

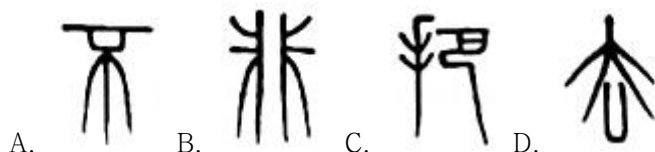
湖南省永州市 2018 年中考数学真题试题

一、选择题（本大题共 10 个小题，每个小题只有一个正确选项，每小题 4 分，共 40 分）

1. (4 分) -2018 的相反数是 ()

- A. 2018 B. -2018 C. $\frac{1}{2018}$ D. $-\frac{1}{2018}$

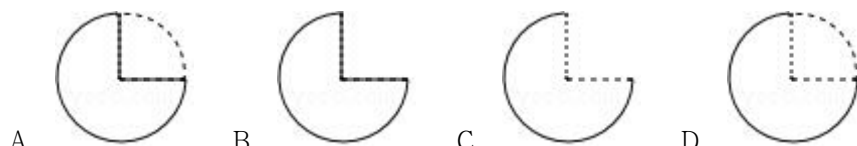
2. (4 分) 誉为全国第三大露天碑林的“浯溪碑林”，摩崖上铭刻着 500 多方古今名家碑文，其中悬针篆文具有较高的历史意义和研究价值，下面四个悬针篆文文字明显不是轴对称图形的是 ()



3. (4 分) 函数 $y = \frac{1}{x-3}$ 中自变量 x 的取值范围是 ()

- A. $x \geq 3$ B. $x < 3$ C. $x \neq 3$ D. $x = 3$

4. (4 分) 如图几何体的主视图是 ()



5. (4 分) 下列运算正确的是 ()

- A. $m^2 + 2m^3 = 3m^5$ B. $m^2 \cdot m^3 = m^6$ C. $(-m)^3 = -m^3$ D. $(mn)^3 = mn^3$

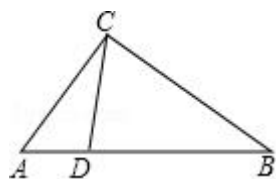
6. (4 分) 已知一组数据 45, 51, 54, 52, 45, 44, 则这组数据的众数、中位数分别为 ()

- A. 45, 48 B. 44, 45 C. 45, 51 D. 52, 53

7. (4 分) 下列命题是真命题的是 ()

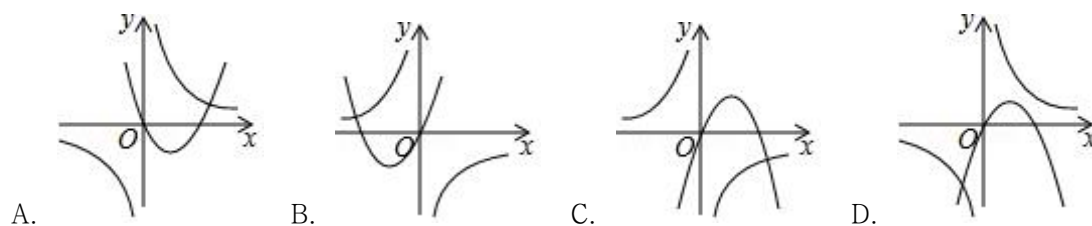
- A. 对角线相等的四边形是矩形
B. 对角线互相垂直的四边形是菱形
C. 任意多边形的内角和为 360°
D. 三角形的中位线平行于第三边，并且等于第三边的一半

8. (4 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 是边 AB 上的一点， $\angle ADC = \angle ACB$ ， $AD = 2$ ， $BD = 6$ ，则边 AC 的长为 ()



- A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

9. (4分) 在同一平面直角坐标系中, 反比例函数 $y = \frac{b}{x}$ ($b \neq 0$) 与二次函数 $y = ax^2 + bx$ ($a \neq 0$) 的图象大致是 ()



10. (4分) 甲从商贩 A 处购买了若干斤西瓜, 又从商贩 B 处购买了若干斤西瓜. A、B 两处所购买的西瓜重量之比为 3: 2, 然后将买回的西瓜以从 A、B 两处购买单价的平均数为单价全部卖给了乙, 结果发现他赔钱了, 这是因为 ()

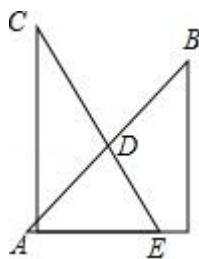
- A. 商贩 A 的单价大于商贩 B 的单价
B. 商贩 A 的单价等于商贩 B 的单价
C. 商贩 A 的单价小于商贩 B 的单价
D. 赔钱与商贩 A、商贩 B 的单价无关

二、填空题 (本大题共 8 个小题, 每小题 4 分, 共 32 分)

11. (4分) 截止 2017 年年底, 我国 60 岁以上老龄人口达 2.4 亿, 占总人口比重达 17.3%. 将 2.4 亿用科学记数法表示为_____.

12. (4分) 因式分解: $x^2 - 1 =$ _____.

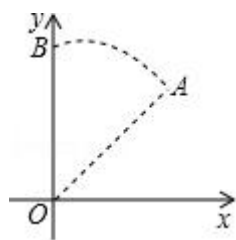
13. (4分) 一副透明的三角板, 如图叠放, 直角三角板的斜边 AB、CE 相交于点 D, 则 $\angle BDC =$ _____.



14. (4分) 化简: $(1+\frac{1}{x-1}) \div \frac{x^2+x}{x^2-2x+1} = \underline{\hspace{2cm}}$.

15. (4分) 在一个不透明的盒子中装有 n 个球, 它们除了颜色之外其它都没有区别, 其中含有 3 个红球, 每次摸球前, 将盒中所有的球摇匀, 然后随机摸出一个球, 记下颜色后再放回盒中. 通过大量重复试验, 发现摸到红球的频率稳定在 0.03, 那么可以推算出 n 的值大约是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

16. (4分) 如图, 在平面直角坐标系中, 已知点 A (1, 1), 以点 O 为旋转中心, 将点 A 逆时针旋转到点 B 的位置, 则 $\widehat{AB}$ 的长为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



17. (4分) 对于任意大于 0 的实数 x 、 y , 满足: $\log_2 (x \cdot y) = \log_2 x + \log_2 y$, 若 $\log_2 2 = 1$, 则 $\log_2 16 = \underline{\hspace{2cm}}$.

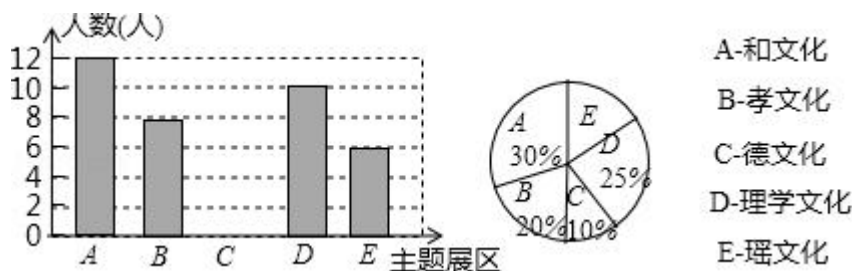
18. (4分) 现有 A、B 两个大型储油罐, 它们相距 2km, 计划修建一条笔直的输油管道, 使得 A、B 两个储油罐到输油管道所在直线的距离都为 0.5km, 输油管道所在直线符合上述要求的设计方案有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 种.

三、解答题 (本大题共 8 个小题, 解答题要求写出证明步骤或解答过程)

19. (8分) 计算: $2^{-1} - \sqrt{3}\sin 60^\circ + |1 - \sqrt[3]{27}|$.

20. (8分) 解不等式组 $\begin{cases} 2(x-1)+1 < x+2 \\ \frac{x-1}{2} > -1 \end{cases}$, 并把解集在数轴上表示出来.

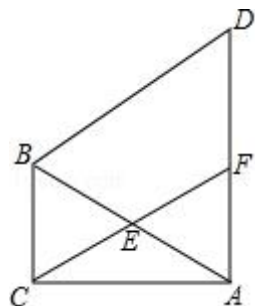
21. (8分) 永州植物园“清风园”共设 11 个主题展区. 为推进校园文化建设, 某校九年级 (1) 班组织部分学生到“清风园”参观后, 开展“我最喜欢的主题展区”投票调查. 要求学生从“和文化”、“孝文化”、“德文化”、“理学文化”、“瑶文化”五个展区中选择一项, 根据调查结果绘制出了两幅不完整的条形统计图和扇形统计图. 结合图中信息, 回答下列问题.



- (1) 参观的学生总人数为_____人;
- (2) 在扇形统计图中最喜欢“瑶文化”的学生占参观总学生数的百分比为_____;
- (3) 补全条形统计图;
- (4) 从最喜欢“德文化”的学生中随机选两人参加知识抢答赛, 最喜欢“德文化”的学生甲被选中的概率为_____.

22. (10 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $\angle CAB=30^\circ$, 以线段 AB 为边向外作等边 $\triangle ABD$, 点 E 是线段 AB 的中点, 连接 CE 并延长交线段 AD 于点 F .

- (1) 求证: 四边形 $BCFD$ 为平行四边形;
- (2) 若 $AB=6$, 求平行四边形 $BCFD$ 的面积.



23. (10 分) 在永州市青少年禁毒教育活动中, 某班男生小明与班上同学一起到禁毒教育基地参观, 以下是小明和奶奶的对话, 请根据对话内容, 求小明班上参观禁毒教育基地的男生和女生的人数.



24. (10 分) 如图, 线段 AB 为 $\odot O$ 的直径, 点 C, E 在 $\odot O$ 上, $\widehat{BC}=\widehat{CE}$, $CD \perp AB$, 垂足为点 D , 连接 BE , 弦 BE 与线段 CD 相交于点 F .

- (1) 求证: $CF=BF$;

(2) 如图 2, 延长 AB 至 P, 使得 $AC=CP$, 将矩形 EFGH 沿 BP 的方向向右平移, 当点 G 刚好落在 CP 上时, 试判断移动后的矩形与 $\triangle CBP$ 重叠部分的形状是三角形还是四边形, 为什么?

(3) 如图 3, 连接 DG, 将正方形 DFGI 绕点 D 顺时针旋转一定的角度得到正方形 $DF'G'I'$, 正方形 $DF'G'I'$ 分别与线段 DG、DB 相交于点 M, N, 求 $\triangle MNG'$ 的周长.

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 10 个小题，每个小题只有一个正确选项，每小题 4 分，共 40 分）

1. (4 分) -2018 的相反数是 ()

- A. 2018 B. -2018 C. $\frac{1}{2018}$ D. $-\frac{1}{2018}$

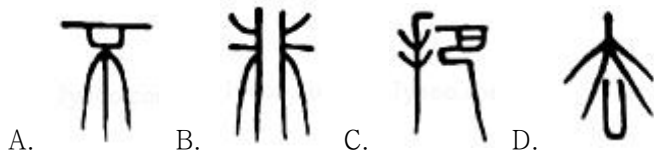
【分析】只有符号不同的两个数叫做互为相反数.

【解答】解: -2018 的相反数是 2018.

故选: A.

【点评】本题主要考查的是相反数的定义, 掌握相反数的定义是解题的关键.

2. (4 分) 誉为全国第三大露天碑林的“浯溪碑林”, 摩崖上铭刻着 500 多方古今名家碑文, 其中悬针篆文具有较高的历史意义和研究价值, 下面四个悬针篆文文字明显不是轴对称图形的是 ()



【分析】根据轴对称图形的概念进行判断即可.

【解答】解: A、是轴对称图形, 故此选项错误;

B、是轴对称图形, 故此选项错误;

C、不是轴对称图形, 故此选项正确;

D、是轴对称图形, 故此选项错误;

故选: C.

【点评】本题考查的是轴对称图形的概念: 轴对称图形的关键是寻找对称轴, 图形两部分沿对称轴折叠后可重合.

3. (4 分) 函数 $y = \frac{1}{x-3}$ 中自变量 x 的取值范围是 ()

- A. $x \geq 3$ B. $x < 3$ C. $x \neq 3$ D. $x = 3$

【分析】根据分式的意义, 分母不等于 0, 可以求出 x 的范围.

【解答】解: 根据题意得: $x - 3 \neq 0$,

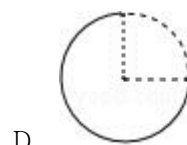
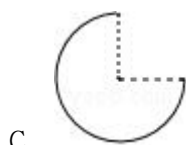
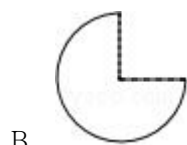
解得: $x \neq 3$.

故选：C.

【点评】考查了函数自变量的范围，注意：函数自变量的范围一般从三个方面考虑：

- (1) 当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数；
- (2) 当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为0；
- (3) 当函数表达式是二次根式时，被开方数非负.

4. (4分) 如图几何体的主视图是 ()



【分析】依据从该几何体的正面看到的图形，即可得到主视图.

【解答】解：由图可得，几何体的主视图是：



故选：B.

【点评】本题主要考查了三视图，解题时注意：视图中每一个闭合的线框都表示物体上的一个平面，而相连的两个闭合线框常不在一个平面上.

5. (4分) 下列运算正确的是 ()

- A. $m^2+2m^3=3m^5$ B. $m^2 \cdot m^3=m^6$ C. $(-m)^3=-m^3$ D. $(mn)^3=mn^3$

【分析】根据合并同类项法则、同底数幂的乘法、幂的乘方与积的乘方逐一计算可得.

【解答】解：A、 m^2 与 $2m^3$ 不是同类项，不能合并，此选项错误；

B、 $m^2 \cdot m^3=m^5$ ，此选项错误；

C、 $(-m)^3=-m^3$ ，此选项正确；

D、 $(mn)^3=m^3n^3$ ，此选项错误；

故选：C.

【点评】本题主要考查整式的运算，解题的关键是掌握合并同类项法则、同底数幂的乘法、

幂的乘方与积的乘方.

6. (4 分) 已知一组数据 45, 51, 54, 52, 45, 44, 则这组数据的众数、中位数分别为 ()

A. 45, 48 B. 44, 45 C. 45, 51 D. 52, 53

【分析】先把原数据按由小到大排列, 然后根据众数、中位数的定义求解.

【解答】解: 数据从小到大排列为: 44, 45, 45, 51, 52, 54,

所以这组数据的众数为 45, 中位数为 $\frac{1}{2}(45+51)=48$.

故选: A.

【点评】本题考查了众数: 一组数据中出现次数最多的数据叫做众数. 也考查了中位数.

7. (4 分) 下列命题是真命题的是 ()

A. 对角线相等的四边形是矩形

B. 对角线互相垂直的四边形是菱形

C. 任意多边形的内角和为 360°

D. 三角形的中位线平行于第三边, 并且等于第三边的一半

【分析】根据矩形的判定方法对 A 进行判断; 根据菱形的判定方法对 B 进行判断; 根据多边形的内角和对 C 进行判断; 根据三角形中位线性质的 D 进行判断.

【解答】解: A、对角线相等的平行四边形是矩形, 所以 A 选项为假命题;

B、对角线互相垂直的平行四边形是菱形, 所以 B 选项为假命题;

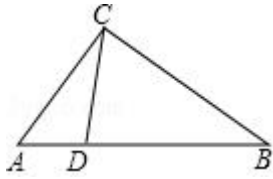
C、任意多边形的外角和为 360° , 所以 C 选项为假命题;

D、三角形的中位线平行于第三边且等于第三边的一半, 所以 D 选项为真命题.

故选: D.

【点评】本题考查了命题与定理: 判断一件事情的语句, 叫做命题. 许多命题都是由题设和结论两部分组成, 题设是已知事项, 结论是由已知事项推出的事项, 一个命题可以写成“如果…那么…”形式. 有些命题的正确性是用推理证实的, 这样的真命题叫做定理.

8. (4 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 是边 AB 上的一点, $\angle ADC = \angle ACB$, $AD=2$, $BD=6$, 则边 AC 的长为 ()



A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

【分析】只要证明 $\triangle ADC \sim \triangle ACB$ ，可得 $\frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AC}$ ，即 $AC^2 = AD \cdot AB$ ，由此即可解决问题；

【解答】解： $\because \angle A = \angle A$ ， $\angle ADC = \angle ACB$ ，

$\therefore \triangle ADC \sim \triangle ACB$ ，

$$\therefore \frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AC},$$

$$\therefore AC^2 = AD \cdot AB = 2 \times 8 = 16,$$

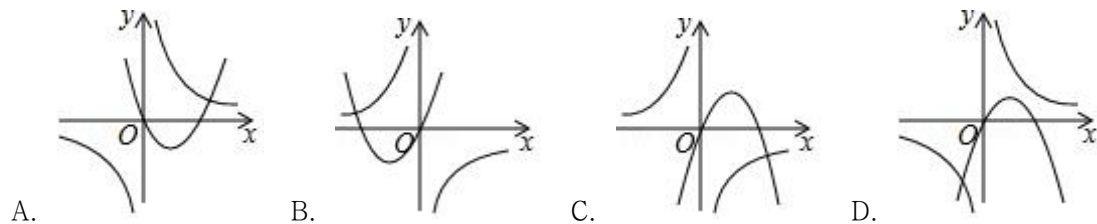
$$\because AC > 0,$$

$$\therefore AC = 4,$$

故选：B.

【点评】本题考查相似三角形的判定和性质、解题的关键是正确寻找相似三角形解决问题，属于中考常考题型.

9. (4分) 在同一平面直角坐标系中，反比例函数 $y = \frac{b}{x}$ ($b \neq 0$) 与二次函数 $y = ax^2 + bx$ ($a \neq 0$) 的图象大致是 ()



【分析】直接利用二次函数图象经过的象限得出 a ， b 的值取值范围，进而利用反比例函数的性质得出答案.

【解答】解：A、抛物线 $y = ax^2 + bx$ 开口方向向上，则 $a > 0$ ，对称轴位于 y 轴的右侧，则 a 、 b 异号，即 $b < 0$ 。所以反比例函数 $y = \frac{b}{x}$ 的图象位于第二、四象限，故本选项错误；

B、抛物线 $y = ax^2 + bx$ 开口方向向上，则 $a > 0$ ，对称轴位于 y 轴的左侧，则 a 、 b 同号，即 $b > 0$ 。所以反比例函数 $y = \frac{b}{x}$ 的图象位于第一、三象限，故本选项错误；

C、抛物线 $y = ax^2 + bx$ 开口方向向下，则 $a < 0$ ，对称轴位于 y 轴的右侧，则 a 、 b 异号，即 b

> 0 . 所以反比例函数 $y = \frac{b}{x}$ 的图象位于第一、三象限, 故本选项错误;

D、抛物线 $y = ax^2 + bx$ 开口方向向下, 则 $a < 0$, 对称轴位于 y 轴的右侧, 则 a 、 b 异号, 即 b

> 0 . 所以反比例函数 $y = \frac{b}{x}$ 的图象位于第一、三象限, 故本选项正确;

故选: D.

【点评】 此题主要考查了反比例函数的图象, 以及二次函数的图象, 要熟练掌握二次函数, 反比例函数中系数与图象位置之间关系.

10. (4 分) 甲从商贩 A 处购买了若干斤西瓜, 又从商贩 B 处购买了若干斤西瓜. A、B 两处所购买的西瓜重量之比为 3: 2, 然后将买回的西瓜以从 A、B 两处购买单价的平均数为单价全部卖给了乙, 结果发现他赔钱了, 这是因为 ()

A. 商贩 A 的单价大于商贩 B 的单价

B. 商贩 A 的单价等于商贩 B 的单价

C. 商贩 A 的单价小于商贩 B 的单价

D. 赔钱与商贩 A、商贩 B 的单价无关

【分析】 本题考查一元一次不等式组的应用, 将现实生活中的事件与数学思想联系起来, 读懂题列出不等式关系式即可求解.

【解答】 解: 利润 = 总售价 - 总成本 = $\frac{a+b}{2} \times 5 - (3a+2b) = 0.5b - 0.5a$, 赔钱了说明利润 < 0

$\therefore 0.5b - 0.5a < 0$,

$\therefore a > b$.

故选: A.

【点评】 此题考查一元一次不等式组的应用, 解决本题的关键是读懂题意, 找到符合题意的不等关系式.

二、填空题 (本大题共 8 个小题, 每小题 4 分, 共 32 分)

11. (4 分) 截止 2017 年年底, 我国 60 岁以上老龄人口达 2.4 亿, 占总人口比重达 17.3%. 将 2.4 亿用科学记数法表示为 2.4×10^8 .

【分析】 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

【解答】解：2.4 亿 $=2.4 \times 10^8$.

故答案为： 2.4×10^8

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

12. (4 分) 因式分解： $x^2 - 1 = \underline{(x+1)(x-1)}$.

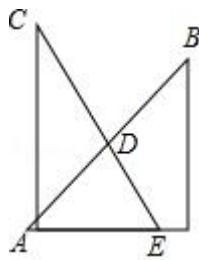
【分析】方程利用平方差公式分解即可.

【解答】解：原式 $= (x+1)(x-1)$.

故答案为： $(x+1)(x-1)$.

【点评】此题考查了因式分解 - 运用公式法，熟练掌握平方差公式是解本题的关键.

13. (4 分) 一副透明的三角板，如图叠放，直角三角板的斜边 AB、CE 相交于点 D，则 $\angle BDC = \underline{75^\circ}$.



【分析】根据三角板的性质以及三角形内角和定理计算即可；

【解答】解： $\because \angle CEA = 60^\circ$ ， $\angle BAE = 45^\circ$ ，

$\therefore \angle ADE = 180^\circ - \angle CEA - \angle BAE = 75^\circ$ ，

$\therefore \angle BDC = \angle ADE = 75^\circ$ ，

故答案为 75° .

【点评】本题考查三角板的性质，三角形内角和定理等知识，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考基础题.

14. (4 分) 化简： $(1 + \frac{1}{x-1}) \div \frac{x^2+x}{x^2-2x+1} = \underline{\frac{x-1}{x+1}}$.

【分析】根据分式的加法和除法可以解答本题.

【解答】解： $(1+\frac{1}{x-1}) \div \frac{x^2+x}{x^2-2x+1}$

$$= \frac{x-1+1}{x-1} \cdot \frac{(x-1)^2}{x(x+1)}$$

$$= \frac{x}{x-1} \cdot \frac{(x-1)^2}{x(x+1)}$$

$$= \frac{x-1}{x+1},$$

故答案为： $\frac{x-1}{x+1}$.

【点评】 本题考查分式的混合运算，解答本题的关键是明确分式的混合运算的计算方法.

15. (4分) 在一个不透明的盒子中装有 n 个球，它们除了颜色之外其它都没有区别，其中含有 3 个红球，每次摸球前，将盒中所有的球摇匀，然后随机摸出一个球，记下颜色后再放回盒中. 通过大量重复试验，发现摸到红球的频率稳定在 0.03，那么可以推算出 n 的值大约是 100.

【分析】 在同样条件下，大量反复试验时，随机事件发生的频率逐渐稳定在概率附近，可以从比例关系入手，列出方程求解.

【解答】解：由题意可得， $\frac{3}{n}=0.03$,

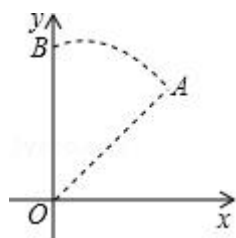
解得， $n=100$.

故估计 n 大约是 100.

故答案为： 100.

【点评】 此题主要考查了利用频率估计概率，大量反复试验下频率稳定值即概率. 用到的知识点为： 概率=所求情况数与总情况数之比.

16. (4分) 如图，在平面直角坐标系中，已知点 A (1, 1)，以点 O 为旋转中心，将点 A 逆时针旋转到点 B 的位置，则 $\widehat{AB}$ 的长为 $\frac{\sqrt{2}\pi}{4}$.



【分析】由点 A (1, 1), 可得 $OA=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$, 点 A 在第一象限的角平分线上, 那么 $\angle AOB=45^\circ$, 再根据弧长公式计算即可.

【解答】解: $\because$ 点 A (1, 1),
 $\therefore OA=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$, 点 A 在第一象限的角平分线上,
 $\therefore$ 以点 O 为旋转中心, 将点 A 逆时针旋转到点 B 的位置,
 $\therefore \angle AOB=45^\circ$,
 $\therefore \widehat{AB}$ 的长为 $\frac{45\pi \times \sqrt{2}}{180} = \frac{\sqrt{2}\pi}{4}$.
故答案为 $\frac{\sqrt{2}\pi}{4}$.

【点评】本题考查了弧长公式: $l=\frac{n\pi R}{180}$ (弧长为 l, 圆心角度数为 n, 圆的半径为 R), 也考查了坐标与图形变化 - 旋转, 求出 $OA=\sqrt{2}$ 以及 $\angle AOB=45^\circ$ 是解题的关键.

17. (4 分) 对于任意大于 0 的实数 x、y, 满足: $\log_2(x \cdot y) = \log_2 x + \log_2 y$, 若 $\log_2 2=1$, 则 $\log_2 16=$ 4.

【分析】利用 $\log_2(x \cdot y) = \log_2 x + \log_2 y$ 得到 $\log_2 16 = \log_2 2 + \log_2 2 + \log_2 2 + \log_2 2$, 然后根据 $\log_2 2=1$ 进行计算.

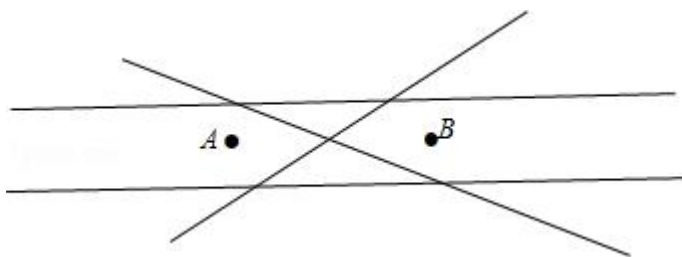
【解答】解: $\log_2 16 = \log_2 (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) = \log_2 2 + \log_2 2 + \log_2 2 + \log_2 2 = 1 + 1 + 1 + 1 = 4$.
故答案为 4.

【点评】本题考查了规律型: 认真观察、仔细思考, 善用联想是解决这类问题的方法.

18. (4 分) 现有 A、B 两个大型储油罐, 它们相距 2km, 计划修建一条笔直的输油管道, 使得 A、B 两个储油罐到输油管道所在直线的距离都为 0.5km, 输油管道所在直线符合上述要求的设计方案有 4 种.

【分析】根据点 A、B 的可以在直线的两侧或异侧两种情形讨论即可;

【解答】解: 输油管道所在直线符合上述要求的设计方案有 4 种, 如图所示;



故答案为 4.

【点评】 本题考查整体 - 应用与设计, 解题的关键是理解题意, 灵活运用所学知识解决问题, 属于中考常考题型.

三、解答题 (本大题共 8 个小题, 解答题要求写出证明步骤或解答过程)

19. (8 分) 计算: $2^{-1} - \sqrt{3}\sin 60^\circ + 1 - \sqrt[3]{27}$.

【分析】 原式利用负整数指数幂法则, 特殊角的三角函数值, 以及绝对值的代数意义计算即可求出值.

【解答】 解: 原式 $= \frac{1}{2} - \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 - 3 = 1$.

【点评】 此题考查了实数的运算, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

20. (8 分) 解不等式组 $\begin{cases} 2(x-1)+1 < x+2 \\ \frac{x-1}{2} > -1 \end{cases}$, 并把解集在数轴上表示出来.

【分析】 分别解不等式组的两个不等式, 即可得到其公共部分, 依据解集即可在数轴上表示出来.

【解答】 解: $\begin{cases} 2(x-1)+1 < x+2 \\ \frac{x-1}{2} > -1 \end{cases}$,

解不等式①, 可得

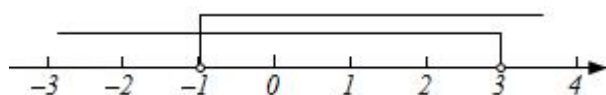
$$x < 3,$$

解不等式②, 可得

$$x > -1,$$

$\therefore$ 不等式组的解集为 $-1 < x < 3$,

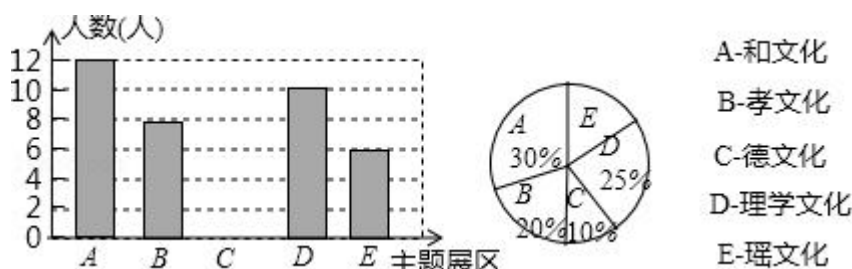
在数轴上表示出来为:



【点评】 本题主要考查了解一元一次不等式组，解一元一次不等式组时，一般先求出其中各不等式的解集，再求出这些解集的公共部分，利用数轴可以直观地表示不等式组的解集.

21. (8分) 永州植物园“清风园”共设 11 个主题展区. 为推进校园文化建设, 某校九年级

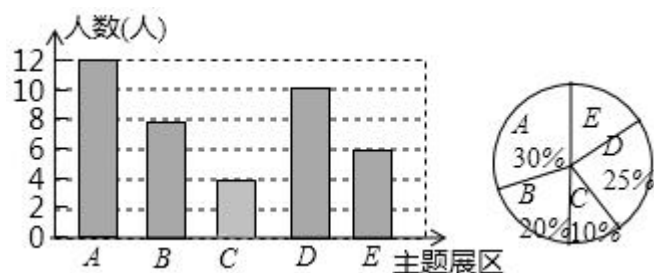
(1) 班组织部分学生到“清风园”参观后, 开展“我最喜欢的主题展区”投票调查. 要求学生从“和文化”、“孝文化”、“德文化”、“理学文化”、“瑶文化”五个展区中选择一项, 根据调查结果绘制出了两幅不完整的条形统计图和扇形统计图. 结合图中信息, 回答下列问题.



- (1) 参观的学生总人数为 40 人;
- (2) 在扇形统计图中最喜欢“瑶文化”的学生占参观总学生数的百分比为 15%;
- (3) 补全条形统计图;
- (4) 从最喜欢“德文化”的学生中随机选两人参加知识抢答赛, 最喜欢“德文化”的学生甲被选中的概率为 $\frac{1}{2}$.

【分析】 (1) 依据最喜欢“和文化”的学生数以及百分比, 即可得到参观的学生总人数;
 (2) 依据最喜欢“瑶文化”的学生数, 即可得到其占参观总学生数的百分比;
 (3) 依据“德文化”的学生数为 $40 - 12 - 8 - 10 - 6 = 4$, 即可补全条形统计图;
 (4) 设最喜欢“德文化”的 4 个学生分别为甲乙丙丁, 画树状图可得最喜欢“德文化”的学生甲被选中的概率.

【解答】 解: (1) 参观的学生总人数为 $12 \div 30\% = 40$ (人);
 (2) 喜欢“瑶文化”的学生占参观总学生数的百分比为 $\frac{6}{40} \times 100\% = 15\%$;
 (3) “德文化”的学生数为 $40 - 12 - 8 - 10 - 6 = 4$, 条形统计图如下:



(4) 设最喜欢“德文化”的 4 个学生分别为甲乙丙丁，画树状图得：



∴ 共有 12 种等可能的结果，甲同学被选中的有 6 种情况，

∴ 甲同学被选中的概率是： $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$.

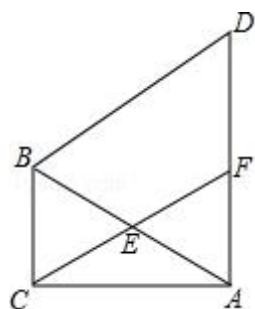
故答案为：40；15%； $\frac{1}{2}$.

【点评】此题考查了条形统计图和扇形统计图，树状图法与列表法求概率. 用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比.

22. (10 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $\angle CAB=30^\circ$ ，以线段 AB 为边向外作等边 $\triangle ABD$ ，点 E 是线段 AB 的中点，连接 CE 并延长交线段 AD 于点 F .

(1) 求证：四边形 $BCFD$ 为平行四边形；

(2) 若 $AB=6$ ，求平行四边形 $BCFD$ 的面积.



【分析】(1) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， E 为 AB 的中点，则 $CE=\frac{1}{2}AB$ ， $BE=\frac{1}{2}AB$ ，得到 $\angle BCE=\angle EBC=60^\circ$. 由 $\triangle AEF\cong\triangle BEC$ ，得 $\angle AFE=\angle BCE=60^\circ$. 又 $\angle D=60^\circ$ ，得 $\angle AFE=\angle D=60^\circ$ 度. 所以 $FC\parallel BD$ ，又因为 $\angle BAD=\angle ABC=60^\circ$ ，所以 $AD\parallel BC$ ，即 $FD\parallel BC$ ，则四边形 $BCFD$ 是平行四边形.

(2) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 求出 BC , AC 即可解决问题;

【解答】 (1) 证明: 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $\angle CAB=30^\circ$,

$$\therefore \angle ABC=60^\circ.$$

在等边 $\triangle ABD$ 中, $\angle BAD=60^\circ$,

$$\therefore \angle BAD=\angle ABC=60^\circ.$$

$\because E$ 为 AB 的中点,

$$\therefore AE=BE.$$

又 $\because \angle AEF=\angle BEC$,

$$\therefore \triangle AEF \cong \triangle BEC.$$

在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, E 为 AB 的中点,

$$\therefore CE=\frac{1}{2}AB, BE=\frac{1}{2}AB.$$

$$\therefore CE=AE,$$

$$\therefore \angle EAC=\angle ECA=30^\circ,$$

$$\therefore \angle BCE=\angle EBC=60^\circ.$$

又 $\because \triangle AEF \cong \triangle BEC$,

$$\therefore \angle AFE=\angle BCE=60^\circ.$$

又 $\because \angle D=60^\circ$,

$$\therefore \angle AFE=\angle D=60^\circ.$$

$$\therefore FC \parallel BD.$$

又 $\because \angle BAD=\angle ABC=60^\circ$,

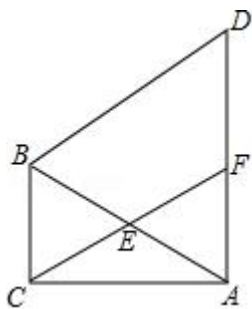
$$\therefore AD \parallel BC, \text{ 即 } FD \parallel BC.$$

$\therefore$ 四边形 $BCFD$ 是平行四边形.

(2) 解: 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\because \angle BAC=30^\circ$, $AB=6$,

$$\therefore BC=\frac{1}{2}AB=3, AC=\sqrt{3}BC=3\sqrt{3},$$

$$\therefore S_{\text{平行四边形 } BCFD}=3 \times 3\sqrt{3}=9\sqrt{3}.$$



【点评】 本题考查平行四边形的判定和性质、直角三角形斜边中线定理、等边三角形的性质、解直角三角形、勾股定理等知识，解题的关键是正确寻找全等三角形解决问题，属于中考常考题型.

23. (10 分) 在永州市青少年禁毒教育活动中，某班男生小明与班上同学一起到禁毒教育基地参观，以下是小明和奶奶的对话，请根据对话内容，求小明班上参观禁毒教育基地的男生和女生的人数.



【分析】 设小明班上参观禁毒教育基地的男生人数为 x 人，女生人数为 y 人，根据“男生人数+女生人数=55、男生人数=1.5×女生人数+5”列出方程组并解答.

【解答】 解：设小明班上参观禁毒教育基地的男生人数为 x 人，女生人数为 y 人，

依题意得：
$$\begin{cases} x+y=55 \\ x=1.5y+5 \end{cases}$$

解得
$$\begin{cases} x=35 \\ y=20 \end{cases}$$

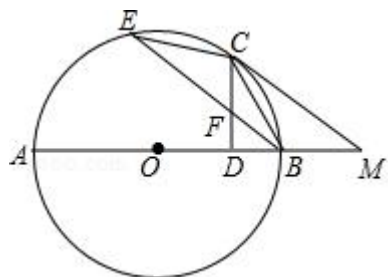
答：小明班上参观禁毒教育基地的男生人数为 35 人，女生人数为 20 人.

【点评】 考查了二元一次方程组的应用. 分析题意，找到关键描述语，找到合适的等量关系是解决问题的关键.

24. (10 分) 如图，线段 AB 为 $\odot O$ 的直径，点 C, E 在 $\odot O$ 上， $\widehat{BC} = \widehat{CE}$ ， $CD \perp AB$ ，垂足为点 D ，连接 BE ，弦 BE 与线段 CD 相交于点 F .

(1) 求证： $CF=BF$;

(2) 若 $\cos \angle ABE = \frac{4}{5}$, 在 AB 的延长线上取一点 M, 使 $BM=4$, $\odot O$ 的半径为 6. 求证: 直线 CM 是 $\odot O$ 的切线.



【分析】(1) 延长 CD 交 $\odot O$ 于 G, 如图, 利用垂径定理得到 $\widehat{BC} = \widehat{BG}$, 则可证明 $\widehat{CE} = \widehat{BG}$, 然后根据圆周角定理得 $\angle CBE = \angle GCB$, 从而得到 $CF = BF$;

(2) 连接 OC 交 BE 于 H, 如图, 先利用垂径定理得到 $OC \perp BE$, 再在 $\text{Rt} \triangle OBH$ 中利用解直角三角形得到 $BH = \frac{24}{5}$, $OH = \frac{18}{5}$, 接着证明 $\triangle OHB \sim \triangle OCM$ 得到 $\angle OCM = \angle OHB = 90^\circ$, 然后根据切线的判定定理得到结论.

【解答】证明: (1) 延长 CD 交 $\odot O$ 于 G, 如图,

$\because CD \perp AB$,

$\therefore \widehat{BC} = \widehat{BG}$,

$\because \widehat{BC} = \widehat{CE}$,

$\therefore \widehat{CE} = \widehat{BG}$,

$\therefore \angle CBE = \angle GCB$,

$\therefore CF = BF$;

(2) 连接 OC 交 BE 于 H, 如图,

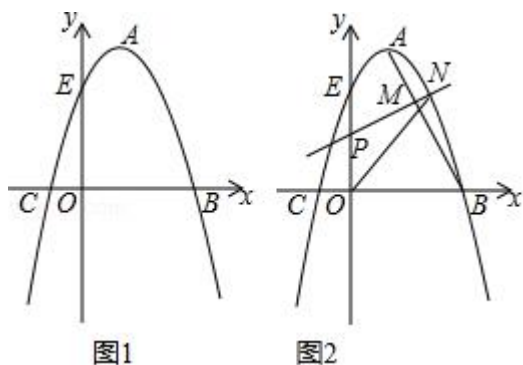
$\therefore \widehat{BC} = \widehat{CE}$,

$\therefore OC \perp BE$,

在 $\text{Rt} \triangle OBH$ 中, $\cos \angle OBH = \frac{BH}{OB} = \frac{4}{5}$,

$\therefore BH = \frac{4}{5} \times 6 = \frac{24}{5}$,

$\therefore OH = \sqrt{6^2 - \left(\frac{24}{5}\right)^2} = \frac{18}{5}$,



【分析】(1) 根据顶点式可求得抛物线的表达式；

(2) 根据轴对称的最短路径问题，作 E 关于对称轴的对称点 E'，连接 E'F 交对称轴于 G，此时 EG+FG 的值最小，先求 E'F 的解析式，它与对称轴的交点就是所求的点 G；

(3) 如图 2，先利用待定系数法求 AB 的解析式为： $y = -2x + 6$ ，设 $N(m, -m^2 + 2m + 3)$ ，则 $Q(m, -2m + 6)$ ， $(0 \leq m \leq 3)$ ，表示 $NQ = -m^2 + 4m - 3$ ，证明 $\triangle QMN \sim \triangle ADB$ ，列比例式可得 MN 的表达式，根据配方法可得当 $m = 2$ 时，MN 有最大值，证明 $\triangle NGP \sim \triangle ADB$ ，同理得 PG 的长，从而得 OP 的长，根据三角形的面积公式可得结论，并将 $m = 2$ 代入计算即可。

【解答】解：(1) 设抛物线的表达式为： $y = a(x - 1)^2 + 4$ ，

把 $(0, 3)$ 代入得： $3 = a(0 - 1)^2 + 4$ ，

$a = -1$ ，

$\therefore$ 抛物线的表达式为： $y = -(x - 1)^2 + 4 = -x^2 + 2x + 3$ ；

(2) 存在，

如图 1，作 E 关于对称轴的对称点 E'，连接 E'F 交对称轴于 G，此时 EG+FG 的值最小，

$\because E(0, 3)$ ，

$\therefore E'(2, 3)$ ，

易得 E'F 的解析式为： $y = 3x - 3$ ，

当 $x = 1$ 时， $y = 3 \times 1 - 3 = 0$ ，

$\therefore G(1, 0)$

(3) 如图 2， $\because A(1, 4)$ ， $B(3, 0)$ ，

易得 AB 的解析式为： $y = -2x + 6$ ，

设 $N(m, -m^2 + 2m + 3)$ ，则 $Q(m, -2m + 6)$ ， $(0 \leq m \leq 3)$ ，

$\therefore NQ = (-m^2 + 2m + 3) - (-2m + 6) = -m^2 + 4m - 3$ ，

$\because AD \parallel NH$ ，

$\therefore \angle DAB = \angle NQM$ ，

$$\because \angle ADB = \angle QMN = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle QMN \sim \triangle ADB,$$

$$\therefore \frac{QN}{MN} = \frac{AB}{BD},$$

$$\therefore \frac{-m^2+4m-3}{MN} = \frac{2\sqrt{5}}{2},$$

$$\therefore MN = -\frac{\sqrt{5}}{5} (m-2)^2 + \frac{\sqrt{5}}{5},$$

$$\because -\frac{\sqrt{5}}{5} < 0,$$

$\therefore$ 当 $m=2$ 时, MN 有最大值;

过 N 作 $NG \perp y$ 轴于 G ,

$$\because \angle GPN = \angle ABD, \quad \angle NGP = \angle ADB = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle NGP \sim \triangle ADB,$$

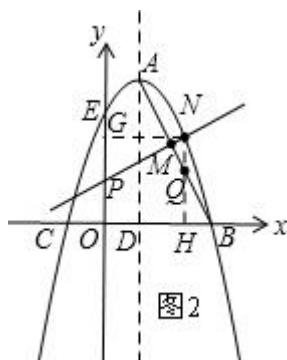
$$\therefore \frac{PG}{NG} = \frac{BD}{AD} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore PG = \frac{1}{2} NG = \frac{1}{2} m,$$

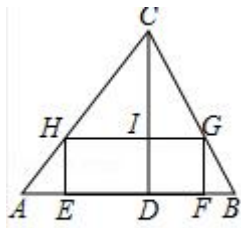
$$\therefore OP = OG - PG = -m^2 + 2m + 3 - \frac{1}{2}m = -m^2 + \frac{3}{2}m + 3,$$

$$\therefore S_{\triangle PON} = \frac{1}{2} OP \cdot GN = \frac{1}{2} \left(-m^2 + \frac{3}{2}m + 3 \right) \cdot m,$$

$$\text{当 } m=2 \text{ 时, } S_{\triangle PON} = \frac{1}{2} \times 2 \times (-4 + 3 + 3) = 2.$$



【解答】解：（1）如图 1 中，



(图1)

$$\because HI \parallel AD,$$

$$\therefore \frac{HI}{AD} = \frac{CI}{CD},$$

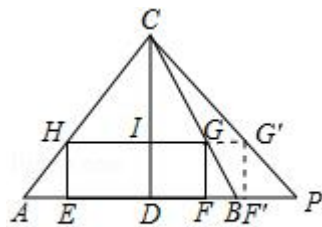
$$\therefore \frac{\frac{3}{2}}{9} = \frac{4}{AD},$$

$$\therefore AD=6,$$

$$\therefore ID=CD - CI=2,$$

$\therefore$ 正方形的边长为 2.

（2）如图 2 中，设等 G 落在 PC 时对应的点为 G' ，点 F 的对应的点为 F' 。



(图2)

$$\because CA=CP, CD \perp PA,$$

$$\therefore \angle ACD = \angle PCD, \angle A = \angle P,$$

$$\because HG' \parallel PA,$$

$$\therefore \angle CHG' = \angle A, \angle CG' H = \angle P,$$

$$\therefore \angle CHG' = \angle CG' H,$$

$$\therefore CH=CG',$$

$$\therefore IH=IG' =DF' =3,$$

$$\because IG \parallel DB,$$

$$\therefore \frac{IG}{DB} = \frac{CI}{CD},$$

$$\therefore \frac{2-4}{DB} = \frac{4}{6},$$

$$\therefore DB=3,$$

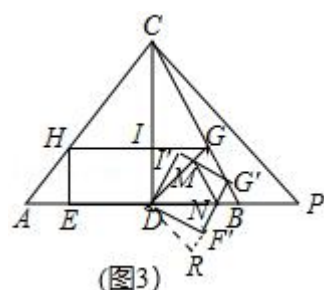
$$\therefore DB=DF' =3,$$

$\therefore$ 点 B 与点 F' 重合,

$\therefore$ 移动后的矩形与 $\triangle CBP$ 重叠部分是 $\triangle BGG'$,

$\therefore$ 移动后的矩形与 $\triangle CBP$ 重叠部分的形状是三角形.

(3) 如图 3 中, 如图将 $\triangle DMI'$ 绕点 D 逆时针旋转 90° 得到 $\triangle DF'R$, 此时 N、 F' 、R 共线.



$$\therefore \angle MDN = \angle NDF + \angle MDI' = \angle NDF' + \angle DF'R = \angle NDR = 45^\circ,$$

$$\therefore DN=DN, DM=DR,$$

$$\therefore \triangle NDM \cong \triangle NDR,$$

$$\therefore MN=NR=NF' + RF' = NF' + MI',$$

$$\therefore \triangle MNG' \text{ 的周长} = MN + MG' + NG' = MG' + MI' + NG' + F'R = 2I'G' = 4.$$

【点评】 本题考查四边形综合题、矩形的性质、正方形的性质、平行线等分线段定理、全等三角形的判定和性质等知识, 解题的关键是灵活运用所学知识解决问题, 学会利用旋转法添加辅助线, 构造全等三角形解决问题, 属于中考压轴题.