

2018 年湖南省常德市中考数学试卷

一、选择题（本大题 8 个小题，每小题 3 分，满分 24 分）

1. (3 分) -2 的相反数是 ()

- A. 2 B. -2 C. 2^{-1} D. $-\frac{1}{2}$

2. (3 分) 已知三角形两边的长分别是 3 和 7，则此三角形第三边的长可能是 ()

- A. 1 B. 2 C. 8 D. 11

3. (3 分) 已知实数 a , b 在数轴上的位置如图所示，下列结论中正确的是 ()



- A. $a > b$ B. $|a| < |b|$ C. $ab > 0$ D. $-a > b$

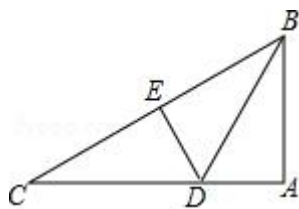
4. (3 分) 若一次函数 $y = (k - 2)x + 1$ 的函数值 y 随 x 的增大而增大，则 ()

- A. $k < 2$ B. $k > 2$ C. $k > 0$ D. $k < 0$

5. (3 分) 从甲、乙、丙、丁四人中选一人参加诗词大会比赛，经过三轮初赛，他们的平均成绩都是 86.5 分，方差分别是 $S_{\text{甲}}^2 = 1.5$, $S_{\text{乙}}^2 = 2.6$, $S_{\text{丙}}^2 = 3.5$, $S_{\text{丁}}^2 = 3.68$ ，你认为派谁去参赛更合适 ()

- A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

6. (3 分) 如图，已知 BD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线， ED 是 BC 的垂直平分线， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AD = 3$ ，则 CE 的长为 ()



- A. 6 B. 5 C. 4 D. $3\sqrt{3}$

7. (3 分) 把图 1 中的正方体的一角切下后摆在图 2 所示的位置，则图 2 中的几何体的主视图为 ()

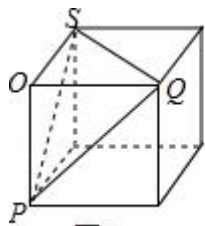


图1

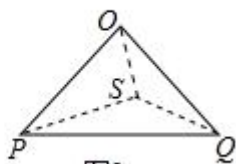
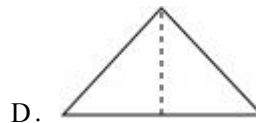
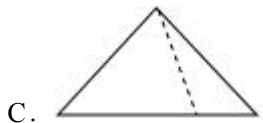
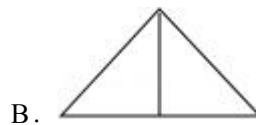
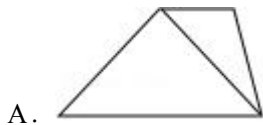


图2



8. (3分) 阅读理解: a, b, c, d 是实数, 我们把符号 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ 称为 2×2 阶行列式, 并且规定:

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = a \times d - b \times c, \text{ 例如: } \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} = 3 \times (-2) - 2 \times (-1) = -6 + 2 = -4. \text{ 二元一次}$$

$$\text{方程组} \begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases} \text{ 的解可以利用 } 2 \times 2 \text{ 阶行列式表示为: } \begin{cases} x = \frac{D_x}{D} \\ y = \frac{D_y}{D} \end{cases}; \text{ 其中 } D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix},$$

$$D_x = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}, D_y = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}.$$

问题: 对于用上面的方法解二元一次方程组 $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 3x - 2y = 12 \end{cases}$ 时, 下面说法错误的是 ()

A. $D = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} = -7$

B. $D_x = -14$

C. $D_y = 27$

D. 方程组的解为 $\begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases}$

二、填空题 (本大题 8 个小题, 每小题 3 分, 满分 24 分)

9. (3分) -8 的立方根是_____.

10. (3分) 分式方程 $\frac{1}{x+2} - \frac{3x}{x^2-4} = 0$ 的解为 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

11. (3分) 已知太阳与地球之间的平均距离约为 150000000 千米, 用科学记数法表示为_____千米.

12. (3分) 一组数据 3, -3 , 2, 4, 1, 0, -1 的中位数是_____.

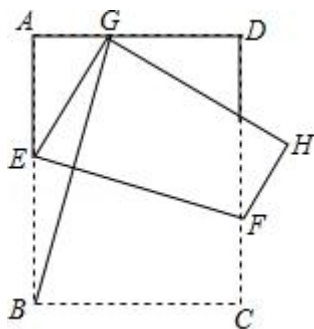
13. (3分) 若关于 x 的一元二次方程 $2x^2 + bx + 3 = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 b 的值可能是_____ (只写一个).

14. (3分) 某校对初一全体学生进行了一次视力普查, 得到如下统计表, 则视力在 $4.9 \leq x < 5.5$ 这个范围的频率为_____.

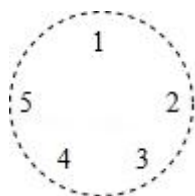
视力 x	频数
$4.0 \leq x < 4.3$	20
$4.3 \leq x < 4.6$	40

$4.6 \leq x < 4.9$	70
$4.9 \leq x < 5.2$	60
$5.2 \leq x < 5.5$	10

15. (3分) 如图, 将矩形 $ABCD$ 沿 EF 折叠, 使点 B 落在 AD 边上的点 G 处, 点 C 落在点 H 处, 已知 $\angle DGH = 30^\circ$, 连接 BG , 则 $\angle AGB =$ _____.



16. (3分) 5个人围成一个圆圈做游戏, 游戏的规则是: 每个人心里都想好一个实数, 并把自己想好的数如实地告诉他相邻的两个人, 然后每个人将他相邻的两个人告诉他的数的平均数报出来, 若报出来的数如图所示, 则报4的人心里想的数是_____.



三、(本大题2个小题, 每小题5分, 满分10分)

17. (5分) 计算: $(\sqrt{2} - \pi)^0 - |1 - 2\sqrt{3}| + \sqrt{12} - (\frac{1}{2})^{-2}$.

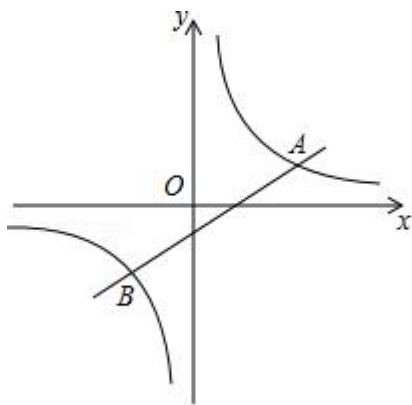
18. (5分) 求不等式组 $\begin{cases} 4x-7 < 5(x-1) \\ \frac{x}{3} \leq 3 - \frac{x-2}{2} \end{cases}$ 的正整数解.

四、(本大题2个小题, 每小题6分, 满分12分)

19. (6分) 先化简, 再求值: $(\frac{1}{x+3} + \frac{6}{x^2-9}) \div \frac{1}{x^2-6x+9}$, 其中 $x = \frac{1}{2}$.

20. (6分) 如图, 已知一次函数 $y_1 = k_1x + b$ ($k_1 \neq 0$) 与反比例函数 $y_2 = \frac{k_2}{x}$ ($k_2 \neq 0$) 的图象交于 $A(4, 1)$, $B(n, -2)$ 两点.

- (1) 求一次函数与反比例函数的解析式;
- (2) 请根据图象直接写出 $y_1 < y_2$ 时 x 的取值范围.



五、(本大题 2 个小题，每小题 7 分，满分 14 分)

21. (7 分) 某水果店 5 月份购进甲、乙两种水果共花费 1700 元，其中甲种水果 8 元/千克，乙种水果 18 元/千克. 6 月份，这两种水果的进价上调为：甲种水果 10 元/千克，乙种水果 20 元/千克.

(1) 若该店 6 月份购进这两种水果的数量与 5 月份都相同，将多支付货款 300 元，求该店 5 月份购进甲、乙两种水果分别是多少千克？

(2) 若 6 月份将这两种水果进货总量减少到 120 千克，且甲种水果不超过乙种水果的 3 倍，则 6 月份该店需要支付这两种水果的货款最少应是多少元？

22. (7 分) 图 1 是一商场的推拉门，已知门的宽度 $AD = 2$ 米，且两扇门的大小相同 (即 $AB = CD$)，将左边的门 ABB_1A_1 绕门轴 AA_1 向里面旋转 37° ，将右边的门 CDD_1C_1 绕门轴 DD_1 向外面旋转 45° ，其示意图如图 2，求此时 B 与 C 之间的距离 (结果保留一位小数). (参考数据: $\sin 37^\circ \approx 0.6$, $\cos 37^\circ \approx 0.8$, $\sqrt{2} \approx 1.4$)

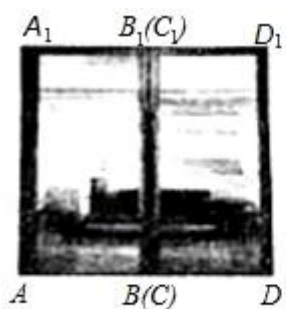


图1

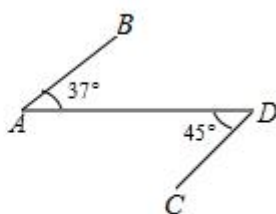
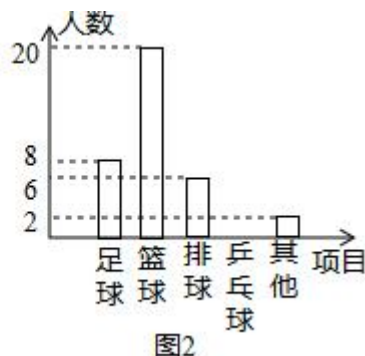
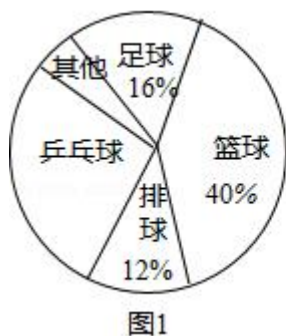


图2

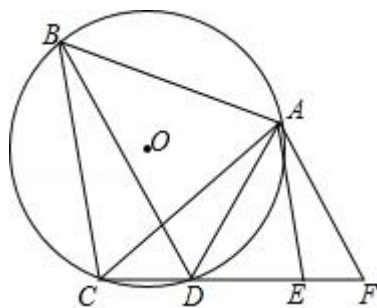
六、(本大题 2 个小题，每小题 8 分，满分 16 分)

23. (8 分) 某校体育组为了解全校学生“最喜欢的一项球类项目”，随机抽取了部分学生进行调查，下面是根据调查结果绘制的不完整的统计图. 请你根据统计图回答下列问题：



- (1) 喜欢乒乓球的学生所占的百分比是多少？并请补全条形统计图（图2）；
 - (2) 请你估计全校500名学生中最喜欢“排球”项目的有多少名？
 - (3) 在扇形统计图中，“篮球”部分所对应的圆心角是多少度？
 - (4) 篮球教练在制定训练计划前，将从最喜欢篮球项目的甲、乙、丙、丁四名同学中任选两人进行个别座谈，请用列表法或树状图法求抽取的两人恰好是甲和乙的概率。
24. (8分) 如图，已知 $\odot O$ 是等边三角形 ABC 的外接圆，点 D 在圆上，在 CD 的延长线上有一点 F ，使 $DF=DA$ ， $AE\parallel BC$ 交 CF 于 E 。

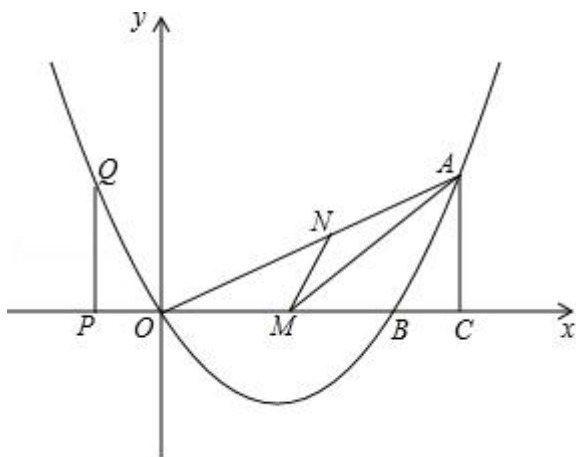
- (1) 求证： EA 是 $\odot O$ 的切线；
- (2) 求证： $BD=CF$ 。



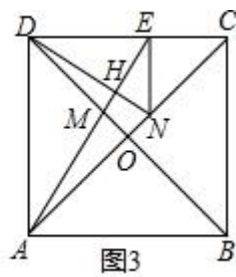
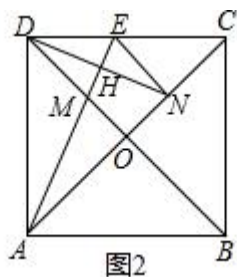
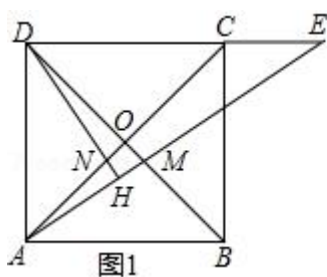
七、(本大题2个小题，每小题10分，满分20分)

25. (10分) 如图，已知二次函数的图象过点 $O(0, 0)$ ， $A(8, 4)$ ，与 x 轴交于另一点 B ，且对称轴是直线 $x=3$ 。

- (1) 求该二次函数的解析式；
- (2) 若 M 是 OB 上的一点，作 $MN\parallel AB$ 交 OA 于 N ，当 $\triangle ANM$ 面积最大时，求 M 的坐标；
- (3) P 是 x 轴上的点，过 P 作 $PQ\perp x$ 轴与抛物线交于 Q 。过 A 作 $AC\perp x$ 轴于 C ，当以 O, P, Q 为顶点的三角形与以 O, A, C 为顶点的三角形相似时，求 P 点的坐标。



26. (10分) 已知正方形 $ABCD$ 中 AC 与 BD 交于 O 点, 点 M 在线段 BD 上, 作直线 AM 交直线 DC 于 E , 过 D 作 $DH \perp AE$ 于 H , 设直线 DH 交 AC 于 N .



- (1) 如图1, 当 M 在线段 BO 上时, 求证: $MO = NO$;
- (2) 如图2, 当 M 在线段 OD 上, 连接 NE , 当 $EN \parallel BD$ 时, 求证: $BM = AB$;
- (3) 在图3, 当 M 在线段 OD 上, 连接 NE , 当 $NE \perp EC$ 时, 求证: $AN^2 = NC \cdot AC$.

2018 年湖南省常德市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题 8 个小题，每小题 3 分，满分 24 分）

1. 【分析】直接利用相反数的定义分析得出答案.

【解答】解：-2 的相反数是：2.

故选：A.

【点评】此题主要考查了相反数，正确把握相反数的定义是解题关键.

2. 【分析】根据三角形的三边关系可得 $7-3 < x < 7+3$ ，再解即可.

【解答】解：设三角形第三边的长为 x ，由题意得： $7-3 < x < 7+3$,

$$4 < x < 10,$$

故选：C.

【点评】此题主要考查了三角形的三边关系，关键是掌握三角形两边之和大于第三边. 三角形的两边差小于第三边.

3. 【分析】根据数轴可以判断 a 、 b 的正负，从而可以判断各个选项中的结论是否正确，从而可以解答本题.

【解答】解：由数轴可得，

$$-2 < a < -1 < 0 < b < 1,$$

$\therefore a < b$ ，故选项 A 错误，

$|a| > |b|$ ，故选项 B 错误，

$ab < 0$ ，故选项 C 错误，

$-a > b$ ，故选项 D 正确，

故选：D.

【点评】本题考查实数与数轴、绝对值，解答本题的关键是明确题意，利用数形结合的思想解答.

4. 【分析】根据一次函数的性质，可得答案.

【解答】解：由题意，得

$$k-2 > 0,$$

解得 $k > 2$,

故选：B.

【点评】本题考查了一次函数的性质， $y = kx + b$ ，当 $k > 0$ 时，函数值 y 随 x 的增大而增大.

5. 【分析】根据方差是反映一组数据的波动大小的一个量. 方差越大，则平均值的离散程度越大，稳定性也越小；反之，则它与其平均值的离散程度越小，稳定性越好可得答案.

【解答】解：∵ $1.5 < 2.6 < 3.5 < 3.68$,

∴ 甲的成绩最稳定，

∴ 派甲去参赛更好，

故选：A.

【点评】此题主要考查了方差，关键是掌握方差越小，稳定性越大.

6. 【分析】根据线段垂直平分线的性质得到 $DB = DC$ ，根据角平分线的定义、三角形内角和定理求出 $\angle C = \angle DBC = \angle ABD = 30^\circ$ ，根据直角三角形的性质解答.

【解答】解：∵ ED 是 BC 的垂直平分线，

∴ $DB = DC$,

∴ $\angle C = \angle DBC$,

∵ BD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，

∴ $\angle ABD = \angle DBC$,

∴ $\angle C = \angle DBC = \angle ABD = 30^\circ$ ，

∴ $BD = 2AD = 6$,

∴ $CE = CD \times \cos \angle C = 3\sqrt{3}$,

故选：D.

【点评】本题考查的是线段垂直平分线的性质、直角三角形的性质，掌握线段垂直平分线上的点到线段两端点的距离相等是解题的关键.

7. 【分析】根据从正面看得到的图形是主视图，可得答案.

【解答】解：从正面看是一个等腰三角形，高线是虚线，

故选：D.

【点评】本题考查了简单几何体的三视图，从正面看得到的图形是主视图.

8. 【分析】分别根据行列式的定义计算可得结论.

【解答】解： $A、D = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} = -7$ ，正确；

$B、D_x = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 12 & -2 \end{vmatrix} = -2 - 1 \times 12 = -14$ ，正确；

$$C、D_y = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 12 \end{vmatrix} = 2 \times 12 - 1 \times 3 = 21, \text{ 不正确};$$

$$D、\text{方程组的解: } x = \frac{D_x}{D} = \frac{-14}{-7} = 2, y = \frac{D_y}{D} = \frac{21}{-7} = -3, \text{ 正确};$$

故选: C.

【点评】 本题是阅读理解问题, 考查了 2×2 阶行列式和方程组的解的关系, 理解题意, 直接运用公式计算是本题的关键.

二、填空题 (本大题 8 个小题, 每小题 3 分, 满分 24 分)

9. **【分析】** 利用立方根的定义即可求解.

$$\text{【解答】解: } \because (-2)^3 = -8,$$

$\therefore -8$ 的立方根是 -2 .

故答案为: -2 .

【点评】 本题主要考查了立方根的概念. 如果一个数 x 的立方等于 a , 即 x 的三次方等于 a ($x^3 = a$), 那么这个数 x 就叫做 a 的立方根, 也叫做三次方根. 读作“三次根号 a ”其中, a 叫做被开方数, 3 叫做根指数.

10. **【分析】** 分式方程去分母转化为整式方程, 求出整式方程的解得到 x 的值, 经检验即可得到分式方程的解.

$$\text{【解答】解: 去分母得: } x - 2 - 3x = 0,$$

$$\text{解得: } x = -1,$$

经检验 $x = -1$ 是分式方程的解.

故答案为: -1

【点评】 此题考查了解分式方程, 利用了转化的思想, 解分式方程注意要检验.

11. **【分析】** 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 10 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

$$\text{【解答】解: } 1\,5000\,0000 = 1.5 \times 10^8,$$

故答案为: 1.5×10^8 .

【点评】 此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

12. **【分析】** 将数据按照从小到大重新排列, 根据中位数的定义即可得出答案.

$$\text{【解答】解: 将数据重新排列为 } -3, -1, 0, 1, 2, 3, 4,$$

所以这组数据的中位数为 1,

故答案为: 1.

【点评】 本题考查了中位数的概念: 将一组数据按照从小到大 (或从大到小) 的顺序排列, 如果数据的个数是奇数, 则处于中间位置的数就是这组数据的中位数; 如果这组数据的个数是偶数, 则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数.

13. **【分析】** 根据方程的系数结合根的判别式 $\Delta > 0$, 即可得出关于 b 的一元二次不等式, 解之即可得出 b 的取值范围, 取其内的任意一值即可得出结论.

【解答】 解: $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $2x^2 + bx + 3 = 0$ 有两个不相等的实数根,

$$\therefore \Delta = b^2 - 4 \times 2 \times 3 > 0,$$

解得: $b < -2\sqrt{6}$ 或 $b > 2\sqrt{6}$.

故答案可以为: 6.

【点评】 本题考查了根的判别式, 牢记 “当 $\Delta > 0$ 时, 方程有两个不相等的实数根” 是解题的关键.

14. **【分析】** 直接利用频数 $\div$ 总数 = 频率进而得出答案.

【解答】 解: 视力在 $4.9 \leq x < 5.5$ 这个范围的频数为: $60 + 10 = 70$,

则视力在 $4.9 \leq x < 5.5$ 这个范围的频率为: $\frac{70}{20+40+70+60+10} = 0.35$.

故答案为: 0.35.

【点评】 此题主要考查了频率求法, 正确把握频率的定义是解题关键.

15. **【分析】** 由折叠的性质可知: $GE = BE$, $\angle EGH = \angle ABC = 90^\circ$, 从而可证明 $\angle EBG = \angle EGB$, 然后再根据 $\angle EGH - \angle EGB = \angle EBC - \angle EBG$, 即: $\angle GBC = \angle BGH$, 由平行线的性质可知 $\angle AGB = \angle GBC$, 从而易证 $\angle AGB = \angle BGH$, 据此可得答案.

【解答】 解: 由折叠的性质可知: $GE = BE$, $\angle EGH = \angle ABC = 90^\circ$,

$$\therefore \angle EBG = \angle EGB.$$

$$\therefore \angle EGH - \angle EGB = \angle EBC - \angle EBG, \text{ 即: } \angle GBC = \angle BGH.$$

又 $\because AD \parallel BC$,

$$\therefore \angle AGB = \angle GBC.$$

$$\therefore \angle AGB = \angle BGH.$$

$$\because \angle DGH = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle AGH = 150^\circ,$$

$$\therefore \angle AGB = \frac{1}{2} \angle AGH = 75^\circ,$$

故答案为: 75° .

【点评】 本题主要考查翻折变换, 解题的关键是熟练掌握翻折变换的性质: 折叠前后图形的形状和大小不变, 位置变化, 对应边和对应角相等.

16. **【分析】** 设报 4 的人心想的数是 x , 则可以分别表示报 1, 3, 5, 2 的人心想的数, 最后通过平均数列出方程, 解方程即可.

【解答】 解: 设报 4 的人心想的数是 x , 报 1 的人心想的数是 $10 - x$, 报 3 的人心想的数是 $x - 6$, 报 5 的人心想的数是 $14 - x$, 报 2 的人心想的数是 $x - 12$,

所以有 $x - 12 + x = 2 \times 3$,

解得 $x = 9$.

故答案为 9.

【点评】 本题属于阅读理解和探索规律题, 考查的知识点有平均数的相关计算及方程思想的运用. 规律与趋势: 这道题的解决方法有点奥数题的思维, 题意理解起来比较容易, 但从哪下手却不容易想到, 一般地, 当数字比较多时, 方程是首选的方法, 而且, 多设几个未知数, 把题中的等量关系全部展示出来, 再结合题意进行整合, 问题即可解决. 本题还可以根据报 2 的人心想的数可以是 $6 - x$, 从而列出方程 $x - 12 = 6 - x$ 求解.

三、(本大题 2 个小题, 每小题 5 分, 满分 10 分)

17. **【分析】** 本题涉及零指数幂、负指数幂、二次根式化简和绝对值 4 个考点. 在计算时, 需要针对每个考点分别进行计算, 然后根据实数的运算法则求得计算结果.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解: 原式} &= 1 - (2\sqrt{3} - 1) + 2\sqrt{3} - 4, \\ &= 1 - 2\sqrt{3} + 1 + 2\sqrt{3} - 4, \\ &= -2. \end{aligned}$$

【点评】 本题主要考查了实数的综合运算能力, 是各地中考题中常见的计算题型. 解决此类题目的关键是熟练掌握负整数指数幂、零指数幂、二次根式、绝对值等考点的运算.

18. **【分析】** 根据不等式组解集的表示方法: 大小小大中间找, 可得答案.

$$\text{【解答】解: } \begin{cases} 4x - 7 < 5(x - 1) & \text{①} \\ \frac{x}{3} \leq 3 - \frac{x - 2}{2} & \text{②} \end{cases},$$

解不等式①, 得 $x > -2$,

解不等式②, 得 $x \leq \frac{24}{5}$,

不等式组的解集是 $-2 < x \leq \frac{24}{5}$,

不等式组的正整数解是 1, 2, 3, 4.

【点评】 本题考查了解一元一次不等式组, 利用解一元一次不等式组的解集的表示方法是解题关键.

四、(本大题 2 个小题, 每小题 6 分, 满分 12 分)

19. **【分析】** 直接将括号里面通分运算, 再利用分式混合运算法则计算得出答案.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解: 原式} &= \left[\frac{x-3}{(x+3)(x-3)} + \frac{6}{(x+3)(x-3)} \right] \times (x-3)^2 \\ &= \frac{x+3}{(x-3)(x+3)} \times (x-3)^2 \\ &= x-3, \end{aligned}$$

$$\text{把 } x = \frac{1}{2} \text{ 代入得: 原式} = \frac{1}{2} - 3 = -\frac{5}{2}.$$

【点评】 此题主要考查了分式的化简求值, 正确掌握分式的混合运算法则是解题关键.

20. **【分析】** (1) 由点 A 的坐标利用反比例函数图象上点的坐标特征可求出 k_2 的值, 进而可得出反比例函数的解析式, 由点 B 的纵坐标结合反比例函数图象上点的坐标特征可求出点 B 的坐标, 再由点 A 、 B 的坐标利用待定系数法, 即可求出一函数的解析式;

(2) 根据两函数图象的上下位置关系, 找出 $y_1 < y_2$ 时 x 的取值范围.

$$\text{【解答】解: (1) } \because \text{反比例函数 } y_2 = \frac{k_2}{x} \text{ (} k_2 \neq 0 \text{) 的图象过点 } A(4, 1),$$

$$\therefore k_2 = 4 \times 1 = 4,$$

$$\therefore \text{反比例函数的解析式为 } y_2 = \frac{4}{x}.$$

$$\because \text{点 } B(n, -2) \text{ 在反比例函数 } y_2 = \frac{4}{x} \text{ 的图象上,}$$

$$\therefore n = 4 \div (-2) = -2,$$

$$\therefore \text{点 } B \text{ 的坐标为 } (-2, -2).$$

$$\text{将 } A(4, 1)、B(-2, -2) \text{ 代入 } y_1 = k_1x + b,$$

$$\begin{cases} 4k_1 + b = 1 \\ -2k_1 + b = -2 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} k_1 = \frac{1}{2} \\ b = -1 \end{cases},$$

$$\therefore \text{一次函数的解析式为 } y = \frac{1}{2}x - 1.$$

(2) 观察函数图象, 可知: 当 $x < -2$ 和 $0 < x < 4$ 时, 一次函数图象在反比例函数图象下方,

$\therefore y_1 < y_2$ 时 x 的取值范围为 $x < -2$ 或 $0 < x < 4$.

【点评】 本题考查了待定系数法求一次函数解析式以及反比例函数图象上点的坐标特征，解题的关键是：（1）利用反比例函数图象上点的坐标特征求出点 B 的坐标；（2）根据两函数图象的上下位置关系，找出不等式 $y_1 < y_2$ 的解集.

五、（本大题 2 个小题，每小题 7 分，满分 14 分）

21. **【分析】**（1）设该店 5 月份购进甲种水果 x 千克，购进乙种水果 y 千克，根据总价 = 单价 $\times$ 购进数量，即可得出关于 x 、 y 的二元一次方程组，解之即可得出结论；

（2）设购进甲种水果 a 千克，需要支付的货款为 w 元，则购进乙种水果 $(120 - a)$ 千克，根据总价 = 单价 $\times$ 购进数量，即可得出 w 关于 a 的函数关系式，由甲种水果不超过乙种水果的 3 倍，即可得出关于 a 的一元一次不等式，解之即可得出 a 的取值范围，再利用一次函数的性质即可解决最值问题.

【解答】 解：（1）设该店 5 月份购进甲种水果 x 千克，购进乙种水果 y 千克，

根据题意得：
$$\begin{cases} 8x + 18y = 1700 \\ 10x + 20y = 1700 + 300 \end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases} x = 100 \\ y = 50 \end{cases}$$

答：该店 5 月份购进甲种水果 100 千克，购进乙种水果 50 千克.

（2）设购进甲种水果 a 千克，需要支付的货款为 w 元，则购进乙种水果 $(120 - a)$ 千克，根据题意得： $w = 10a + 20(120 - a) = -10a + 2400$.

$\because$ 甲种水果不超过乙种水果的 3 倍，

$\therefore a \leq 3(120 - a)$,

解得： $a \leq 90$.

$\because k = -10 < 0$,

$\therefore w$ 随 a 值的增大而减小，

$\therefore$ 当 $a = 90$ 时， w 取最小值，最小值 $-10 \times 90 + 2400 = 1500$.

$\therefore$ 月份该店需要支付这两种水果的货款最少应是 1500 元.

【点评】 本题考查了二元一次方程组的应用、一元一次不等式的应用以及一次函数的应用，解题的关键是：（1）找准等量关系，正确列出二元一次方程组；（2）根据各数量之间的关系，找出 w 关于 a 的函数关系式.

22. **【分析】** 作 $BE \perp AD$ 于点 E ，作 $CF \perp AD$ 于点 F ，延长 FC 到点 M ，使得 $BE = CM$ ，则 $EM = BC$ ，在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 、 $\text{Rt}\triangle CDF$ 中可求出 AE 、 BE 、 DF 、 FC 的长度，进而可得出 EF

的长度，再在 $\text{Rt}\triangle MEF$ 中利用勾股定理即可求出 EM 的长，此题得解．

【解答】解：作 $BE \perp AD$ 于点 E ，作 $CF \perp AD$ 于点 F ，延长 FC 到点 M ，使得 $BE = CM$ ，如图所示．

$$\because AB = CD, AB + CD = AD = 2,$$

$$\therefore AB = CD = 1.$$

在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中， $AB = 1$ ， $\angle A = 37^\circ$ ，

$$\therefore BE = AB \cdot \sin \angle A \approx 0.6, AE = AB \cdot \cos \angle A \approx 0.8.$$

在 $\text{Rt}\triangle CDF$ 中， $CD = 1$ ， $\angle D = 45^\circ$ ，

$$\therefore CF = CD \cdot \sin \angle D \approx 0.7, DF = CD \cdot \cos \angle D \approx 0.7.$$

$$\because BE \perp AD, CF \perp AD,$$

$$\therefore BE \parallel CM,$$

又 $\because BE = CM$,

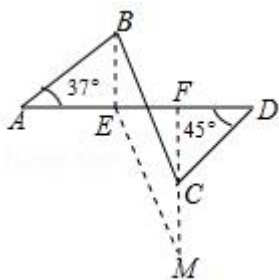
$\therefore$ 四边形 $BEMC$ 为平行四边形，

$$\therefore BC = EM, CM = BE.$$

在 $\text{Rt}\triangle MEF$ 中， $EF = AD - AE - DF = 0.5$ ， $FM = CF + CM = 1.3$ ，

$$\therefore EM = \sqrt{EF^2 + FM^2} \approx 1.4,$$

$\therefore B$ 与 C 之间的距离约为 1.4 米．



【点评】 本题考查了解直角三角形的应用、勾股定理以及平行四边形的判定与性质，构造直角三角形，利用勾股定理求出 BC 的长度是解题的关键．

六、（本大题 2 个小题，每小题 8 分，满分 16 分）

23. **【分析】**（1）先利用喜欢足球的人数和它所占的百分比计算出调查的总人数，再计算出喜欢乒乓球的人数，然后补全条形统计图；

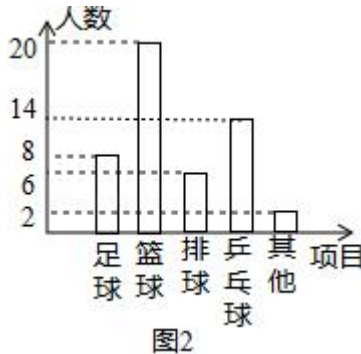
（2）用 500 乘以样本中喜欢排球的百分比可根据估计全校 500 名学生中最喜欢“排球”项目的写生数；

（3）用 360° 乘以喜欢篮球人数所占的百分比即可；

(4) 画树状图展示所有 12 种等可能的结果数，再找出抽取的两人恰好是甲和乙的结果数，然后根据概率公式求解．

【解答】解：(1) 调查的总人数为 $8 \div 16\% = 50$ (人)，
喜欢乒乓球的人数为 $50 - 8 - 20 - 6 - 2 = 14$ (人)，
所以喜欢乒乓球的学生所占的百分比 $= \frac{14}{50} \times 100\% = 28\%$ ，

补全条形统计图如下：

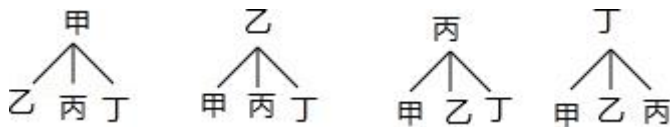


(2) $500 \times 12\% = 60$ ，

所以估计全校 500 名学生中最喜欢“排球”项目的有 60 名；

(3)，篮球”部分所对应的圆心角 $= 360 \times 40\% = 144^\circ$ ；

(4) 画树状图为：



共有 12 种等可能的结果数，其中抽取的两人恰好是甲和乙的结果数为 2，

所以抽取的两人恰好是甲和乙的概率 $= \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ ．

【点评】本题考查了列表法与树状图法：利用列表法或树状图法展示所有等可能的结果 n ，再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m ，然后利用概率公式计算事件 A 或事件 B 的概率．也考查了统计图．

24. 【分析】(1) 根据等边三角形的性质可得： $\angle OAC = 30^\circ$ ， $\angle BCA = 60^\circ$ ，证明 $\angle OAE = 90^\circ$ ，可得： AE 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 先根据等边三角形性质得： $AB = AC$ ， $\angle BAC = \angle ABC = 60^\circ$ ，由四点共圆的性质得： $\angle ADF = \angle ABC = 60^\circ$ ，

得 $\triangle ADF$ 是等边三角形，证明 $\triangle BAD \cong \triangle CAF$ ，可得结论．

【解答】证明：(1) 连接 OA ，

$\because \odot O$ 是等边三角形 ABC 的外接圆,

$\therefore \angle OAC = 30^\circ$, $\angle BCA = 60^\circ$,

$\because AE \parallel BC$,

$\therefore \angle EAC = \angle BCA = 60^\circ$,

$\therefore \angle OAE = \angle OAC + \angle EAC = 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$,

$\therefore AE$ 是 $\odot O$ 的切线;

(2) $\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$\therefore AB = AC$, $\angle BAC = \angle ABC = 60^\circ$,

$\because A$ 、 B 、 C 、 D 四点共圆,

$\therefore \angle ADF = \angle ABC = 60^\circ$,

$\because AD = DF$,

$\therefore \triangle ADF$ 是等边三角形,

$\therefore AD = AF$, $\angle DAF = 60^\circ$,

$\therefore \angle BAC + \angle CAD = \angle DAF + \angle CAD$,

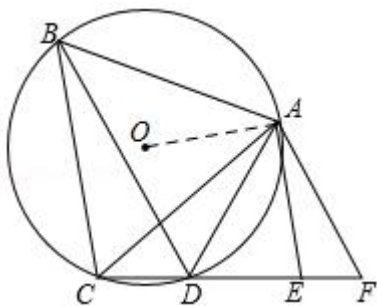
即 $\angle BAD = \angle CAF$,

在 $\triangle BAD$ 和 $\triangle CAF$ 中,

$$\because \begin{cases} AB=AC \\ \angle BAD=\angle CAF, \\ AD=AF \end{cases}$$

$\therefore \triangle BAD \cong \triangle CAF$,

$\therefore BD = CF$.



【点评】 本题考查了全等三角形的性质和判定, 等边三角形及外接圆, 四点共圆等知识点的综合运用, 属于基础题, 熟练掌握等边三角形的性质是关键.

七、(本大题 2 个小题, 每小题 10 分, 满分 20 分)

25. **【分析】** (1) 先利用抛物线的对称性确定 $B(6, 0)$, 然后设交点式求抛物线解析式;

(2) 设 $M(t, 0)$, 先其求出直线 OA 的解析式为 $y = \frac{1}{2}x$, 直线 AB 的解析式为 $y = 2x - 12$,

直线 MN 的解析式为 $y = 2x - 2t$, 再通过解方程组 $\begin{cases} y = \frac{1}{2}x \\ y = 2x - 2t \end{cases}$ 得 $N(\frac{4}{3}t, \frac{2}{3}t)$, 接着

利用三角形面积公式, 利用 $S_{\triangle AMN} = S_{\triangle AOM} - S_{\triangle NOM}$ 得到 $S_{\triangle AMN} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot t \cdot \frac{2}{3}t$, 然后

根据二次函数的性质解决问题;

(3) 设 $Q(m, \frac{1}{4}m^2 - \frac{3}{2}m)$, 根据相似三角形的判定方法, 当 $\frac{PQ}{OC} = \frac{PO}{AC}$ 时, $\triangle PQO \sim \triangle$

COA , 则 $|\frac{1}{4}m^2 - \frac{3}{2}m| = 2|m|$; 当 $\frac{PQ}{AC} = \frac{PO}{OC}$ 时, $\triangle PQO \sim \triangle CAO$, 则 $|\frac{1}{4}m^2 - \frac{3}{2}m| = \frac{1}{2}|m|$,

然后分别解关于 m 的绝对值方程可得到对应的 P 点坐标.

【解答】 解: (1) $\because$ 抛物线过原点, 对称轴是直线 $x = 3$,

$\therefore B$ 点坐标为 $(6, 0)$,

设抛物线解析式为 $y = ax(x - 6)$,

把 $A(8, 4)$ 代入得 $a \cdot 8 \cdot 2 = 4$, 解得 $a = \frac{1}{4}$,

$\therefore$ 抛物线解析式为 $y = \frac{1}{4}x(x - 6)$, 即 $y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{2}x$;

(2) 设 $M(t, 0)$,

易得直线 OA 的解析式为 $y = \frac{1}{2}x$,

设直线 AB 的解析式为 $y = kx + b$,

把 $B(6, 0)$, $A(8, 4)$ 代入得 $\begin{cases} 6k + b = 0 \\ 8k + b = 4 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} k = 2 \\ b = -12 \end{cases}$,

$\therefore$ 直线 AB 的解析式为 $y = 2x - 12$,

$\because MN \parallel AB$,

$\therefore$ 设直线 MN 的解析式为 $y = 2x + n$,

把 $M(t, 0)$ 代入得 $2t + n = 0$, 解得 $n = -2t$,

$\therefore$ 直线 MN 的解析式为 $y = 2x - 2t$,

解方程组 $\begin{cases} y = \frac{1}{2}x \\ y = 2x - 2t \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x = \frac{4}{3}t \\ y = \frac{2}{3}t \end{cases}$, 则 $N(\frac{4}{3}t, \frac{2}{3}t)$,

$\therefore S_{\triangle AMN} = S_{\triangle AOM} - S_{\triangle NOM}$

$= \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot t \cdot \frac{2}{3}t$

$$= -\frac{1}{3}t^2 + 2t$$

$$= -\frac{1}{3}(t-3)^2 + 3,$$

当 $t=3$ 时, $S_{\triangle AMN}$ 有最大值 3, 此时 M 点坐标为 $(3, 0)$;

(3) 设 $Q(m, \frac{1}{4}m^2 - \frac{3}{2}m)$,

$$\because \angle OPQ = \angle ACO,$$

$$\therefore \text{当 } \frac{PQ}{OC} = \frac{PO}{AC} \text{ 时, } \triangle PQO \sim \triangle COA, \text{ 即 } \frac{PQ}{8} = \frac{PO}{4},$$

$$\therefore PQ = 2PO, \text{ 即 } |\frac{1}{4}m^2 - \frac{3}{2}m| = 2|m|,$$

$$\text{解方程 } \frac{1}{4}m^2 - \frac{3}{2}m = 2m \text{ 得 } m_1 = 0 \text{ (舍去)}, m_2 = 14, \text{ 此时 } P \text{ 点坐标为 } (14, 0);$$

$$\text{解方程 } \frac{1}{4}m^2 - \frac{3}{2}m = -2m \text{ 得 } m_1 = 0 \text{ (舍去)}, m_2 = -2, \text{ 此时 } P \text{ 点坐标为 } (-2, 0);$$

$$\therefore \text{当 } \frac{PQ}{AC} = \frac{PO}{OC} \text{ 时, } \triangle PQO \sim \triangle CAO, \text{ 即 } \frac{PQ}{4} = \frac{PO}{8},$$

$$\therefore PQ = \frac{1}{2}PO, \text{ 即 } |\frac{1}{4}m^2 - \frac{3}{2}m| = \frac{1}{2}|m|,$$

$$\text{解方程 } \frac{1}{4}m^2 - \frac{3}{2}m = \frac{1}{2}m \text{ 得 } m_1 = 0 \text{ (舍去)}, m_2 = 8, \text{ 此时 } P \text{ 点坐标为 } (8, 0);$$

$$\text{解方程 } \frac{1}{4}m^2 - \frac{3}{2}m = -\frac{1}{2}m \text{ 得 } m_1 = 0 \text{ (舍去)}, m_2 = 4, \text{ 此时 } P \text{ 点坐标为 } (4, 0);$$

综上所述, P 点坐标为 $(14, 0)$ 或 $(-2, 0)$ 或 $(4, 0)$ 或 $(8, 0)$.

【点评】 本题考查了二次函数的综合题: 熟练掌握二次函数图象上点的坐标特征和二次函数的性质; 会利用待定系数法求函数解析式; 理解坐标与图形性质; 灵活运用相似比表示线段之间的关系; 会运用分类讨论的思想解决数学问题.

26. **【分析】** (1) 先判断出 $OD = OA$, $\angle AOM = \angle DON$, 再利用同角的余角相等判断出 $\angle ODN = \angle OAM$, 判断出 $\triangle DON \cong \triangle AOM$ 即可得出结论;

(2) 方法 1、先判断出四边形 $DENM$ 是菱形, 进而判断出 $\angle BDN = 22.5^\circ$, 即可判断出 $\angle AMB = 67.5^\circ$, 即可得出结论;

方法 2、先判断出点 A, D, E, N 在以 AE 为直径的圆上, 得出 $\angle 1 = \angle 3$, 即: $\angle 2 = \angle 3$, 即可得出结论.

(3) 先判断出 $\triangle DEN \sim \triangle ADE$ 得出 $DE^2 = AD \cdot EN$, 再判断出 $AC = \sqrt{2}AD$, $EN = \sqrt{2}CN$, $AN = \sqrt{2}DE$, 代换即可得出结论.

【解答】 解: (1) $\because$ 正方形 $ABCD$ 的对角线 AC, BD 相交于 O ,

$$\therefore OD = OA, \angle AOM = \angle DON = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle OND + \angle ODN = 90^\circ,$$

$$\because \angle ANH = \angle OND,$$

$$\therefore \angle ANH + \angle ODN = 90^\circ,$$

$$\because DH \perp AE,$$

$$\therefore \angle DHM = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ANH + \angle OAM = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ODN = \angle OAM,$$

$$\therefore \triangle DON \cong \triangle AOM,$$

$$\therefore OM = ON;$$

(2) 连接 MN ,

$$\because EN \parallel BD,$$

$$\therefore \angle ENC = \angle DOC = 90^\circ, \angle NEC = \angle BDC = 45^\circ = \angle ACD,$$

$$\therefore EN = CN, \text{ 同 (1) 的方法得, } OM = ON,$$

$$\because OD = OD,$$

$$\therefore DM = CN = EN,$$

$$\because EN \parallel DM,$$

$$\therefore \text{四边形 } DENM \text{ 是平行四边形},$$

$$\because DN \perp AE,$$

$$\therefore \square DENM \text{ 是菱形},$$

$$\therefore DE = EN,$$

$$\therefore \angle EDN = \angle END,$$

$$\because EN \parallel BD,$$

$$\therefore \angle END = \angle BDN,$$

$$\therefore \angle EDN = \angle BDN,$$

$$\because \angle BDC = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle BDN = 22.5^\circ,$$

$$\because \angle AHD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AMB = \angle DME = 90^\circ - \angle BDN = 67.5^\circ,$$

$$\begin{aligned} \because \angle ABM &= 45^\circ, \\ \therefore \angle BAM &= 67.5^\circ = \angle AMB, \\ \therefore BM &= AB; \end{aligned}$$

方法 2、如图 2， $\because NE \parallel BD$ ，

$$\begin{aligned} \therefore \angle ENO &= 90^\circ, \\ \because \angle 2 + \angle OND &= 90^\circ, \\ \therefore \angle 1 &= \angle 2, \\ \because \angle ADC + \angle ANE &= 180^\circ, \\ \therefore \text{点 } A, D, E, N &\text{在以 } AE \text{ 为直径的圆上}, \\ \therefore \angle 1 &= \angle 3, \\ \therefore \angle 2 &= \angle 3, \\ \because \angle 2 + \angle 4 &= \angle 2 + \angle 5 = 90^\circ, \\ \therefore \angle 3 + \angle MAB &= 90^\circ, \\ \therefore \angle MAB &= \angle 5, \\ \therefore BA &= BM \end{aligned}$$

(3) 如图 3，

$$\begin{aligned} \because DN \perp AE, \therefore \angle DEH + \angle EDH &= 90^\circ, \\ \because \angle DAE + \angle DEH &= 90^\circ, \\ \therefore \angle DAE &= \angle EDH, \\ \because EN \perp CD, \\ \therefore \angle DEN &= 90^\circ = \angle ADE, \\ \therefore \triangle DEN &\sim \triangle ADE, \\ \therefore \frac{DE}{AD} &= \frac{EN}{DE}, \\ \therefore DE^2 &= AD \cdot EN, \\ \because AC &\text{是正方形 } ABCD \text{ 的对角线}, \\ \therefore \angle ACD &= \angle BAC = 45^\circ, \\ \therefore CN &= \sqrt{2}EN, AC = \sqrt{2}AD, \end{aligned}$$

延长 EN 交 AB 于 P ,
 $\therefore$ 四边形 $ADEP$ 是矩形,
 $\therefore DE = AP$,
 $\therefore AN = \sqrt{2}AP = \sqrt{2}DE$,
 $\therefore AN^2 = AC \cdot CN$.

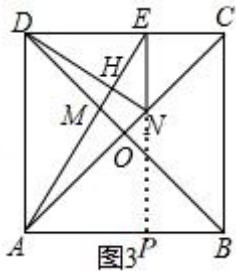


图3

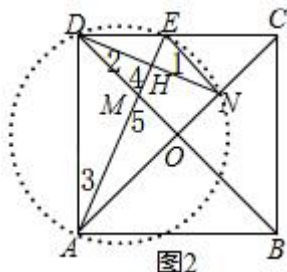
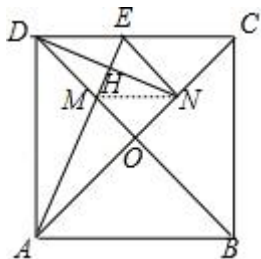


图2



【点评】 此题是相似形综合题，主要考查了正方形的性质，平行四边形，菱形的判定，全等三角形的判定和性质，相似三角形的判定和性质，勾股定理，判断出四边形 $DENM$ 是菱形是解（2）的关键，判断出 $\triangle DEN \sim \triangle ADE$ 是解（3）的关键。