

2018 年湖南省湘潭市中考数学试卷

一、选择题（每题只有一个正确选项，本题共 8 小题，每题 3 分，共 24 分）

1.（3 分）-2 的相反数是（ ）

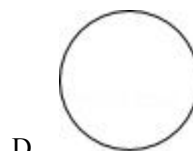
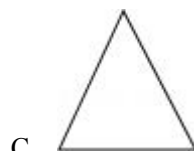
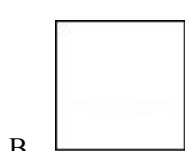
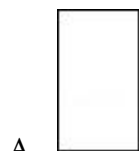
A. 2

B. -2

C. $\frac{1}{2}$

D. ± 2

2.（3 分）如图所示的几何体的主视图是（ ）



3.（3 分）每年 5 月 11 日是由世界卫生组织确定的世界防治肥胖日，某校为了解全校 2000 名学生的体重情况，随机抽测了 200 名学生的体重，根据体质指数（BMI）标准，体重超标的有 15 名学生，则估计全校体重超标学生的人数为（ ）

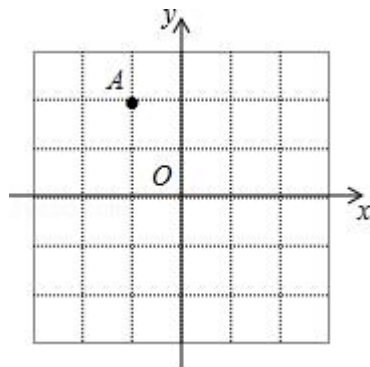
A. 15

B. 150

C. 200

D. 2000

4.（3 分）如图，点 A 的坐标（-1，2），则点 A 关于 y 轴的对称点的坐标为（ ）



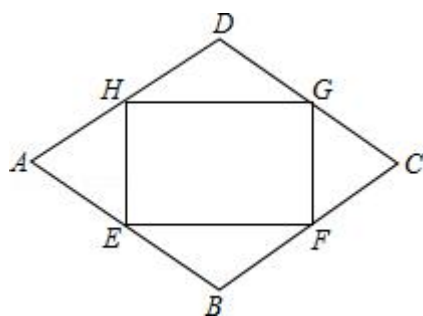
A. (1, 2)

B. (-1, -2)

C. (1, -2)

D. (2, -1)

5.（3 分）如图，已知点 E、F、G、H 分别是菱形 ABCD 各边的中点，则四边形 EFGH 是（ ）

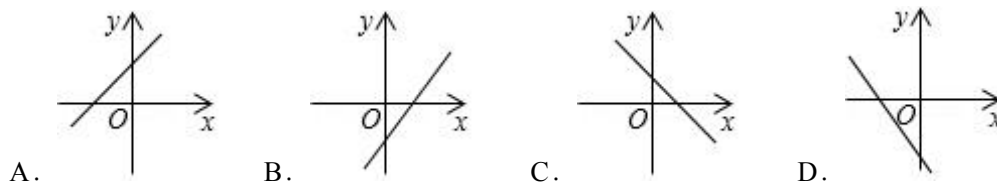


- A. 正方形 B. 矩形 C. 菱形 D. 平行四边形

6. (3分) 下列计算正确的是 ()

- A. $x^2 + x^3 = x^5$ B. $x^2 \cdot x^3 = x^5$ C. $(-x^2)^3 = x^8$ D. $x^6 \div x^2 = x^3$

7. (3分) 若 $b > 0$, 则一次函数 $y = -x + b$ 的图象大致是 ()



8. (3分) 若一元二次方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 有两个不相同的实数根, 则实数 m 的取值范围是 ()

- A. $m \geq 1$ B. $m \leq 1$ C. $m > 1$ D. $m < 1$

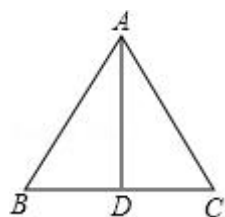
二、填空题 (本题共 8 小题, 每题 3 分, 共 24 分)

9. (3分) 因式分解: $a^2 - 2ab + b^2 =$ _____.

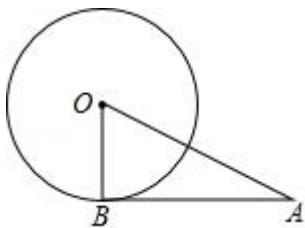
10. (3分) 我市今年对九年级学生进行了物理、化学实验操作考试, 其中物理实验操作考试有 4 个考题备选, 分别记为 A, B, C, D , 学生从中随机抽取一个考题进行测试, 如果每一个考题抽到的机会均等, 那么学生小林抽到考题 B 的概率是_____.

11. (3分) 分式方程 $\frac{3x}{x+4} = 1$ 的解为_____.

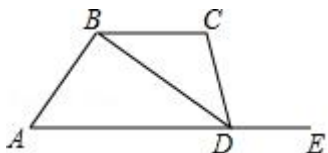
12. (3分) 如图, 在等边三角形 ABC 中, 点 D 是边 BC 的中点, 则 $\angle BAD =$ _____.



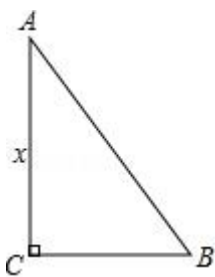
13. (3分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的切线, 点 B 为切点, 若 $\angle A = 30^\circ$, 则 $\angle AOB =$ _____.



14. (3分) 如图, 点 E 是 AD 延长线上一点, 如果添加一个条件, 使 $BC \parallel AD$, 则可添加的条件为 _____. (任意添加一个符合题意的条件即可)



15. (3分) 《九章算术》是我国古代最重要的数学著作之一, 在“勾股”章中记载了一道“折竹抵地”问题: “今有竹高一丈, 末折抵地, 去本三尺, 问折者高几何?” 翻译成数学问题是: 如图所示, $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC + AB = 10$, $BC = 3$, 求 AC 的长, 如果设 $AC = x$, 则可列方程为 _____.



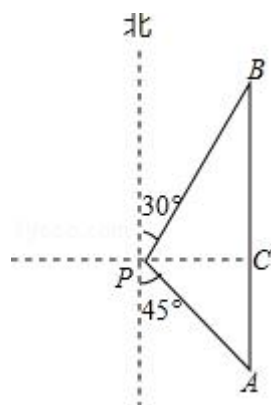
16. (3分) 阅读材料: 若 $a^b = N$, 则 $b = \log_a N$, 称 b 为以 a 为底 N 的对数, 例如 $2^3 = 8$, 则 $\log_2 8 = \log_2 2^3 = 3$. 根据材料填空: $\log_3 9 =$ _____.

三、解答题 (本题共 10 题, 102 分)

17. (6分) 计算: $|-5| + (-1)^2 - \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} - \sqrt{4}$.

18. (6分) 先化简, 再求值: $\left(1 + \frac{4}{x-2}\right) \div \frac{x+2}{x^2-4}$. 其中 $x = 3$.

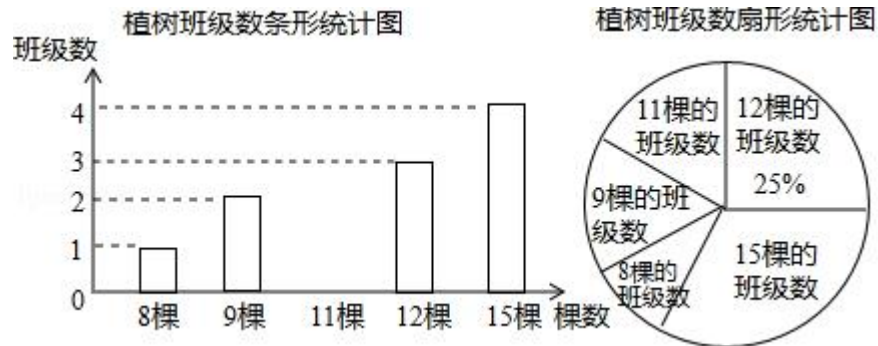
19. (6分) 随着航母编队的成立, 我国海军日益强大. 2018年4月12日, 中央军委在南海海域隆重举行海上阅兵, 在阅兵之前我军加强了海上巡逻, 如图, 我军巡逻舰在某海域航行到 A 处时, 该舰在观测点 P 的南偏东 45° 的方向上, 且与观测点 P 的距离 PA 为 400 海里; 巡逻舰继续沿正北方向航行一段时间后, 到达位于观测点 P 的北偏东 30° 方向上的 B 处, 问此时巡逻舰与观测点 P 的距离 PB 为多少海里? (参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{3} \approx 1.732$, 结果精确到 1 海里).



20. (6分) 为进一步深化基础教育课程改革, 构建符合素质教育要求的学校课程体系, 某学校自主开发了 A 书法、 B 阅读, C 足球, D 器乐四门校本选修课程供学生选择, 每门课程被选到的机会均等.

- (1) 学生小红计划选修两门课程, 请写出她所有可能的选法;
- (2) 若学生小明和小刚各计划选修一门课程, 则他们两人恰好选修同一门课程的概率为多少?

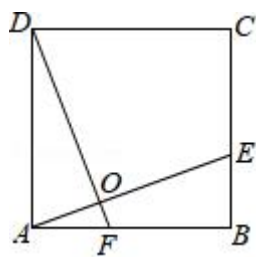
21. (6分) 今年我市将创建全国森林城市, 提出了“共建绿色城”的倡议. 某校积极响应, 在3月12日植树节这天组织全校学生开展了植树活动, 校团委对全校各班的植树情况进行了统计, 绘制了如图所示的两幅不完整的统计图.



- (1) 求该校的班级总数;
- (2) 将条形统计图补充完整;
- (3) 求该校各班在这一活动中植树的平均棵树.

22. (6分) 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, $AF = BE$, AE 与 DF 相交于点 O .

- (1) 求证: $\triangle DAF \cong \triangle ABE$;
- (2) 求 $\angle AOD$ 的度数.



23. (8分) 湘潭市继 2017 年成功创建全国文明城市之后，又准备争创全国卫生城市. 某小区积极响应，决定在小区内安装垃圾分类的温馨提示牌和垃圾箱，若购买 2 个温馨提示牌和 3 个垃圾箱共需 550 元，且垃圾箱的单价是温馨提示牌单价的 3 倍.

(1) 求温馨提示牌和垃圾箱的单价各是多少元？

(2) 该小区至少需要安放 48 个垃圾箱，如果购买温馨提示牌和垃圾箱共 100 个，且费用不超过 10000 元，请你列举出所有购买方案，并指出哪种方案所需资金最少？最少是多少元？

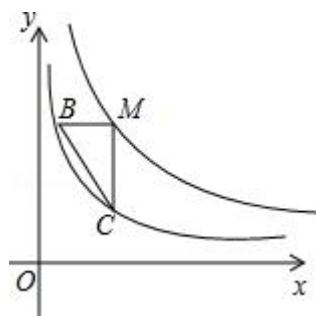
24. (8分) 如图，点 M 在函数 $y = \frac{3}{x}$ ($x > 0$) 的图象上，过点 M 分别作 x 轴和 y 轴的平行线交函数 $y = \frac{1}{x}$ ($x > 0$) 的图象于点 B 、 C .

(1) 若点 M 的坐标为 $(1, 3)$.

①求 B 、 C 两点的坐标；

②求直线 BC 的解析式；

(2) 求 $\triangle BMC$ 的面积.



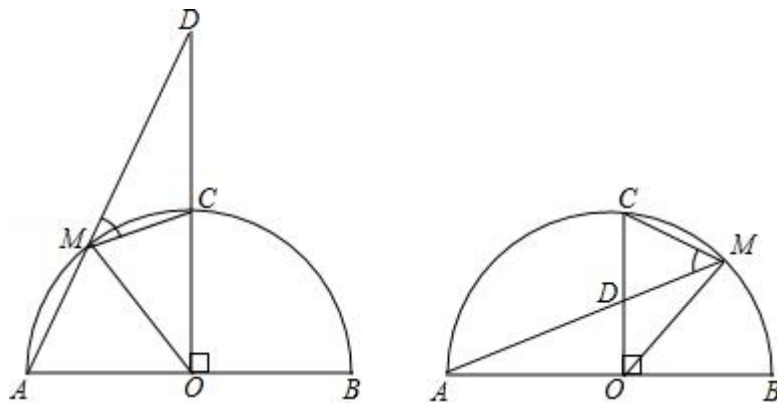
25. (10分) 如图, AB 是以 O 为圆心的半圆的直径, 半径 $CO \perp AO$, 点 M 是 $\widehat{AB}$ 上的动点, 且不与点 A 、 C 、 B 重合, 直线 AM 交直线 OC 于点 D , 连结 OM 与 CM .

(1) 若半圆的半径为 10.

①当 $\angle AOM = 60^\circ$ 时, 求 DM 的长;

②当 $AM = 12$ 时, 求 DM 的长.

(2) 探究: 在点 M 运动的过程中, $\angle DMC$ 的大小是否为定值? 若是, 求出该定值; 若不是, 请说明理由.



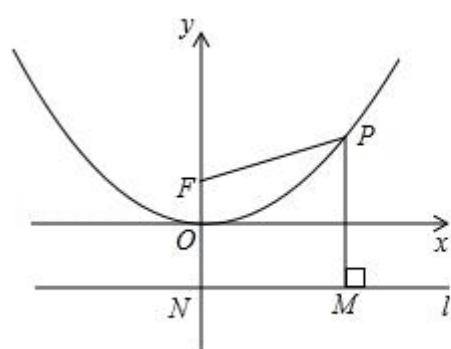
26. (10分) 如图, 点 P 为抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2$ 上一动点.

(1) 若抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2$ 是由抛物线 $y = \frac{1}{4}(x+2)^2 - 1$ 通过图象平移得到的, 请写出平移的过程;

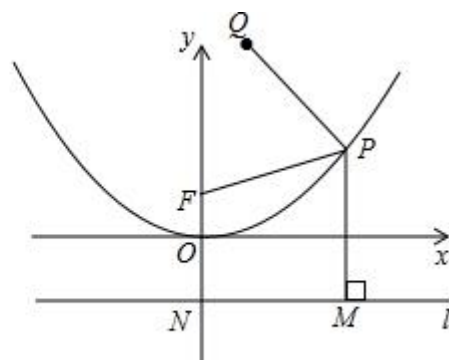
(2) 若直线 l 经过 y 轴上一点 N , 且平行于 x 轴, 点 N 的坐标为 $(0, -1)$, 过点 P 作 $PM \perp l$ 于 M .

①问题探究: 如图一, 在对称轴上是否存在一定点 F , 使得 $PM = PF$ 恒成立? 若存在, 求出点 F 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

②问题解决: 如图二, 若点 Q 的坐标为 $(1, 5)$, 求 $QP + PF$ 的最小值.



(图一)



(图二)

2018 年湖南省湘潭市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（每题只有一个正确选项，本题共 8 小题，每题 3 分，共 24 分）

1.（3 分）-2 的相反数是（ ）

- A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. ± 2

【考点】14：相反数.

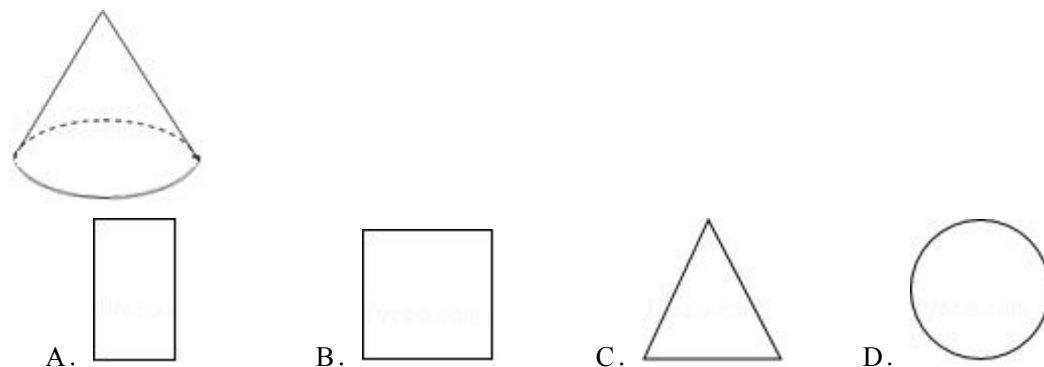
【分析】根据只有符号不同的两个数互为相反数，可得一个数的相反数.

【解答】解：-2 的相反数是： $-(-2)=2$.

故选：A.

【点评】本题考查了相反数，关键是在一个数的前面加上负号就是这个数的相反数.

2.（3 分）如图所示的几何体的主视图是（ ）



【考点】U1：简单几何体的三视图.

【专题】55F：投影与视图.

【分析】找出从几何体的正面看所得到的图形即可.

【解答】解：该几何体的主视图是三角形，



故选：C.

【点评】此题主要考查了简单几何体的三视图，画简单组合体的三视图要循序渐进，通过仔细观察和想象.

3.（3 分）每年 5 月 11 日是由世界卫生组织确定的世界防治肥胖日，某校为了解全校 2000

名学生的体重情况，随机抽测了 200 名学生的体重，根据体质指数（*BMI*）标准，体重超标的有 15 名学生，则估计全校体重超标学生的人数为（ ）

- A. 15 B. 150 C. 200 D. 2000

【考点】V5：用样本估计总体.

【专题】1：常规题型；542：统计的应用.

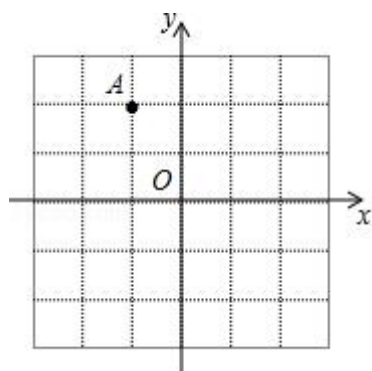
【分析】用全校学生总人数乘以样本中体重超标的人数所占比例即可得.

【解答】解：估计全校体重超标学生的人数为 $2000 \times \frac{15}{200} = 150$ 人，

故选：B.

【点评】本题主要考查用样本估计总体，一般来说，用样本去估计总体时，样本越具有代表性、容量越大，这时对总体的估计也就越精确.

4.（3 分）如图，点 *A* 的坐标（-1，2），则点 *A* 关于 *y* 轴的对称点的坐标为（ ）



- A.（1，2） B.（-1，-2） C.（1，-2） D.（2，-1）

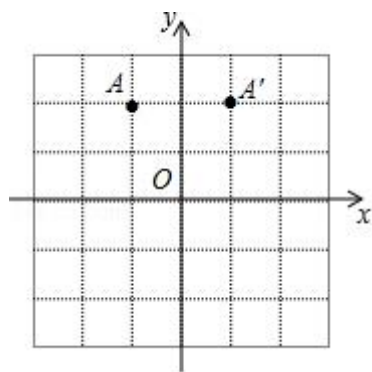
【考点】P5：关于 *x* 轴、*y* 轴对称的点的坐标.

【专题】1：常规题型.

【分析】直接利用关于 *y* 轴对称点的性质分析得出答案.

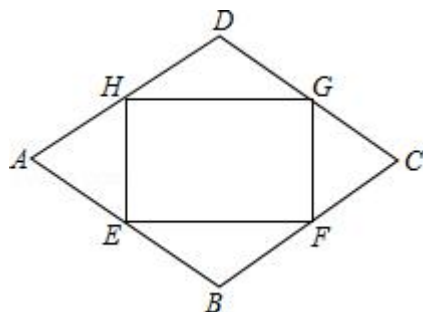
【解答】解：点 *A* 的坐标（-1，2），点 *A* 关于 *y* 轴的对称点的坐标为：（1，2）.

故选：A.



【点评】此题主要考查了关于 y 轴对称点的性质，正确记忆横纵坐标的关系是解题关键．

5. (3分) 如图，已知点 E 、 F 、 G 、 H 分别是菱形 $ABCD$ 各边的中点，则四边形 $EFGH$ 是 ()



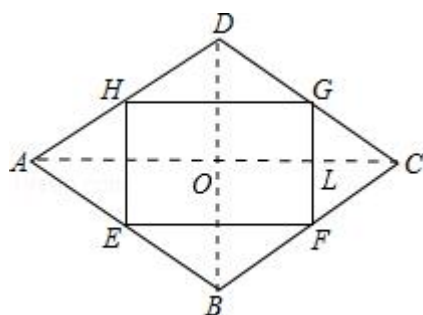
- A. 正方形 B. 矩形 C. 菱形 D. 平行四边形

【考点】L6：平行四边形的判定；LA：菱形的判定与性质；LD：矩形的判定与性质；LG：正方形的判定与性质；LN：中点四边形．

【专题】556：矩形 菱形 正方形．

【分析】根据有一个角是直角的平行四边形是矩形即可证明；

【解答】解：连接 AC 、 BD ． AC 交 FG 于 L ．



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore AC \perp BD$ ，

$\because DH = HA$ ， $DG = GC$ ，

$\therefore GH \parallel AC$ ， $HG = \frac{1}{2}AC$ ，

同法可得： $EF = \frac{1}{2}AC$ ， $EF \parallel AC$ ，

$\therefore GH = EF$ ， $GH \parallel EF$ ，

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是平行四边形，

同法可证： $GF \parallel BD$ ，

$\therefore \angle OLF = \angle AOB = 90^\circ$ ，

$$\because AC \parallel GH,$$

$$\therefore \angle HGL = \angle OLF = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是矩形.

故选: B .

【点评】 本题考查菱形的性质、平行四边形的判定、矩形的判定等、三角形的中位线定理知识, 解题的关键是学会添加常用辅助线, 灵活运用所学知识解决问题, 属于中考常考题型.

6. (3分) 下列计算正确的是 ()

A. $x^2 + x^3 = x^5$

B. $x^2 \cdot x^3 = x^5$

C. $(-x^2)^3 = x^8$

D. $x^6 \div x^2 = x^3$

【考点】 35: 合并同类项; 46: 同底数幂的乘法; 47: 幂的乘方与积的乘方; 48: 同底数幂的除法.

【专题】 1: 常规题型.

【分析】 直接利用合并同类项法则以及同底数幂的乘除运算法则和积的乘方运算法则分别计算得出答案.

【解答】 解: A 、 $x^2 + x^3$, 无法计算, 故此选项错误;

B 、 $x^2 \cdot x^3 = x^5$, 正确;

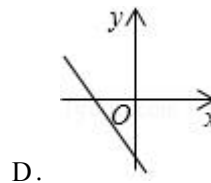
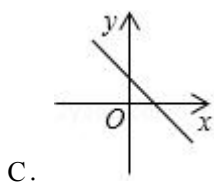
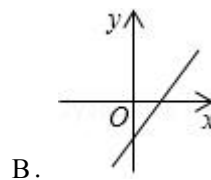
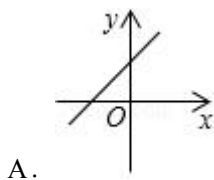
C 、 $(-x^2)^3 = -x^6$, 故此选项错误;

D 、 $x^6 \div x^2 = x^4$, 故此选项错误;

故选: B .

【点评】 此题主要考查了合并同类项以及同底数幂的乘除运算和积的乘方运算, 正确掌握运算法则是解题关键.

7. (3分) 若 $b > 0$, 则一次函数 $y = -x + b$ 的图象大致是 ()



【考点】 F3: 一次函数的图象.

【专题】33：函数思想.

【分析】根据一次函数的 k 、 b 的符号确定其经过的象限即可确定答案.

【解答】解： $\because$ 一次函数 $y = -x + b$ 中 $k = -1 < 0$, $b > 0$,

$\therefore$ 一次函数的图象经过一、二、四象限,

故选: C.

【点评】主要考查了一次函数的图象性质, 要掌握它的性质才能灵活解题.

一次函数 $y = kx + b$ 的图象有四种情况: ①当 $k > 0$, $b > 0$, 函数 $y = kx + b$ 的图象经过第一、二、三象限;

②当 $k > 0$, $b < 0$, 函数 $y = kx + b$ 的图象经过第一、三、四象限; ③当 $k < 0$, $b > 0$ 时, 函数 $y = kx + b$ 的图象经过第一、二、四象限; ④当 $k < 0$, $b < 0$ 时, 函数 $y = kx + b$ 的图象经过第二、三、四象限.

8. (3 分) 若一元二次方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 有两个不相同的实数根, 则实数 m 的取值范围是 ()

A. $m \geq 1$

B. $m \leq 1$

C. $m > 1$

D. $m < 1$

【考点】AA: 根的判别式.

【专题】45: 判别式法.

【分析】根据方程的系数结合根的判别式 $\Delta > 0$, 即可得出关于 m 的一元一次不等式, 解之即可得出实数 m 的取值范围.

【解答】解： $\because$ 方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 有两个不相同的实数根,

$$\therefore \Delta = (-2)^2 - 4m > 0,$$

解得: $m < 1$.

故选: D.

【点评】本题考查了根的判别式, 牢记“当 $\Delta > 0$ 时, 方程有两个不相等的实数根”是解题的关键.

二、填空题 (本题共 8 小题, 每题 3 分, 共 24 分)

9. (3 分) 因式分解: $a^2 - 2ab + b^2 = \underline{(a - b)^2}$.

【考点】54: 因式分解 - 运用公式法.

【专题】11: 计算题.

【分析】根据完全平方公式即可求出答案.

【解答】解: 原式 $= (a - b)^2$

故答案为： $(a-b)^2$

【点评】 本题考查因式分解法，解题的关键是熟练运用因式分解法，本题属于基础题型．

10. (3分) 我市今年对九年级学生进行了物理、化学实验操作考试，其中物理实验操作考试有4个考题备选，分别记为A, B, C, D, 学生从中随机抽取一个考题进行测试，如果每一个考题抽到的机会均等，那么学生小林抽到考题B的概率是 $\frac{1}{4}$ ．

【考点】 X4：概率公式．

【专题】 543：概率及其应用．

【分析】 根据概率公式解答即可．

【解答】 解： $\because$ 物理实验操作考试有4个考题备选，且每一个考题抽到的机会均等，

$\therefore$ 学生小林抽到考题B的概率是： $\frac{1}{4}$ ．

故答案是： $\frac{1}{4}$ ．

【点评】 此题考查了概率公式，概率=所求情况数与总情况数之比．

11. (3分) 分式方程 $\frac{3x}{x+4}=1$ 的解为 $x=2$ ．

【考点】 B3：解分式方程．

【专题】 11：计算题；522：分式方程及应用．

【分析】 分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到x的值，经检验即可得到分式方程的解．

【解答】 解：两边都乘以x+4，得： $3x=x+4$ ，

解得： $x=2$ ，

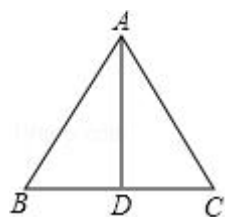
检验： $x=2$ 时， $x+4=6\neq 0$ ，

所以分式方程的解为 $x=2$ ，

故答案为： $x=2$ ．

【点评】 此题考查了解分式方程，利用了转化的思想，解分式方程注意要检验．

12. (3分) 如图，在等边三角形ABC中，点D是边BC的中点，则 $\angle BAD=30^\circ$ ．



【考点】KK：等边三角形的性质．

【专题】552：三角形．

【分析】根据等腰三角形的三线合一的性质和等边三角形三个内角相等的性质填空．

【解答】解：∵ $\triangle ABC$ 是等边三角形，

$$\therefore \angle BAC = 60^\circ, AB = AC.$$

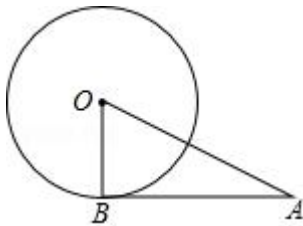
又点 D 是边 BC 的中点，

$$\therefore \angle BAD = \frac{1}{2} \angle BAC = 30^\circ.$$

故答案是： 30° ．

【点评】考查了等边三角形的性质：等边三角形的三个内角都相等，且都等于 60° ．等边三角形是轴对称图形，它有三条对称轴；它的任意一角的平分线都垂直平分对边，三边的垂直平分线是对称轴．

13. (3分) 如图， AB 是 $\odot O$ 的切线，点 B 为切点，若 $\angle A = 30^\circ$ ，则 $\angle AOB = \underline{60^\circ}$ ．



【考点】MC：切线的性质．

【专题】17：推理填空题．

【分析】根据切线的性质得到 $\angle OBA = 90^\circ$ ，根据直角三角形的性质计算即可．

【解答】解：∵ AB 是 $\odot O$ 的切线，

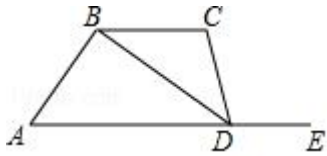
$$\therefore \angle OBA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AOB = 90^\circ - \angle A = 60^\circ,$$

故答案为： 60° ．

【点评】本题考查的是切线的性质，掌握圆的切线垂直于经过切点的半径是解题的关键．

14. (3分) 如图，点 E 是 AD 延长线上一点，如果添加一个条件，使 $BC \parallel AD$ ，则可添加的条件为 $\angle A + \angle ABC = 180^\circ$ 或 $\angle C + \angle ADC = 180^\circ$ 或 $\angle CBD = \angle ADB$ 或 $\angle C = \angle CDE$ ．（任意添加一个符合题意的条件即可）



【考点】J9：平行线的判定．

【专题】551：线段、角、相交线与平行线．

【分析】同位角相等，两直线平行；内错角相等，两直线平行；同旁内角互补，两直线平行，据此进行判断．

【解答】解：若 $\angle A + \angle ABC = 180^\circ$ ，则 $BC \parallel AD$ ；

若 $\angle C + \angle ADC = 180^\circ$ ，则 $BC \parallel AD$ ；

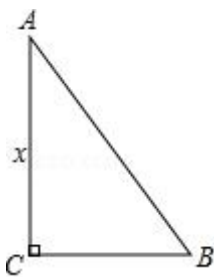
若 $\angle CBD = \angle ADB$ ，则 $BC \parallel AD$ ；

若 $\angle C = \angle CDE$ ，则 $BC \parallel AD$ ；

故答案为： $\angle A + \angle ABC = 180^\circ$ 或 $\angle C + \angle ADC = 180^\circ$ 或 $\angle CBD = \angle ADB$ 或 $\angle C = \angle CDE$ ．（答案不唯一）

【点评】本题主要考查了平行线的判定，同位角相等，两直线平行；内错角相等，两直线平行；同旁内角互补，两直线平行．

- 15.（3分）《九章算术》是我国古代最重要的数学著作之一，在“勾股”章中记载了一道“折竹抵地”问题：“今有竹高一丈，末折抵地，去本三尺，问折者高几何？”翻译成数学问题是：如图所示， $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC + AB = 10$ ， $BC = 3$ ，求 AC 的长，如果设 $AC = x$ ，则可列方程为 $x^2 + 3^2 = (10 - x)^2$ ．



【考点】KU：勾股定理的应用．

【分析】设 $AC = x$ ，可知 $AB = 10 - x$ ，再根据勾股定理即可得出结论．

【解答】解：设 $AC = x$ ，

$$\because AC + AB = 10,$$

$$\therefore AB = 10 - x.$$

$$\because \text{在 Rt}\triangle ABC \text{ 中, } \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore AC^2 + BC^2 = AB^2, \text{ 即 } x^2 + 3^2 = (10 - x)^2.$$

$$\text{故答案为: } x^2 + 3^2 = (10 - x)^2.$$

【点评】 本题考查的是勾股定理的应用，在应用勾股定理解决实际问题时勾股定理与方程的结合是解决实际问题常用的方法，关键是从题中抽象出勾股定理这一数学模型，画出准确的示意图．领会数形结合的思想的应用．

16. (3 分) 阅读材料：若 $a^b = N$ ，则 $b = \log_a N$ ，称 b 为以 a 为底 N 的对数，例如 $2^3 = 8$ ，则 $\log_2 8 = \log_2 2^3 = 3$ ．根据材料填空： $\log_3 9 = \underline{2}$ ．

【考点】 1E：有理数的乘方．

【专题】 11：计算题．

【分析】 由于 $3^2 = 9$ ，利用对数的定义计算．

【解答】 解： $\because 3^2 = 9$ ，

$$\therefore \log_3 9 = \log_3 3^2 = 2.$$

故答案为 2．

【点评】 本题考查了有理数的乘方：有理数乘方的定义：求 n 个相同因数积的运算，叫做乘方．

三、解答题（本题共 10 题，102 分）

$$17. (6 \text{ 分}) \text{ 计算: } |-5| + (-1)^2 - \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} - \sqrt{4}.$$

【考点】 2C：实数的运算；6F：负整数指数幂．

【专题】 11：计算题；511：实数．

【分析】 原式利用绝对值的代数意义，乘方的意义，负整数指数幂法则，以及算术平方根定义计算即可求出值．

【解答】 解：原式 $= 5 + 1 - 3 - 2 = 1$ ．

【点评】 此题考查了实数的运算，熟练掌握运算是解本题的关键．

$$18. (6 \text{ 分}) \text{ 先化简，再求值: } \left(1 + \frac{4}{x-2}\right) \div \frac{x+2}{x^2-4}, \text{ 其中 } x=3.$$

【考点】 6D：分式的化简求值．

【专题】 513：分式．

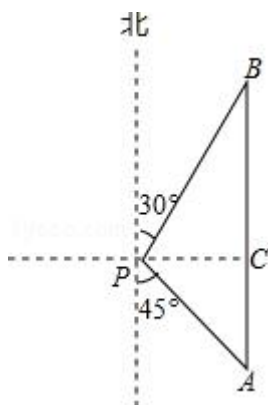
【分析】 先把括号内通分和除法运算化为乘法运算，再约分后进行乘式的乘法运算得到原式 $= x+2$ ，然后把 $x=3$ 代入计算即可．

【解答】 解： $(1 + \frac{4}{x-2}) \div \frac{x+2}{x^2-4}$
 $= \frac{x-2+4}{x-2} \times \frac{(x+2)(x-2)}{x+2}$
 $= x+2.$

当 $x = 3$ 时，原式 $= 3+2 = 5$.

【点评】 本题考查了分式的化简求值：先把分式化简后，再把分式中未知数对应的值代入求出分式的值．在化简的过程中要注意运算顺序和分式的化简．化简的最后结果分子、分母要进行约分，注意运算的结果要化成最简分式或整式．

19. (6分) 随着航母编队的成立，我国海军日益强大．2018年4月12日，中央军委在南海海域隆重举行海上阅兵，在阅兵之前我军加强了海上巡逻，如图，我军巡逻舰在某海域航行到A处时，该舰在观测点P的南偏东 45° 的方向上，且与观测点P的距离PA为400海里；巡逻舰继续沿正北方向航行一段时间后，到达位于观测点P的北偏东 30° 方向上的B处，问此时巡逻舰与观测点P的距离PB为多少海里？（参考数据： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ，结果精确到1海里）.



【考点】 KU：勾股定理的应用；TB：解直角三角形的应用 - 方向角问题．

【专题】 552：三角形．

【分析】 通过勾股定理得到线段PC的长度，然后解直角 $\triangle BPC$ 求得线段PB的长度即可．

【解答】 解：在 $\triangle APC$ 中， $\angle ACP = 90^\circ$ ， $\angle APC = 45^\circ$ ，则 $AC = PC$ ．

$\because AP = 400$ 海里，

$\therefore$ 由勾股定理知， $AP^2 = AC^2 + PC^2 = 2PC^2$ ，即 $400^2 = 2PC^2$ ，

故 $PC = 200\sqrt{2}$ 海里．

又 $\because$ 在直角 $\triangle BPC$ 中， $\angle PCB = 90^\circ$ ， $\angle BPC = 60^\circ$ ，

$\therefore PB = \frac{PC}{\cos 60^\circ} = 2PC = 400\sqrt{2} \approx 566$ （海里）．

答：此时巡逻舰与观测点 P 的距离 PB 约为 566 海里．

【点评】 本题主要考查了勾股定理的应用和解直角三角形的应用．此题是一道方向角问题，结合航海中的实际问题，将解直角三角形的相关知识有机结合，体现了数学应用于实际生活的思想．

20. (6 分) 为进一步深化基础教育课程改革，构建符合素质教育要求的学校课程体系，某学校自主开发了 A 书法、 B 阅读、 C 足球、 D 器乐四门校本选修课程供学生选择，每门课程被选到的机会均等．

(1) 学生小红计划选修两门课程，请写出她所有可能的选法；

(2) 若学生小明和小刚各计划选修一门课程，则他们两人恰好选修同一门课程的概率为多少？

【考点】 X6：列表法与树状图法．

【专题】 11：计算题．

【分析】 (1) 利用直接列举得到所有 6 种等可能的结果数；

(2) 画树状图展示所有 16 种等可能的结果数，再找出他们两人恰好选修同一门课程的结果数，然后根据概率公式求解．

【解答】 解：(1) 共有 6 种等可能的结果数，它们是： AB 、 AC 、 AD 、 BC 、 BD 、 CD ；

(2) 画树状图为：

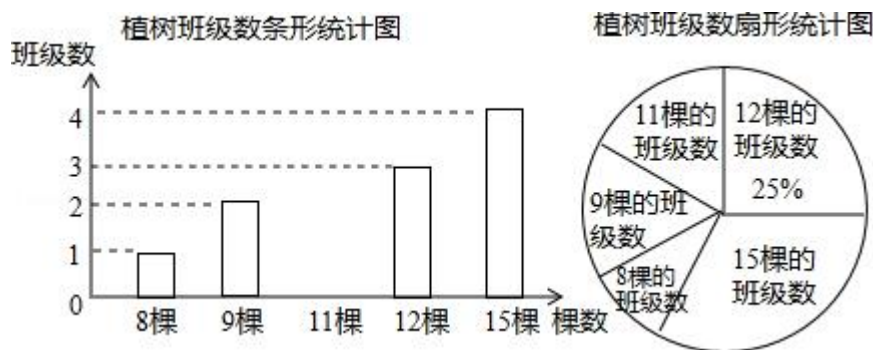


共有 16 种等可能的结果数，其中他们两人恰好选修同一门课程的结果数为 4，

所以他们两人恰好选修同一门课程的概率 $= \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ ．

【点评】 本题考查了列表法与树状图法：利用列表法或树状图法展示所有等可能的结果 n ，再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m ，然后利用概率公式计算事件 A 或事件 B 的概率．

21. (6 分) 今年我市将创建全国森林城市，提出了“共建绿色城”的倡议．某校积极响应，在 3 月 12 日植树节这天组织全校学生开展了植树活动，校团委对全校各班的植树情况进行了统计，绘制了如图所示的两幅不完整的统计图．



- (1) 求该校的班级总数；
- (2) 将条形统计图补充完整；
- (3) 求该校各班在这一活动中植树的平均棵树。

【考点】 VB：扇形统计图；VC：条形统计图；W2：加权平均数。

【专题】 54：统计与概率。

【分析】 (1) 根据统计图中植树 12 棵的班级数以及所占百分比 25% 列出算式，即可求出答案；

(2) 根据条形统计图求出植树 11 棵的班级数是 4，画出即可；

(3) 根据题意列出算式，即可求出答案。

【解答】 解：(1) 该校的班级总数 = $3 \div 25\% = 12$ ，

答：该校的班级总数是 12；

(2) 植树 11 棵的班级数： $12 - 1 - 2 - 3 - 4 = 2$ ，如图所示：



(3) $(1 \times 8 + 2 \times 9 + 2 \times 11 + 3 \times 12 + 4 \times 15) \div 12 = 12$ (棵)，

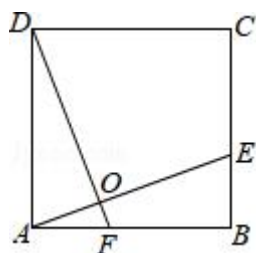
答：该校各班在这一活动中植树的平均数约是 12 棵树。

【点评】 本题考查了统计、条形图和扇形图，能根据图形得出正确信息是解此题的关键。

22. (6 分) 如图，在正方形 $ABCD$ 中， $AF = BE$ ， AE 与 DF 相交于点 O 。

(1) 求证： $\triangle DAF \cong \triangle ABE$ ；

(2) 求 $\angle AOD$ 的度数。



【考点】KD：全等三角形的判定与性质；LE：正方形的性质．

【专题】14：证明题．

【分析】（1）利用正方形的性质得出 $AD = AB$ ， $\angle DAB = \angle ABC = 90^\circ$ ，即可得出结论；

（2）利用（1）的结论得出 $\angle ADF = \angle BAE$ ，进而求出 $\angle ADF + \angle DAO = 90^\circ$ ，最后用三角形的内角和定理即可得出结论．

【解答】（1）证明： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$$\therefore \angle DAB = \angle ABC = 90^\circ, \quad AD = AB,$$

$$\text{在 } \triangle DAF \text{ 和 } \triangle ABE \text{ 中, } \begin{cases} AD=AB \\ \angle DAF=\angle ABE=90^\circ \\ AF=BE \end{cases},$$

$$\therefore \triangle DAF \cong \triangle ABE \text{ (SAS)},$$

（2）由（1）知， $\triangle DAF \cong \triangle ABE$ ，

$$\therefore \angle ADF = \angle BAE,$$

$$\therefore \angle ADF + \angle DAO = \angle BAE + \angle DAO = \angle DAB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AOD = 180^\circ - (\angle ADF + \angle DAO) = 90^\circ.$$

【点评】此题主要考查了正方形的性质，全等三角形的判定和性质，三角形的内角和定理，判断出 $\triangle DAF \cong \triangle ABE$ 是解本题的关键．

23.（8分）湘潭市继2017年成功创建全国文明城市之后，又准备争创全国卫生城市．某小区积极响应，决定在小区内安装垃圾分类的温馨提示牌和垃圾箱，若购买2个温馨提示牌和3个垃圾箱共需550元，且垃圾箱的单价是温馨提示牌单价的3倍．

（1）求温馨提示牌和垃圾箱的单价各是多少元？

（2）该小区至少需要安放48个垃圾箱，如果购买温馨提示牌和垃圾箱共100个，且费用不超过10000元，请你列举出所有购买方案，并指出哪种方案所需资金最少？最少是多少元？

【考点】8A：一元一次方程的应用；CE：一元一次不等式组的应用．

【专题】12：应用题．

【分析】（1）根据“购买 2 个温馨提示牌和 3 个垃圾箱共需 550 元”，建立方程求解即可得出结论；

（2）根据“费用不超过 10000 元和至少需要安放 48 个垃圾箱”，建立不等式即可得出结论．

【解答】解：（1）设温馨提示牌的单价为 x 元，则垃圾箱的单价为 $3x$ 元，

根据题意得， $2x+3 \times 3x = 550$ ，

$$\therefore x = 50,$$

经检验，符合题意，

$$\therefore 3x = 150 \text{ 元},$$

即：温馨提示牌和垃圾箱的单价各是 50 元和 150 元；

（2）设购买温馨提示牌 y 个（ y 为正整数），则垃圾箱为 $(100 - y)$ 个，

根据题意得，
$$\begin{cases} 100-y \geq 48 \\ 50y+150(100-y) \leq 10000 \end{cases}$$

$$\therefore 50 \leq y \leq 52,$$

$\because y$ 为正整数，

$\therefore y$ 为 50，51，52，共 3 种方案；

即：温馨提示牌 50 个，垃圾箱 50 个；温馨提示牌 51 个，垃圾箱 49 个；温馨提示牌 52 个，垃圾箱 48 个，

根据题意，费用为 $50y+150(100-y) = -100y+15000$ ，

当 $y = 52$ 时，所需资金最少，最少是 9800 元．

【点评】此题主要考查了一元一次不等式组，一元一次方程的应用，正确找出相等关系是解本题的关键．

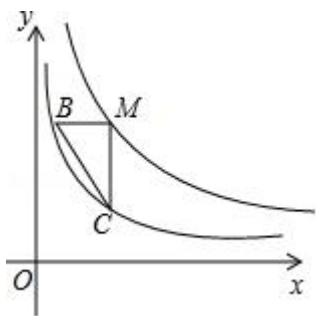
24.（8 分）如图，点 M 在函数 $y = \frac{3}{x}$ （ $x > 0$ ）的图象上，过点 M 分别作 x 轴和 y 轴的平行线交函数 $y = \frac{1}{x}$ （ $x > 0$ ）的图象于点 B 、 C ．

（1）若点 M 的坐标为 $(1, 3)$ ．

①求 B 、 C 两点的坐标；

②求直线 BC 的解析式；

（2）求 $\triangle BMC$ 的面积．



【考点】 FA：待定系数法求一次函数解析式；G5：反比例函数系数 k 的几何意义；G6：反比例函数图象上点的坐标特征．

【专题】 151：代数综合题；31：数形结合；534：反比例函数及其应用．

【分析】 (1) 把点 M 横纵坐标分别代入 $y = \frac{1}{x}$ 解析式得到点 B 、 C 坐标，应用待定系数法求 BC 解析式；

(2) 设出点 M 坐标 (a, b) ，利用反比例函数性质， $ab = 3$ ，用 a 、 b 表示 BM 、 MC ，求 $\triangle BMC$ 的面积．

【解答】 解：(1) ① $\because$ 点 M 的坐标为 $(1, 3)$

且 B 、 C 函数 $y = \frac{1}{x}$ ($x > 0$) 的图象上

$\therefore$ 点 C 横坐标为 1，纵坐标为 1

点 B 纵坐标为 3，横坐标为 $\frac{1}{3}$

$\therefore$ 点 C 坐标为 $(1, 1)$ ，点 B 坐标为 $(\frac{1}{3}, 3)$

② 设直线 BC 解析式为 $y = kx + b$

把 B 、 C 点坐标代入得

$$\begin{cases} 1 = k + b \\ 3 = \frac{1}{3}k + b \end{cases}$$

解得

$$\begin{cases} k = -3 \\ b = 4 \end{cases}$$

$\therefore$ 直线 BC 解析式为： $y = -3x + 4$

(2) 设点 M 坐标为 (a, b)

$\because$ 点 M 在函数 $y = \frac{3}{x}$ ($x > 0$) 的图象上

$\therefore ab = 3$

由(1)点 C 坐标为 $(a, \frac{1}{a})$, B 点坐标为 $(\frac{1}{b}, b)$

$$\therefore BM = a - \frac{1}{b} = \frac{ab-1}{b}, MC = b - \frac{1}{a} = \frac{ab-1}{a}$$

$$\therefore S_{\triangle BMC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{ab-1}{b} \cdot \frac{ab-1}{a} = \frac{1}{2} \times \frac{(ab-1)^2}{ab} = \frac{2}{3}$$

【点评】 本题考查反比例函数比例系数的几何意义、数形结合数学思想, 解答过程中要注意用字母表示未知量, 根据题意列出方程.

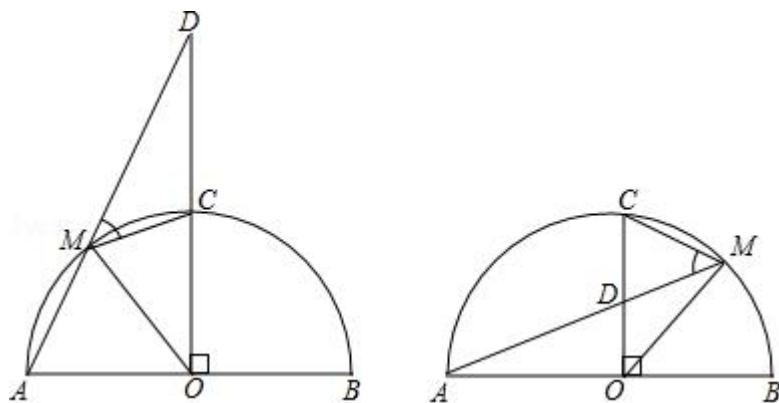
25. (10分) 如图, AB 是以 O 为圆心的半圆的直径, 半径 $CO \perp AO$, 点 M 是 $\widehat{AB}$ 上的动点, 且不与点 A 、 C 、 B 重合, 直线 AM 交直线 OC 于点 D , 连结 OM 与 CM .

(1) 若半圆的半径为 10.

①当 $\angle AOM = 60^\circ$ 时, 求 DM 的长;

②当 $AM = 12$ 时, 求 DM 的长.

(2) 探究: 在点 M 运动的过程中, $\angle DMC$ 的大小是否为定值? 若是, 求出该定值; 若不是, 请说明理由.



【考点】 MR: 圆的综合题.

【专题】 15: 综合题; 55C: 与圆有关的计算.

【分析】 (1) ①当 $\angle AOM = 60^\circ$ 时, 所以 $\triangle AMO$ 是等边三角形, 从而可知 $\angle MOD = 30^\circ$, $\angle D = 30^\circ$, 所以 $DM = OM = 10$;

②过点 M 作 $MF \perp OA$ 于点 F , 设 $AF = x$, $OF = 10 - x$, 利用勾股定理即可求出 x 的值. 易证明 $\triangle AMF \sim \triangle ADO$, 从而可知 AD 的长度, 进而可求出 MD 的长度.

(2) 根据点 M 的位置分类讨论, 然后利用圆周角定理以及圆内接四边形的性质即可求出答案.

【解答】 解: (1) ①当 $\angle AOM = 60^\circ$ 时,

$\because OM = OA$,

$\therefore \triangle AMO$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle A = \angle MOA = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle MOD = 30^\circ, \angle D = 30^\circ,$$

$$\therefore DM = OM = 10$$

②过点 M 作 $MF \perp OA$ 于点 F ,

设 $AF = x$,

$$\therefore OF = 10 - x,$$

$$\because AM = 12, OA = OM = 10,$$

由勾股定理可知: $12^2 - x^2 = 10^2 - (10 - x)^2$

$$\therefore x = \frac{36}{5},$$

$$\therefore AF = \frac{36}{5},$$

$$\because MF \parallel OD,$$

$$\therefore \triangle AMF \sim \triangle ADO,$$

$$\therefore \frac{AM}{AD} = \frac{AF}{OA},$$

$$\therefore \frac{12}{AD} = \frac{\frac{36}{5}}{10},$$

$$\therefore AD = \frac{50}{3}$$

$$\therefore MD = AD - AM = \frac{14}{3}$$

(2) 当点 M 位于 $\widehat{AC}$ 之间时,

连接 BC ,

$\because C$ 是 $\widehat{AB}$ 的中点,

$$\therefore \angle B = 45^\circ,$$

$\because$ 四边形 $AMCB$ 是圆内接四边形,

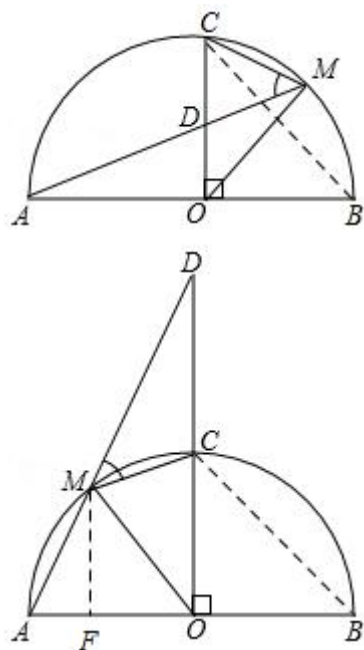
此时 $\angle CMD = \angle B = 45^\circ$,

当点 M 位于 $\widehat{BC}$ 之间时,

连接 BC ,

由圆周角定理可知: $\angle CMD = \angle B = 45^\circ$

综上所述, $\angle CMD = 45^\circ$



【点评】 本题考查圆的综合问题, 涉及圆周角定理, 勾股定理, 相似三角形的判定与性质, 含 30° 角的直角三角形性质, 解方程等知识, 综合程度较高, 需要学生灵活运用所学知识.

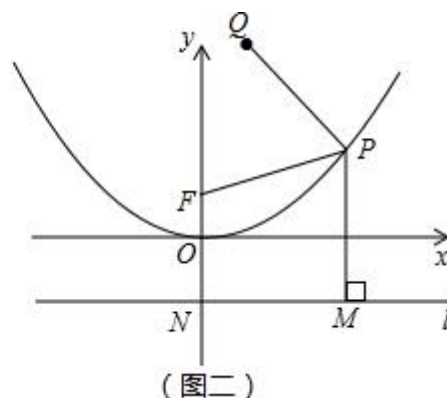
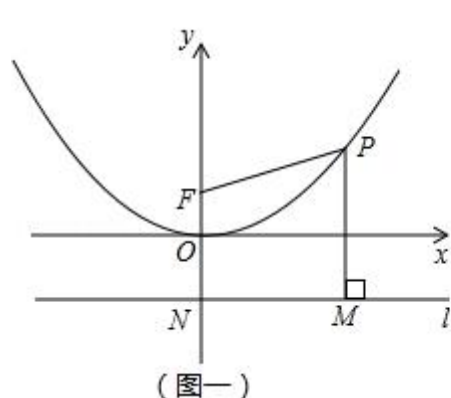
26. (10分) 如图, 点 P 为抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2$ 上一动点.

(1) 若抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2$ 是由抛物线 $y = \frac{1}{4}(x+2)^2 - 1$ 通过图象平移得到的, 请写出平移的过程;

(2) 若直线 l 经过 y 轴上一点 N , 且平行于 x 轴, 点 N 的坐标为 $(0, -1)$, 过点 P 作 $PM \perp l$ 于 M .

①问题探究: 如图一, 在对称轴上是否存在一定点 F , 使得 $PM = PF$ 恒成立? 若存在, 求出点 F 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

②问题解决: 如图二, 若点 Q 的坐标为 $(1, 5)$, 求 $QP + PF$ 的最小值.



【考点】HF：二次函数综合题．

【专题】31：数形结合；35：转化思想；535：二次函数图象及其性质．

【分析】（1）找到抛物线顶点坐标即可找到平移方式．

（2）①设出点 P 坐标，利用 $PM = PF$ 计算 BF ，求得 F 坐标；

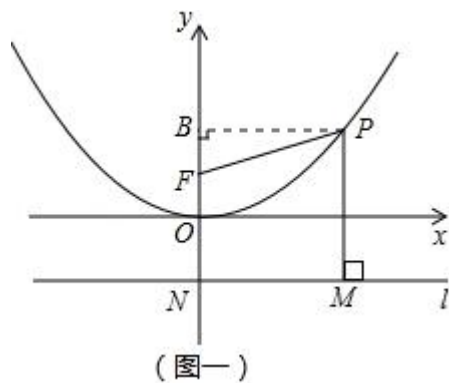
②利用 $PM = PF$ ，将 $QP + PF$ 转化为 $QP + QM$ ，利用垂线段最短解决问题．

【解答】解：（1） $\because$ 抛物线 $y = \frac{1}{4}(x+2)^2 - 1$ 的顶点为 $(-2, -1)$

$\therefore$ 抛物线 $y = \frac{1}{4}(x+2)^2 - 1$ 的图象向上平移 1 个单位，再向右 2 个单位得到抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2$ 的图象．

（2）①存在一定点 F ，使得 $PM = PF$ 恒成立．

如图一，过点 P 作 $PB \perp y$ 轴于点 B



设点 P 坐标为 $(a, \frac{1}{4}a^2)$

$$\therefore PM = PF = \frac{1}{4}a^2 + 1$$

$$\because PB = a$$

$\therefore$ Rt $\triangle PBF$ 中

$$BF = \sqrt{PF^2 - PB^2} = \sqrt{(\frac{1}{4}a^2 + 1)^2 - a^2} = |\frac{1}{4}a^2 - 1|$$

$$\therefore OF = 1$$

$\therefore$ 点 F 坐标为 $(0, 1)$

②由①， $PM = PF$

$QP + PF$ 的最小值为 $QP + PM$ 的最小值

当 Q 、 P 、 M 三点共线时， $QP + PM$ 有最小值，最小值为点 Q 纵坐标加 M 纵坐标的绝对值．

$\therefore QP + PF$ 的最小值为 6．

【点评】 本题以二次函数为背景，考查了数形结合思想、转换思想和学生解答问题的符号意识.