

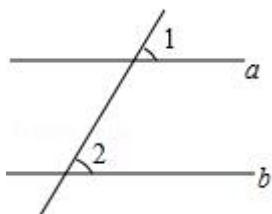
2018 年湖南省怀化市中考数学试卷

一、选择题（每小题 4 分，共 40 分；每小题的四个选项中只有一项是正确的，请将正确选项的代号填涂在答题卡的相应位置上）

1.（4 分） -2018 的绝对值是（ ）

- A. 2018 B. -2018 C. $\frac{1}{2018}$ D. ± 2018

2.（4 分）如图，直线 $a \parallel b$ ， $\angle 1 = 60^\circ$ ，则 $\angle 2 =$ （ ）

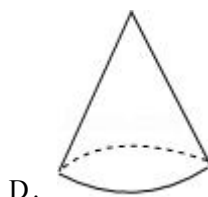
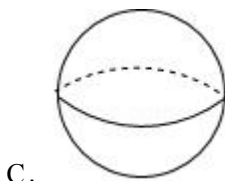
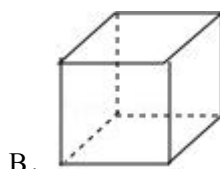
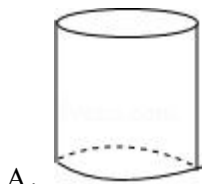


- A. 30° B. 60° C. 45° D. 120°

3.（4 分）在国家“一带一路”战略下，我国与欧洲开通了互利互惠的中欧班列．行程最长，途径城市和国家最多的一趟专列全程长 $13000km$ ，将 13000 用科学记数法表示为（ ）

- A. 13×10^3 B. 1.3×10^3 C. 13×10^4 D. 1.3×10^4

4.（4 分）下列几何体中，其主视图为三角形的是（ ）



5.（4 分）下列说法正确的是（ ）

- A. 调查舞水河的水质情况，采用抽样调查的方式
B. 数据 $2, 0, -2, 1, 3$ 的中位数是 -2
C. 可能性是 99% 的事件在一次实验中一定会发生
D. 从 2000 名学生中随机抽取 100 名学生进行调查，样本容量为 2000 名学生

6.（4 分）使 $\sqrt{x-3}$ 有意义的 x 的取值范围是（ ）

- A. $x \leq 3$ B. $x < 3$ C. $x \geq 3$ D. $x > 3$

7. (4分) 二元一次方程组 $\begin{cases} x+y=2 \\ x-y=-2 \end{cases}$ 的解是 ()

- A. $\begin{cases} x=0 \\ y=-2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=0 \\ y=2 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=-2 \\ y=0 \end{cases}$

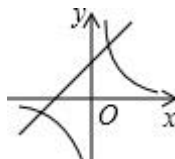
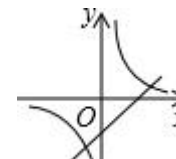
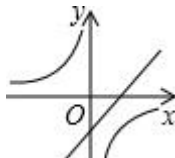
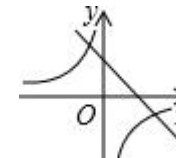
8. (4分) 下列命题是真命题的是 ()

- A. 两直线平行，同位角相等
B. 相似三角形的面积比等于相似比
C. 菱形的对角线相等
D. 相等的两个角是对顶角

9. (4分) 一艘轮船在静水中的最大航速为 30km/h ，它以最大航速沿江顺流航行 100km 所用时间，与以最大航速逆流航行 80km 所用时间相等，设江水的流速为 $v\text{km/h}$ ，则可列方程为 ()

- A. $\frac{100}{v+30} = \frac{80}{v-30}$ B. $\frac{100}{30-v} = \frac{80}{30+v}$
C. $\frac{100}{30+v} = \frac{80}{30-v}$ D. $\frac{100}{v-30} = \frac{80}{v+30}$

10. (4分) 函数 $y=kx-3$ 与 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 在同一坐标系内的图象可能是 ()

- A.  B. 
C.  D. 

二、填空题 (每小题 4 分，共 24 分；请将答案直接填写在答题卡的相应位置上)

11. (4分) 因式分解: $ab+ac = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. (4分) 计算: $a^2 \cdot a^3 = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. (4分) 在一个不透明的盒子中，有五个完全相同的小球，把它们分别标号 1, 2, 3, 4, 5，随机摸出一个小球，摸出的小球标号为奇数的概率是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

14. (4分) 关于 x 的一元二次方程 $x^2+2x+m=0$ 有两个相等的实数根，则 m 的值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. (4分) 一个多边形的每一个外角都是 36° ，则这个多边形的边数是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

16. (4分) 根据下列材料，解答问题.

等比数列求和:

概念: 对于一系列数 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n \dots$ (n 为正整数), 若从第二个数开始, 每一个数与

前一个数的比为一定值，即 $\frac{a_k}{a_{k-1}} = q$ (常数)，那么这一列数 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ 成

等比数列，这一常数 q 叫做该数列的公比.

例：求等比数列 $1, 3, 3^2, 3^3, \dots, 3^{100}$ 的和，

解：令 $S = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{100}$

则 $3S = 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{100} + 3^{101}$

因此， $3S - S = 3^{101} - 1$ ，所以 $S = \frac{3^{101} - 1}{2}$

即 $1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{100} = \frac{3^{101} - 1}{2}$

仿照例题，等比数列 $1, 5, 5^2, 5^3, \dots, 5^{2018}$ 的和为_____.

三、解答题 (本大题共 8 小题，共 86 分)

17. (8 分) 计算： $2\sin 30^\circ - (\pi - \sqrt{2})^0 + |\sqrt{3} - 1| + (\frac{1}{2})^{-1}$.

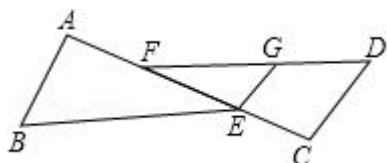
18. (8 分) 解不等式组 $\begin{cases} 3x+3 \leq 2x+7 \text{ ①} \\ 5(x-1) > 3x-1 \text{ ②} \end{cases}$ ，并把它的解集在数轴上表示出来.



19. (10 分) 已知：如图，点 A, F, E, C 在同一直线上， $AB \parallel DC$ ， $AB = CD$ ， $\angle B = \angle D$.

(1) 求证： $\triangle ABE \cong \triangle CDF$;

(2) 若点 E, G 分别为线段 FC, FD 的中点，连接 EG ，且 $EG = 5$ ，求 AB 的长.



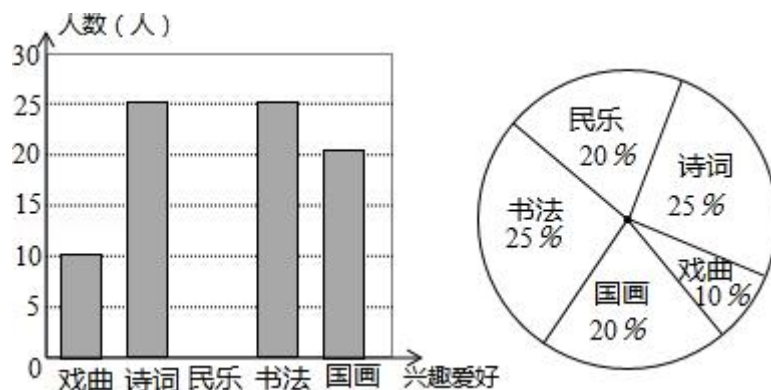
20. (10 分) 某学校积极响应怀化市“三城同创”的号召，绿化校园，计划购进 A, B 两种树苗，共 21 棵，已知 A 种树苗每棵 90 元， B 种树苗每棵 70 元. 设购买 A 种树苗 x 棵，购买两种树苗所需费用为 y 元.

(1) 求 y 与 x 的函数表达式，其中 $0 \leq x \leq 21$;

(2) 若购买 B 种树苗的数量少于 A 种树苗的数量，请给出一种费用最省的方案，并求出该方案所需费用.

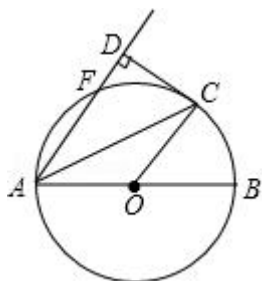
21. (12 分) 为弘扬中华优秀传统文化，我市某中学决定根据学生的兴趣爱好组建课外兴趣小组，因此学校随机抽取了部分同学的兴趣爱好进行调查，将收集的数据整理并绘制成下列两幅统计图，请根据图中的信息，完成下列问题：

- (1) 学校这次调查共抽取了_____名学生；
- (2) 补全条形统计图；
- (3) 在扇形统计图中，“戏曲”所在扇形的圆心角度数为_____；
- (4) 设该校共有学生 2000 名，请你估计该校有多少名学生喜欢书法？



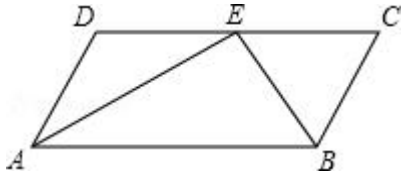
22. (12 分) 已知：如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， $AB = 4$ ，点 F, C 是 $\odot O$ 上两点，连接 AC, AF, OC ，弦 AC 平分 $\angle FAB$ ， $\angle BOC = 60^\circ$ ，过点 C 作 $CD \perp AF$ 交 AF 的延长线于点 D ，垂足为点 D 。

- (1) 求扇形 OBC 的面积 (结果保留 π)；
- (2) 求证： CD 是 $\odot O$ 的切线。



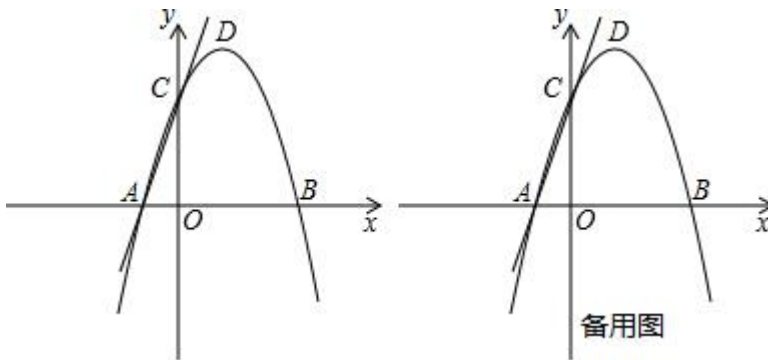
23. (12 分) 已知：如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ，点 E 为 CD 边上一点， AE 与 BE 分别为 $\angle DAB$ 和 $\angle CBA$ 的平分线。

- (1) 请你添加一个适当的条件_____，使得四边形 $ABCD$ 是平行四边形，并证明你的结论；
- (2) 作线段 AB 的垂直平分线交 AB 于点 O ，并以 AB 为直径作 $\odot O$ (要求：尺规作图，保留作图痕迹，不写作法)；
- (3) 在 (2) 的条件下， $\odot O$ 交边 AD 于点 F ，连接 BF ，交 AE 于点 G ，若 $AE = 4$ ， $\sin \angle AGF = \frac{4}{5}$ ，求 $\odot O$ 的半径。



24. (14分) 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = ax^2 + 2x + c$ 与 x 轴交于 $A(-1, 0)$, $B(3, 0)$ 两点, 与 y 轴交于点 C , 点 D 是该抛物线的顶点.

- (1) 求抛物线的解析式和直线 AC 的解析式;
- (2) 请在 y 轴上找一点 M , 使 $\triangle BDM$ 的周长最小, 求出点 M 的坐标;
- (3) 试探究: 在抛物线上是否存在点 P , 使以点 A, P, C 为顶点, AC 为直角边的三角形是直角三角形? 若存在, 请求出符合条件的点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



2018 年湖南省怀化市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（每小题 4 分，共 40 分；每小题的四个选项中只有一项是正确的，请将正确选项的代号填涂在答题卡的相应位置上）

1. 【分析】直接利用绝对值的定义进而分析得出答案．

【解答】解：-2018 的绝对值是：2018．

故选：A．

【点评】此题主要考查了绝对值，正确把握绝对值的定义是解题关键．

2. 【分析】根据两直线平行，同位角相等即可求解．

【解答】解： $\because a \parallel b$,

$$\therefore \angle 2 = \angle 1,$$

$$\because \angle 1 = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 60^\circ.$$

故选：B．

【点评】本题考查了平行线的性质，掌握两直线平行，同位角相等是解题的关键．

3. 【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数．

【解答】解：将 13000 用科学记数法表示为 1.3×10^4 ．

故选：D．

【点评】此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．

4. 【分析】找出四个选项中几何体的主视图，由此即可得出结论．

【解答】解：A、圆柱的主视图为矩形，

$\therefore A$ 不符合题意；

B、正方体的主视图为正方形，

$\therefore B$ 不符合题意；

C、球体的主视图为圆形，

$\therefore C$ 不符合题意；

D 、圆锥的主视图为三角形，

$\therefore D$ 符合题意.

故选: D .

【点评】 本题考查了简单几何体的三视图，牢记圆锥的主视图为三角形是解题的关键.

5. **【分析】** 根据调查的方式、中位数、可能性和样本知识进行判断即可.

【解答】 解: A 、调查舞水河的水质情况，采用抽样调查的方式，正确；

B 、数据 2, 0, -2, 1, 3 的中位数是 1，错误；

C 、可能性是 99% 的事件在一次实验中不一定会发生，错误；

D 、从 2000 名学生中随机抽取 100 名学生进行调查，样本容量为 100，错误；

故选: A .

【点评】 此题考查概率的意义，关键是根据调查的方式、中位数、可能性和样本知识解答.

6. **【分析】** 先根据二次根式有意义的条件列出关于 x 的不等式，求出 x 的取值范围即可.

【解答】 解: $\because$ 式子 $\sqrt{x-3}$ 有意义，

$$\therefore x-3 \geq 0,$$

解得 $x \geq 3$.

故选: C .

【点评】 本题考查的是二次根式有意义的条件，熟知被开方数具有非负性是解答此题的关键.

7. **【分析】** 方程组利用加减消元法求出解即可.

【解答】 解:
$$\begin{cases} x+y=2 \text{ ①} \\ x-y=-2 \text{ ②} \end{cases},$$

①+②得: $2x=0$,

解得: $x=0$,

把 $x=0$ 代入①得: $y=2$,

则方程组的解为
$$\begin{cases} x=0 \\ y=2 \end{cases},$$

故选: B .

【点评】 此题考查了解二元一次方程组，利用了消元的思想，消元的方法有：代入消元法与加减消元法.

8. **【分析】** 根据平行线的性质、相似三角形的性质、菱形的性质、对顶角的概念判断即可.

【解答】解：两直线平行，同位角相等， A 是真命题；

相似三角形的面积比等于相似比的平方， B 是假命题；

菱形的对角线互相垂直，不一定相等， C 是假命题；

相等的两个角不一定是对顶角， D 是假命题；

故选： A 。

【点评】本题考查的是命题的真假判断，正确的命题叫真命题，错误的命题叫做假命题。判断命题的真假关键是要熟悉课本中的性质定理。

9. 【分析】根据“以最大航速沿江顺流航行 100km 所用时间，与以最大航速逆流航行 80km 所用时间相等，”建立方程 即可得出结论。

【解答】解：江水的流速为 $v\text{km/h}$ ，则以最大航速沿江顺流航行的速度为 $(30+v)\text{km/h}$ ，以最大航速逆流航行的速度为 $(30-v)\text{km/h}$ ，

根据题意得， $\frac{100}{30+v} = \frac{80}{30-v}$ ，

故选： C 。

【点评】此题是由实际问题抽象出分式方程，主要考查了水流问题，找到相等关系是解本题的关键。

10. 【分析】根据当 $k > 0$ 、当 $k < 0$ 时， $y = kx - 3$ 和 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 经过的象限，二者一致的即为正确答案。

【解答】解： $\because$ 当 $k > 0$ 时， $y = kx - 3$ 过一、三、四象限，反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 过一、三象限，

当 $k < 0$ 时， $y = kx - 3$ 过二、三、四象限，反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 过二、四象限，

$\therefore B$ 正确；

故选： B 。

【点评】本题主要考查了反比例函数的图象性质和一次函数的图象性质，关键是由 k 的取值确定函数所在的象限。

二、填空题（每小题 4 分，共 24 分；请将答案直接填写在答题卡的相应位置上）

11. 【分析】直接找出公因式进而提取得出答案。

【解答】解： $ab+ac = a(b+c)$ 。

故答案为： $a(b+c)$ 。

【点评】此题主要考查了提取公因式法分解因式，正确找出公因式是解题关键.

12. 【分析】根据同底数的幂的乘法，底数不变，指数相加，计算即可.

【解答】解： $a^2 \cdot a^3 = a^{2+3} = a^5$.

故答案为： a^5 .

【点评】熟练掌握同底数的幂的乘法的运算法则是解题的关键.

13. 【分析】利用随机事件 A 的概率 $P(A) = \frac{\text{事件 } A \text{ 可能出现的结果数}}{\text{所有可能出现的结果数}}$ 进行计算即可.

【解答】解：摸出的小球标号为奇数的概率是： $\frac{3}{5}$,

故答案为： $\frac{3}{5}$.

【点评】此题主要考查了概率公式，关键是掌握概率的计算方法.

14. 【分析】由于关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2x + m = 0$ 有两个相等的实数根，可知其判别式为 0，据此列出关于 m 的方程，解答即可.

【解答】解： $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2x + m = 0$ 有两个相等的实数根，

$$\therefore \Delta = 0,$$

$$\therefore 2^2 - 4m = 0,$$

$$\therefore m = 1,$$

故答案为：1.

【点评】本题主要考查了根的判别式的知识，解答本题的关键是掌握一元二次方程有两个相等的实数根，则可得 $\Delta = 0$ ，此题难度不大.

15. 【分析】多边形的外角和是固定的 360° ，依此可以求出多边形的边数.

【解答】解： $\because$ 一个多边形的每个外角都等于 36° ，

$$\therefore \text{多边形的边数为 } 360^\circ \div 36^\circ = 10.$$

故答案为：10.

【点评】本题主要考查了多边形的外角和定理：多边形的外角和是 360° .

16. 【分析】直接利用有理数的混合运算法则以及结合已知例题分析得出答案.

【解答】解：令 $S = 1 + 5 + 5^2 + 5^3 + \cdots + 5^{2017} + 5^{2018}$

$$\text{则 } 5S = 5 + 5^2 + 5^3 + \cdots + 5^{2017} + 5^{2019}$$

$$\text{因此, } 5S - S = 5^{2019} - 1, \text{ 所以 } S = \frac{5^{2019} - 1}{4}.$$

故答案为: $\frac{5^{2019}-1}{4}$.

【点评】此题主要考查了有理数的混合运算法则, 正确将原式变形是解题关键.

三、解答题 (本大题共 8 小题, 共 86 分)

17. 【分析】直接利用特殊角的三角函数值以及零指数幂的性质和负指数幂的性质分别化简得出答案.

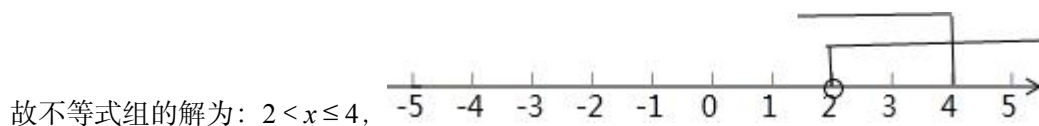
【解答】解: 原式 $= 2 \times \frac{1}{2} - 1 + \sqrt{3} - 1 + 2$
 $= 1 + \sqrt{3}$.

【点评】此题主要考查了实数运算, 正确化简各数是解题关键.

18. 【分析】分别解两不等式, 进而得出公共解集.

【解答】解: 解①得: $x \leq 4$,

解②得: $x > 2$,



【点评】此题主要考查了解一元一次不等式组的解法, 正确掌握基本解题思路是解题关键.

19. 【分析】(1) 根据平行线的性质得出 $\angle A = \angle C$, 进而利用全等三角形的判定证明即可;
(2) 利用全等三角形的性质和中点的性质解答即可.

【解答】证明: (1) $\because AB \parallel DC$,

$$\therefore \angle A = \angle C,$$

在 $\triangle ABE$ 与 $\triangle CDF$ 中 $\begin{cases} \angle A = \angle C \\ AB = CD \\ \angle B = \angle D \end{cases}$,

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF (ASA);$$

(2) $\because$ 点 E, G 分别为线段 FC, FD 的中点,

$$\therefore EG = \frac{1}{2}CD,$$

$$\because EG = 5,$$

$$\therefore CD = 10,$$

$$\because \triangle ABE \cong \triangle CDF,$$

$$\therefore AB = CD = 10.$$

【点评】此题考查全等三角形的判定和性质, 关键是根据平行线的性质得出 $\angle A = \angle C$.

20. 【分析】(1) 根据购买两种树苗所需费用 = A 种树苗费用 + B 种树苗费用, 即可解答;

(2) 根据购买 B 种树苗的数量少于 A 种树苗的数量, 列出不等式, 确定 x 的取值范围, 再根据 (1) 得出的 y 与 x 之间的函数关系式, 利用一次函数的增减性结合自变量的取值即可得出更合算的方案.

【解答】解: (1) 根据题意, 得: $y = 90x + 70(21 - x) = 20x + 1470$,

所以函数解析式为: $y = 20x + 1470$;

(2) $\because$ 购买 B 种树苗的数量少于 A 种树苗的数量,

$$\therefore 21 - x < x,$$

解得: $x > 10.5$,

又 $\because y = 20x + 1470$, 且 x 取整数,

$\therefore$ 当 $x = 11$ 时, y 有最小值 = 1690,

$\therefore$ 使费用最省的方案是购买 B 种树苗 10 棵, A 种树苗 11 棵, 所需费用为 1690 元.

【点评】本题考查的是一元一次不等式及一次函数的应用, 解决问题的关键是读懂题意, 找到关键描述语, 进而找到所求的量的等量关系和不等关系.

21. 【分析】(1) 用“戏曲”的人数除以其所占百分比可得;

(2) 用总人数乘以“民乐”人数所占百分比求得其人数, 据此即可补全图形;

(3) 用 360° 乘以“戏曲”人数所占百分比即可得;

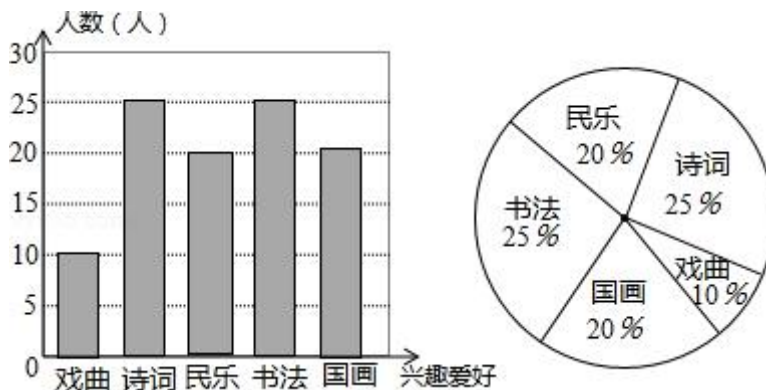
(4) 用总人数乘以样本中“书法”人数所占百分比可得.

【解答】解: (1) 学校本次调查的学生人数为 $10 \div 10\% = 100$ 名,

故答案为: 100;

(2) “民乐”的人数为 $100 \times 20\% = 20$ 人,

补全图形如下:



(3) 在扇形统计图中, “戏曲”所在扇形的圆心角度数为 $360^{\circ} \times 10\% = 36^{\circ}$,

故答案为: 36° ;

(4) 估计该校喜欢书法的学生人数为 $2000 \times 25\% = 500$ 人.

【点评】 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用, 读懂统计图, 从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据; 扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小. 也考查了用样本估计总体的思想.

22. **【分析】** (1) 由扇形的面积公式即可求出答案.

(2) 易证 $\angle FAC = \angle ACO$, 从而可知 $AD \parallel OC$, 由于 $CD \perp AF$, 所以 $CD \perp OC$, 所以 CD 是 $\odot O$ 的切线.

【解答】 解: (1) $\because AB = 4$,

$$\therefore OB = 2$$

$$\because \angle COB = 60^{\circ},$$

$$\therefore S_{\text{扇形} OBC} = \frac{60\pi \times 4}{360} = \frac{2\pi}{3}$$

(2) $\because AC$ 平分 $\angle FAB$,

$$\therefore \angle FAC = \angle CAO,$$

$$\because AO = CO,$$

$$\therefore \angle ACO = \angle CAO$$

$$\therefore \angle FAC = \angle ACO$$

$$\therefore AD \parallel OC,$$

$$\because CD \perp AF,$$

$$\therefore CD \perp OC$$

$$\because C \text{ 在圆上},$$

$$\therefore CD \text{ 是 } \odot O \text{ 的切线}$$

【点评】 本题考查圆的综合问题, 解题的关键是熟练运用扇形面积公式以及切线的判定方法, 本题属于中等题型.

23. **【分析】** (1) 添加条件 $AD = BC$, 利用一组对边平行且相等的四边形为平行四边形验证即可;

(2) 作出相应的图形, 如图所示;

(3) 由平行四边形的对边平行得到 AD 与 BC 平行, 可得同旁内角互补, 再由 AE 与 BE 为角平分线, 可得出 AE 与 BE 垂直, 利用直径所对的圆周角为直角, 得到 AF 与 FB 垂直, 可得出两锐角互余, 根据角平分线性质及等量代换得到 $\angle AGF = \angle AEB$, 根据 $\sin \angle AGF$ 的值, 确定出 $\sin \angle AEB$ 的值, 求出 AB 的长, 即可确定出圆的半径.

【解答】解: (1) 当 $AD = BC$ 时, 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 理由为:

证明: $\because AD \parallel BC, AD = BC,$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形;

故答案为: $AD = BC$;

(2) 作出相应的图形, 如图所示;

(3) $\because AD \parallel BC,$

$\therefore \angle DAB + \angle CBA = 180^\circ,$

$\because AE$ 与 BE 分别为 $\angle DAB$ 与 $\angle CBA$ 的平分线,

$\therefore \angle EAB + \angle EBA = 90^\circ,$

$\therefore \angle AEB = 90^\circ,$

$\because AB$ 为圆 O 的直径, 点 F 在圆 O 上,

$\therefore \angle AFB = 90^\circ,$

$\therefore \angle FAG + \angle FGA = 90^\circ,$

$\because AE$ 平分 $\angle DAB,$

$\therefore \angle FAG = \angle EAB,$

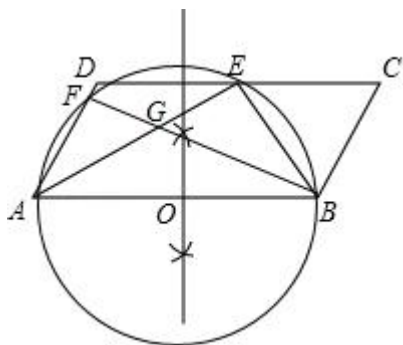
$\therefore \angle AGF = \angle ABE,$

$\therefore \sin \angle ABE = \sin \angle AGF = \frac{4}{5} = \frac{AE}{AB},$

$\because AE = 4,$

$\therefore AB = 5,$

则圆 O 的半径为 2.5.



【点评】此题属于圆综合题，涉及的知识有：圆周角定理，平行四边形的判定与性质，角平分线性质，以及锐角三角函数定义，熟练掌握各自的性质及定理是解本题的关键。

24. 【分析】（1）设交点式 $y = a(x+1)(x-3)$ ，展开得到 $-2a = 2$ ，然后求出 a 即可得到抛物线解析式；再确定 $C(0, 3)$ ，然后利用待定系数法求直线 AC 的解析式；

（2）利用二次函数的性质确定 D 的坐标为 $(1, 4)$ ，作 B 点关于 y 轴的对称点 B' ，连接 DB' 交 y 轴于 M ，如图 1，则 $B'(-3, 0)$ ，利用两点之间线段最短可判断此时 $MB+MD$ 的值最小，则此时 $\triangle BDM$ 的周长最小，然后求出直线 DB' 的解析式即可得到点 M 的坐标；

（3）过点 C 作 AC 的垂线交抛物线于另一点 P ，如图 2，利用两直线垂直一次项系数互为负倒数设直线 PC 的解析式为 $y = -\frac{1}{3}x + b$ ，把 C 点坐标代入求出 b 得到直线 PC 的解

析式为 $y = -\frac{1}{3}x + 3$ ，再解方程组 $\begin{cases} y = -x^2 + 2x + 3 \\ y = -\frac{1}{3}x + 3 \end{cases}$ 得此时 P 点坐标；当过点 A 作 AC 的垂

线交抛物线于另一点 P 时，利用同样的方法可求出此时 P 点坐标。

【解答】解：（1）设抛物线解析式为 $y = a(x+1)(x-3)$ ，

即 $y = ax^2 - 2ax - 3a$ ，

$\therefore -2a = 2$ ，解得 $a = -1$ ，

$\therefore$ 抛物线解析式为 $y = -x^2 + 2x + 3$ ；

当 $x = 0$ 时， $y = -x^2 + 2x + 3 = 3$ ，则 $C(0, 3)$ ，

设直线 AC 的解析式为 $y = px + q$ ，

把 $A(-1, 0)$ ， $C(0, 3)$ 代入得 $\begin{cases} -p + q = 0 \\ q = 3 \end{cases}$ ，解得 $\begin{cases} p = 3 \\ q = 3 \end{cases}$ ，

$\therefore$ 直线 AC 的解析式为 $y = 3x + 3$ ；

（2） $\because y = -x^2 + 2x + 3 = -(x-1)^2 + 4$ ，

∴ 顶点 D 的坐标为 $(1, 4)$,

作 B 点关于 y 轴的对称点 B' , 连接 DB' 交 y 轴于 M , 如图 1, 则 $B'(-3, 0)$,

∴ $MB = MB'$,

∴ $MB + MD = MB' + MD = DB'$, 此时 $MB + MD$ 的值最小,

而 BD 的值不变,

∴ 此时 $\triangle BDM$ 的周长最小,

易得直线 DB' 的解析式为 $y = x + 3$,

当 $x = 0$ 时, $y = x + 3 = 3$,

∴ 点 M 的坐标为 $(0, 3)$;

(3) 存在.

过点 C 作 AC 的垂线交抛物线于另一点 P , 如图 2,

∴ 直线 AC 的解析式为 $y = 3x + 3$,

∴ 直线 PC 的解析式可设为 $y = -\frac{1}{3}x + b$,

把 $C(0, 3)$ 代入得 $b = 3$,

∴ 直线 PC 的解析式为 $y = -\frac{1}{3}x + 3$,

解方程组 $\begin{cases} y = -x^2 + 2x + 3 \\ y = -\frac{1}{3}x + 3 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} x = 0 \\ y = 3 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = \frac{7}{3} \\ y = \frac{20}{9} \end{cases}$, 则此时 P 点坐标为 $(\frac{7}{3}, \frac{20}{9})$;

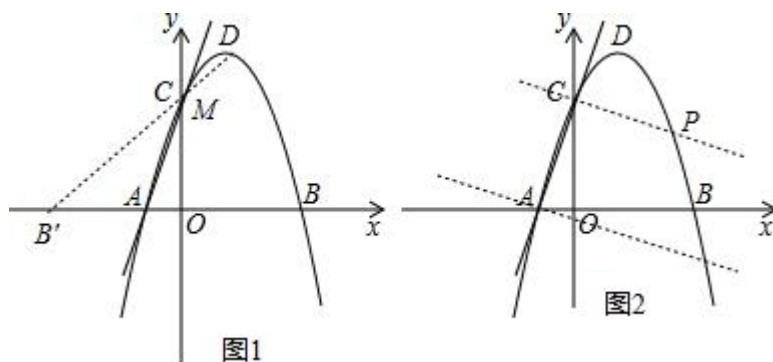
过点 A 作 AC 的垂线交抛物线于另一点 P , 直线 AP 的解析式可设为 $y = -\frac{1}{3}x + b$,

把 $A(-1, 0)$ 代入得 $-\frac{1}{3} + b = 0$, 解得 $b = \frac{1}{3}$,

∴ 直线 AP 的解析式为 $y = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$,

解方程组 $\begin{cases} y = -x^2 + 2x + 3 \\ y = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3} \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} x = -1 \\ y = 0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = \frac{10}{3} \\ y = -\frac{13}{9} \end{cases}$, 则此时 P 点坐标为 $(\frac{10}{3}, -\frac{13}{9})$,

综上所述, 符合条件的点 P 的坐标为 $(\frac{7}{3}, \frac{20}{9})$ 或 $(\frac{10}{3}, -\frac{13}{9})$,



【点评】 本题考查了二次函数的综合题：熟练掌握二次函数图象上点的坐标特征和二次函数的性质；会利用待定系数法求函数解析式，理解两直线垂直时一次项系数的关系，通过解方程组求两函数的交点坐标；理解坐标与图形性质，会运用两点之间线段最短解决最短路径问题；会运用分类讨论的思想解决数学问题．