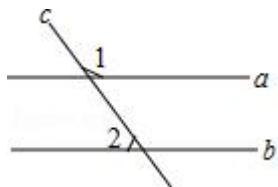


2017 年湖南省湘西州中考数学试卷

一、选择题（本大题共 8 个小题，每小题 4 分，共 32 分）

1. (4 分) 2017 的相反数是_____.

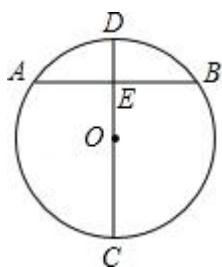
2. (4 分) 如图所示，直线 a, b 被直线 c 所截，且 $a \parallel b$ ， $\angle 1 = 130^\circ$ ，则 $\angle 2 =$ _____.



3. (4 分) 分解因式： $a^2 - 3a =$ _____.

4. (4 分) 2016 年 12 月 18 日张吉怀高铁开工，全程约 $246000m$ ，高铁开通后，将进一步加快三地之间的交流，促进经济发展．其中 246000 用科学记数法表示为_____.

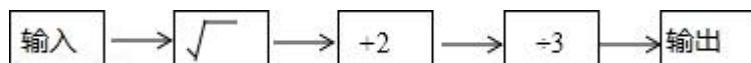
5. (4 分) 如图所示，在 $\odot O$ 中，直径 $CD \perp$ 弦 AB ，垂足为 E ，已知 $AB = 6$ ， $OE = 4$ ，则直径 $CD =$ _____.



6. (4 分) 使得代数式 $\frac{1}{\sqrt{x-3}}$ 有意义的 x 的取值范围是_____.

7. (4 分) 掷两枚质地均匀的相同硬币，出现两枚都是正面朝上的概率为_____.

8. (4 分) 用科学计算器按如图所示的操作步骤，若输入的数值是 3，则输出的值为_____（精确到 0.1）



二、选择题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分，将每个小题所给四个选项中唯一正确选项的字母填在括号里）

9. (4 分) 下列运算中错误的是（ ）

A. $3x^2 - 2x^2 = x^2$

B. $a^2 \cdot a^3 = a^5$

C. $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$

D. $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

10. (4 分) 习总书记提出“足球进校园”后，我们湘西自治州积极响应号召，把颠足球纳入了九年级体育达标测试．在今年 5 月份体育达标测试中，某小组 7 名同学的颠足球个

数如下：60，57，102，75，36，60，42，这组数据的众数和中位数分别是（ ）

- A. 60，57 B. 57，60 C. 60，75 D. 60，60

11.（4分）已知点 $P(2, 3)$ ，则点 P 关于 x 轴的对称点的坐标为（ ）

- A. $(-2, 3)$ B. $(2, -3)$ C. $(3, -2)$ D. $(-3, 2)$

12.（4分）下列四个图形中，不是中心对称图形的是（ ）



13.（4分）已知三角形的两边长分别为 4 和 6，则第三边可能是（ ）

- A. 2 B. 7 C. 10 D. 12

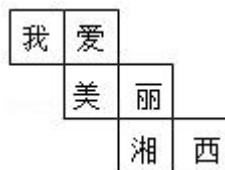
14.（4分）下列方程中，有两个不相等的实数根的方程是（ ）

- A. $x^2 - 4x + 3 = 0$ B. $x^2 + 2x + 1 = 0$ C. $x^2 + 4 = 0$ D. $3x^2 - 5x + 8 = 0$

15.（4分）反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$)，当 $x < 0$ 时，图象在（ ）

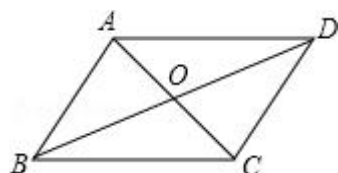
- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

16.（4分）一个正方体的平面展开图如图所示，则原正方体上，与“爱”相对面上的汉字是（ ）



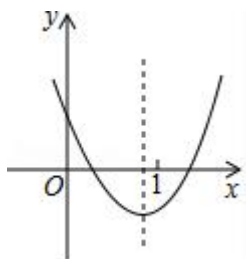
- A. 美 B. 丽 C. 湘 D. 西

17.（4分）如图所示，在 $\square ABCD$ 中， AC ， BD 相交于点 O ，则下列结论中错误的是（ ）



- A. $OA = OC$ B. $\angle ABC = \angle ADC$ C. $AB = CD$ D. $AC = BD$

18.（4分）已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 如图所示，则下列 6 个代数式： ac ， abc ， $2a+b$ ， $a+b+c$ ， $4a - 2b + c$ ， $b^2 - 4ac$ ，其中值大于 0 的个数为（ ）



A. 2

B. 3

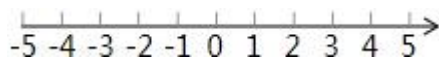
C. 4

D. 5

三、解答题（本大题共 8 小题，共 78 分）

19.（6 分）计算： $(-1)^{2017} + (\pi - 3.14)^0 - 2\cos 60^\circ + \sqrt{9}$

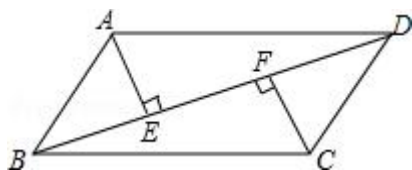
20.（6 分）解不等式组 $\begin{cases} 2(x-1) \leq x+2 \\ 5x-3 > 2x \end{cases}$ 并把解集在数轴上表示出来.



21.（8 分）如图所示，在四边形 $ABCD$ 中， $AE \perp BD$ 于点 E ， $CF \perp BD$ 于点 F ， $AE = CF$ ， $BE = DF$. 求证：

(1) $\triangle ABE \cong \triangle CDF$;

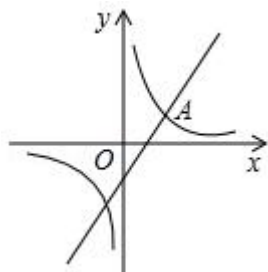
(2) 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.



22.（8 分）如图所示，一次函数 $y_1 = x + b$ (b 为常数) 的图象与反比例函数 $y_2 = \frac{2}{x}$ 的图象都经过点 $A(2, m)$.

(1) 求点 A 的坐标及一次函数的解析式;

(2) 根据图象直接回答：在第一象限内，当 x 取何值时 $y_1 < y_2$.



23.（8 分）为了深化教育改革，某校计划开设四个课外兴趣活动小组：音乐、体育、美术、舞蹈，学校要求每名学生都自主选择其中一个兴趣活动小组，为此学校采取随机抽样的方式进行了问卷调查，对调查结果进行统计并绘制了如下统计表.

选择课程	音乐	体育	美术	舞蹈
所占百分比	a	30%	b	c

根据以上统计图表中的信息，解答下列问题：

- (1) 本次调查的总人数为_____人；其中 $a =$ _____%； $b =$ _____%； $c =$ _____%；
- (2) 请把条形图补充完整；
- (3) 若该校共有学生 1000 名，请估计该校选择“美术”的学生有多少人。

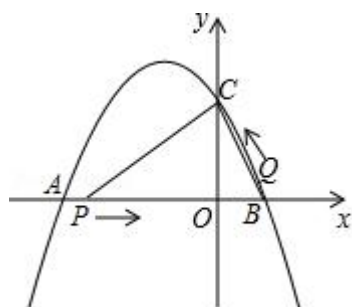


24. (8 分) 某校为创建“书香校园”，现有图书 5600 册，计划创建大小图书角共 30 个．其中每个小图书角需图书 160 册，大图书角所需图书比小图书角的 2 倍少 80 册．问该校创建的大小图书角各多少个？

25. (12 分) 如图，已知抛物线 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 + bx + \sqrt{3}$ 与 x 轴交于 A, B 两点，与 y 轴交于点 C ，

其中点 A 的坐标为 $(-3, 0)$

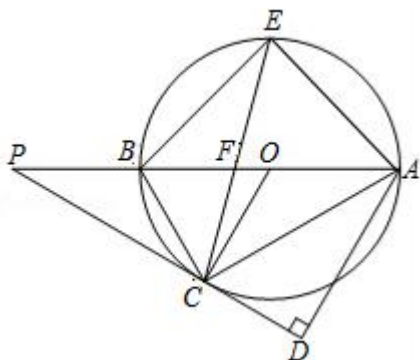
- (1) 求 b 的值及点 B 的坐标；
- (2) 试判断 $\triangle ABC$ 的形状，并说明理由；
- (3) 一动点 P 从点 A 出发，以每秒 2 个单位的速度向点 B 运动，同时动点 Q 从点 B 出发，以每秒 1 个单位的速度向点 C 运动（当点 P 运动到点 B 时，点 Q 随之停止运动），设运动时间为 t 秒，当 t 为何值时 $\triangle PBQ$ 与 $\triangle ABC$ 相似？



26. (22 分) 如图所示， AB 是 $\odot O$ 的直径， P 为 AB 延长线上的一点， PC 切 $\odot O$ 于点 C ， $AD \perp PC$ ，垂足为 D ，弦 CE 平分 $\angle ACB$ ，交 AB 于点 F ，连接 AE ．

- (1) 求证： $\angle CAB = \angle CAD$ ；
- (2) 求证： $PC = PF$ ；

(3) 若 $\tan \angle ABC = \frac{3}{2}$, $AE = 5\sqrt{2}$, 求线段 PC 的长.



2017 年湖南省湘西州中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 8 个小题，每小题 4 分，共 32 分）

1. 【分析】根据相反数的意义求解即可.

【解答】解：2017 的相反数是 - 2017，

故答案为：- 2017.

【点评】本题考查了相反数，在一个数的前面加上负号就是这个数的相反数.

2. 【分析】因为 $a \parallel b$ ，所以 $\angle 3 = \angle 2$ ，又因为 $\angle 3 = 180^\circ - \angle 1$ ，所以可求出 $\angle 3$ ，也就求出了 $\angle 2$.

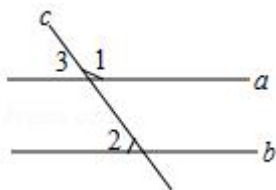
【解答】解： $\because a \parallel b$ ，

$$\therefore \angle 3 = \angle 2,$$

$$\text{又} \because \angle 3 = 180^\circ - \angle 1 = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 50^\circ.$$

故答案为： 50° .



【点评】本题主要考查了平行线的性质，两直线平行时，应该想到利用平行线的性质，从而得到角之间的数量关系，达到解决问题的目的.

3. 【分析】直接提取公因式 a 即可.

【解答】解： $a^2 - 3a = a(a - 3)$.

【点评】本题考查因式分解，因式分解的步骤为：一提公因式；二看公式. 一般来说，如果可以提取公因式的要先提取公因式，再看剩下的因式是否还能分解.

4. 【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同.

【解答】解：将 246000 用科学记数法表示为 2.46×10^5 .

故答案为： 2.46×10^5 .

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

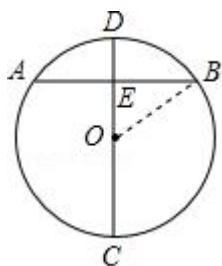
5. 【分析】 直接利用垂径定理结合勾股定理得出 BO 的长，进而得出答案.

【解答】 解： $\because$ 直径 $CD \perp$ 弦 AB ， $AB = 6$ ， $OE = 4$ ，

$$\therefore BE = 3,$$

$$\text{则 } BO = \sqrt{OE^2 + BE^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5,$$

故直径 $CD = 10$.



【点评】 此题主要考查了垂径定理以及勾股定理，正确得出 BO 的长是解题关键.

6. 【分析】 二次根式中被开方数的取值范围：二次根式中的被开方数是非负数.

【解答】 解： $\because$ 代数式 $\frac{1}{\sqrt{x-3}}$ 有意义，

$$\therefore x - 3 > 0,$$

$$\therefore x > 3,$$

$$\therefore x \text{ 的取值范围是 } x > 3,$$

故答案为： $x > 3$.

【点评】 本题主要考查了二次根式有意义的条件，如果所给式子中含有分母，则除了保证被开方数为非负数外，还必须保证分母不为零.

7. 【分析】 先列举出同时掷两枚质地均匀的硬币一次所有四种等可能的结果，然后根据概率的概念即可得到两枚硬币都是正面朝上的概率.

【解答】 解： 同时掷两枚质地均匀的硬币一次，共有正正、反反、正反、反正 4 种等可能的结果，两枚硬币都是正面朝上的占 1 种，

$$\text{所以两枚硬币都是正面朝上的概率} = \frac{1}{4}.$$

$$\text{故答案为： } \frac{1}{4}.$$

【点评】 本题考查了用列表法与树状图法求概率的方法：先利用列表法与树状图法表示所有等可能的结果 n ，然后找出某事件出现的结果数 m ，最后计算 $P = \frac{m}{n}$.

8. 【分析】 直接利用公式把数据代入，再利用估算无理数的大小的方法得出答案.

【解答】解：由题意可得： $\frac{\sqrt{3}+2}{3} \approx 1.2$.

故答案为：1.2.

【点评】此题主要考查了估算无理数的大小，正确运用计算公式代入数据是解题关键.

二、选择题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分，将每个小题所给四个选项中唯一正确选项的字母填在括号里）

9. 【分析】直接利用二次根式加减运算法则以及同底数幂的乘法运算法则、完全平方公式等式知识分别判断得出答案.

【解答】解： A 、 $3x^2 - 2x^2 = x^2$ ，正确，不合题意；

B 、 $a^2 \cdot a^3 = a^5$ ，正确，不合题意；

C 、 $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ ，无法计算，故此选项符合题意；

D 、 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ ，正确，不合题意；

故选： C .

【点评】此题主要考查了二次根式加减运算以及同底数幂的乘法运算、完全平方公式等式知识，正确掌握运算法则是解题关键.

10. 【分析】首先把所给数据按从小到大排序，然后利用中位数和众数定义即可确定结果.

【解答】解：把已知数据按从小到大排序后为：36，42，57，60，60，75，102，

这组数据中 60 出现的次数最多，故众数是 60，

中位数是：60.

故选： D .

【点评】此题考查中位数、众数的求法：①给定 n 个数据，按从小到大排序，如果 n 为奇数，位于中间的那个数据就是中位数；如果 n 为偶数，位于中间两个数据的平均数就是中位数. 任何一组数据，都一定存在中位数的，但中位数不一定是这组数据里的数. ②给定一组数据，出现次数最多的那个数，称为这组数据的众数.

11. 【分析】关于 x 轴对称的点，横坐标相同，纵坐标互为相反数，根据这一规律就可以得到.

【解答】解：根据“关于 x 轴对称的点，横坐标相同，纵坐标互为相反数”可知：点 P 关于 x 轴对称点的坐标为 $(2, -3)$.

故选： B .

【点评】此题主要考查了关于 x 轴对称点的性质，解决本题的关键是掌握好对称点的坐

标规律：（1）关于 x 轴对称的点，横坐标相同，纵坐标互为相反数；

（2）关于 y 轴对称的点，纵坐标相同，横坐标互为相反数；（3）关于原点对称的点，横坐标与纵坐标都互为相反数．

12. 【分析】根据中心对称图形的概念判断．

【解答】解：A、是中心对称图形，不合题意；

B、不是中心对称图形，符合题意；

C、是中心对称图形，不合题意；

D、是中心对称图形，不合题意．

故选：B．

【点评】本题考查的是中心对称图的概念，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180° 后两部分重合．

13. 【分析】根据在三角形中任意两边之和大于第三边，任意两边之差小于第三边，即可求解．

【解答】解：根据题意可得，设第三边长为 x ，则第三边长的取值范围是： $2 < x < 10$ ，只有选项 B 符合题意．

故选：B．

【点评】此题主要考查了三角形三边关系，正确得出第三边长的取值范围是解题关键．

14. 【分析】分别计算出四个方程的根的判别式，然后根据判别式的意义判断根的情况．

【解答】解：A、 $\Delta = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 3 = 4 > 0$ ，则方程有两个不相等的实数根，故本选项正确；

B、 $\Delta = 2^2 - 4 \times 1 \times 1 = 0$ ，则方程有两个相等的实数根，故本选项错误；

C、 $\Delta = 0^2 - 4 \times 1 \times 4 = -16 < 0$ ，则方程没有实数根，故本选项错误；

D、 $\Delta = (-5)^2 - 4 \times 3 \times 8 = -71 < 0$ ，则方程没有实数根，故本选项错误．

故选：A．

【点评】本题考查了一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$ ：当 $\Delta > 0$ ，方程有两个不相等的实数根；当 $\Delta = 0$ ，方程有两个相等的实数根；当 $\Delta < 0$ ，方程没有实数根．

15. 【分析】直接利用反比例函数图象分布规律进而得出答案．

【解答】解： $\because$ 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$)，

∴ 图象分布在第一、三象限，

∵ $x < 0$ ，

∴ 图象在第三象限．

故选：C．

【点评】 此题主要考查了反比例函数的性质，正确记忆图象分布规律是解题关键．

16. **【分析】** 正方体的平面展开图中，相对面的特点是之间一定相隔一个正方形，据此作答．

【解答】 解：正方体的平面展开图中，相对面的特点是之间一定相隔一个正方形，所以在此正方体上与“爱”字相对的面上的汉字是“湘”．

故选：C．

【点评】 此题主要考查了正方体相对两个面上的文字，注意正方体的空间图形，从相对面入手，分析及解答问题．

17. **【分析】** 根据平行四边形的性质（①平行四边形的对边平行且相等，②平行四边形的对角相等，③平行四边形的对角线互相平分）判断即可．

【解答】 解：A、∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴ $OA = OC$ （平行四边形的对角线互相平分），正确，不符合题意；

B、∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴ $\angle ABC = \angle ADC$ ，正确，不符合题意；

C、∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴ $CD = AB$ ，正确，不符合题意；

D、根据四边形 $ABCD$ 是平行四边形不能推出 $AC = BD$ ，错误，符合题意；

故选：D．

【点评】 本题考查了平行四边形的性质的应用，注意：平行四边形的性质是：①平行四边形的对边平行且相等，②平行四边形的对角相等，③平行四边形的对角线互相平分．

18. **【分析】** 由抛物线的开口方向判断 a 的符号，由抛物线与 y 轴的交点判断 c 的符号，然后根据对称轴及抛物线与 x 轴交点情况进行推理，进而对所得结论进行判断．

【解答】 解：∵ 抛物线的开口向上，

∴ $a > 0$ ，

∵ 与 y 轴的交点为在 y 轴的正半轴上，

∴ $c > 0$ ，

∴ $ac > 0$ ，故正确；

$\therefore$ 对称轴为 $0 < -\frac{b}{2a} < 1$,

$\therefore b < 0$, $-b < 2a$,

$2a+b > 0$, 故此选项正确,

则 $abc < 0$, 故此选项错误;

$\therefore$ 抛物线与 x 轴的交点可以看出,

当 $x = 1$ 时, $y < 0$,

$\therefore a+b+c < 0$, 故此选项错误;

$\therefore x = -2$ 时, $y = 4a - 2b + c > 0$,

$\therefore 4a - 2b + c > 0$, 故正确;

$\therefore$ 抛物线与 x 轴有两个交点,

$\therefore b^2 - 4ac > 0$, 故正确,

综上所述, 值大于 0 的个数为 4 个.

故选: C.

【点评】 此题主要考查了二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 系数符号由抛物线开口方向、对称轴、抛物线与 y 轴的交点、抛物线与 x 轴交点的个数确定.

三、解答题 (本大题共 8 小题, 共 78 分)

19. **【分析】** 直接利用零指数幂的性质以及特殊角的三角函数值分别化简得出答案.

【解答】 解: 原式 $= -1 + 1 - 2 \times \frac{1}{2} + 3$
 $= 2$.

【点评】 此题主要考查了实数运算, 正确化简各数是解题关键.

20. **【分析】** 先求出不等式组中每一个不等式的解集, 再求出它们的公共部分, 然后把不等式的解集表示在数轴上即可.

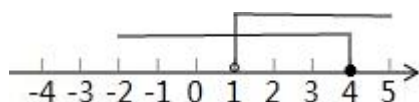
【解答】 解: $\begin{cases} 2(x-1) \leq x+2 & \text{①} \\ 5x-3 > 2x & \text{②} \end{cases}$,

解不等式①得 $x \leq 4$,

解不等式②得 $x > 1$,

故不等式的解集为 $1 < x \leq 4$.

把解集在数轴上表示出来为:



【点评】 本题考查了解一元一次不等式，在数轴上表示不等式的解集，主要考查学生的计算能力.

21. 【分析】 (1) 由 $AE \perp BD$, $CF \perp BD$, 根据垂直的定义得到 $\angle AEB = \angle DFC$, 和已知 $AE = CF$, $BF = DE$, 推出 $\triangle ABE \cong \triangle CDF$;

(2) 根据全等三角形的性质得到 $AB = CD$, $\angle ABE = \angle CDF$, 进一步推出 $AB \parallel CD$, 根据平行四边形的判定即可得到答案.

【解答】 解: (1) $\because AE \perp BD$, $CF \perp BD$,

$$\therefore \angle AEB = \angle DFC = 90^\circ,$$

在 $\triangle ABE$ 与 $\triangle CDF$ 中,

$$\begin{cases} AE=CF \\ \angle AEB=\angle DFC, \\ BF=DE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF \text{ (SAS)};$$

$$(2) \because \triangle ABE \cong \triangle CDF,$$

$$\therefore AB = CD, \angle ABE = \angle CDF,$$

$$\therefore AB \parallel CD,$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

【点评】 本题主要考查了对平行四边形的性质和判定, 垂线, 平行线的判定, 全等三角形的性质和判定等知识点的理解和掌握, 能证出 $AB = CD$ 和 $AB \parallel CD$ 是证此题的关键. 题型较好.

22. 【分析】 (1) 利用待定系数法即可解决问题;

(2) 写出在第一象限, 一次函数的图象在反比例函数的图象下方的自变量的取值范围即可;

【解答】 解: (1) $\because$ 反比例函数 $y_2 = \frac{2}{x}$ 的图象都经过点 $A(2, m)$.

$$\therefore m = 1,$$

$$\therefore A(2, 1),$$

把 $A(2, 1)$ 代入 $y_1 = x + b$, 得到 $b = -1$,

$\therefore$ 一次函数的解析式为 $y = x - 1$.

(2) 观察图象可知, 在第一象限内, 当 $0 < x < 2$, $y_1 < y_2$

【点评】 本题考查反比例函数与一次函数的交点问题等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，学会利用数形结合的思想解决问题.

23. 【分析】 (1) 根据题意和统计图中的数据可以解答本题；

(2) 根据统计图中的数据可以求得美术兴趣小组的人数，从而可以将统计图补充完整；

(3) 根据统计图中的数据可以求得该校选择“美术”的学生的人数.

【解答】 解：(1) 由题意可得，

本次调查的总人数为： $30 \div 30\% = 100$ ， $a = 20 \div 100 \times 100\% = 20\%$ ， $b = (100 - 20 - 30 - 10) \div 100 \times 100\% = 40\%$ ， $c = 10 \div 100 \times 100\% = 10\%$ ，

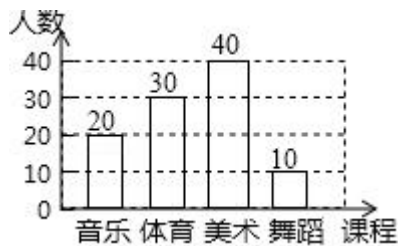
故答案为：100，20，40，10；

(2) 美术兴趣小组的人数为： $100 - 20 - 30 - 10 = 40$ ，

补全的条形统计图如右图所示；

(3) $1000 \times 40\% = 400$ ，

答：该校共有学生 1000 名，该校选择“美术”的学生有 400 人.



【点评】 本题考查条形统计图、用样本估计总体、频数（率）分布表，解答本题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件，利用数形结合的思想解答.

24. 【分析】 直接利用题意设创建小图书角 x 个，则创建大图书角 $(30 - x)$ 个，进而表示出总的用书量，即可得出等式求出答案.

【解答】 解：设创建小图书角 x 个，则创建大图书角 $(30 - x)$ 个，根据题意可得：

$$160x + (30 - x) \times (2 \times 160 - 80) = 5600,$$

解得： $x = 20$ ，

则 $30 - 20 = 10$ ，

答：创建小图书角 20 个，则创建大图书角 10 个.

【点评】 此题主要考查了一元一次方程的应用，正确得出等量关系是解题关键.

25. 【分析】 (1) 把 A 点坐标代入 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 + bx + \sqrt{3}$ 可得到 $b = -\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ，从而得到抛物线

解析式，然后解方程 $-\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 - \frac{2\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3} = 0$ 可确定 B 点坐标；

(2) 先确定 $C(0, \sqrt{3})$, 再利用两点间的距离公式分别计算 AC 、 BC 和 AB 的长, 然后利用勾股定理的逆定理判断 $\triangle ABC$ 为直角三角形, $\angle ACB = 90^\circ$;

(3) 先表示出 $AP = t$ ($0 \leq t \leq 2$), $BQ = t$, $BC = 2$, $BP = 4 - 2t$, 由于 $\angle QBP = \angle CBA$, 利用相似三角形的判定方法, 当 $\frac{BQ}{BC} = \frac{BP}{BA}$ 时, $\triangle BQP \sim \triangle BCA$, 即 $\frac{t}{2} = \frac{4-2t}{4}$; 当 $\frac{BQ}{BA} = \frac{BP}{BC}$, $\triangle BQP \sim \triangle BAC$, 即 $\frac{t}{4} = \frac{4-2t}{2}$, 然后分别解关于 t 的方程即可.

【解答】 解: (1) 把 $A(-3, 0)$ 代入 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 + bx + \sqrt{3}$ 得 $-\frac{\sqrt{3}}{3} \times 9 - 3b + \sqrt{3} = 0$, 解得 $b = -\frac{2\sqrt{3}}{3}$,

$\therefore$ 抛物线解析式为 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 - \frac{2\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}$,

当 $y = 0$ 时, $-\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 - \frac{2\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3} = 0$, 解得 $x_1 = -3$, $x_2 = 1$,

$\therefore B$ 点坐标为 $(1, 0)$;

(2) $\triangle ABC$ 为直角三角形.

理由如下:

当 $x = 0$ 时, $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 - \frac{2\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3} = \sqrt{3}$, 则 $C(0, \sqrt{3})$,

$\therefore AC^2 = 3^2 + (\sqrt{3})^2 = 12$, $BC^2 = 1^2 + (\sqrt{3})^2 = 4$, $AB^2 = 16$,

$\therefore AC^2 + BC^2 = AB^2$,

$\therefore \triangle ABC$ 为直角三角形, $\angle ACB = 90^\circ$;

(3) $AP = t$ ($0 \leq t \leq 2$), $BQ = t$, $BC = 2$, $BP = 4 - 2t$,

$\therefore \angle QBP = \angle CBA$,

$\therefore$ 当 $\frac{BQ}{BC} = \frac{BP}{BA}$ 时, $\triangle BQP \sim \triangle BCA$,

即 $\frac{t}{2} = \frac{4-2t}{4}$, 解得 $t = 1$;

当 $\frac{BQ}{BA} = \frac{BP}{BC}$, $\triangle BQP \sim \triangle BAC$,

即 $\frac{t}{4} = \frac{4-2t}{2}$, 解得 $t = \frac{8}{5}$,

综上所述, t 的值为 1 或 $\frac{8}{5}$ 时, $\triangle PBQ$ 与 $\triangle ABC$ 相似.

【点评】 本题考查了二次函数的综合题: 熟练掌握二次函数图象上点的坐标特征、相似三角形的判定方法和勾股定理的逆定理; 会通过解一元二次方程求抛物线与 x 轴的交点坐标; 理解坐标与图形性质, 记住两点间的距离公式.

26. 【分析】(1) 由切线得: $OC \perp PC$, 再得平行, 由同圆的半径相等: $OA = OC$, 根据等边对等角可得结论;

(2) 证明 $\angle PFC = \angle PCF$, 根据等角对等边可得结论;

(3) 根据三角函数的比设未知数, 利用勾股定理列方程可得结论.

【解答】(1) 证明: $\because PC$ 为 $\odot O$ 的切线,

$$\therefore OC \perp PC,$$

$$\because AD \perp PC,$$

$$\therefore AD \parallel OC,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle ACO,$$

$$\because OA = OC,$$

$$\therefore \angle OAC = \angle ACO,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle OAC,$$

$$\therefore AC \text{ 平分 } \angle DAB;$$

(2) 证明: $\because CE$ 平分 $\angle ACB$,

$$\therefore \angle ACE = \angle BCE,$$

$$\therefore \widehat{AE} = \widehat{BE},$$

$$\therefore \angle ABE = \angle ECB,$$

$$\because \angle BCP + \angle OCB = \angle BCP + \angle OBC = \angle BAC + \angle OBC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BCP = \angle BAC,$$

$$\because \angle BAC = \angle BEC,$$

$$\therefore \angle BCP = \angle BEC,$$

$$\because \angle PFC = \angle BEC + \angle ABE,$$

$$\angle PCF = \angle ECB + \angle BCP,$$

$$\therefore \angle PFC = \angle PCF,$$

$$\therefore PC = PF;$$

(3) 解: $\because \widehat{AE} = \widehat{BE}$,

$$\therefore AE = BE = 5\sqrt{2},$$

又 $\because AB$ 是直径,

$$\therefore \angle AEB = 90^\circ,$$

$$AB = \sqrt{2}BE = 10,$$

$$\therefore OB = OC = 5,$$

$$\because \angle PCB = \angle PAC, \angle P = \angle P,$$

$$\therefore \triangle PCB \sim \triangle PAC,$$

$$\therefore \frac{PB}{PC} = \frac{BC}{AC},$$

$$\because \tan \angle ABC = \frac{3}{2} = \frac{AC}{BC},$$

$$\therefore \frac{PB}{PC} = \frac{2}{3},$$

设 $PB = 2x$, 则 $PC = 3x$,

$$\text{在 Rt}\triangle POC \text{ 中, } (2x+5)^2 = (3x)^2 + 5^2,$$

$$\text{解得 } x_1 = 0 \text{ (舍)}, x_2 = 4,$$

$$\because x > 0,$$

$$\therefore x = 4,$$

$$\therefore PC = 3x = 3 \times 4 = 12.$$

【点评】 本题考查了圆的切线性质, 及解直角三角形的知识. 运用切线的性质来进行计算或论证, 常通过三角函数的比设未知数, 表示线段的长, 利用垂直构造直角三角形, 根据勾股定理列方程解决有关问题.