分) 一次函数 $y=x+2$ 的图象与 y 轴的交点坐标为 ()

A. (0, 2) B. (0, -2) C. (2, 0) D. (-2, 0)

14. (4.00 分) 下列四个图形中, 是轴对称图形的是 ()



15. (4.00 分) 已知 $\odot O$ 的半径为 5cm, 圆心 O 到直线 l 的距离为 5cm, 则直线 l 与 $\odot O$ 的位置关系为 ()

A. 相交 B. 相切 C. 相离 D. 无法确定

16. (4.00 分) 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 有一个解为 $x = -1$, 则另一个解为 ()

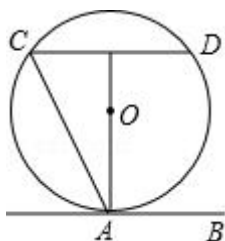
A. 1 B. -3 C. 3 D. 4

17. (4.00 分) 下列说法中, 正确个数有 ()

- ①对顶角相等;
- ②两直线平行, 同旁内角相等;
- ③对角线互相垂直的四边形为菱形;
- ④对角线互相垂直平分且相等的四边形为正方形.

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

18. (4.00 分) 如图, 直线 AB 与 $\odot O$ 相切于点 A , AC 、 CD 是 $\odot O$ 的两条弦, 且 $CD \parallel AB$, 若 $\odot O$ 的半径为 5, $CD=8$, 则弦 AC 的长为 ()



- A. 10 B. 8 C. $4\sqrt{3}$ D. $4\sqrt{5}$

三、解答题（本大题 8 小题，共 78 分，每个题目都要求写出计算或证明的主要步骤）

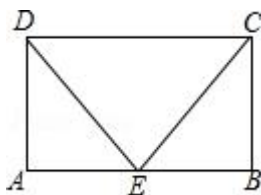
19. (6.00 分) 计算: $\sqrt{4} + (\pi - 2018)^0 - 2\tan 45^\circ$

20. (6.00 分) 解方程组:
$$\begin{cases} x+y=3 \text{ ①} \\ 3x-y=5 \text{ ②} \end{cases}$$

21. (8.00 分) 如图，在矩形 ABCD 中，E 是 AB 的中点，连接 DE、CE.

(1) 求证: $\triangle ADE \cong \triangle BCE$;

(2) 若 $AB=6$, $AD=4$, 求 $\triangle CDE$ 的周长.

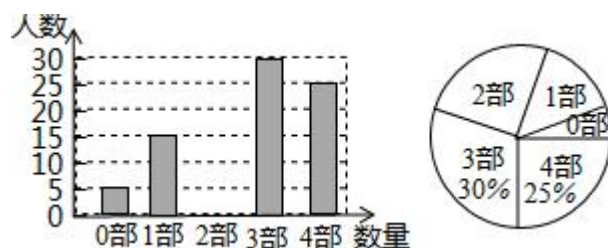


22. (8.00 分) 中华文化源远流长，在文学方面，《西游记》《三国演义》《水浒传》《红楼梦》是我国古代长篇小说中的典型代表，被称为“四大古典名著”。某中学为了了解学生对四大古典名著的阅读情况，就“四大古典名著你读完了几部”的问题在全校学生中抽取 n 名学生进行调查。根据调查结果绘制成如图所示的两个不完整的统计图，请结合图中信息解决下列问题：

(1) 求 n 的值；

(2) 请将条形统计图补充完整；

(3) 若该校共有 2000 名学生，请估计该校四大古典名著均已读完的人数。

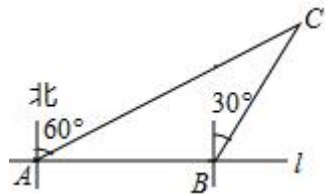


23. (8.00 分) 如图，某市郊外景区内一条笔直的公路 l 经过 A、B 两个景点，景区管委会又开发了风景优美的景点 C。经测量，C 位于 A 的北偏东 60° 的方向上，C 位于 B 的北偏东

30° 的方向上, 且 $AB=10\text{km}$.

(1) 求景点 B 与 C 的距离;

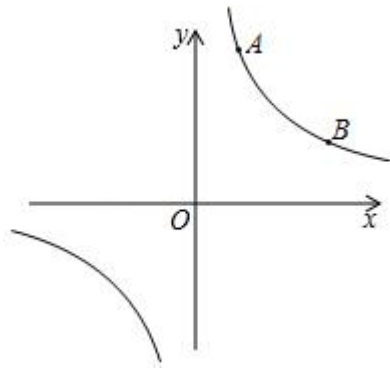
(2) 为了方便游客到景点 C 游玩, 景区管委会准备由景点 C 向公路 l 修一条距离最短的公路, 不考虑其他因素, 求出这条最短公路的长. (结果保留根号)



24. (8.00 分) 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ (k 为常数, 且 $k\neq 0$) 的图象经过点 A (1, 3)、B (3, m).

(1) 求反比例函数的解析式及 B 点的坐标;

(2) 在 x 轴上找一点 P, 使 $PA+PB$ 的值最小, 求满足条件的点 P 的坐标.



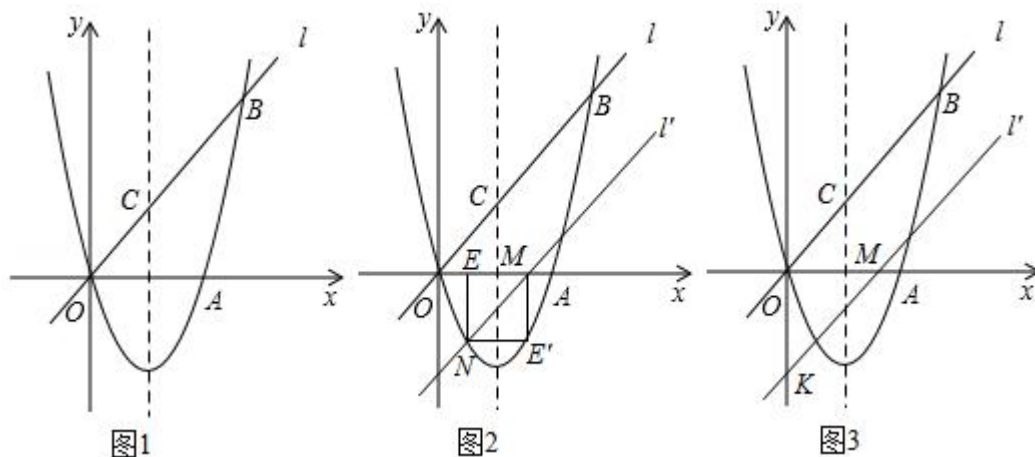
25. (12.00 分) 某商店销售 A 型和 B 型两种电脑, 其中 A 型电脑每台的利润为 400 元, B 型电脑每台的利润为 500 元. 该商店计划再一次性购进两种型号的电脑共 100 台, 其中 B 型电脑的进货量不超过 A 型电脑的 2 倍, 设购进 A 型电脑 x 台, 这 100 台电脑的销售总利润为 y 元.

(1) 求 y 关于 x 的函数关系式;

(2) 该商店购进 A 型、B 型电脑各多少台, 才能使销售总利润最大, 最大利润是多少?

(3) 实际进货时, 厂家对 A 型电脑出厂价下调 a ($0 < a < 200$) 元, 且限定商店最多购进 A 型电脑 60 台, 若商店保持同种电脑的售价不变, 请你根据以上信息, 设计出使这 100 台电脑销售总利润最大的进货方案.

26. (22.00 分) 如图 1, 经过原点 O 的抛物线 $y=ax^2+bx$ (a 、 b 为常数, $a\neq 0$) 与 x 轴相交于另一点 A (3, 0). 直线 l: $y=x$ 在第一象限内和此抛物线相交于点 B (5, t), 与抛物线的对称轴相交于点 C.



- (1) 求抛物线的解析式;
- (2) 在 x 轴上找一点 P , 使以点 P 、 O 、 C 为顶点的三角形与以点 A 、 O 、 B 为顶点的三角形相似, 求满足条件的点 P 的坐标;
- (3) 直线 l 沿着 x 轴向右平移得到直线 l' , l' 与线段 OA 相交于点 M , 与 x 轴下方的抛物线相交于点 N , 过点 N 作 $NE \perp x$ 轴于点 E . 把 $\triangle MEN$ 沿直线 l' 折叠, 当点 E 恰好落在抛物线上时 (图 2), 求直线 l' 的解析式;
- (4) 在 (3) 问的条件下 (图 3), 直线 l' 与 y 轴相交于点 K , 把 $\triangle MOK$ 绕点 O 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle M'OK'$, 点 F 为直线 l' 上的动点. 当 $\triangle M'FK'$ 为等腰三角形时, 求满足条件的点 F 的坐标.

参考答案与试题解析

一、填空题（本大题 8 小题，每小题 4 分，共 32 分）

1. (4.00 分) -2018 的绝对值是 2018.

【分析】根据绝对值的定义即可求得.

【解答】解： -2018 的绝对值是 2018.

故答案为：2018

【点评】本题主要考查的是绝对值的定义，熟练掌握相关知识是解题的关键.

2. (4.00 分) 分解因式： $a^2 - 9 = \underline{(a+3)(a-3)}$.

【分析】直接利用平方差公式分解因式进而得出答案.

【解答】解： $a^2 - 9 = (a+3)(a-3)$.

故答案为： $(a+3)(a-3)$.

【点评】此题主要考查了公式法分解因式，熟练应用平方差公式是解题关键.

3. (4.00 分) 要使分式 $\frac{1}{x+2}$ 有意义，则 x 的取值范围为 $x \neq -2$.

【分析】根据根式有意义的条件即可求出答案.

【解答】解：由题意可知： $x+2 \neq 0$,

$\therefore x \neq -2$

故答案为： $x \neq -2$

【点评】本题考查分式有意义的条件，解题的关键是正确理解分式有意义的条件，本题属于基础题型.

4. (4.00 分) “可燃冰”作为新型能源，有着巨大的开发使用潜力，1 千克“可燃冰”完全燃烧放出的热量约为 420000000 焦耳，数据 420000000 用科学记数法表示为 4.2×10^8 .

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值大于 10 时， n 是正数；当原数的绝对值小于 1 时， n 是负数.

【解答】解： $420000000 = 4.2 \times 10^8$.

故答案为： 4.2×10^8

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

5. (4.00 分) 农历五月初五为端午节, 端午节吃粽子是中华民族的传统习俗. 小明妈妈买了 3 个红豆粽、2 个碱水粽、5 个腊肉粽, 粽子除了内部馅料不同外其他均相同. 小明随意吃了一个, 则吃到腊肉粽的概率为 $\frac{1}{2}$.

【分析】根据题意和题目中的数据可以求得小明随意吃了一个, 则吃到腊肉粽的概率.

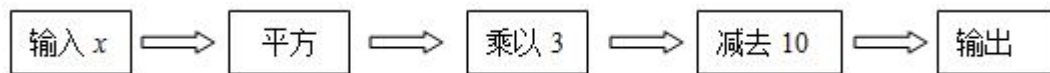
【解答】解: 由题意可得,

小明随意吃了一个, 则吃到腊肉粽的概率为: $\frac{5}{3+2+5} = \frac{1}{2}$,

故答案为: $\frac{1}{2}$.

【点评】本题考查概率公式, 解答本题的关键是明确题意, 利用概率的知识解答.

6. (4.00 分) 按照如图的操作步骤, 若输入 x 的值为 2, 则输出的值是 2. (用科学计算器计算或笔算)



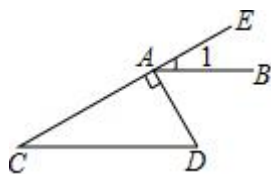
【分析】将 $x=2$ 代入程序框图中计算即可得到结果.

【解答】解: 将 $x=2$ 代入得: $3 \times (2)^2 - 10 = 12 - 10 = 2$.

故答案为: 2.

【点评】此题考查了代数式求值, 熟练掌握运算是解本题的关键.

7. (4.00 分) 如图, $DA \perp CE$ 于点 A , $CD \parallel AB$, $\angle 1 = 30^\circ$, 则 $\angle D = \underline{60^\circ}$.



【分析】先根据垂直的定义, 得出 $\angle BAD = 60^\circ$, 再根据平行线的性质, 即可得出 $\angle D$ 的度数.

【解答】解: $\because DA \perp CE$,

$\therefore \angle DAE = 90^\circ$,

$\because \angle EAB=30^{\circ}$,

$\therefore \angle BAD=60^{\circ}$,

又 $\because AB\parallel CD$,

$\therefore \angle D=\angle BAD=60^{\circ}$,

故答案为: 60° .

【点评】 本题主要考查了平行线的性质以及垂线的定义, 解题时注意: 两直线平行, 内错角相等.

8. (4.00 分) 对于任意实数 a 、 b , 定义一种运算: $a\ast b=ab-a+b-2$. 例如, $2\ast 5=2\times 5-2+5-2=11$. 请根据上述的定义解决问题: 若不等式 $3\ast x<2$, 则不等式的正整数解是 1.

【分析】 根据新定义可得出关于 x 的一元一次不等式, 解之取其中的正整数即可得出结论.

【解答】 解: $\because 3\ast x=3x-3+x-2<2$,

$$\therefore x<\frac{7}{4},$$

$\because x$ 为正整数,

$$\therefore x=1.$$

故答案为: 1.

【点评】 本题考查一元一次不等式的整数解以及实数的运算, 通过解不等式找出 $x<\frac{7}{4}$ 是解题的关键.

二、选择题 (本大题 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分, 每个小题所给四个选项只有一个正确选项)

9. (4.00 分) 下列运算中, 正确的是 ()

A. $a^2\cdot a^3=a^5$ B. $2a-a=2$ C. $(a+b)^2=a^2+b^2$ D. $2a+3b=5ab$

【分析】 根据合并同类项的法则, 完全平方公式, 同底数幂的乘法的性质, 对各选项分析判断后利用排除法求解.

【解答】 解: A、 $a^2\cdot a^3=a^5$, 正确;

B、 $2a-a=a$, 错误;

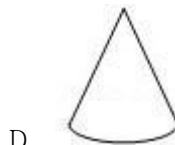
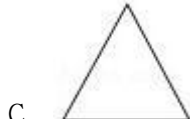
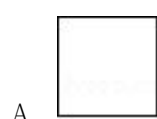
C、 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$, 错误;

D、 $2a+3b=2a+3b$, 错误;

故选：A.

【点评】此题主要考查了整式的运算能力，对于相关的整式运算法则要求学生很熟练，才能正确求出结果.

10. (4.00 分) 如图所示的几何体的主视图是 ()



【分析】根据圆锥体的三视图即可得.

【解答】解：圆锥体的主视图是等腰三角形，

故选：C.

【点评】本题主要考查简单几何体的三视图，解题的关键是掌握常见几何体的三视图.

11. (4.00 分) 在某次体育测试中，九年级 (1) 班 5 位同学的立定跳远成绩 (单位：m) 分别为：1.81, 1.98, 2.10, 2.30, 2.10. 这组数据的众数为 ()

A. 2.30 B. 2.10 C. 1.98 D. 1.81

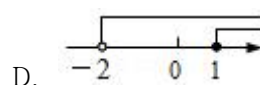
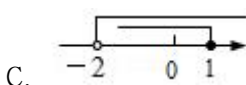
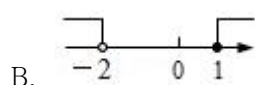
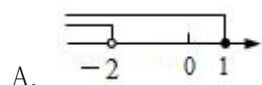
【分析】根据众数的概念解答.

【解答】解：在数据 1.81, 1.98, 2.10, 2.30, 2.10 中，2.10 出现 2 次，出现的次数最多，
∴ 这组数据的众数是 2.10，

故选：B.

【点评】本题考查的是众数的确定，掌握一组数据中出现次数最多的数据叫做众数是解题的关键.

12. (4.00 分) 不等式组 $\begin{cases} x > -2 \\ x \leq 1 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示正确的是 ()



【分析】先定界点，再定方向即可得.

【解答】解：不等式组 $\begin{cases} x > -2 \\ x \leq 1 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示如下：



故选：C.

【点评】本题考查了在数轴上表示不等式的解集，用数轴表示不等式的解集时，要注意“两定”：一是定界点，一般在数轴上只标出原点和界点即可．定边界点时要注意，点是实心还是空心，若边界点含于解集为实心点，不含于解集即为空心点；二是定方向，定方向的原则是：“小于向左，大于向右”．

13. (4.00 分) 一次函数 $y=x+2$ 的图象与 y 轴的交点坐标为 ()

A. (0, 2) B. (0, -2) C. (2, 0) D. (-2, 0)

【分析】代入 $x=0$ 求出 y 值，进而即可得出一次函数 $y=x+2$ 的图象与 y 轴的交点坐标.

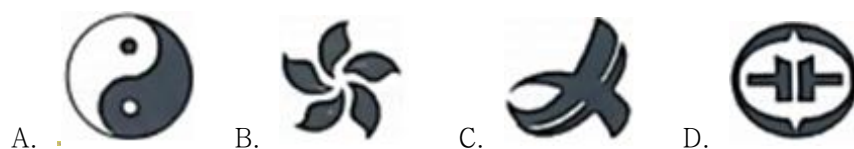
【解答】解：当 $x=0$ 时， $y=x+2=0+2=2$,

∴ 一次函数 $y=x+2$ 的图象与 y 轴的交点坐标为 (0, 2).

故选：A.

【点评】本题考查了一次函数图象上点的坐标特征，代入 $x=0$ 求出 y 值是解题的关键.

14. (4.00 分) 下列四个图形中，是轴对称图形的是 ()



【分析】根据轴对称图形的概念求解.

【解答】解：D 选项的图形是轴对称图形，A, B, C 选项的图形不是轴对称图形.

故选：D.

【点评】本题考查了轴对称图形的概念：轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分沿对称轴折叠后可重合.

15. (4.00 分) 已知 $\odot O$ 的半径为 5cm，圆心 O 到直线 l 的距离为 5cm，则直线 l 与 $\odot O$ 的位置关系为 ()

A. 相交 B. 相切 C. 相离 D. 无法确定

【分析】根据圆心到直线的距离 5 等于圆的半径 5，则直线和圆相切.

【解答】解：∵ 圆心到直线的距离 $5\text{cm}=5\text{cm}$,

∴ 直线和圆相切.

故选：B.

【点评】此题考查直线与圆的关系，能够熟练根据数量之间的关系判断直线和圆的位置关系. 若 $d < r$ ，则直线与圆相交；若 $d = r$ ，则直线与圆相切；若 $d > r$ ，则直线与圆相离.

16. (4.00 分) 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 有一个解为 $x = -1$ ，则另一个解为 ()

A. 1 B. -3 C. 3 D. 4

【分析】设方程的另一个解为 x_1 ，根据两根之和等于 $-\frac{b}{a}$ ，即可得出关于 x_1 的一元一次方程，解之即可得出结论.

【解答】解：设方程的另一个解为 x_1 ，

根据题意得： $-1 + x_1 = 2$,

解得： $x_1 = 3$.

故选：C.

【点评】本题考查了根与系数的关系以及一元二次方程的解，牢记两根之和等于 $-\frac{b}{a}$ 、两根之积等于 $\frac{c}{a}$ 是解题的关键.

17. (4.00 分) 下列说法中，正确个数有 ()

- ①对顶角相等；
- ②两直线平行，同旁内角相等；
- ③对角线互相垂直的四边形为菱形；
- ④对角线互相垂直平分且相等的四边形为正方形.

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【分析】根据对顶角的性质，菱形的判定，正方形的判定，平行线的性质，可得答案.

【解答】解：①对顶角相等，故①正确；

②两直线平行，同旁内角互补，故②错误；

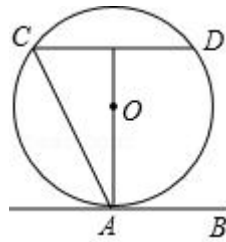
③对角线互相垂直且平分的四边形为菱形，故③错误；

④对角线互相垂直平分且相等的四边形为正方形，故④正确，

故选：B.

【点评】本题考查了正方形的判定、菱形的判定、平行线的性质、对顶角的性质，熟记对顶角的性质，菱形的判定，正方形的判定，平行线的性质是解题关键.

18. (4.00 分) 如图，直线 AB 与 $\odot O$ 相切于点 A，AC、CD 是 $\odot O$ 的两条弦，且 $CD \parallel AB$ ，若 $\odot O$ 的半径为 5， $CD=8$ ，则弦 AC 的长为 ()



- A. 10 B. 8 C. $4\sqrt{3}$ D. $4\sqrt{5}$

【分析】由 AB 是圆的切线知 $AO \perp AB$ ，结合 $CD \parallel AB$ 知 $AO \perp CD$ ，从而得出 $CE=4$ ，在 $\text{Rt}\triangle COE$ 中求得 $OE=3$ 及 $AE=8$ ，在 $\text{Rt}\triangle ACE$ 中利用勾股定理可得答案.

【解答】解： $\because$ 直线 AB 与 $\odot O$ 相切于点 A，

$\therefore OA \perp AB$ ，

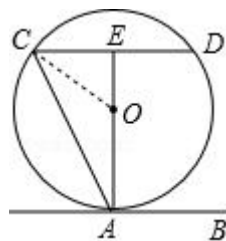
又 $\because CD \parallel AB$ ，

$\therefore AO \perp CD$ ，记垂足为 E，

$\because CD=8$ ，

$\therefore CE=DE=\frac{1}{2}CD=4$ ，

连接 OC，则 $OC=OA=5$ ，



在 $\text{Rt}\triangle OCE$ 中， $OE=\sqrt{OC^2-CE^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$ ，

$\therefore AE=AO+OE=8$ ，

则 $AC=\sqrt{CE^2+AE^2}=\sqrt{4^2+8^2}=4\sqrt{5}$ ，

故选：D.

【点评】本题主要考查切线的性质，解题的关键是掌握切线的性质：圆的切线垂直于经过切

点的半径及垂径定理.

三、解答题 (本大题 8 小题, 共 78 分, 每个题目都要求写出计算或证明的主要步骤)

19. (6.00 分) 计算: $\sqrt{4} + (\pi - 2018)^0 - 2\tan 45^\circ$

【分析】原式利用算术平方根定义, 零指数幂法则, 以及特殊角的三角函数值计算即可求出值.

【解答】解: 原式 $= 2 + 1 - 2 = 1$.

【点评】此题考查了实数的运算, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

20. (6.00 分) 解方程组:
$$\begin{cases} x+y=3 \text{ ①} \\ 3x-y=5 \text{ ②} \end{cases}$$

【分析】①+②求出 x , 把 $x=2$ 代入①求出 y 即可.

【解答】解: ①+②得: $4x=8$,

解得: $x=2$,

把 $x=2$ 代入①得: $2+y=3$,

解得: $y=1$,

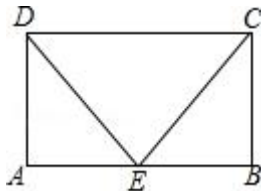
所以原方程组的解为 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$.

【点评】本题考查了解二元一次方程组, 能把二元一次方程组转化成一元一次方程是解此题的关键.

21. (8.00 分) 如图, 在矩形 ABCD 中, E 是 AB 的中点, 连接 DE、CE.

(1) 求证: $\triangle ADE \cong \triangle BCE$;

(2) 若 $AB=6$, $AD=4$, 求 $\triangle CDE$ 的周长.



【分析】(1) 由全等三角形的判定定理 SAS 证得结论;

(2) 由 (1) 中全等三角形的对应边相等和勾股定理求得线段 DE 的长度, 结合三角形的周长公式解答.

【解答】(1) 证明: 在矩形 ABCD 中, $AD=BC$, $\angle A=\angle B=90^\circ$.

$\because E$ 是 AB 的中点,

$\therefore AE=BE$.

在 $\triangle ADE$ 与 $\triangle BCE$ 中,

$$\begin{cases} AD=BC \\ \angle A=\angle B, \\ AE=BE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle BCE$ (SAS);

(2) 由 (1) 知: $\triangle ADE \cong \triangle BCE$, 则 $DE=EC$.

在直角 $\triangle ADE$ 中, $AE=4$, $AE=\frac{1}{2}AB=3$,

由勾股定理知, $DE=\sqrt{AD^2+AE^2}=\sqrt{4^2+3^2}=5$,

$\therefore \triangle CDE$ 的周长 $=2DE+AD=2DE+AB=2 \times 5+6=16$.

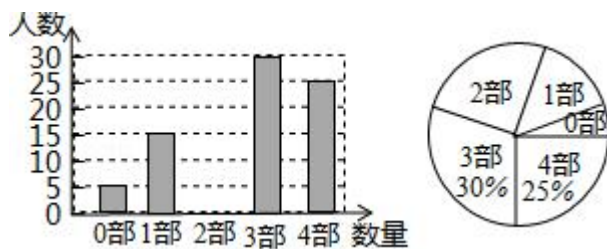
【点评】 本题主要考查了全等三角形的判定和性质, 矩形的性质, 全等三角形的判定是结合全等三角形的性质证明线段和角相等的重要工具. 在判定三角形全等时, 关键是选择恰当的判定条件.

22. (8.00 分) 中华文化源远流长, 在文学方面, 《西游记》《三国演义》《水浒传》《红楼梦》是我国古代长篇小说中的典型代表, 被称为“四大古典名著”. 某中学为了了解学生对四大古典名著的阅读情况, 就“四大古典名著你读完了几部”的问题在全校学生中抽取 n 名学生进行调查. 根据调查结果绘制成如图所示的两个不完整的统计图, 请结合图中信息解决下列问题:

(1) 求 n 的值;

(2) 请将条形统计图补充完整;

(3) 若该校共有 2000 名学生, 请估计该校四大古典名著均已读完的人数.



【分析】 (1) 由读完 3 部的人数乘以占的百分比求出 n 的值即可;

(2) 求出读完 2 部的人数, 补全条形统计图即可;

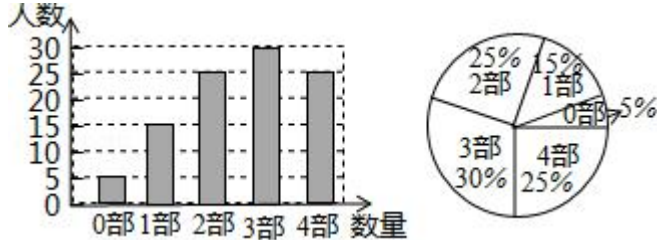
(3) 求出读完 4 部的百分比, 乘以 2000 即可得到结果.

【解答】解: (1) 根据题意得: $30 \div 30\% = 100$ (人),

则 n 的值为 100;

(2) 四大古典名著你读完了 2 部的人数为 $100 - (5 + 15 + 30 + 25) = 25$ (人),

补全条形统计图, 如图所示:



(3) 根据题意得: $25\% \times 2000 = 500$ (人),

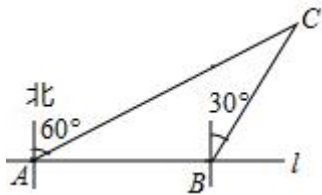
则该校四大古典名著均已读完的人数为 500 人.

【点评】此题考查了条形统计图, 扇形统计图, 以及用样本估计总体, 弄清题中的数据是解本题的关键.

23. (8.00 分) 如图, 某市郊外景区内一条笔直的公路 l 经过 A、B 两个景点, 景区管委会又开发了风景优美的景点 C. 经测量, C 位于 A 的北偏东 60° 的方向上, C 位于 B 的北偏东 30° 的方向上, 且 $AB = 10\text{km}$.

(1) 求景点 B 与 C 的距离;

(2) 为了方便游客到景点 C 游玩, 景区管委会准备由景点 C 向公路 l 修一条距离最短的公路, 不考虑其他因素, 求出这条最短公路的长. (结果保留根号)



【分析】(1) 先根据方向角的定义得出 $\angle CAB = 30^\circ$, $\angle ABC = 120^\circ$, 由三角形内角和定理求出 $\angle C = 180^\circ - \angle CAB - \angle ABC = 30^\circ$, 则 $\angle CAB = \angle C = 30^\circ$, 根据等角对等边求出 $BC = AB = 10\text{km}$;

(2) 首先过点 C 作 $CE \perp AB$ 于点 E, 然后在 $\text{Rt}\triangle CBE$ 中, 求得答案.

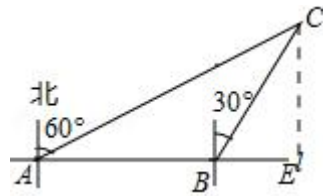
【解答】解: (1) 如图, 由题意得 $\angle CAB = 30^\circ$, $\angle ABC = 90^\circ + 30^\circ = 120^\circ$,

$\therefore \angle C = 180^\circ - \angle CAB - \angle ABC = 30^\circ$,

$$\therefore \angle CAB = \angle C = 30^\circ,$$

$$\therefore BC = AB = 10\text{km},$$

即景点 B、C 相距的路程为 10km.



(2) 过点 C 作 $CE \perp AB$ 于点 E,

$\therefore BC = 10\text{km}$, C 位于 B 的北偏东 30° 的方向上,

$$\therefore \angle CBE = 60^\circ,$$

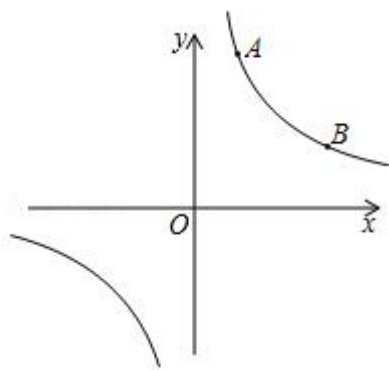
在 $\text{Rt}\triangle CBE$ 中, $CE = \frac{\sqrt{3}}{2}BC = 5\sqrt{3}\text{km}$.

【点评】 本题考查解直角三角形的应用 - 方向角问题, 比较简单. 涉及到三角形内角和定理, 等腰三角形的判定等知识. 根据条件得出 $\angle CAB = \angle C$ 是解题的关键.

24. (8.00 分) 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, 且 $k \neq 0$) 的图象经过点 A (1, 3)、B (3, m).

(1) 求反比例函数的解析式及 B 点的坐标;

(2) 在 x 轴上找一点 P, 使 PA+PB 的值最小, 求满足条件的点 P 的坐标.



【分析】 (1) 先把 A 点坐标代入 $y = \frac{k}{x}$ 求出 k 得到反比例函数解析式; 然后把 B (3, m) 代入反比例函数解析式求出 m 得到 B 点坐标;

(2) 作 A 点关于 x 轴的对称点 A' , 连接 BA' 交 x 轴于 P 点, 则 A' (1, -3), 利用两点之间线段最短可判断此时此时 PA+PB 的值最小, 再利用待定系数法求出直线 BA' 的解析式, 然后求出直线与 x 轴的交点坐标即可得到 P 点坐标.

【解答】 解: (1) 把 A (1, 3) 代入 $y = \frac{k}{x}$ 得 $k = 1 \times 3 = 3$,

∴ 反比例函数解析式为 $y = \frac{3}{x}$;

把 B (3, m) 代入 $y = \frac{3}{x}$ 得 $3m=3$, 解得 $m=1$,

∴ B 点坐标为 (3, 1);

(2) 作 A 点关于 x 轴的对称点 A' , 连接 BA' 交 x 轴于 P 点, 则 A' (1, -3),

∴ $PA+PB=PA'+PB=BA'$,

∴ 此时此时 PA+PB 的值最小,

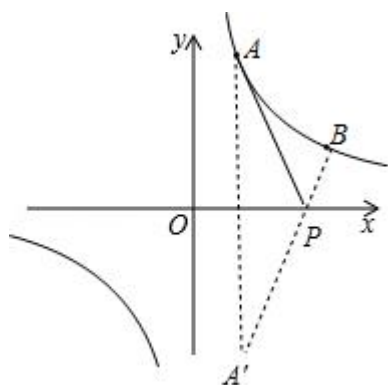
设直线 BA' 的解析式为 $y=mx+n$,

把 A' (1, -3), B (3, 1) 代入得 $\begin{cases} m+n=-3 \\ 3m+n=1 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} m=2 \\ n=-5 \end{cases}$,

∴ 直线 BA' 的解析式为 $y=2x-5$,

当 $y=0$ 时, $2x-5=0$, 解得 $x=\frac{5}{2}$,

∴ P 点坐标为 $(\frac{5}{2}, 0)$.



【点评】 本题考查了用待定系数法求反比例函数的解析式: 先设出含有待定系数的反比例函数解析式 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$); 再把已知条件 (自变量与函数的对应值) 带入解析式, 得到待定系数的方程; 接着解方程, 求出待定系数; 然后写出解析式. 也考查了最短路径问题.

25. (12.00 分) 某商店销售 A 型和 B 型两种电脑, 其中 A 型电脑每台的利润为 400 元, B 型电脑每台的利润为 500 元. 该商店计划再一次性购进两种型号的电脑共 100 台, 其中 B 型电脑的进货量不超过 A 型电脑的 2 倍, 设购进 A 型电脑 x 台, 这 100 台电脑的销售总利润为 y 元.

(1) 求 y 关于 x 的函数关系式;

(2) 该商店购进 A 型、B 型电脑各多少台，才能使销售总利润最大，最大利润是多少？

(3) 实际进货时，厂家对 A 型电脑出厂价下调 a ($0 < a < 200$) 元，且限定商店最多购进 A 型电脑 60 台，若商店保持同种电脑的售价不变，请你根据以上信息，设计出使这 100 台电脑销售总利润最大的进货方案.

【分析】 (1) 根据“总利润=A 型电脑每台利润 $\times$ A 电脑数量+B 型电脑每台利润 $\times$ B 电脑数量”可得函数解析式；

(2) 根据“B 型电脑的进货量不超过 A 型电脑的 2 倍且电脑数量为整数”求得 x 的范围，再结合 (1) 所求函数解析式及一次函数的性质求解可得；

(3) 据题意得 $y = (400+a)x + 500(100-x)$ ，即 $y = (a-100)x + 50000$ ，分三种情况讨论，

①当 $0 < a < 100$ 时， y 随 x 的增大而减小，② $a=100$ 时， $y=50000$ ，③当 $100 < a < 200$ 时， $a-100 > 0$ ， y 随 x 的增大而增大，分别进行求解.

【解答】 解：(1) 根据题意， $y = 400x + 500(100-x) = -100x + 50000$ ；

(2) $\because 100 - x \leq 2x$,

$$\therefore x \geq \frac{100}{3},$$

$\because y = -100x + 50000$ 中 $k = -100 < 0$,

$\therefore y$ 随 x 的增大而减小，

$\because x$ 为正数，

$\therefore x=34$ 时， y 取得最大值，最大值为 46600，

答：该商店购进 A 型 34 台、B 型电脑 66 台，才能使销售总利润最大，最大利润是 46600 元；

(3) 据题意得， $y = (400+a)x + 500(100-x)$ ，即 $y = (a-100)x + 50000$ ，

$$33\frac{1}{3} \leq x \leq 60$$

①当 $0 < a < 100$ 时， y 随 x 的增大而减小，

$\therefore$ 当 $x=34$ 时， y 取最大值，

即商店购进 34 台 A 型电脑和 66 台 B 型电脑的销售利润最大.

② $a=100$ 时， $a-100=0$ ， $y=50000$ ，

即商店购进 A 型电脑数量满足 $33\frac{1}{3} \leq x \leq 60$ 的整数时，均获得最大利润；

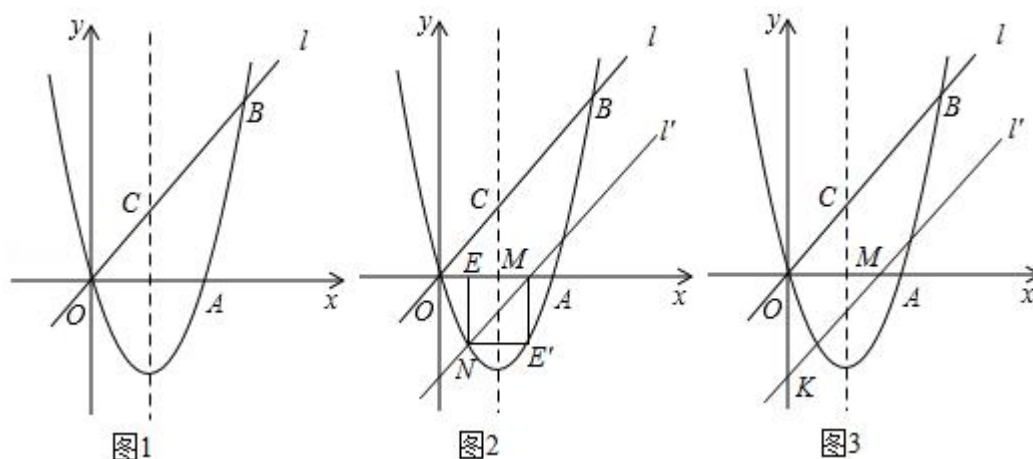
③当 $100 < a < 200$ 时， $a - 100 > 0$ ， y 随 x 的增大而增大，

$\therefore$ 当 $x=60$ 时， y 取得最大值.

即商店购进 60 台 A 型电脑和 40 台 B 型电脑的销售利润最大.

【点评】 题主要考查了一次函数的应用及一元一次不等式的应用，解题的关键是根据一次函数 x 值的增大而确定 y 值的增减情况.

26. (22.00 分) 如图 1，经过原点 O 的抛物线 $y=ax^2+bx$ (a, b 为常数， $a \neq 0$) 与 x 轴相交于另一点 $A(3, 0)$. 直线 $l: y=x$ 在第一象限内和此抛物线相交于点 $B(5, t)$ ，与抛物线的对称轴相交于点 C .



(1) 求抛物线的解析式；

(2) 在 x 轴上找一点 P ，使以点 P, O, C 为顶点的三角形与以点 A, O, B 为顶点的三角形相似，求满足条件的点 P 的坐标；

(3) 直线 l 沿着 x 轴向右平移得到直线 l' ， l' 与线段 OA 相交于点 M ，与 x 轴下方的抛物线相交于点 N ，过点 N 作 $NE \perp x$ 轴于点 E 。把 $\triangle MEN$ 沿直线 l' 折叠，当点 E 恰好落在抛物线上时 (图 2)，求直线 l' 的解析式；

(4) 在 (3) 问的条件下 (图 3)，直线 l' 与 y 轴相交于点 K ，把 $\triangle MOK$ 绕点 O 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle M'OK'$ ，点 F 为直线 l' 上的动点。当 $\triangle M'FK'$ 为等腰三角形时，求满足条件的点 F 的坐标.

【分析】 (1) 应用待定系数法；

(2) 利用相似三角形性质分类讨论求解；

(3) 由已知直线 l' 与 x 轴所夹角为 45° , $\triangle EMN$ 为等腰直角三角形, 当沿直线 l' 折叠时, 四边形 $ENE'M$ 为正方形, 表示点 N 、 E' 坐标代入抛物线解析式, 可解;

(4) 由 (3) 图形旋转可知, $M'K' \perp$ 直线 l' , $\triangle M'FK'$ 只能为等腰直角三角形, 则分类讨论可求解.

【解答】 解: (1) 由已知点 B 坐标为 $(5, 5)$

把点 $B(5, 5)$, $A(3, 0)$ 代入 $y=ax^2+bx$, 得

$$\begin{cases} 5=25a+5b \\ 0=9a+3b \end{cases}$$

解得

$$\begin{cases} a=\frac{1}{2} \\ b=-\frac{3}{2} \end{cases}$$

$\therefore$ 抛物线的解析式为: $y=\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x$

(2) 由 (1) 抛物线对称轴为直线 $x=\frac{3}{2}$, 则点 C 坐标为 $(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$

$$\therefore OC=\frac{3}{2}\sqrt{2}, OB=5\sqrt{2}$$

当 $\triangle OBA \sim \triangle OCP$ 时,

$$\begin{aligned} \frac{OC}{OB} &= \frac{OP}{OA} \\ \frac{\frac{3}{2}\sqrt{2}}{5\sqrt{2}} &= \frac{OP}{3} \\ \therefore OP &= \frac{9}{10} \end{aligned}$$

当 $\triangle OBA \sim \triangle OPC$ 时,

$$\begin{aligned} \frac{OC}{OA} &= \frac{OP}{OB} \\ \frac{\frac{3}{2}\sqrt{2}}{3} &= \frac{OP}{5\sqrt{2}} \end{aligned}$$

$$\therefore OP=5$$

$\therefore$ 点 P 坐标为 $(5, 0)$ 或 $(\frac{9}{10}, 0)$

(3) 设点 N 坐标为 (a, b) , 直线 l' 解析式为: $y=x+c$

$\therefore$ 直线 $l' y=x+c$ 与 x 轴夹角为 45°

∴ △MEN 为等腰直角三角形.

当把△MEN 沿直线 l' 折叠时, 四边形 ENE' M 为正方形

∴ 点' E 坐标为 (a - b, b)

∵ EE' 平行于 x 轴

∴ E、E' 关于抛物线对称轴对称

$$\therefore \frac{a+a-b}{2} = -\frac{3}{2}$$

$$\therefore b=2a-3$$

则点 N 坐标可化为 (a, 2a - 3)

把点 N 坐标代入 $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x$

得:

$$2a-3 = \frac{1}{2}a^2 - \frac{3}{2}a$$

解得

$$a_1=1, a_2=6$$

$$\therefore a=6 \text{ 时, } b=2a-3=-9 < 0$$

$$\therefore a=6 \text{ 舍去}$$

则点 N 坐标为 (1, -1)

把 N 坐标代入 $y=x+c$

$$\text{则 } c=-2$$

∴ 直线 l' 的解析式为: $y=x-2$

(4) 由 (3) K 点坐标为 (0, -2)

则△MOK 为等腰直角三角形

∴ △M' OK' 为等腰直角三角形, M' K' ⊥ 直线 l'

∴ 当 M' K' =M' F 时, △M'FK' 为等腰直角三角形

∴ F 坐标为 (1, 0) 或 (-1, -2)

【点评】 本题时代数几何综合题, 考查了二次函数待定系数法及其轴对称性、三角形相似以及等腰三角形的判定. 解答过程中注意应用直线 $y=x$ 与 x 轴正向夹角为 45° 这个条件.