

2018 年湖南省岳阳市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，满分 24 分，在每道小题给出的四个选项中，选出符合要求的一项）

1. (3 分) 2018 的倒数是 ()

- A. 2018 B. $\frac{1}{2018}$ C. $-\frac{1}{2018}$ D. -2018

2. (3 分) 下列运算结果正确的是 ()

- A. $a^3 \cdot a^2 = a^5$ B. $(a^3)^2 = a^5$ C. $a^3 + a^2 = a^5$ D. $a^{-2} = -a^2$

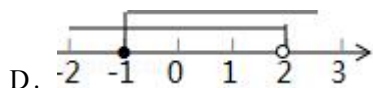
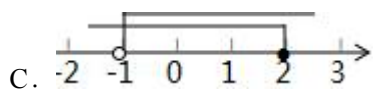
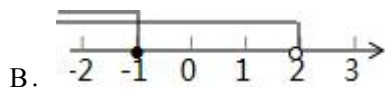
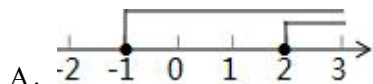
3. (3 分) 函数 $y = \sqrt{x-3}$ 中自变量 x 的取值范围是 ()

- A. $x > 3$ B. $x \neq 3$ C. $x \geq 3$ D. $x \geq 0$

4. (3 分) 抛物线 $y = 3(x-2)^2 + 5$ 的顶点坐标是 ()

- A. (-2, 5) B. (-2, -5) C. (2, 5) D. (2, -5)

5. (3 分) 已知不等式组 $\begin{cases} x-2 < 0 \\ x+1 \geq 0 \end{cases}$ ，其解集在数轴上表示正确的是 ()



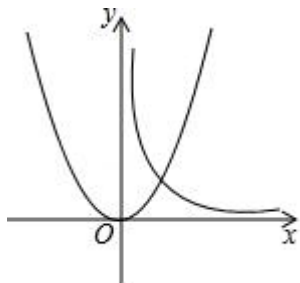
6. (3 分) 在“美丽乡村”评选活动中，某乡镇 7 个村的得分如下：98，90，88，96，92，96，86，这组数据的中位数和众数分别是 ()

- A. 90，96 B. 92，96 C. 92，98 D. 91，92

7. (3 分) 下列命题是真命题的是 ()

- A. 平行四边形的对角线相等
B. 三角形的重心是三条边的垂直平分线的交点
C. 五边形的内角和是 540°
D. 圆内接四边形的对角相等

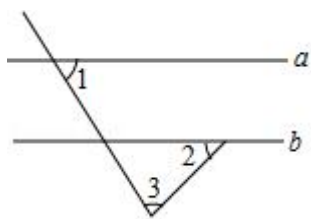
8. (3分) 在同一直角坐标系中, 二次函数 $y = x^2$ 与反比例函数 $y = \frac{1}{x} (x > 0)$ 的图象如图所示, 若两个函数图象上有三个不同的点 $A(x_1, m)$, $B(x_2, m)$, $C(x_3, m)$, 其中 m 为常数, 令 $\omega = x_1 + x_2 + x_3$, 则 ω 的值为 ()



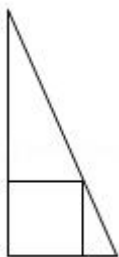
- A. 1 B. m C. m^2 D. $\frac{1}{m}$

二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 4 分, 满分 32 分)

9. (4分) 因式分解: $x^2 - 4 =$ _____.
10. (4分) 2018 年岳阳市教育扶贫工作实施方案出台, 全市计划争取“全面改薄”专项资金 120000000 元, 用于改造农村义务教育薄弱学校 100 所, 数据 120000000 科学记数法表示为_____.
11. (4分) 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2x + k = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 k 的取值范围是_____.
12. (4分) 已知 $a^2 + 2a = 1$, 则 $3(a^2 + 2a) + 2$ 的值为_____.
13. (4分) 在 $-2, 1, 4, -3, 0$ 这 5 个数字中, 任取一个数是负数的概率是_____.
14. (4分) 如图, 直线 $a \parallel b$, $\angle 1 = 60^\circ$, $\angle 2 = 40^\circ$, 则 $\angle 3 =$ _____.



15. (4分) 《九章算术》是我国古代数学名著, 书中有下列问题: “今有勾五步, 股十二步, 问勾中容方几何?” 其意思为: “今有直角三角形, 勾 (短直角边) 长为 5 步, 股 (长直角边) 长为 12 步, 问该直角三角形能容纳的正方形边长最大是多少步?” 该问题的答案是_____步.



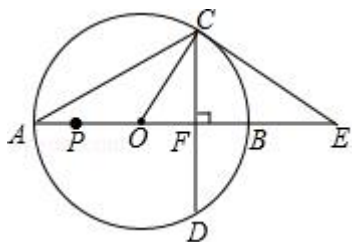
16. (4分) 如图, 以 AB 为直径的 $\odot O$ 与 CE 相切于点 C , CE 交 AB 的延长线于点 E , 直径 $AB = 18$, $\angle A = 30^\circ$, 弦 $CD \perp AB$, 垂足为点 F , 连接 AC , OC , 则下列结论正确的是_____。(写出所有正确结论的序号)

① $\widehat{BC} = \widehat{BD}$;

② 扇形 OBC 的面积为 $\frac{27}{4}\pi$;

③ $\triangle OCF \sim \triangle OEC$;

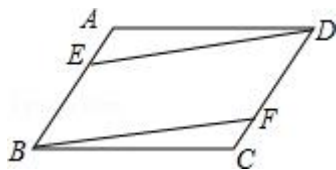
④ 若点 P 为线段 OA 上一动点, 则 $AP \cdot OP$ 有最大值 20.25.



三、解答题 (本大题共 8 小题, 满分 64 分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

17. (6分) 计算: $(-1)^2 - 2\sin 45^\circ + (\pi - 2018)^0 + |-\sqrt{2}|$

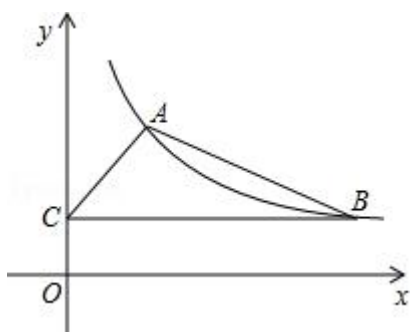
18. (6分) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, $AE = CF$, 求证: 四边形 $BFDE$ 是平行四边形.



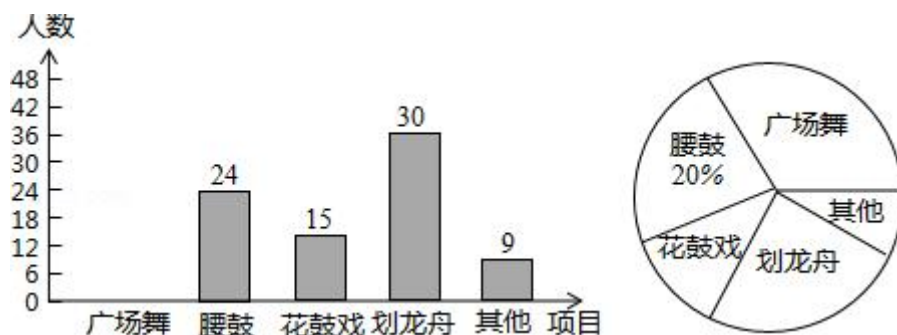
19. (8分) 如图, 某反比例函数图象的一支经过点 $A(2, 3)$ 和点 B (点 B 在点 A 的右侧), 作 $BC \perp y$ 轴, 垂足为点 C , 连结 AB , AC .

(1) 求该反比例函数的解析式;

(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 6, 求直线 AB 的表达式.



20. (8分) 为了树立文明乡风, 推进社会主义新农村建设, 某村决定组建村民文体团队, 现围绕“你最喜欢的文体活动项目(每人仅限一项)”, 在全村范围内随机抽取部分村民进行问卷调查, 并将调查结果绘制成如下两幅不完整的统计图. 请你根据统计图解答下列问题:



- (1) 这次参与调查的村民人数为_____人;
 - (2) 请将条形统计图补充完整;
 - (3) 求扇形统计图中“划龙舟”所在扇形的圆心角的度数;
 - (4) 若在“广场舞、腰鼓、花鼓戏、划龙舟”这四个项目中任选两项组队参加端午节庆典活动, 请用列表或画树状图的方法, 求恰好选中“花鼓戏、划龙舟”这两个项目的概率.
21. (8分) 为落实党中央“长江大保护”新发展理念, 我市持续推进长江岸线生态保护, 还洞庭湖和长江水清岸绿的自然生态原貌. 某工程队负责对一面积为 33000 平方米的非法砂石码头进行拆除, 回填土方和复绿施工, 为了缩短工期, 该工程队增加了人力和设备, 实际工作效率比原计划每天提高了 20%, 结果提前 11 天完成任务, 求实际平均每天施工多少平方米?
22. (8分) 图 1 是某小区入口实景图, 图 2 是该入口抽象成的平面示意图. 已知入口 BC 宽 3.9 米, 门卫室外墙 AB 上的 O 点处装有一盏路灯, 点 O 与地面 BC 的距离为 3.3 米, 灯臂 OM 长为 1.2 米 (灯罩长度忽略不计), $\angle AOM = 60^\circ$.



图1

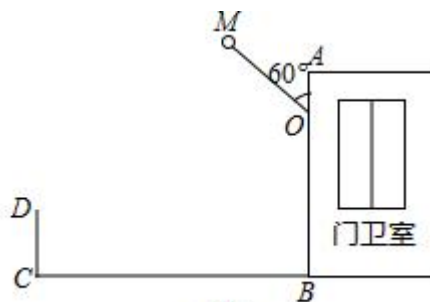
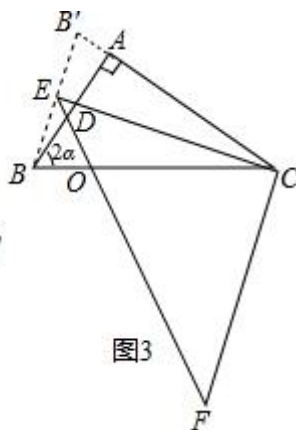
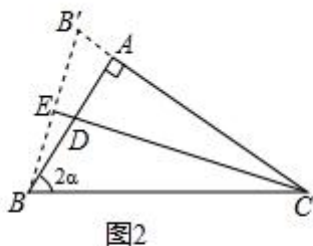
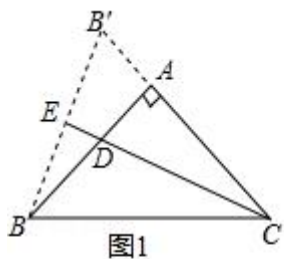


图2

(1) 求点 M 到地面的距离;

(2) 某搬家公司一辆总宽 2.55 米, 总高 3.5 米的货车从该入口进入时, 货车需与护栏 CD 保持 0.65 米的安全距离, 此时, 货车能否安全通过? 若能, 请通过计算说明; 若不能, 请说明理由. (参考数据: $\sqrt{3} \approx 1.73$, 结果精确到 0.01 米)

23. (10 分) 已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, CD 为 $\angle ACB$ 的平分线, 将 $\angle ACB$ 沿 CD 所在的直线对折, 使点 B 落在点 B' 处, 连结 AB' , BB' , 延长 CD 交 BB' 于点 E , 设 $\angle ABC = 2\alpha$ ($0^\circ < \alpha < 45^\circ$).



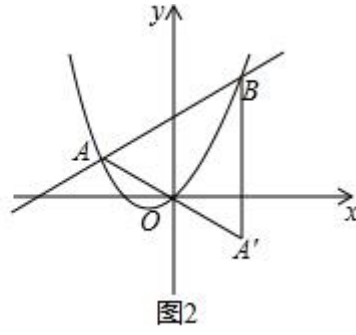
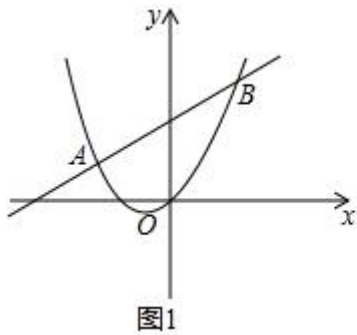
(1) 如图 1, 若 $AB = AC$, 求证: $CD = 2BE$;

(2) 如图 2, 若 $AB \neq AC$, 试求 CD 与 BE 的数量关系 (用含 α 的式子表示);

(3) 如图 3, 将 (2) 中的线段 BC 绕点 C 逆时针旋转角 $(\alpha + 45^\circ)$, 得到线段 FC , 连

结 EF 交 BC 于点 O , 设 $\triangle COE$ 的面积为 S_1 , $\triangle COF$ 的面积为 S_2 , 求 $\frac{S_1}{S_2}$ (用含 α 的式子表示).

24. (10 分) 已知抛物线 $F: y = x^2 + bx + c$ 的图象经过坐标原点 O , 且与 x 轴另一交点为 $(-\frac{\sqrt{3}}{3}, 0)$.



(1) 求抛物线 F 的解析式；

(2) 如图 1, 直线 $l: y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + m$ ($m > 0$) 与抛物线 F 相交于点 $A(x_1, y_1)$ 和点 $B(x_2, y_2)$ (点 A 在第二象限), 求 $y_2 - y_1$ 的值 (用含 m 的式子表示);

(3) 在 (2) 中, 若 $m = \frac{4}{3}$, 设点 A' 是点 A 关于原点 O 的对称点, 如图 2.

① 判断 $\triangle AA'B$ 的形状, 并说明理由;

② 平面内是否存在点 P , 使得以点 A 、 B 、 A' 、 P 为顶点的四边形是菱形? 若存在, 求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

2018 年湖南省岳阳市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，满分 24 分，在每道小题给出的四个选项中，选出符合要求的一项）

1. 【分析】直接利用倒数的定义进而分析得出答案.

【解答】解：2018 的倒数是 $\frac{1}{2018}$,

故选：B.

【点评】此题主要考查了倒数，正确把握倒数的定义是解题关键.

2. 【分析】根据积的乘方，幂的乘方，负指数幂的定义一一判断即可解决问题；

【解答】解：A、 $a^3 \cdot a^2 = a^5$ ，正确，故本选项符合题意；

B、 $(a^3)^2 = a^6$ ，故本选项不符合题意；

C、不是同类项不能合并，故本选项不符合题意；

D、 $a^{-2} = \frac{1}{a^2}$ ，故本选项不符合题意，

故选：A.

【点评】本题考查积的乘方，幂的乘方，负指数幂的定义，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型.

3. 【分析】根据二次根式的性质，被开方数大于或等于 0，可以求出 x 的范围.

【解答】解：函数 $y = \sqrt{x-3}$ 中 $x-3 \geq 0$,

所以 $x \geq 3$,

故选：C.

【点评】本题考查了求函数自变量的范围，一般从三个方面考虑：（1）当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数；（2）当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为 0；（3）当函数表达式是二次根式时，被开方数非负.

4. 【分析】根据二次函数的性质 $y = a(x+h)^2+k$ 的顶点坐标是 $(-h, k)$ 即可求解.

【解答】解：抛物线 $y = 3(x-2)^2+5$ 的顶点坐标为 $(2, 5)$,

故选：C.

【点评】本题考查了二次函数的性质，正确记忆 $y = a(x+h)^2+k$ 的顶点坐标是 $(-h, k)$ ($a \neq 0$) 是关键.

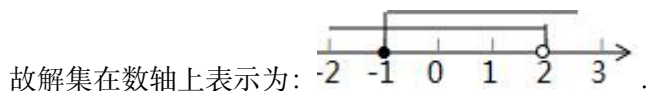
5. 【分析】分别解不等式组进而在数轴上表示出来即可.

【解答】解：
$$\begin{cases} x-2 < 0 \text{ ①} \\ x+1 \geq 0 \text{ ②} \end{cases}$$

解①得： $x < 2$,

解②得： $x \geq -1$,

故不等式组的解集为： $-1 \leq x < 2$,



故选：D.

【点评】此题主要考查了解一元一次不等式组，正确掌握解题方法是解题关键.

6. 【分析】根据中位数，众数的定义即可判断.

【解答】解：将数据从小到大排列：86，88，90，92，96，96，98；可得中位数为92，众数为96.

故选：B.

【点评】本题考查众数、中位数的定义，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考基础题.

7. 【分析】根据平行四边形的性质、三角形的重心的概念、多边形内角和的计算公式、圆内接四边形的性质判断即可.

【解答】解：平行四边形的对角线互相平分，A是假命题；

三角形的重心是三条边的中线的交点，B是假命题；

五边形的内角和 $= (5 - 2) \times 180^\circ = 540^\circ$ ，C是真命题；

圆内接四边形的对角互补，D是假命题；

故选：C.

【点评】本题考查的是命题的真假判断，正确的命题叫真命题，错误的命题叫做假命题.判断命题的真假关键是要熟悉课本中的性质定理.

8. 【分析】三个点的纵坐标相同，由图象可知 $y = x^2$ 图象上点横坐标互为相反数，则 $x_1 + x_2 + x_3 = x_3$ ，再由反比例函数性质可求 x_3 .

【解答】解：设点A、B在二次函数 $y = x^2$ 图象上，点C在反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ ($x > 0$) 的图象上. 因为AB两点纵坐标相同，则A、B关于y轴对称，则 $x_1 + x_2 = 0$ ，因为点C(x_3 , m) 在反比例函数图象上，则 $x_3 = \frac{1}{m}$.

$$\therefore \omega = x_1 + x_2 + x_3 = x_3 = \frac{1}{m}$$

故选：D.

【点评】本题考查二次函数图象的轴对称性，二次函数图象上点纵坐标相同时，对应点关于抛物线对称轴对称.

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 4 分，满分 32 分）

9. 【分析】直接利用平方差公式分解因式得出答案.

【解答】解： $x^2 - 4 = (x+2)(x-2)$.

故答案为： $(x+2)(x-2)$.

【点评】此题主要考查了公式法分解因式，正确应用平方差公式是解题关键.

10. 【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数. $120000000 = 1.2$

【解答】解： $120000000 = 1.2 \times 10^8$,

故答案为： 1.2×10^8 .

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

11. 【分析】由方程有两个不等实数根可得出关于 k 的一元一次不等式，解不等式即可得出结论.

【解答】解：由已知得： $\Delta = 4 - 4k > 0$,

解得： $k < 1$.

故答案为： $k < 1$.

【点评】本题考查了根的判别式以及解一元一次不等式，解题的关键是得出关于 k 的一元一次不等式. 本题属于基础题，难度不大，解决该题型题目时，根据根的个数结合根的判别式得出不等式（或不等式组）是关键.

12. 【分析】利用整体思想代入计算即可；

【解答】解： $\because a^2 + 2a = 1$,

$$\therefore 3(a^2 + 2a) + 2 = 3 \times 1 + 2 = 5,$$

故答案为 5.

【点评】本题考查代数式求值，解题的关键是学会用整体代入的思想解决问题，属于基

基础题.

13. 【分析】根据概率公式： $P(A) = \frac{\text{事件 } A \text{ 可能出现的结果数}}{\text{所有可能出现的结果数}}$ 可得答案.

【解答】解：任取一个数是负数的概率是： $P = \frac{2}{5}$,

故答案为： $\frac{2}{5}$.

【点评】此题主要考查了概率公式，关键是掌握公式.

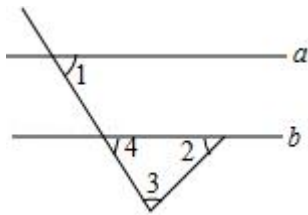
14. 【分析】根据平行线的性质求出 $\angle 4$ ，根据三角形内角和定理计算即可.

【解答】解： $\because a \parallel b$,

$$\therefore \angle 4 = \angle 1 = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 = 180^\circ - \angle 4 - \angle 2 = 80^\circ,$$

故答案为： 80° .



【点评】本题考查的是平行线的性质、三角形内角和定理，掌握两直线平行，同位角相等是解题的关键.

15. 【分析】如图 1，根据正方形的性质得： $DE \parallel BC$ ，则 $\triangle ADE \sim \triangle ACB$ ，列比例式可得结论；如图 2，同理可得正方形的边长，比较可得最大值.

【解答】解：如图 1， $\because$ 四边形 $CDEF$ 是正方形，

$$\therefore CD = ED, DE \parallel CF,$$

设 $ED = x$ ，则 $CD = x, AD = 12 - x$,

$$\because DE \parallel CF,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle C, \angle AED = \angle B,$$

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ACB,$$

$$\therefore \frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AC},$$

$$\therefore \frac{x}{5} = \frac{12-x}{12},$$

$$x = \frac{60}{17},$$

如图2，四边形 $DGFE$ 是正方形，
 过 C 作 $CP \perp AB$ 于 P ，交 DG 于 Q ，
 设 $ED = x$ ，

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AC \cdot BC = \frac{1}{2}AB \cdot CP,$$

$$12 \times 5 = 13CP,$$

$$CP = \frac{60}{13},$$

同理得： $\triangle CDG \sim \triangle CAB$ ，

$$\therefore \frac{DG}{AB} = \frac{CQ}{CP},$$

$$\therefore \frac{x}{13} = \frac{\frac{60}{13} - x}{\frac{60}{13}},$$

$$x = \frac{780}{229} < \frac{60}{17},$$

$\therefore$ 该直角三角形能容纳的正方形边长最大是 $\frac{60}{17}$ (步)，

故答案为： $\frac{60}{17}$.

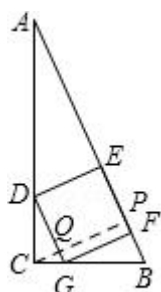


图2

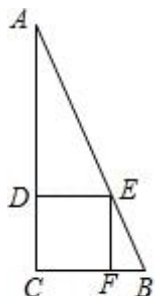


图1

【点评】 此题考查了相似三角形的判定和性质、正方形的性质，设未知数，构建方程是解题的关键．

16. **【分析】** 利用垂径定理对①进行判断；利用圆周角定理得到 $\angle BOC = 2\angle A = 60^\circ$ ，则利

用扇形的面积公式可计算出扇形 OBC 的面积，于是可对②进行判断；利用切线的性质得到 $OC \perp CE$ ，然后根据相似三角形的判定方法对③进行判断；由于 $AP \cdot OP = -\left(OP - \frac{9}{2}\right)^2 + \frac{81}{4}$ ，则可利用二次函数的性质对④进行判断．

【解答】解：∵ 弦 $CD \perp AB$ ，

∴ $\widehat{BC} = \widehat{BD}$ ，所以①正确；

∴ $\angle BOC = 2\angle A = 60^\circ$ ，

∴ 扇形 OBC 的面积 $= \frac{60 \cdot \pi \cdot 9^2}{360} = \frac{27}{2}\pi$ ，所以②错误；

∵ $\odot O$ 与 CE 相切于点 C ，

∴ $OC \perp CE$ ，

∴ $\angle OCE = 90^\circ$ ，

∵ $\angle COF = \angle EOC$ ， $\angle OFC = \angle OCE$ ，

∴ $\triangle OCF \sim \triangle OEC$ ；所以③正确；

$AP \cdot OP = (9 - OP) \cdot OP = -\left(OP - \frac{9}{2}\right)^2 + \frac{81}{4}$ ，

当 $OP = \frac{9}{2}$ 时， $AP \cdot OP$ 的最大值为 $\frac{81}{4}$ ，所以④正确．

故答案为①③④．

【点评】本题考查了相似三角形的判定与性质：在判定两个三角形相似时，应注意利用图形中已有的公共角、公共边等隐含条件，以充分发挥基本图形的作用，寻找相似三角形的一般方法是通过作平行线构造相似三角形．也考查了垂径定理、圆周角定理和切线的性质．

三、解答题（本大题共 8 小题，满分 64 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17. 【分析】本题涉及零指数幂、乘方、特殊角的三角函数值、绝对值 4 个考点．在计算时，需要针对每个考点分别进行计算，然后根据实数的运算法则求得计算结果．

【解答】解：原式 $= 1 - 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 + \sqrt{2}$
 $= 1 - \sqrt{2} + 1 + \sqrt{2}$
 $= 2$ ．

【点评】本题主要考查了实数的综合运算能力，是各地中考题中常见的计算题型．解决此类题目的关键是熟练掌握负整数指数幂、零指数幂、二次根式、绝对值等考点的运算．

18. 【分析】首先根据四边形 $ABCD$ 是平行四边形，判断出 $AB \parallel CD$ ，且 $AB = CD$ ，然后根据 $AE = CF$ ，判断出 $BE = DF$ ，即可推得四边形 $BFDE$ 是平行四边形.

【解答】证明： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AB \parallel CD$ ，且 $AB = CD$ ，

又 $\because AE = CF$ ，

$\therefore BE = DF$ ，

$\therefore BE \parallel DF$ 且 $BE = DF$ ，

$\therefore$ 四边形 $BFDE$ 是平行四边形.

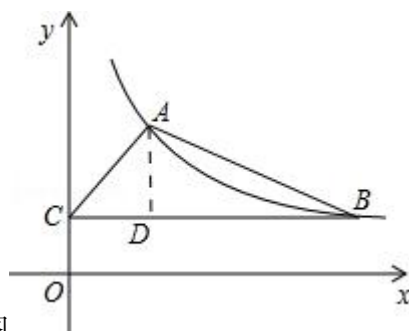
【点评】此题主要考查了平行四边形的判定和性质的应用，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：平行四边形对应边相等，对应角相等，对角线互相平分及它的判定，是我们证明直线的平行、线段相等、角相等的重要方法，若要证明两直线平行和两线段相等、两角相等，可考虑将要证的直线、线段、角、分别置于一个四边形的对边或对角的位置上，通过证明四边形是平行四边形达到上述目的. 运用定义，也可以判定某个图形是平行四边形，这是常用的方法，不要忘记平行四边形的定义，有时用定义判定比用其他判定定理还简单.

19. 【分析】(1) 把 A 的坐标代入反比例函数的解析式即可求得；

(2) 作 $AD \perp BC$ 于 D ，则 $D(2, b)$ ，即可利用 a 表示出 AD 的长，然后利用三角形的面积公式即可得到一个关于 b 的方程求得 b 的值，进而求得 a 的值，根据待定系数法，可得答案.

【解答】解：(1) 由题意得， $k = xy = 2 \times 3 = 6$

$\therefore$ 反比例函数的解析式为 $y = \frac{6}{x}$.



(2) 设 B 点坐标为 (a, b) ，如图

作 $AD \perp BC$ 于 D ，则 $D(2, b)$

$\because$ 反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 的图象经过点 $B(a, b)$

$$\therefore b = \frac{6}{a}$$

$$\therefore AD = 3 - \frac{6}{a}$$

$$\begin{aligned}\therefore S_{\triangle ABC} &= \frac{1}{2} BC \cdot AD \\ &= \frac{1}{2} a \left(3 - \frac{6}{a} \right) = 6\end{aligned}$$

解得 $a = 6$

$$\therefore b = \frac{6}{a} = 1$$

$$\therefore B(6, 1).$$

设 AB 的解析式为 $y = kx + b$,

将 $A(2, 3)$, $B(6, 1)$ 代入函数解析式, 得

$$\begin{cases} 2k + b = 3 \\ 6k + b = 1 \end{cases},$$
$$\text{解得} \begin{cases} k = -\frac{1}{2}, \\ b = 4 \end{cases}$$

直线 AB 的解析式为 $y = -\frac{1}{2}x + 4$.

【点评】 本题考查了反比例函数, 利用待定系数法求反比例函数的解析式, 正确利用 a , b 表示出 BC , AD 的长度是关键.

20. **【分析】** (1) 直接利用腰鼓所占比例以及条形图中人数即可得出这次参与调查的村民人数;

(2) 利用条形统计图以及样本数量得出喜欢广场舞的人数;

(3) 利用“划龙舟”人数在样本中所占比例得出“划龙舟”所在扇形的圆心角的度数;

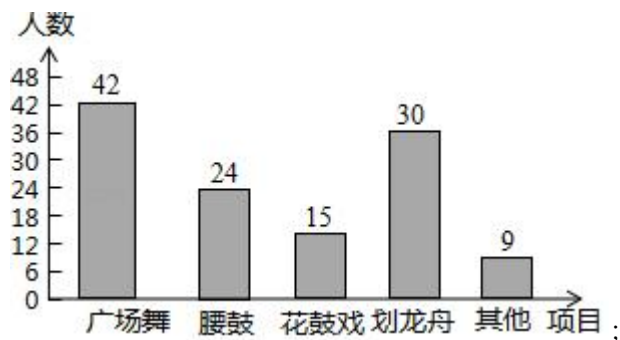
(4) 利用树状图法列举出所有的可能进而得出概率.

【解答】 解: (1) 这次参与调查的村民人数为: $24 \div 20\% = 120$ (人);

故答案为: 120;

(2) 喜欢广场舞的人数为: $120 - 24 - 15 - 30 - 9 = 42$ (人),

如图所示:



(3) 扇形统计图中“划龙舟”所在扇形的圆心角的度数为: $\frac{30}{120} \times 360^\circ = 90^\circ$;

(4) 如图所示:



一共有 12 种可能, 恰好选中“花鼓戏、划龙舟”这两个项目的有 2 种可能,

故恰好选中“花鼓戏、划龙舟”这两个项目的概率为: $\frac{1}{6}$.

【点评】 此题主要考查了扇形统计图以及条形统计图的应用和树状图法求概率, 正确列举出所有可能是解题关键.

21. **【分析】** 设原计划平均每天施工 x 平方米, 则实际平均每天施工 $1.2x$ 平方米, 根据时间 = 工作总量 ÷ 工作效率结合提前 11 天完成任务, 即可得出关于 x 的分式方程, 解之即可得出结论.

【解答】 解: 设原计划平均每天施工 x 平方米, 则实际平均每天施工 $1.2x$ 平方米,

根据题意得: $\frac{33000}{x} - \frac{33000}{1.2x} = 11$,

解得: $x = 500$,

经检验, $x = 500$ 是原方程的解,

$\therefore 1.2x = 600$.

答: 实际平均每天施工 600 平方米.

【点评】 本题考查了分式方程的应用, 找准等量关系, 正确列出分式方程是解题的关键.

22. **【分析】** (1) 构建直角 $\triangle OMN$, 求 ON 的长, 相加可得 BN 的长, 即点 M 到地面的距离;

(2) 左边根据要求留 0.65 米的安全距离, 即取 $CE = 0.65$, 车宽 $EH = 2.55$, 计算高 GH 的长即可, 与 3.5 作比较, 可得结论.

【解答】解: (1) 如图, 过 M 作 $MN \perp AB$ 于 N , 交 BA 的延长线于 N ,

$\text{Rt}\triangle OMN$ 中, $\angle NOM = 60^\circ$, $OM = 1.2$,

$$\therefore \angle M = 30^\circ,$$

$$\therefore ON = \frac{1}{2}OM = 0.6,$$

$$\therefore NB = ON + OB = 3.3 + 0.6 = 3.9;$$

即点 M 到地面的距离是 3.9 米;

(2) 取 $CE = 0.65$, $EH = 2.55$,

$$\therefore HB = 3.9 - 2.55 - 0.65 = 0.7,$$

过 H 作 $GH \perp BC$, 交 OM 于 G , 过 O 作 $OP \perp GH$ 于 P ,

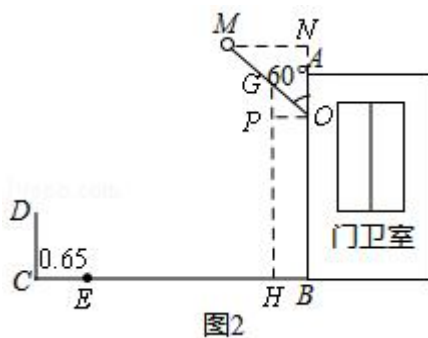
$$\therefore \angle GOP = 30^\circ,$$

$$\therefore \tan 30^\circ = \frac{GP}{OP} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore GP = \frac{\sqrt{3}}{3}OP = \frac{1.73 \times 0.7}{3} \approx 0.404,$$

$$\therefore GH = 3.3 + 0.404 = 3.704 \approx 3.70 > 3.5,$$

$\therefore$ 货车能安全通过.



【点评】本题考查解直角三角形的应用、锐角三角函数等知识, 解题的关键是学会添加常用辅助线, 在直角三角形解决问题, 属于中考常考题型.

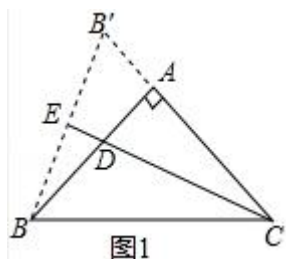
23. 【分析】(1) 由翻折可知: $BE = EB'$, 再利用全等三角形的性质证明 $CD = BB'$ 即可;

(2) 如图 2 中, 结论: $CD = 2 \cdot BE \cdot \tan 2\alpha$. 只要证明 $\triangle BAB' \sim \triangle CAD$, 可得 $\frac{BB'}{CD} = \frac{AB}{AC}$

$$= \frac{1}{\tan 2\alpha}, \text{ 推出 } \frac{2BE}{CD} = \frac{1}{\tan 2\alpha}, \text{ 可得 } CD = 2 \cdot BE \cdot \tan 2\alpha;$$

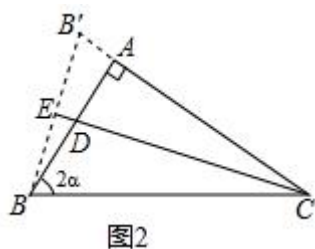
(3) 首先证明 $\angle ECF = 90^\circ$, 由 $\angle BEC + \angle ECF = 180^\circ$, 推出 $BB' \parallel CF$, 推出 $\frac{EO}{OF} = \frac{BE}{CF}$
 $= \frac{BE}{BC} = \sin(45^\circ - \alpha)$, 由此即可解决问题;

【解答】解: (1) 如图 1 中,



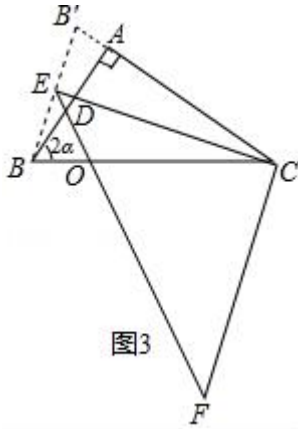
$\because B, B'$ 关于 EC 对称,
 $\therefore BB' \perp EC, BE = EB'$,
 $\therefore \angle DEB = \angle DAC = 90^\circ$,
 $\because \angle EDB = \angle ADC$,
 $\therefore \angle DBE = \angle ACD$,
 $\because AB = AC, \angle BAB' = \angle DAC = 90^\circ$,
 $\therefore \triangle BAB' \cong \triangle CAD$,
 $\therefore CD = BB' = 2BE$.

(2) 如图 2 中, 结论: $CD = 2 \cdot BE \cdot \tan 2\alpha$.



理由: 由 (1) 可知: $\angle ABB' = \angle ACD, \angle BAB' = \angle CAD = 90^\circ$,
 $\therefore \triangle BAB' \sim \triangle CAD$,
 $\therefore \frac{BB'}{CD} = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{\tan 2\alpha}$,
 $\therefore \frac{2BE}{CD} = \frac{1}{\tan 2\alpha}$,
 $\therefore CD = 2 \cdot BE \cdot \tan 2\alpha$.

(3) 如图 3 中,



$$\begin{aligned}
 &\text{在 Rt}\triangle ABC \text{ 中, } \angle ACB = 90^\circ - 2\alpha, \\
 &\because EC \text{ 平分 } \angle ACB, \\
 &\therefore \angle ECB = \frac{1}{2} (90^\circ - 2\alpha) = 45^\circ - \alpha, \\
 &\because \angle BCF = 45^\circ + \alpha, \\
 &\therefore \angle ECF = 45^\circ - \alpha + 45^\circ + \alpha = 90^\circ, \\
 &\therefore \angle BEC + \angle ECF = 180^\circ, \\
 &\therefore BB' \parallel CF, \\
 &\therefore \frac{EO}{OF} = \frac{BE}{CF} = \frac{BE}{BC} = \sin (45^\circ - \alpha), \\
 &\therefore \frac{S_1}{S_2} = \frac{EO}{OF}, \\
 &\therefore \frac{S_1}{S_2} = \sin (45^\circ - \alpha).
 \end{aligned}$$

【点评】 本题考查几何变换综合题、等腰直角三角形的性质、全等三角形的判定和性质、相似三角形的判定和性质、平行线等分线段定理、锐角三角函数等知识，解题的关键是正确寻找全等三角形或相似三角形解决问题，属于中考压轴题。

24. **【分析】** (1) 根据点的坐标，利用待定系数法即可求出抛物线 F 的解析式；

(2) 将直线 l 的解析式代入抛物线 F 的解析式中，可求出 x_1 、 x_2 的值，利用一次函数图象上点的坐标特征可求出 y_1 、 y_2 的值，做差后即可得出 $y_2 - y_1$ 的值；

(3) 根据 m 的值可得出点 A 、 B 的坐标，利用对称性求出点 A' 的坐标。

①利用两点间的距离公式（勾股定理）可求出 AB 、 AA' 、 $A'B$ 的值，由三者相等即可得出 $\triangle AA'B$ 为等边三角形；

②根据等边三角形的性质结合菱形的性质，可得出存在符合题意得点 P ，设点 P 的坐标为 (x, y) ，分三种情况考虑：(i) 当 $A'B$ 为对角线时，根据菱形的性质（对角线互相平分）可求出点 P 的坐标；(ii) 当 AB 为对角线时，根据菱形的性质（对角线互相平分）可求出点 P 的坐标；(iii) 当 AA' 为对角线时，根据菱形的性质（对角线互相平分）可求出点 P 的坐标。综上即可得出结论。

【解答】解：(1) $\because$ 抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 的图象经过点 $(0, 0)$ 和 $(-\frac{\sqrt{3}}{3}, 0)$,

$$\therefore \begin{cases} c=0 \\ \frac{1}{3} - \frac{\sqrt{3}}{3}b + c = 0 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} b = \frac{\sqrt{3}}{3} \\ c = 0 \end{cases},$$

$\therefore$ 抛物线 F 的解析式为 $y = x^2 + \frac{\sqrt{3}}{3}x$.

(2) 将 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + m$ 代入 $y = x^2 + \frac{\sqrt{3}}{3}x$, 得: $x^2 = m$,

解得: $x_1 = -\sqrt{m}$, $x_2 = \sqrt{m}$,

$$\therefore y_1 = -\frac{1}{3}\sqrt{3m} + m, \quad y_2 = \frac{1}{3}\sqrt{3m} + m,$$

$$\therefore y_2 - y_1 = (\frac{1}{3}\sqrt{3m} + m) - (-\frac{1}{3}\sqrt{3m} + m) = \frac{2}{3}\sqrt{3m} \quad (m > 0).$$

(3) $\because m = \frac{4}{3}$,

$\therefore$ 点 A 的坐标为 $(-\frac{2\sqrt{3}}{3}, \frac{2}{3})$, 点 B 的坐标为 $(\frac{2\sqrt{3}}{3}, 2)$.

$\because$ 点 A' 是点 A 关于原点 O 的对称点,

$\therefore$ 点 A' 的坐标为 $(\frac{2\sqrt{3}}{3}, -\frac{2}{3})$.

① $\triangle AA'B$ 为等边三角形, 理由如下:

$$\because A(-\frac{2\sqrt{3}}{3}, \frac{2}{3}), B(\frac{2\sqrt{3}}{3}, 2), A'(\frac{2\sqrt{3}}{3}, -\frac{2}{3}),$$

$$\therefore AA' = \frac{8}{3}, AB = \frac{8}{3}, A'B = \frac{8}{3},$$

$$\therefore AA' = AB = A'B,$$

$\therefore \triangle AA'B$ 为等边三角形.

② $\because \triangle AA'B$ 为等边三角形,

$\therefore$ 存在符合题意的点 P , 且以点 A 、 B 、 A' 、 P 为顶点的菱形分三种情况, 设点 P 的坐标为 (x, y) .

$$(i) \text{ 当 } A'B \text{ 为对角线时, 有 } \begin{cases} x - \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \times 2 \\ y = \frac{2}{3} \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x = 2\sqrt{3} \\ y = \frac{2}{3} \end{cases},$$

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(2\sqrt{3}, \frac{2}{3})$;

$$(ii) \text{ 当 } AB \text{ 为对角线时, 有 } \begin{cases} x = -\frac{2\sqrt{3}}{3} \\ y - \frac{2}{3} = \frac{2}{3} + 2 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x = -\frac{2\sqrt{3}}{3} \\ y = \frac{10}{3} \end{cases},$$

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(-\frac{2\sqrt{3}}{3}, \frac{10}{3})$;

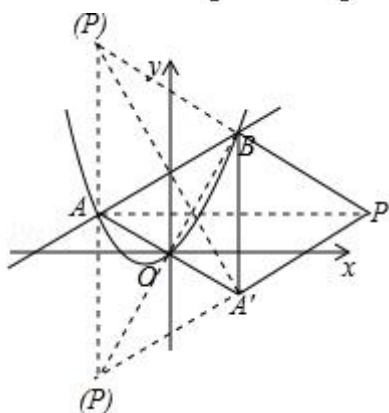
$$(iii) \text{ 当 } AA' \text{ 为对角线时, 有 } \begin{cases} x = -\frac{2\sqrt{3}}{3} \\ y + 2 = \frac{2}{3} - \frac{2}{3} \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x = -\frac{2\sqrt{3}}{3} \\ y = -2 \end{cases},$$

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(-\frac{2\sqrt{3}}{3}, -2)$.

综上所述: 平面内存在点 P , 使得以点 A 、 B 、 A' 、 P 为顶点的四边形是菱形, 点 P 的

坐标为 $(2\sqrt{3}, \frac{2}{3})$ 、 $(-\frac{2\sqrt{3}}{3}, \frac{10}{3})$ 和 $(-\frac{2\sqrt{3}}{3}, -2)$.



【点评】 本题考查了待定系数法求二次函数解析式、一次函数图象上点的坐标特征、等边三角形的判定与性质以及菱形的判定与性质, 解题的关键是: (1) 根据点的坐标, 利

用待定系数法求出二次函数解析式；（2）将一次函数解析式代入二次函数解析式中求出 x_1 、 x_2 的值；（3）①利用勾股定理（两点间的距离公式）求出 AB 、 AA' 、 $A'B$ 的值；
②分 $A'B$ 为对角线、 AB 为对角线及 AA' 为对角线三种情况求出点 P 的坐标．