

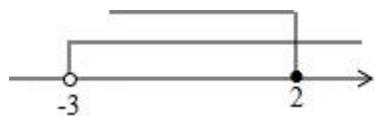
2017 年湖南省益阳市中考数学试卷

一、选择题 (本大题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. (5 分) 下列四个实数中, 最小的实数是 ()

A. -2 B. 2 C. -4 D. -1

2. (5 分) 如图表示下列四个不等式组中其中一个的解集, 这个不等式组是 ()



A. $\begin{cases} x \geq 2 \\ x > -3 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x \leq 2 \\ x < -3 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x \geq 2 \\ x < -3 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x \leq 2 \\ x > -3 \end{cases}$

3. (5 分) 下列性质中菱形不一定具有的性质是 ()

A. 对角线互相平分

B. 对角线互相垂直

C. 对角线相等

D. 既是轴对称图形又是中心对称图形

4. (5 分) 目前, 世界上能制造出的最小晶体管的长度只有 $0.000\ 000\ 04\text{m}$, 将 $0.000\ 000\ 04$ 用科学记数法表示为 ()

A. 4×10^8 B. 4×10^{-8} C. 0.4×10^8 D. -4×10^8

5. (5 分) 下列各式化简后的结果为 $3\sqrt{2}$ 的是 ()

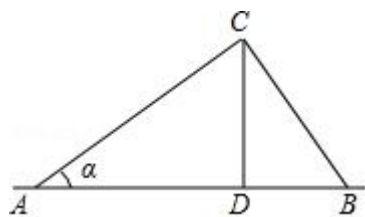
A. $\sqrt{6}$ B. $\sqrt{12}$ C. $\sqrt{18}$ D. $\sqrt{36}$

6. (5 分) 关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的两根为 $x_1=1$, $x_2=-1$, 那么下列结论一定成立的是 ()

A. $b^2 - 4ac > 0$ B. $b^2 - 4ac = 0$ C. $b^2 - 4ac < 0$ D. $b^2 - 4ac \leq 0$

7. (5 分) 如图, 电线杆 CD 的高度为 h , 两根拉线 AC 与 BC 相互垂直, $\angle CAB = \alpha$,

则拉线 BC 的长度为 (A、D、B 在同一条直线上) ()



- A. $\frac{h}{\sin \alpha}$ B. $\frac{h}{\cos \alpha}$ C. $\frac{h}{\tan \alpha}$ D. $h \cdot \cos \alpha$

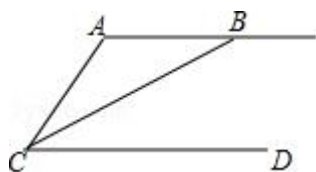
8. (5 分) 如图, 空心卷筒纸的高度为 12cm, 外径 (直径) 为 10cm, 内径为 4cm, 在比例尺为 1: 4 的三视图中, 其主视图的面积是 ()



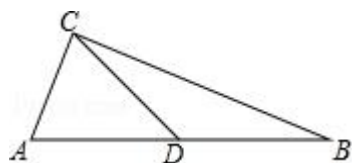
- A. $\frac{21\pi}{4} \text{cm}^2$ B. $\frac{21\pi}{16} \text{cm}^2$ C. 30cm^2 D. 7.5cm^2

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分. 把答案填在答题卡中对应题号后的横线上)

9. (5 分) 如图, $AB \parallel CD$, CB 平分 $\angle ACD$. 若 $\angle BCD = 28^\circ$, 则 $\angle A$ 的度数为_____.



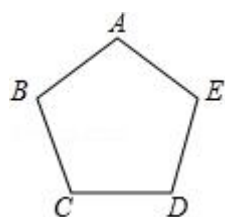
10. (5 分) 如图, $\triangle ABC$ 中, $AC=5$, $BC=12$, $AB=13$, CD 是 AB 边上的中线. 则 $CD=$ _____.



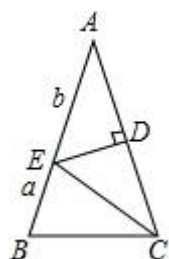
11. (5分) 代数式 $\frac{\sqrt{3-2x}}{x-2}$ 有意义, 则 x 的取值范围是_____.

12. (5分) 学习委员调查本班学生课外阅读情况, 对学生喜爱的书籍进行分类统计, 其中“古诗词类”的频数为 12 人, 频率为 0.25, 那么被调查的学生人数为_____.

13. (5分) 如图, 多边形 $ABCDE$ 的每个内角都相等, 则每个内角的度数为_____.



14. (5分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle BAC=36^\circ$, DE 是线段 AC 的垂直平分线, 若 $BE=a$, $AE=b$, 则用含 a 、 b 的代数式表示 $\triangle ABC$ 的周长为_____.

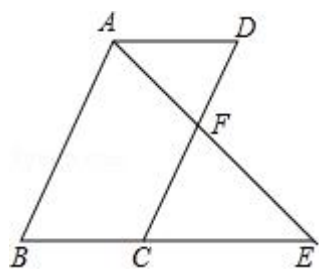


三、解答题 (本大题 8 个小题, 共 80 分)

15. (8分) 计算: $|-4| - 2\cos 60^\circ + (\sqrt{3} - \sqrt{2})^0 - (-3)^2$.

16. (8分) 先化简, 再求值: $\frac{x^2+2x+1}{x+1} + \frac{x^2-1}{x-1}$, 其中 $x=-2$.

17. (8 分) 如图，四边形 $ABCD$ 为平行四边形， F 是 CD 的中点，连接 AF 并延长与 BC 的延长线交于点 E 。求证： $BC=CE$ 。

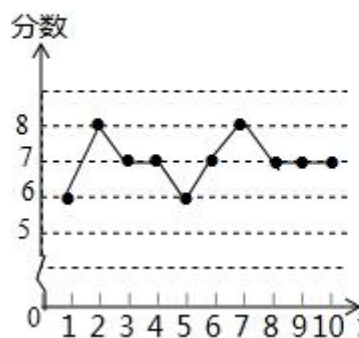


18. (10 分) 垫球是排球队常规训练的重要项目之一。下列图表中的数据是甲、乙、丙三人每人十次垫球测试的成绩。测试规则为连续接球 10 个，每垫球到位 1 个记 1 分。

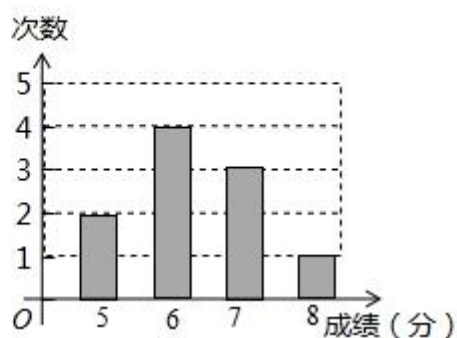
运动员甲测试成绩表

测试序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
成绩 (分)	7	6	8	7	7	5	8	7	8	7

运动员乙测试成绩统计图



运动员丙测试成绩统计图



- (1) 写出运动员甲测试成绩的众数和中位数;
- (2) 在他们三人中选择一位垫球成绩优秀且较为稳定的接球能手作为自由人, 你认为选谁更合适? 为什么? (参考数据: 三人成绩的方差分别为 $S_{\text{甲}}^2=0.8$ 、 $S_{\text{乙}}^2=0.4$ 、 $S_{\text{丙}}^2=0.8$)
- (3) 甲、乙、丙三人相互之间进行垫球练习, 每个人的球都等可能的传给其他两人, 球最先从甲手中传出, 第三轮结束时球回到甲手中的概率是多少? (用树状图或列表法解答)

19. (10 分) 我市南县大力发展农村旅游事业, 全力打造“洞庭之心湿地公园”, 其中罗文村的“花海、涂鸦、美食”特色游享誉三湘, 游人如织. 去年村民罗南洲抓住机遇, 返乡创业, 投入 20 万元创办农家乐 (餐饮+住宿), 一年时间就收回

投资的 80%，其中餐饮利润是住宿利润的 2 倍还多 1 万元.

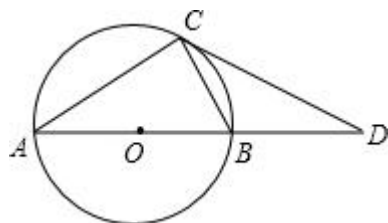
(1) 求去年该农家乐餐饮和住宿的利润各为多少万元?

(2) 今年罗南洲把去年的餐饮利润全部用于继续投资，增设了土特产的实体店销售和网上销售项目. 他在接受记者采访时说：“我预计今年餐饮和住宿的利润比去年会有 10% 的增长，加上土特产销售的利润，到年底除收回所有投资外，还将获得不少于 10 万元的纯利润.” 请问今年土特产销售至少有多少万元的利润?

20. (10 分) 如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，C 是 $\odot O$ 上一点，D 在 AB 的延长线上，且 $\angle BCD = \angle A$.

(1) 求证：CD 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 若 $\odot O$ 的半径为 3， $CD=4$ ，求 BD 的长.



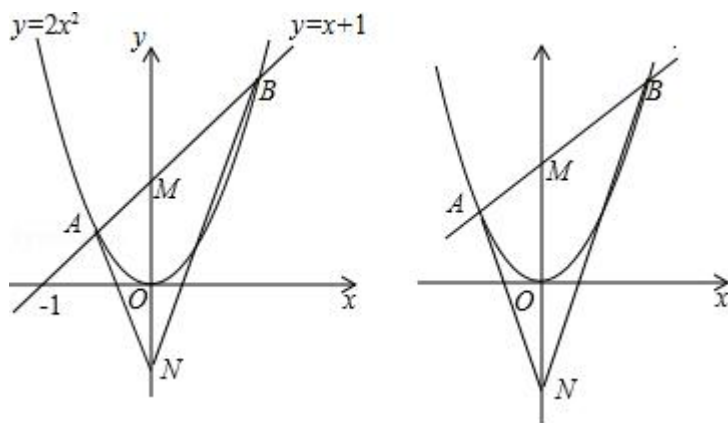
21. (12 分) 在平面直角坐标系中, 将一点 (横坐标与纵坐标不相等) 的横坐标与纵坐标互换后得到的点叫这一点的“互换点”, 如 $(-3, 5)$ 与 $(5, -3)$ 是一对“互换点”.

(1) 任意一对“互换点”能否都在一个反比例函数的图象上? 为什么?

(2) M 、 N 是一对“互换点”, 若点 M 的坐标为 (m, n) , 求直线 MN 的表达式 (用含 m 、 n 的代数式表示);

(3) 在抛物线 $y=x^2+bx+c$ 的图象上有一对“互换点” A 、 B , 其中点 A 在反比例函数 $y=-\frac{2}{x}$ 的图象上, 直线 AB 经过点 $P(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$, 求此抛物线的表达式.

22. (14 分) 如图 1, 直线 $y=x+1$ 与抛物线 $y=2x^2$ 相交于 A 、 B 两点, 与 y 轴交于点 M , M 、 N 关于 x 轴对称, 连接 AN 、 BN .



(1) ①求 A 、 B 的坐标; ②求证: $\angle ANM = \angle BNM$;

(2) 如图 2, 将题中直线 $y=x+1$ 变为 $y=kx+b$ ($b > 0$), 抛物线 $y=2x^2$ 变为 $y=ax^2$ ($a > 0$), 其他条件不变, 那么 $\angle ANM = \angle BNM$ 是否仍然成立? 请说明理由.

2017 年湖南省益阳市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. (5 分) (2017•益阳) 下列四个实数中，最小的实数是 ()

A. -2 B. 2 C. -4 D. -1

【考点】2A: 实数大小比较.

【分析】根据选项中的数据，可以比较它们的大小，从而可以解答本题.

【解答】解： $\because -4 < -2 < -1 < 2$,

故选 C.

【点评】本题考查实数大小的比较，解答此类问题的关键是明确负数小于 0 小于正数.

2. (5 分) (2017•益阳) 如图表示下列四个不等式组中其中一个的解集，这个不等式组是 ()



A. $\begin{cases} x \geq 2 \\ x > -3 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x \leq 2 \\ x < -3 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x \geq 2 \\ x < -3 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x \leq 2 \\ x > -3 \end{cases}$

【考点】C4: 在数轴上表示不等式的解集.

【分析】根据在数轴上表示不等式解集的方法即可得出答案.

【解答】解： $\because -3$ 处是空心圆点，且折线向右， 2 处是实心圆点，且折线向左，

$\therefore$ 这个不等式组的解集是 $-3 < x \leq 2$.

故选 D.

【点评】本题考查的是在数轴上表示不等式的解集，熟知“小于向左，大于向右”是解答此题的关键.

3. (5 分) (2017•益阳) 下列性质中菱形不一定具有的性质是 ()

- A. 对角线互相平分
- B. 对角线互相垂直
- C. 对角线相等
- D. 既是轴对称图形又是中心对称图形

【考点】L8: 菱形的性质.

【分析】根据菱形的性质解答即可得.

【解答】解: A、菱形的对角线互相平分, 此选项正确;

B、菱形的对角线互相垂直, 此选项正确;

C、菱形的对角线不一定相等, 此选项错误;

D、菱形既是轴对称图形又是中心对称图形, 此选项正确;

故选: C.

【点评】本题主要考查菱形的性质, 熟练掌握菱形的性质: ①菱形具有平行四边形的一切性质; ②菱形的四条边都相等; ③菱形的两条对角线互相垂直, 并且每一条对角线平分一组对角; ④菱形是轴对称图形, 它有 2 条对称轴, 分别是两条对角线所在直线是解题的关键.

4. (5 分) (2017•益阳) 目前, 世界上能制造出的最小晶体管的长度只有 0.000 000 04m, 将 0.000 000 04 用科学记数法表示为 ()

- A. 4×10^8 B. 4×10^{-8} C. 0.4×10^8 D. -4×10^8

【考点】1J: 科学记数法—表示较小的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

【解答】解： $0.000\ 000\ 04=4 \times 10^{-8}$ ，

故选 B.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

5. (5 分) (2017•益阳) 下列各式化简后的结果为 $3\sqrt{2}$ 的是 ()

A. $\sqrt{6}$ B. $\sqrt{12}$ C. $\sqrt{18}$ D. $\sqrt{36}$

【考点】22: 算术平方根.

【分析】根据二次根式的性质逐一化简可得.

【解答】解：A、 $\sqrt{6}$ 不能化简；

B、 $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$ ，此选项错误；

C、 $\sqrt{18}=3\sqrt{2}$ ，此选项正确；

D、 $\sqrt{36}=6$ ，此选项错误；

故选：C.

【点评】本题主要考查二次根式，熟练掌握二次根式的性质是解题的关键.

6. (5 分) (2017•益阳) 关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的两根为 $x_1=1$ ， $x_2=-1$ ，那么下列结论一定成立的是 ()

A. $b^2-4ac > 0$ B. $b^2-4ac=0$ C. $b^2-4ac < 0$ D. $b^2-4ac \leq 0$

【考点】AB: 根与系数的关系；AA: 根的判别式.

【专题】11 : 计算题.

【分析】由一元二次方程有两个不相等的实数根，确定出根的判别式的符号即可.

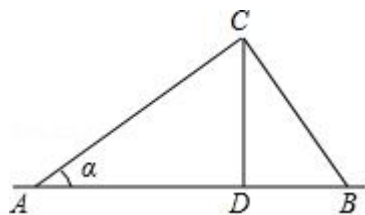
【解答】解：∵关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的两根为 $x_1=1$ ， $x_2=-1$ ，

∴ $b^2-4ac > 0$ ，

故选 A

【点评】此题考查了根与系数的关系，以及根的判别式，熟练掌握根的判别式的意义是解本题的关键.

7. (5 分) (2017•益阳) 如图，电线杆 CD 的高度为 h，两根拉线 AC 与 BC 相互垂直， $\angle CAB=\alpha$ ，则拉线 BC 的长度为 (A、D、B 在同一条直线上) ()



A. $\frac{h}{\sin\alpha}$ B. $\frac{h}{\cos\alpha}$ C. $\frac{h}{\tan\alpha}$ D. $h \cdot \cos\alpha$

【考点】T8: 解直角三角形的应用.

【分析】根据同角的余角相等得 $\angle CAD = \angle BCD$ ，由 $\cos \angle BCD = \frac{CD}{BC}$ 知

$$BC = \frac{CD}{\cos \angle BCD} = \frac{h}{\cos \alpha}.$$

【解答】解： $\because \angle CAD + \angle ACD = 90^\circ$ ， $\angle ACD + \angle BCD = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle CAD = \angle BCD,$$

在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中， $\because \cos \angle BCD = \frac{CD}{BC}$ ，

$$\therefore BC = \frac{CD}{\cos \angle BCD} = \frac{h}{\cos \alpha},$$

故选：B.

【点评】本题主要考查解直角三角形的应用，熟练掌握同角的余角相等和三角函数的定义是解题的关键.

8. (5 分) (2017•益阳) 如图，空心卷筒纸的高度为 12cm，外径 (直径) 为 10cm，内径为 4cm，在比例尺为 1: 4 的三视图中，其主视图的面积是 ()



- A. $\frac{21\pi}{4}\text{cm}^2$ B. $\frac{21\pi}{16}\text{cm}^2$ C. 30cm^2 D. 7.5cm^2

【考点】 U2: 简单组合体的三视图.

【分析】 根据给出的空心卷筒纸的高度为 12cm, 外径 (直径) 为 10cm, 内径为 4cm, 比例尺为 1: 4, 可得其主视图的面积=长 $12 \times \frac{1}{4}=3\text{cm}$ 宽 $10 \times \frac{1}{4}=2.5\text{cm}$ 的长方体的面积, 根据长方形面积公式计算即可求解.

【解答】 解: $12 \times \frac{1}{4}=3$ (cm)

$$10 \times \frac{1}{4}=2.5$$
 (cm)

$$3 \times 2.5=7.5$$
 (cm^2)

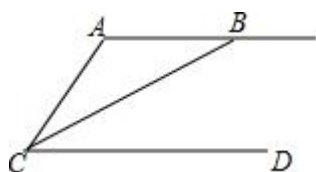
答: 其主视图的面积是 7.5cm^2 .

故选: D.

【点评】 考查了简单几何体的三视图的知识, 解题的关键是能得到立体图形的三视图和学生的空间想象能力.

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分. 把答案填在答题卡中对应题号后的横线上)

9. (5 分) (2017•益阳) 如图, $AB \parallel CD$, CB 平分 $\angle ACD$. 若 $\angle BCD=28^\circ$, 则 $\angle A$ 的度数为 124° .



【考点】 JA: 平行线的性质.

【分析】 根据平行线的性质得到 $\angle ABC=\angle BCD=28^\circ$, 根据角平分线的定义得到 $\angle ACB=\angle BCD=28^\circ$, 根据三角形的内角和即可得到结论.

【解答】解： $\because AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle ABC = \angle BCD = 28^\circ,$$

$\because CB$ 平分 $\angle ACD$,

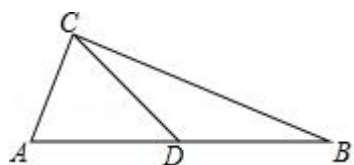
$$\therefore \angle ACB = \angle BCD = 28^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 180^\circ - \angle ABC - \angle ACB = 124^\circ,$$

故答案为： 124° .

【点评】 本题考查了平行线的性质，角平分线的定义，三角形的内角和，熟练掌握平行线的性质是解题的关键.

10. (5 分) (2017•益阳) 如图， $\triangle ABC$ 中， $AC=5$ ， $BC=12$ ， $AB=13$ ， CD 是 AB 边上的中线. 则 $CD=$ 6.5.



【考点】 KS： 勾股定理的逆定理； KP： 直角三角形斜边上的中线.

【分析】 先根据勾股定理的逆定理判定 $\triangle ABC$ 为直角三角形， 然后根据直角三角形的性质即可得到结论.

【解答】 解： $\because$ 在 $\triangle ABC$ 中， $AC=5$ ， $BC=12$ ， $AB=13$,

$$\therefore AC^2 + BC^2 = 5^2 + 12^2 = 13^2 = AB^2,$$

$\therefore \triangle ABC$ 为直角三角形， 且 $\angle ACB = 90^\circ$,

$\because CD$ 是 AB 边上的中线，

$$\therefore CD = 6.5;$$

故答案为： 6.5.

【点评】 本题考查了勾股定理的逆定理和直角三角形的性质的综合应用. 先判定 $\triangle ABC$ 为直角三角形是解题的关键.

11. (5 分) (2017•益阳) 代数式 $\frac{\sqrt{3-2x}}{x-2}$ 有意义, 则 x 的取值范围是 $x \leq \frac{3}{2}$.

【考点】72: 二次根式有意义的条件.

【分析】根据二次根式有意义的条件以及分式有意义的条件即可求出答案.

【解答】解: 由题意可知:
$$\begin{cases} 3-2x \geq 0 \\ x-2 \neq 0 \end{cases}$$

$$\therefore x \leq \frac{3}{2} \text{ 且 } x \neq 2,$$

$$\therefore x \text{ 的取值范围为: } x \leq \frac{3}{2}$$

故答案为: $x \leq \frac{3}{2}$

【点评】本题考查二次根式的有意义的条件, 解题的关键是正确理解二次根式有意义的条件, 本题属于基础题型.

12. (5 分) (2017•益阳) 学习委员调查本班学生课外阅读情况, 对学生喜爱的书籍进行分类统计, 其中“古诗词类”的频数为 12 人, 频率为 0.25, 那么被调查的学生人数为 48.

【考点】V6: 频数与频率.

【分析】设被调查的学生人数为 x 人, 则有 $\frac{12}{x} = 0.25$, 解方程即可.

【解答】解: 设被调查的学生人数为 x 人,

$$\text{则有 } \frac{12}{x} = 0.25,$$

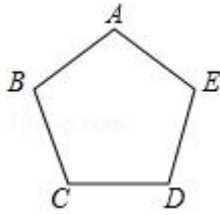
$$\text{解得 } x = 48,$$

经检验 $x = 48$ 是方程的解.

故答案为 48;

【点评】本题考查频数与频率、记住两者的关系是解题的关键, 属于基础题.

13. (5 分) (2017•益阳) 如图, 多边形 ABCDE 的每个内角都相等, 则每个内角的度数为 108° .



【考点】 L3: 多边形内角与外角.

【分析】 根据多边形的内角和公式即可得出结果.

【解答】 解: $\because$ 五边形的内角和 $= (5 - 2) \cdot 180^\circ = 540^\circ$,

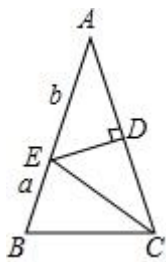
又 $\because$ 五边形的每个内角都相等,

$\therefore$ 每个内角的度数 $= 540^\circ \div 5 = 108^\circ$.

故答案是: 108° .

【点评】 本题考查多边形的内角和计算公式. 多边形内角和定理: 多边形内角和等于 $(n - 2) \cdot 180^\circ$.

14. (5 分) (2017•益阳) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle BAC=36^\circ$, DE 是线段 AC 的垂直平分线, 若 $BE=a$, $AE=b$, 则用含 a 、 b 的代数式表示 $\triangle ABC$ 的周长为 $2a+3b$.



【考点】 KH: 等腰三角形的性质; KG: 线段垂直平分线的性质.

【分析】 由题意可知: $AC=AB=a+b$, 由于 DE 是线段 AC 的垂直平分线, $\angle BAC=36^\circ$, 所以易证 $AE=CE=BC=b$, 从可知 $\triangle ABC$ 的周长;

【解答】 解: $\because AB=AC$,

$BE=a$, $AE=b$,

$\therefore AC=AB=a+b$,

$\therefore DE$ 是线段 AC 的垂直平分线,
 $\therefore AE=CE=b$,
 $\therefore \angle ECA=\angle BAC=36^\circ$,
 $\therefore \angle BAC=36^\circ$,
 $\therefore \angle ABC=\angle ACB=72^\circ$,
 $\therefore \angle BCE=\angle ACB-\angle ECA=36^\circ$,
 $\therefore \angle BEC=180^\circ-\angle ABC-\angle ECB=72^\circ$,
 $\therefore CE=BC=b$,
 $\therefore \triangle ABC$ 的周长为: $AB+AC+BC=2a+3b$

故答案为: $2a+3b$.

【点评】 本题考查线段垂直平分线的性质, 解题的关键是利用等腰三角形的性质以及垂直平分线的性质得出 $AE=CE=BC$, 本题属于中等题型.

三、解答题 (本大题 8 个小题, 共 80 分)

15. (8 分) (2017•益阳) 计算: $| -4 | - 2\cos 60^\circ + (\sqrt{3} - \sqrt{2})^0 - (-3)^2$.

【考点】 2C: 实数的运算; 6E: 零指数幂; T5: 特殊角的三角函数值.

【分析】 根据实数运算法则、零指数幂和特殊三角形函数值得有关知识计算即可.

【解答】 解: 原式 $= 4 - 2 \times \frac{1}{2} + 1 - 9$,

$= -5$.

【点评】 本题主要考查了实数的综合运算能力, 是各地中考题中常见的计算题型. 解决此类题目的关键是熟练掌握负整数指数幂、零指数幂、绝对值等考点的运算.

16. (8 分) (2017•益阳) 先化简, 再求值: $\frac{x^2+2x+1}{x+1} + \frac{x^2-1}{x-1}$, 其中 $x = -2$.

【考点】 6D: 分式的化简求值.

【分析】根据分式的运算法则先化简单，再代入求值即可.

【解答】解:

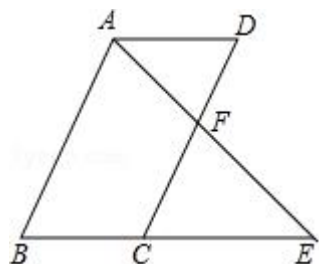
$$\text{原式} = \frac{(x+1)^2}{x+1} + \frac{(x+1)(x-1)}{x-1}$$

$$= x+1+x+1=2x+2.$$

当 $x=-2$ 时，原式 $= -2$.

【点评】本题主要考查分式的化简求值，掌握分式的约分、加减运算是解题的关键.

17. (8分) (2017•益阳) 如图，四边形 $ABCD$ 为平行四边形， F 是 CD 的中点，连接 AF 并延长与 BC 的延长线交于点 E . 求证: $BC=CE$.



【考点】 L5: 平行四边形的性质; KD: 全等三角形的判定与性质.

【分析】根据平行四边形的对边平行且相等可得 $AD=BC$, $AD \parallel BC$, 根据两直线平行, 内错角相等可得 $\angle DAF = \angle E$, $\angle ADF = \angle ECF$, 根据线段中点的定义可得 $DF=CF$, 然后利用“角角边”证明 $\triangle ADF \cong \triangle ECF$, 根据全等三角形对应边相等可得 $AD=CE$, 从而得证.

【解答】证明: 如图, $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AD=BC, AD \parallel BC,$$

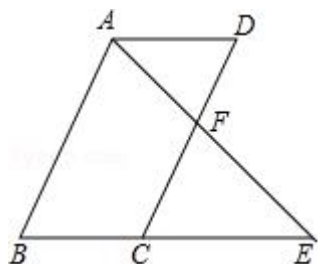
$$\therefore \angle DAF = \angle E, \angle ADF = \angle ECF,$$

又 $\because F$ 是 CD 的中点, 即 $DF=CF$,

$$\therefore \triangle ADF \cong \triangle ECF,$$

$$\therefore AD=CE,$$

∴ BC=CE.



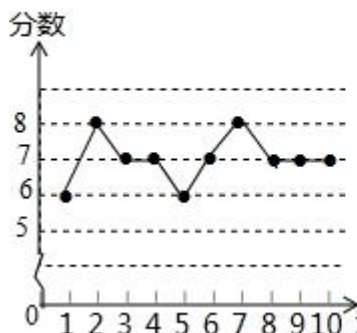
【点评】 本题考查了平行四边形的性质，全等三角形的判定与性质，熟记性质并确定出三角形全等的条件是解题的关键.

18. (10 分) (2017•益阳) 垫球是排球队常规训练的重要项目之一. 下列图表中的数据是甲、乙、丙三人每人十次垫球测试的成绩. 测试规则为连续接球 10 个, 每垫球到位 1 个记 1 分.

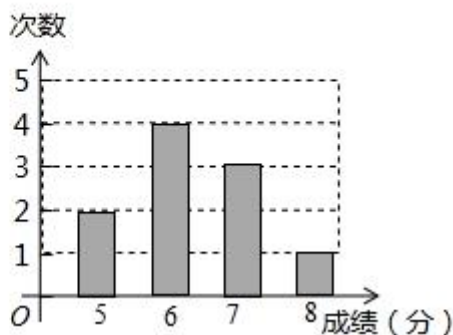
运动员甲测试成绩表

测试序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
成绩 (分)	7	6	8	7	7	5	8	7	8	7

运动员乙测试成绩统计图



运动员丙测试成绩统计图



(1) 写出运动员甲测试成绩的众数和中位数;

(2) 在他们三人中选择一位垫球成绩优秀且较为稳定的接球能手作为自由人,

你认为选谁更合适? 为什么? (参考数据: 三人成绩的方差分别为 $S_{\text{甲}}^2=0.8$ 、 $S_{\text{乙}}^2=0.4$ 、 $S_{\text{丙}}^2=0.8$)

(3) 甲、乙、丙三人相互之间进行垫球练习, 每个人的球都等可能的传给其他两人, 球最先从甲手中传出, 第三轮结束时球回到甲手中的概率是多少? (用树状图或列表法解答)

【考点】 X6: 列表法与树状图法; VC: 条形统计图; VD: 折线统计图; W4:

中位数；W5：众数；W7：方差.

【分析】 (1) 观察表格可知甲运动员测试成绩的众数和中位数都是 (7 分)；

(2) 易知 $\overline{x}_{\text{甲}} = 7$ (分), $\overline{x}_{\text{乙}} = 7$ (分), $\overline{x}_{\text{丙}} = 6.3$ (分), 根据题意不难判断;

(3) 画出树状图, 即可解决问题;

【解答】 解: (1) 甲运动员测试成绩的众数和中位数都是 (7 分).

(2) $\because \overline{x}_{\text{甲}} = 7$ (分), $\overline{x}_{\text{乙}} = 7$ (分), $\overline{x}_{\text{丙}} = 6.3$ (分),

$$\therefore \overline{x}_{\text{甲}} = \overline{x}_{\text{乙}} > \overline{x}_{\text{丙}}, S_{\text{甲}}^2 > S_{\text{乙}}^2$$

$\therefore$ 选乙运动员更合适.

(3) 树状图如图所示,



第三轮结束时球回到甲手中的概率是 $p = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$.

【点评】 本题考查列表法、条形图、折线图、中位数、平均数、方差等知识, 熟练掌握基本概念是解题的关键.

19. (10 分) (2017•益阳) 我市南县大力发展农村旅游事业, 全力打造“洞庭之心湿地公园”, 其中罗文村的“花海、涂鸦、美食”特色游享誉三湘, 游人如织. 去年村民罗南洲抓住机遇, 返乡创业, 投入 20 万元创办农家乐 (餐饮+住宿), 一年时间就收回投资的 80%, 其中餐饮利润是住宿利润的 2 倍还多 1 万元.

(1) 求去年该农家乐餐饮和住宿的利润各为多少万元?

(2) 今年罗南洲把去年的餐饮利润全部用于继续投资, 增设了土特产的实体店销售和网上销售项目. 他在接受记者采访时说: “我预计今年餐饮和住宿的利润比去年会有 10% 的增长, 加上土特产销售的利润, 到年底除收回所有投资外, 还将获得不少于 10 万元的纯利润.” 请问今年土特产销售至少有多少万元的利

润?

【考点】C9: 一元一次不等式的应用; 9A: 二元一次方程组的应用.

【专题】12 : 应用题; 524: 一元一次不等式(组)及应用.

【分析】(1) 设去年餐饮利润为 x 万元, 住宿利润为 y 万元, 根据题意列出方程组, 求出方程组的解即可得到结果;

(2) 设今年土特产的利润为 m 万元, 根据题意列出不等式, 求出不等式的解集即可得到结果.

【解答】解: (1) 设去年餐饮利润 x 万元, 住宿利润 y 万元,

依题意得:
$$\begin{cases} x + y = 20 \times 80\% \\ x = 2y + 1 \end{cases},$$

解得:
$$\begin{cases} x = 11 \\ y = 5 \end{cases},$$

答: 去年餐饮利润 11 万元, 住宿利润 5 万元;

(2) 设今年土特产利润 m 万元,

依题意得: $16 + 16 \times (1 + 10\%) + m - 20 - 11 \geq 10$,

解之得, $m \geq 7.4$,

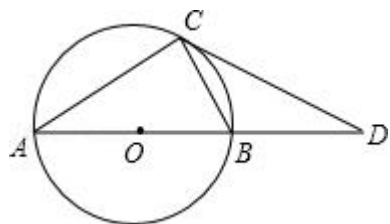
答: 今年土特产销售至少有 7.4 万元的利润.

【点评】此题考查了一元一次不等式的应用, 以及二元一次方程组的应用, 弄清题中的不等及相等关系是解本题的关键.

20. (10 分) (2017·益阳) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, C 是 $\odot O$ 上一点, D 在 AB 的延长线上, 且 $\angle BCD = \angle A$.

(1) 求证: CD 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $\odot O$ 的半径为 3, $CD = 4$, 求 BD 的长.



【考点】ME：切线的判定与性质.

【分析】(1) 连接 OC ，由 AB 是 $\odot O$ 的直径可得出 $\angle ACB=90^\circ$ ，即 $\angle ACO+\angle OCB=90^\circ$ ，由等腰三角形的性质结合 $\angle BCD=\angle A$ ，即可得出 $\angle OCD=90^\circ$ ，即 CD 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 在 $Rt\triangle OCD$ 中，由勾股定理可求出 OD 的值，进而可得出 BD 的长.

【解答】(1) 证明：如图，连接 OC .

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径， C 是 $\odot O$ 上一点，

$\therefore \angle ACB=90^\circ$ ，即 $\angle ACO+\angle OCB=90^\circ$.

$\because OA=OC$ ， $\angle BCD=\angle A$ ，

$\therefore \angle ACO=\angle A=\angle BCD$ ，

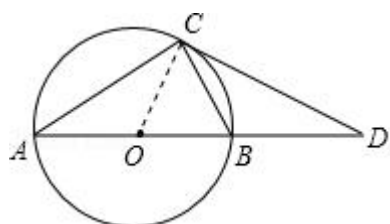
$\therefore \angle BCD+\angle OCB=90^\circ$ ，即 $\angle OCD=90^\circ$ ，

$\therefore CD$ 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 解：在 $Rt\triangle OCD$ 中， $\angle OCD=90^\circ$ ， $OC=3$ ， $CD=4$ ，

$\therefore OD=\sqrt{OC^2+CD^2}=5$ ，

$\therefore BD=OD-OB=5-3=2$.



【点评】 本题考查了切线的判定与性质、勾股定理以及等腰三角形的性质，解题的关键是：(1) 通过角的计算找出 $\angle OCD=90^\circ$ ；(2) 根据勾股定理求出 OD 的

长度.

21. (12分) (2017·益阳) 在平面直角坐标系中, 将一点 (横坐标与纵坐标不相等) 的横坐标与纵坐标互换后得到的点叫这一点的“互换点”, 如 $(-3, 5)$ 与 $(5, -3)$ 是一对“互换点”.

(1) 任意一对“互换点”能否都在一个反比例函数的图象上? 为什么?

(2) M 、 N 是一对“互换点”, 若点 M 的坐标为 (m, n) , 求直线 MN 的表达式 (用含 m 、 n 的代数式表示);

(3) 在抛物线 $y=x^2+bx+c$ 的图象上有一对“互换点” A 、 B , 其中点 A 在反比例函数 $y=-\frac{2}{x}$ 的图象上, 直线 AB 经过点 $P(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$, 求此抛物线的表达式.

【考点】 G6: 反比例函数图象上点的坐标特征; FA: 待定系数法求一次函数解析式; H8: 待定系数法求二次函数解析式.

【分析】 (1) 设这一对“互换点”的坐标为 (a, b) 和 (b, a) . ①当 $ab=0$ 时, 它们不可能在反比例函数的图象上, ②当 $ab \neq 0$ 时, 由 $b = \frac{k}{a}$ 可得 $a = \frac{k}{b}$, 于是得到结论;

(2) 把 $M(m, n)$, $N(n, m)$ 代入 $y=cx+d$, 即可得到结论;

(3) 设点 $A(p, q)$, 则 $q = -\frac{2}{p}$, 由直线 AB 经过点 $P(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$, 得到 $p+q=1$, 得到 $q=-1$ 或 $q=2$, 将这一对“互换点”代入 $y=x^2+bx+c$ 得, 于是得到结论.

【解答】 解: (1) 不一定,

设这一对“互换点”的坐标为 (a, b) 和 (b, a) .

①当 $ab=0$ 时, 它们不可能在反比例函数的图象上,

②当 $ab \neq 0$ 时, 由 $b = \frac{k}{a}$ 可得 $a = \frac{k}{b}$, 即 (a, b) 和 (b, a) 都在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$

($k \neq 0$) 的图象上;

(2) 由 M (m, n) 得 N (n, m), 设直线 MN 的表达式为 $y=cx+d$ ($c \neq 0$).

$$\text{则有} \begin{cases} mc + d = n \\ nc + d = m \end{cases} \text{解得} \begin{cases} c = -1 \\ d = m + n \end{cases},$$

$\therefore$ 直线 MN 的表达式为 $y = -x + m + n$;

(3) 设点 A (p, q), 则 $q = -\frac{2}{p}$,

$\therefore$ 直线 AB 经过点 P ($\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$), 由 (2) 得 $\frac{1}{2} = -\frac{1}{2} + p + q$,

$\therefore p + q = 1$,

$$\therefore p - \frac{2}{p} = 1,$$

解并检验得: $p=2$ 或 $p=-1$,

$\therefore q = -1$ 或 $q=2$,

$\therefore$ 这一对“互换点”是 (2, -1) 和 (-1, 2),

将这一对“互换点”代入 $y=x^2+bx+c$ 得,

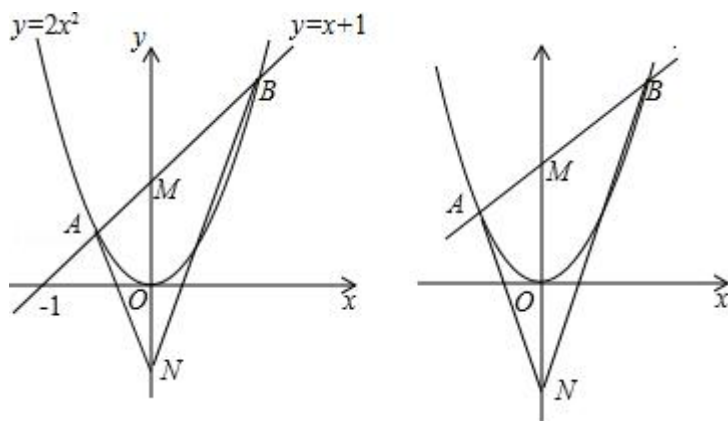
$$\therefore \begin{cases} 1 - b + c = 2 \\ 4 + 2b + c = -1 \end{cases} \text{解得} \begin{cases} b = -2 \\ c = -1 \end{cases},$$

$\therefore$ 此抛物线的表达式为 $y = x^2 - 2x - 1$.

【点评】 本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征, 待定系数法求函数的解析式, 正确的理解题意是解题的关键.

22. (14 分) (2017•益阳) 如图 1, 直线 $y=x+1$ 与抛物线 $y=2x^2$ 相交于 A、B 两

点, 与 y 轴交于点 M, M、N 关于 x 轴对称, 连接 AN、BN.



(1) ①求 A、B 的坐标；②求证： $\angle ANM = \angle BNM$ ；

(2) 如图 2，将题中直线 $y=x+1$ 变为 $y=kx+b$ ($b>0$)，抛物线 $y=2x^2$ 变为 $y=ax^2$

($a>0$)，其他条件不变，那么 $\angle ANM = \angle BNM$ 是否仍然成立？请说明理由.

【考点】 HF：二次函数综合题.

【分析】 (1) ①联立直线和抛物线解析式可求得 A、B 两点的坐标；②过 A 作 $AC \perp y$ 轴于 C，过 B 作 $BD \perp y$ 轴于 D，可分别求得 $\angle ANM$ 和 $\angle BNM$ 的正切值，可证得结论；

(2) 当 $k=0$ 时，由对称性可得出结论；当 $k \neq 0$ 时，过 A 作 $AE \perp y$ 轴于 E，过 B 作 $BF \perp y$ 轴于 F，设 $A(x_1, ax_1^2)$ 、 $B(x_2, ax_2^2)$ ，联立直线和抛物线解析式，消去 y ，利用根与系数的关系，可求得 $\frac{NF}{BF} = \frac{NE}{AE}$ ，则可证明 $Rt\triangle AEN \sim Rt\triangle BFN$ ，可得出结论.

【解答】 解：

(1) ①由已知得 $2x^2=x+1$ ，解得 $x = -\frac{1}{2}$ 或 $x=1$ ，

当 $x = -\frac{1}{2}$ 时， $y = \frac{1}{2}$ ，当 $x=1$ 时， $y=2$ ，

$\therefore$ A、B 两点的坐标分别为 $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ ， $(1, 2)$ ；

②如图 1，过 A 作 $AC \perp y$ 轴于 C，过 B 作 $BD \perp y$ 轴于 D，

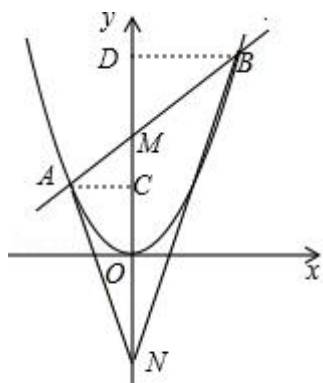


图1

由①及已知有 $A(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$, $B(1, 2)$, 且 $OM=ON=1$,

$$\therefore \tan \angle ANM = \frac{AC}{CN} = \frac{\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}, \quad \tan \angle BNM = \frac{BD}{DN} = \frac{1}{1+2} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore \tan \angle ANM = \tan \angle BNM,$$

$$\therefore \angle ANM = \angle BNM;$$

(2) $\angle ANM = \angle BNM$ 成立,

①当 $k=0$, $\triangle ABN$ 是关于 y 轴的轴对称图形,

$$\therefore \angle ANM = \angle BNM;$$

②当 $k \neq 0$, 根据题意得: $OM=ON=b$, 设 $A(x_1, ax_1^2)$, $B(x_2, ax_2^2)$.

如图 2, 过 A 作 $AE \perp y$ 轴于 E , 过 B 作 $BF \perp y$ 轴于 F ,

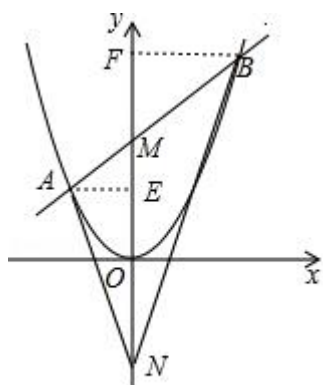


图2

由题意可知: $ax^2=kx+b$, 即 $ax^2 - kx - b=0$,

$$\therefore x_1 + x_2 = \frac{k}{a}, \quad x_1 x_2 = -\frac{b}{a},$$

$\therefore$

$$\begin{aligned} \frac{NF}{BF} - \frac{NE}{AE} &= \frac{b+ax_2^2}{x_2} - \frac{b+ax_1^2}{-x_1} = \frac{bx_1+ax_1x_2^2+bx_2+ax_2x_1^2}{x_1x_2} = \\ &= \frac{(x_1+x_2)(ax_1x_2+b)}{x_1x_2} = \frac{\frac{k}{a}[a \cdot (-\frac{b}{a})+b]}{(-\frac{b}{a})} = 0, \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{NF}{BF} = \frac{NE}{AE},$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle AEN \sim \text{Rt}\triangle BFN,$$

$$\therefore \angle ANM = \angle BNM.$$

【点评】 本题为二次函数的综合应用，涉及函数图象的交点、三角函数的定义、根与系数的关系、相似三角形的判定和性质等知识。在（1）②中求得两角的正

切值是解题的关键，在（2）中利用根与系数的关系，整理求得 $\frac{NF}{BF} = \frac{NE}{AE}$ ，是解题的关键。本题考查知识点较多，综合性较强，难度适中。