

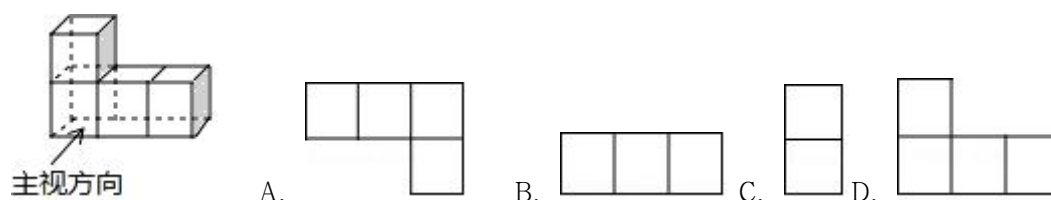
2017 年湖南省湘潭市中考数学试卷

一、选择题 (共 8 小题, 每小题 3 分, 满分 24 分)

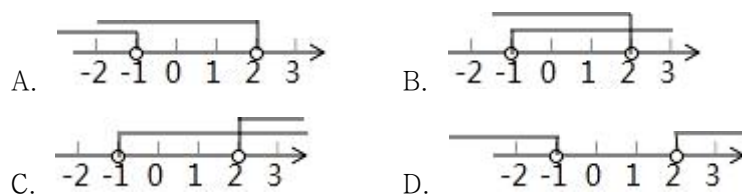
1. (3 分) 2017 的倒数是 ()

- A. $\frac{1}{2017}$ B. $-\frac{1}{2017}$ C. 2017 D. -2017

2. (3 分) 如图所示的几何体的主视图是 ()



3. (3 分) 不等式组 $\begin{cases} x < 2 \\ x > -1 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示为 ()



4. (3 分) 下列计算正确的是 ()

- A. $3a - 2a = a$ B. $\sqrt{2} + \sqrt{5} = \sqrt{7}$ C. $(2a)^3 = 2a^3$ D. $a^6 \div a^3 = a^2$

5. (3 分) “莲城读书月”活动结束后, 对八年级 (三) 班 45 人所阅读书籍数量情况的统计结果如下表所示:

阅读数量	1 本	2 本	3 本	3 本以上
人数 (人)	10	18	13	4

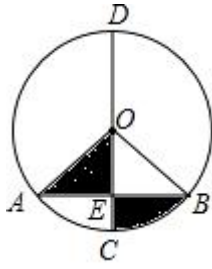
根据统计结果, 阅读 2 本书籍的人数最多, 这个数据 2 是 ()

- A. 平均数 B. 中位数 C. 众数 D. 方差

6. (3 分) 函数 $y = \sqrt{x + 2}$ 中, 自变量 x 的取值范围是 ()

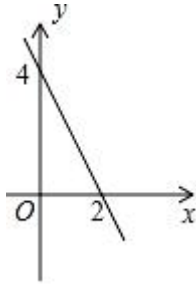
- A. $x \geq -2$ B. $x < -2$ C. $x \geq 0$ D. $x \neq -2$

7. (3 分) 如图, 在半径为 4 的 $\odot O$ 中, CD 是直径, AB 是弦, 且 $CD \perp AB$, 垂足为点 E , $\angle AOB = 90^\circ$, 则阴影部分的面积是 ()



- A. $4\pi - 4$ B. $2\pi - 4$ C. 4π D. 2π

8. (3分) 一次函数 $y=ax+b$ 的图象如图所示, 则不等式 $ax+b \geq 0$ 的解集是 ()



- A. $x \geq 2$ B. $x \leq 2$ C. $x \geq 4$ D. $x \leq 4$

二、填空题 (共 8 小题, 每小题 3 分, 满分 24 分)

9. (3分) 分解因式: $m^2 - n^2 =$ _____.

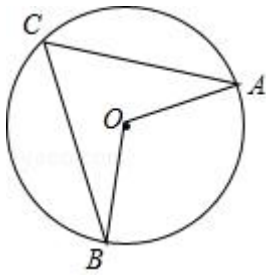
10. (3分) 截止 2016 年底, 到韶山观看大型实景剧《中国出了个毛泽东》的观众约为 925000 人次, 将 925000 用科学记数法表示为_____.

11. (3分) 计算: $\frac{a-1}{a+2} + \frac{3}{a+2} =$ _____.

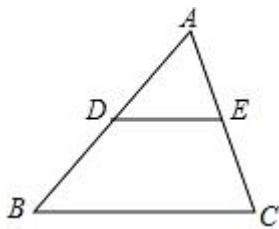
12. (3分) 某同学家长应邀参加孩子就读中学的开放日活动, 他打算上午随机听一节孩子所在 1 班的课, 下表是他拿到的当天上午 1 班的课表, 如果每一节课被听的机会均等, 那么他听数学课的概率是_____.

班级节次	1 班
第 1 节	语文
第 2 节	英语
第 3 节	数学
第 4 节	音乐

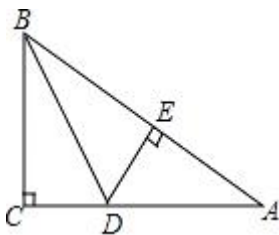
13. (3分) 如图, 在 $\odot O$ 中, 已知 $\angle AOB = 120^\circ$, 则 $\angle ACB =$ _____.



14. (3分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D、E 分别是边 AB、AC 的中点, 则 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 的面积比 $S_{\triangle ADE} : S_{\triangle ABC} =$ _____.



15. (3分) 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, BD 平分 $\angle ABC$ 交 AC 于点 D, DE 垂直平分 AB, 垂足为 E 点, 请任意写出一组相等的线段_____.



16. (3分) 阅读材料: 设 $\vec{a} = (x_1, y_1)$, $\vec{b} = (x_2, y_2)$, $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 则 $x_1 \cdot y_2 = x_2 \cdot y_1$. 根据该材料填空: 已知 $\vec{a} = (2, 3)$, $\vec{b} = (4, m)$, 且 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 则 $m =$ _____.

三、解答题 (本大题共 10 小题, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 请将解答过程写在答题卡相应位置上, 满分 72 分)

17. (6分) 计算: $| -2 | + (5 - \pi)^0 - \sqrt{2} \sin 45^\circ$.

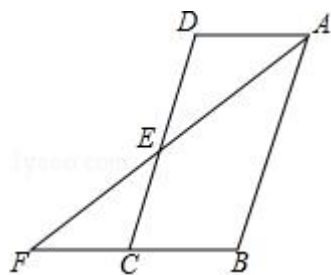
18. (6分) “鸡兔同笼”是我国古代著名的数学趣题之一. 大约在 1500 年前成书的《孙子算经》中, 就有关于“鸡兔同笼”的记载: “今有雉兔同笼, 上有三十五头, 下有九十四足, 问雉兔各几何?” 这四句话的意思是: 有若干只鸡兔关在一个笼子里, 从上面数, 有 35 个头; 从下面数, 有 94 条腿. 问笼中各有几只鸡和兔?

19. (6分) 从 -2 , 1 , 3 这三个数中任取两个不同的数, 作为点的坐标.

- (1) 写出该点所有可能的坐标;
- (2) 求该点在第一象限的概率.

20. (6分) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $DE=CE$, 连接 AE 并延长交 BC 的延长线于点 F .

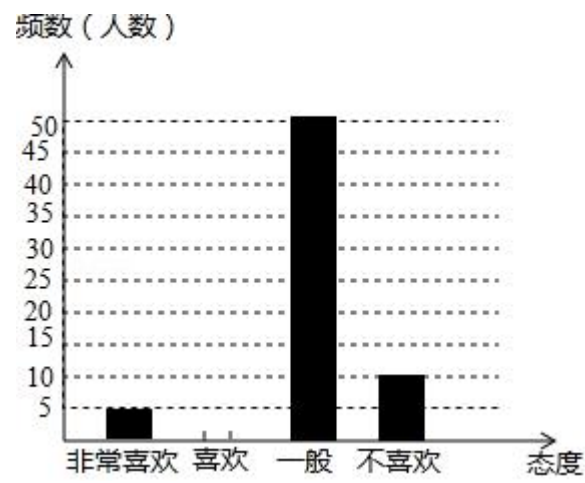
- (1) 求证: $\triangle ADE \cong \triangle FCE$;
- (2) 若 $AB=2BC$, $\angle F=36^\circ$. 求 $\angle B$ 的度数.



21. (6分) 为响应习总书记足球进校园的号召，某学校积极开展与足球有关的宣传与实践活 动. 学生会体育部为了解本学校对足球运动的态度，随机抽取了部分学生进行调查，并绘制了如下的统计图表（部分信息未给出）.

态度	频数（人数）	频率
非常喜欢	5	0.05
喜欢		0.35
一般	50	n
不喜欢	10	
合计	m	1

- (1) 在上面的统计表中 $m=$ _____, $n=$ _____.
- (2) 请你将条形统计图补充完整;
- (3) 该校共有学生 1200 人，根据统计信息，估计爱好足球运动（包括喜欢和非常喜欢）的学生有多少人？



22. (6分) 由多项式乘法: $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$, 将该式从右到左使用, 即可得到“十字相乘法”进行因式分解的公式: $x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$

示例: 分解因式: $x^2 + 5x + 6 = x^2 + (2+3)x + 2 \times 3 = (x+2)(x+3)$

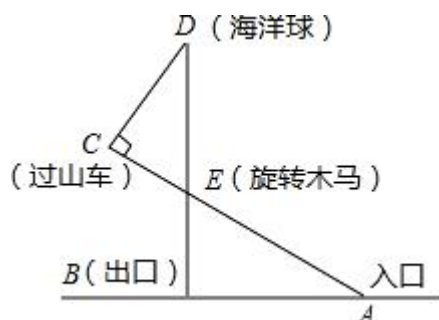
(1) 尝试: 分解因式: $x^2 + 6x + 8 = (x + \underline{\quad\quad}) (x + \underline{\quad\quad})$;

(2) 应用: 请用上述方法解方程: $x^2 - 3x - 4 = 0$.

23. (8分) 某游乐场部分平面图如图所示, C、E、A在同一直线上, D、E、B在同一直线上, 测得A处与E处的距离为80米, C处与D处的距离为34米, $\angle C = 90^\circ$, $\angle BAE = 30^\circ$. ($\sqrt{2} \approx 1.4$, $\sqrt{3} \approx 1.7$)

(1) 求旋转木马E处到出口B处的距离;

(2) 求海洋球D处到出口B处的距离 (结果保留整数).



24. (8分) 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象过点 A (3, 1).

(1) 求反比例函数的解析式;

(2) 若一次函数 $y = ax + 6$ ($a \neq 0$) 的图象与反比例函数的图象只有一个交点, 求一次函数的解析式.

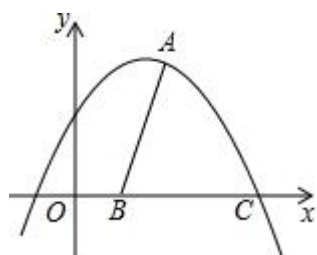
25. (10 分) 已知抛物线的解析式为 $y = -\frac{1}{20}x^2 + bx + 5$.

(1) 当自变量 $x \geq 2$ 时, 函数值 y 随 x 的增大而减少, 求 b 的取值范围;

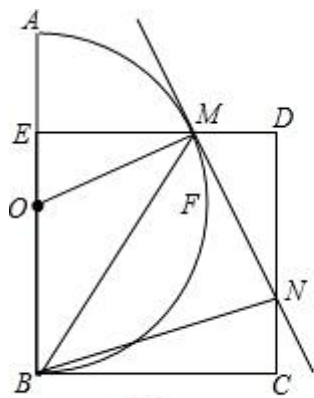
(2) 如图, 若抛物线的图象经过点 $A(2, 5)$, 与 x 轴交于点 C , 抛物线的对称轴与 x 轴交于 B .

①求抛物线的解析式;

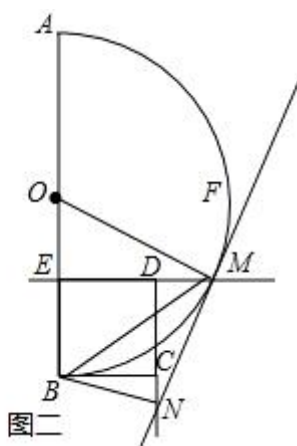
②在抛物线上是否存在点 P , 使得 $\angle PAB = \angle ABC$? 若存在, 求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



26. (10 分) 如图, 动点 M 在以 O 为圆心, AB 为直径的半圆弧上运动 (点 M 不与点 A 、 B 及 $\widehat{AB}$ 的中点 F 重合), 连接 OM . 过点 M 作 $ME \perp AB$ 于点 E , 以 BE 为边在半圆同侧作正方形 $BCDE$, 过点 M 作 $\odot O$ 的切线交射线 DC 于点 N , 连接 BM 、 BN .



图一



图二

(1) 探究: 如图一, 当动点 M 在 $\widehat{AF}$ 上运动时;

①判断 $\triangle OEM \sim \triangle MDN$ 是否成立? 请说明理由;

②设 $\frac{ME+NC}{MN} = k$, k 是否为定值? 若是, 求出该定值, 若不是, 请说明理由;

③设 $\angle MBN = \alpha$, α 是否为定值? 若是, 求出该定值, 若不是, 请说明理由;

(2) 拓展: 如图二, 当动点 M 在 $\widehat{FB}$ 上运动时;

分别判断 (1) 中的三个结论是否保持不变? 如有变化, 请直接写出正确的结论. (均不必说明理由)

2017 年湖南省湘潭市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 8 小题，每小题 3 分，满分 24 分）

1. (3 分) (2017•湘潭) 2017 的倒数是 ()

- A. $\frac{1}{2017}$ B. $-\frac{1}{2017}$ C. 2017 D. -2017

【考点】17：倒数.

【分析】依据倒数的定义求解即可.

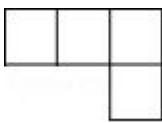
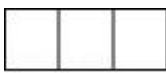
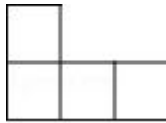
【解答】解：2017 的倒数是 $\frac{1}{2017}$

故选：A.

【点评】本题主要考查的是倒数的定义，熟练掌握倒数的定义是解题的关键.

2. (3 分) (2017•湘潭) 如图所示的几何体的主视图是 ()



- A.  B.  C.  D. 

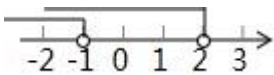
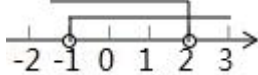
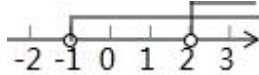
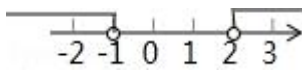
【考点】U2：简单组合体的三视图.

【分析】根据从正面看得到的图形是主视图，可得答案.

【解答】解：从正面看第一层是三个小正方形，第二层左边一个小正方形，
故选：D.

【点评】本题考查了简单组合体的三视图，从正面看得到的图形是主视图.

3. (3 分) (2017•湘潭) 不等式组 $\begin{cases} x < 2 \\ x > -1 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示为 ()

- A.  B.  C. 
- D. 

【考点】C4：在数轴上表示不等式的解集.

【分析】根据在数轴上表示不等式解集的方法进行解答即可.

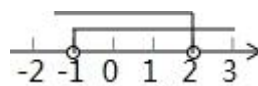
【解答】解： $\because x > -1$,

$\therefore$ 在 -1 处是空心圆点且折线向右，

$\because x < 2$,

∴在 2 处是空心圆点且折线向左,

不等式组 $\begin{cases} x < 2 \\ x > -1 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示在数轴上表示为:



故选 B.

【点评】 本题考查的是在数轴上表示不等式的解集, 熟知小于向左, 大于向右是解答此题的关键.

4. (3 分) (2017•湘潭) 下列计算正确的是 ()

A. $3a - 2a = a$ B. $\sqrt{2} + \sqrt{5} = \sqrt{7}$ C. $(2a)^3 = 2a^3$ D. $a^6 \div a^3 = a^2$

【考点】 48: 同底数幂的除法; 22: 算术平方根; 35: 合并同类项; 47: 幂的乘方与积的乘方.

【分析】 分别根据合并同类项的法则、同底数幂的除法法则及幂的乘方与积的乘方法则对各选项进行逐一判断即可.

【解答】 解: A、 $3a - 2a = a$, 故本选项正确;

B、 $\sqrt{2}$ 与 $\sqrt{5}$ 不是同类项, 不能合并, 故本选项错误;

C、 $(2a)^3 = 8a^3 \neq 2a^3$, 故本选项错误;

D、 $a^6 \div a^3 = a^3 \neq a^2$, 故本选项错误.

故选 A.

【点评】 本题考查的是同底数幂的除法法则, 熟知合并同类项的法则、同底数幂的除法法则及幂的乘方与积的乘方法则是解答此题的关键.

5. (3 分) (2017•湘潭) “莲城读书月”活动结束后, 对八年级 (三) 班 45 人所阅读书籍数量情况的统计结果如下表所示:

阅读数量	1 本	2 本	3 本	3 本以上
人数 (人)	10	18	13	4

根据统计结果, 阅读 2 本书籍的人数最多, 这个数据 2 是 ()

A. 平均数 B. 中位数 C. 众数 D. 方差

【考点】 W7: 方差; W2: 加权平均数; W4: 中位数; W5: 众数.

【分析】 一组数据中出现次数最多的数据叫做众数, 由此即可判定 2 是众数

【解答】 解: 由题意 2 出现的次数最多, 故 2 是众数.

故选 C

【点评】 本题考查众数、平均数、中位数、方差等知识、解题的关键是熟练掌握这些基本概念, 一组数据中出现次数最多的数据叫做众数, 属于中考常考题型.

6. (3 分) (2017•湘潭) 函数 $y = \sqrt{x + 2}$ 中, 自变量 x 的取值范围是 ()

A. $x \geq -2$ B. $x < -2$ C. $x \geq 0$ D. $x \neq -2$

【考点】 E4: 函数自变量的取值范围.

【分析】 根据自变量的取值范围, 函数关系中主要有二次根式. 根据二次根式的意义, 被开方数是非负数.

【解答】 解: 根据题意得: $x + 2 \geq 0$,

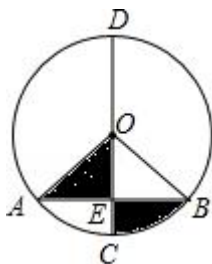
解得 $x \geq -2$.

故选 A.

【点评】本题考查了函数自变量的取值范围问题，解题的关键是函数自变量的范围一般从三个方面考虑：

- (1) 当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数；
- (2) 当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为 0；
- (3) 当函数表达式是二次根式时，被开方数为非负数.

7. (3 分) (2017•湘潭) 如图，在半径为 4 的 $\odot O$ 中， CD 是直径， AB 是弦，且 $CD \perp AB$ ，垂足为点 E ， $\angle AOB = 90^\circ$ ，则阴影部分的面积是 ()



- A. $4\pi - 4$ B. $2\pi - 4$ C. 4π D. 2π

【考点】MO：扇形面积的计算；M2：垂径定理.

【分析】首先证明 $S_{\triangle AOE} = S_{\triangle OEB}$ ，可得 $S_{\text{阴}} = S_{\text{扇形 OBC}}$ ，由此即可解决问题.

【解答】解： $\because CD$ 是直径， $CD \perp AB$ ， $\angle AOB = 90^\circ$

$\therefore AE = EB$ ， $\angle AOE = \angle BOC = 45^\circ$ ，

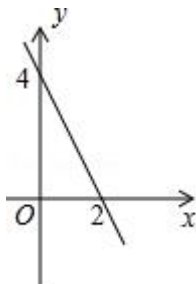
$\therefore S_{\triangle AOE} = S_{\triangle OEB}$ ，

$\therefore S_{\text{阴}} = S_{\text{扇形 OBC}} = \frac{45 \cdot \pi \cdot 4^2}{360} = 2\pi$ ，

故选 D.

【点评】本题考查扇形的面积等计算、垂径定理等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，学会把不规则图形转化为规则图形，属于中考常考题型.

8. (3 分) (2017•湘潭) 一次函数 $y = ax + b$ 的图象如图所示，则不等式 $ax + b \geq 0$ 的解集是 ()



- A. $x \geq 2$ B. $x \leq 2$ C. $x \geq 4$ D. $x \leq 4$

【考点】FD：一次函数与一元一次不等式.

【专题】31：数形结合.

【分析】利用函数图象，写出函数图象不在 x 轴下方所对应的自变量的范围即可.

【解答】解：不等式 $ax + b \geq 0$ 的解集为 $x \leq 2$.

故选 B.

【点评】本题考查了一次函数与一元一次不等式：从函数的角度看，就是寻求使一次函数 $y = kx + b$ 的值大于（或小于）0 的自变量 x 的取值范围；从函数图象的角度看，就是确定直线 $y = kx + b$ 在 x 轴上（或下）方部分所有的点的横坐标所构成的集合.

二、填空题（共 8 小题，每小题 3 分，满分 24 分）

9. (3 分) (2017•湘潭) 分解因式: $m^2 - n^2 = \underline{(m+n)(m-n)}$.

【考点】54: 因式分解 - 运用公式法.

【专题】44 : 因式分解.

【分析】运用 $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ 分解即可.

【解答】解: 原式 $= (m+n)(m-n)$,

故答案为 $(m+n)(m-n)$.

【点评】考查因式分解的知识; 若只有两项, 又没有公因式, 应考虑用平方差公式分解.

10. (3 分) (2017•湘潭) 截止 2016 年底, 到韶山观看大型实景剧《中国出了个毛泽东》的观众约为 925000 人次, 将 925000 用科学记数法表示为 $\underline{9.25 \times 10^5}$.

【考点】11: 科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值大于 10 时, n 是正数; 当原数的绝对值小于 1 时, n 是负数.

【解答】解: 将 925000 用科学记数法表示为: 9.25×10^5 .

故答案为: 9.25×10^5 .

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

11. (3 分) (2017•湘潭) 计算: $\frac{a-1}{a+2} + \frac{3}{a+2} = \underline{1}$.

【考点】6B: 分式的加减法.

【分析】根据分式的加法法则计算即可得.

【解答】解: 原式 $= \frac{a-1+3}{a+2} = \frac{a+2}{a+2} = 1$,

故答案为: 1.

【点评】本题主要考查分式的加减法, 熟练掌握分式的加减法则是解题的关键.

12. (3 分) (2017•湘潭) 某同学家长应邀参加孩子就读中学的开放日活动, 他打算上午随机听一节孩子所在 1 班的课, 下表是他拿到的当天上午 1 班的课表, 如果每一节课被听的机会均等, 那么他听数学课的概率是 $\underline{\frac{1}{4}}$.

班级	1 班
节次	
第 1 节	语文
第 2 节	英语
第 3 节	数学
第 4 节	音乐

【考点】X4: 概率公式.

【分析】根据概率公式可得答案.

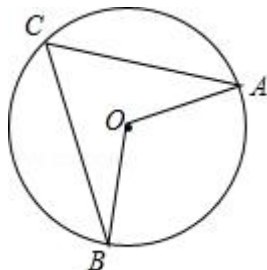
【解答】解: 由表可知, 当天上午 1 班的课表中听一节课有 4 种等可能结果, 其中听数学课的有 1 种可能,

∴听数学课的可能性概率是 $\frac{1}{4}$.

故答案是： $\frac{1}{4}$.

【点评】 本题考查的可能性的的大小. 用到的知识点为： 概率=所求情况数与总情况数之比.

13. (3分) (2017•湘潭) 如图, 在 $\odot O$ 中, 已知 $\angle AOB=120^\circ$, 则 $\angle ACB=$ 60° .



【考点】 M5: 圆周角定理.

【分析】 根据 $\angle AOB$ 的度数利用圆周角定理, 即可得出 $\angle ACB$ 的度数.

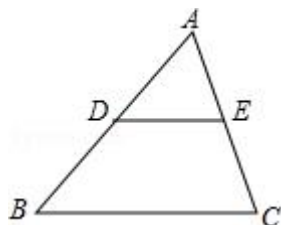
【解答】 解: $\because \angle AOB=120^\circ$, 点 C 在 $\odot O$ 上,

$$\therefore \angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB = 60^\circ.$$

故答案为: 60° .

【点评】 本题考查了圆周角定理, 牢记“在同圆或等圆中, 同弧或等弧所对的圆周角相等, 都等于这条弧所对的圆心角的一半” 是解题的关键.

14. (3分) (2017•湘潭) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D、E 分别是边 AB、AC 的中点, 则 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 的面积比 $S_{\triangle ADE} : S_{\triangle ABC} =$ $1: 4$.



【考点】 S9: 相似三角形的判定与性质; KX: 三角形中位线定理.

【分析】 根据三角形中位线定理得到 $DE \parallel BC$, $DE = \frac{1}{2}BC$, 得到 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$, 根据相似三角形的性质计算即可.

【解答】 解: $\because$ D、E 分别是边 AB、AC 的中点,

$$\therefore DE \parallel BC, DE = \frac{1}{2}BC,$$

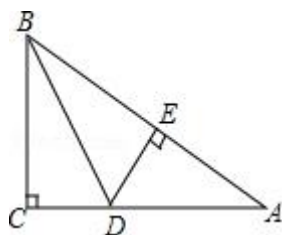
$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore S_{\triangle ADE} : S_{\triangle ABC} = \left(\frac{DE}{BC}\right)^2 = \frac{1}{4},$$

故答案为: $1: 4$.

【点评】 本题考查的是相似三角形的性质、三角形中位线定理的应用, 掌握相似三角形的面积比等于相似比的平方是解题的关键.

15. (3分) (2017•湘潭) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, BD 平分 $\angle ABC$ 交 AC 于点 D , DE 垂直平分 AB , 垂足为 E 点, 请任意写出一组相等的线段 $BE=EA$.



【考点】KG: 线段垂直平分线的性质; KF: 角平分线的性质.

【分析】根据线段的垂直平分线的性质解答即可.

【解答】解: $\because DE$ 垂直平分 AB ,

$\therefore BE=EA$,

故答案为: $BE=EA$.

【点评】本题考查的是线段的垂直平分线的性质, 掌握线段的垂直平分线上的点到线段的两个端点的距离相等是解题的关键.

16. (3分) (2017•湘潭) 阅读材料: 设 $\vec{a} = (x_1, y_1)$, $\vec{b} = (x_2, y_2)$, $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 则 $x_1 \cdot y_2 = x_2 \cdot y_1$. 根

据该材料填空: 已知 $\vec{a} = (2, 3)$, $\vec{b} = (4, m)$, 且 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 则 $m = \underline{6}$.

【考点】D5: 坐标与图形性质.

【专题】23: 新定义.

【分析】由题意设 $\vec{a} = (x_1, y_1)$, $\vec{b} = (x_2, y_2)$, $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 则 $x_1 \cdot y_2 = x_2 \cdot y_1$, 由此列出方程即可解决问题.

【解答】解: 由题意: $\because \vec{a} = (2, 3)$, $\vec{b} = (4, m)$, 且 $\vec{a} \parallel \vec{b}$,

$\therefore 2m=12$,

$\therefore m=6$,

故答案为 6.

【点评】本题考查坐标与图形的性质, 解题的关键是理解题意, 学会构建方程解决问题, 属于基础题.

三、解答题 (本大题共 10 小题, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 请将解答过程写在答题卡相应位置上, 满分 72 分)

17. (6分) (2017•湘潭) 计算: $| -2 | + (5 - \pi)^0 - \sqrt{2} \sin 45^\circ$.

【考点】2C: 实数的运算; 6E: 零指数幂; T5: 特殊角的三角函数值.

【分析】直接利用绝对值的性质以及零指数幂的性质和二次根式的性质分别化简求出答案.

【解答】解: 原式 $= 2 + 1 - \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}$

$= 2$.

【点评】本题主要考查了实数的综合运算能力, 是各地中考题中常见的计算题型. 解决此类题目的关键是熟练掌握零指数幂、二次根式、绝对值等考点的运算.

18. (6分) (2017•湘潭) “鸡兔同笼”是我国古代著名的数学趣题之一. 大约在 1500 年前成书的《孙子算经》中, 就有关于“鸡兔同笼”的记载: “今有雉兔同笼, 上有三十五头, 下有九十四足, 问雉兔各几何?” 这四句话的意思是: 有若干只鸡兔关在一个笼子里, 从上面数, 有 35 个头; 从下面数, 有 94 条腿. 问笼中各有几只鸡和兔?

【考点】9A: 二元一次方程组的应用.

【分析】本题可设鸡有 x 只, 兔有 y 只, 因“今有雉(鸡)兔同笼, 上有三十五头, 下有九十四足.”, 所以有 $\begin{cases} x + y = 35 \\ 2x + 4y = 94 \end{cases}$, 解之得鸡的只数, 兔的只数.

【解答】解: 设鸡有 x 只, 兔有 y 只, 根据题意得

$$\text{有} \begin{cases} x + y = 35 \\ 2x + 4y = 94 \end{cases}$$

$$\text{解之, 得} \begin{cases} x = 23 \\ y = 12 \end{cases}$$

即有鸡 23 只, 兔 12 只.

【点评】本题考查了二元一次方程组的应用. 注意: 每只兔子有 4 只足, 每只鸡有 2 只足. 解题关键是弄清题意, 合适的等量关系, 列出方程组.

19. (6分) (2017•湘潭) 从 $-2, 1, 3$ 这三个数中任取两个不同的数, 作为点的坐标.

(1) 写出该点所有可能的坐标;

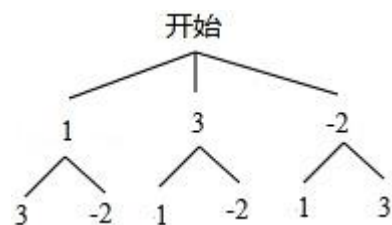
(2) 求该点在第一象限的概率.

【考点】X6: 列表法与树状图法; D1: 点的坐标.

【分析】(1) 首先根据题意画出树状图, 然后由树状图可得所有等可能的结果;

(2) 由 (1) 得出点刚好落在第一象限的情况, 由概率公式即可求出问题答案.

【解答】解: (1) 画树状图得:



$\therefore$ 所有可能的坐标为 $(1, 3)$ 、 $(1, -2)$ 、 $(3, 1)$ 、 $(3, -2)$ 、 $(-2, 1)$ 、 $(-2, 3)$;

(2) $\therefore$ 共有 6 种等可能的结果, 其中 $(1, 3)$, $(3, 1)$ 点落在第一象限,

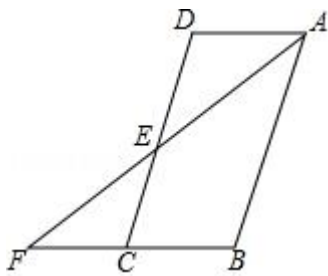
$\therefore$ 点刚好落在第一象限的概率 $= \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

【点评】本题考查的是用列表法或画树状图法求概率. 列表法或画树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果, 列表法适合于两步完成的事件, 树状图法适合两步或两步以上完成的事件, 熟记各象限内点的符号特点是解题关键.

20. (6分) (2017•湘潭) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $DE=CE$, 连接 AE 并延长交 BC 的延长线于点 F .

(1) 求证: $\triangle ADE \cong \triangle FCE$;

(2) 若 $AB=2BC$, $\angle F=36^\circ$. 求 $\angle B$ 的度数.



【考点】L5: 平行四边形的性质；KD: 全等三角形的判定与性质.

【分析】(1) 利用平行四边形的性质得出 $AD \parallel BC$, $AD=BC$, 证出 $\angle D = \angle ECF$, 由 ASA 即可证出 $\triangle ADE \cong \triangle FCE$;

(2) 证出 $AB=FB$, 由等腰三角形的性质和三角形内角和定理即可得出答案.

【解答】(1) 证明: $\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形,
 $\therefore AD \parallel BC$, $AD=BC$,
 $\therefore \angle D = \angle ECF$,

$$\angle D = \angle ECF$$

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle FCE$ 中, $\begin{cases} DE = CE \\ \angle AED = \angle FEC \end{cases}$,

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle FCE$ (ASA);

(2) 解: $\because \triangle ADE \cong \triangle FCE$,

$\therefore AD=FC$,

$\because AD=BC$, $AB=2BC$,

$\therefore AB=FB$,

$\therefore \angle BAF = \angle F = 36^\circ$,

$\therefore \angle B = 180^\circ - 2 \times 36^\circ = 108^\circ$.

【点评】此题主要考查了平行四边形的性质, 全等三角形的判定与性质, 等腰三角形的性质、三角形内角和定理; 熟练掌握平行四边形的性质, 证明三角形全等是解决问题的关键.

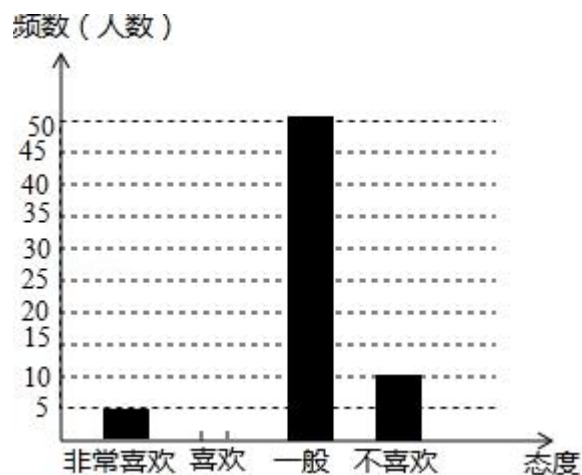
21. (6 分) (2017•湘潭) 为响应习总书记足球进校园的号召, 某学校积极开展与足球有关的宣传与实践活动. 学生会体育部为了解本学校对足球运动的态度, 随机抽取了部分学生进行调查, 并绘制了如下的统计图表 (部分信息未给出).

态度	频数 (人数)	频率
非常喜欢	5	0.05
喜欢		0.35
一般	50	n
不喜欢	10	
合计	m	1

(1) 在上面的统计表中 $m=100$, $n=0.5$.

(2) 请你将条形统计图补充完整;

(3) 该校共有学生 1200 人, 根据统计信息, 估计爱好足球运动 (包括喜欢和非常喜欢) 的学生有多少人?



【考点】 VC: 条形统计图; V5: 用样本估计总体; V7: 频数 (率) 分布表.

【分析】 (1) 根据频数的定义, 即可判断;
 (2) 条形图如图所示;
 (3) 用样本估计总体的思想, 即可解决问题.

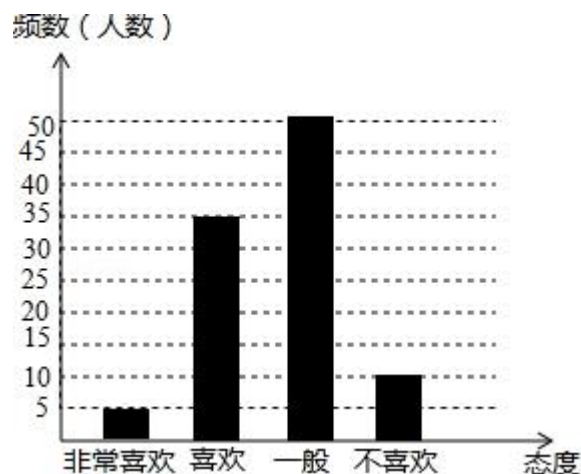
【解答】 解: (1) 由题意抽取的总人数为 m 人.

由题意 $\frac{5}{m} = 0.05$, 解得 $m = 100$,

$$n = \frac{50}{100} = 0.5,$$

故答案为 100, 0.5

(2) 喜欢的人数为 $100 \times 0.35 = 35$, 条形图如图所示,



(3) $1200 \times (0.05 + 0.35) = 480$ 人

答: 计爱好足球运动 (包括喜欢和非常喜欢) 的学生约为 480 人.

【点评】 本题考查条形统计图、频数分布表、样本估计总体等知识, 解题的关键是灵活运用所学知识解决问题, 属于中考常考题型.

22. (6 分) (2017•湘潭) 由多项式乘法: $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$, 将该式从右到左

使用，即可得到“十字相乘法”进行因式分解的公式： $x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$

示例：分解因式： $x^2 + 5x + 6 = x^2 + (2+3)x + 2 \times 3 = (x+2)(x+3)$

(1) 尝试：分解因式： $x^2 + 6x + 8 = (x + \underline{2})(x + \underline{4})$ ；

(2) 应用：请用上述方法解方程： $x^2 - 3x - 4 = 0$ 。

【考点】A8：解一元二次方程－因式分解法；57：因式分解－十字相乘法等。

【分析】(1) 类比题干因式分解方法求解可得；

(2) 利用十字相乘法将左边因式分解后求解可得。

【解答】解：(1) $x^2 + 6x + 8 = x^2 + (2+4)x + 2 \times 4 = (x+2)(x+4)$ ，

故答案为：2，4；

(2) $\because x^2 - 3x - 4 = 0$ ，

$\therefore (x+1)(x-4) = 0$ ，

则 $x+1=0$ 或 $x-4=0$ ，

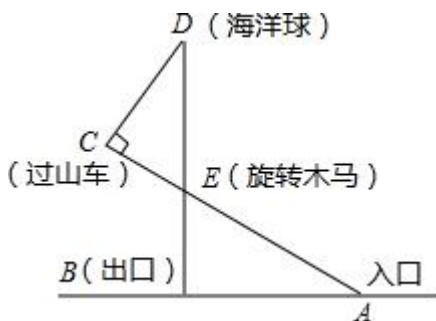
解得： $x=-1$ 或 $x=4$ 。

【点评】本题主要考查解一元二次方程的能力，熟练掌握解一元二次方程的几种常用方法：直接开平方法、因式分解法、公式法、配方法，结合方程的特点选择合适、简便的方法是解题的关键。

23. (8分) (2017•湘潭) 某游乐场部分平面图如图所示，C、E、A在同一直线上，D、E、B在同一直线上，测得A处与E处的距离为80米，C处与D处的距离为34米， $\angle C=90^\circ$ ， $\angle BAE=30^\circ$ 。（ $\sqrt{2} \approx 1.4$ ， $\sqrt{3} \approx 1.7$ ）

(1) 求旋转木马E处到出口B处的距离；

(2) 求海洋球D处到出口B处的距离（结果保留整数）。



【考点】R2：旋转的性质。

【分析】(1) 在 $Rt\triangle ABE$ 中，利用三角函数即可直接求得 BE 的长；

(2) 在 $Rt\triangle CDE$ 中，利用三角函数求得 DE 的长，然后利用 $DB=DE+EB$ 求解。

【解答】解：(1) $\because$ 在 $Rt\triangle ABE$ 中， $\angle BAE=30^\circ$ ，

$$\therefore BE = \frac{1}{2}AE = \frac{1}{2} \times 80 = 40 \text{ (米)}；$$

(2) $\because$ 在 $Rt\triangle ABE$ 中， $\angle BAE=30^\circ$ ，

$$\therefore \angle AEB = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ，$$

$$\therefore \angle CED = \angle AEB = 60^\circ，$$

$$\therefore \text{在 } Rt\triangle CDE \text{ 中，} DE = \frac{CD}{\sin \angle CED} \approx \frac{34}{1.7} = 20 \text{ (米)}，$$

则 $BD=DE+BE=20+40=60$ (米)。

【点评】 本题考查了解直角三角形，正确理解三角函数的定义，理解边角关系是关键.

24. (8分) (2017•湘潭) 已知反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象过点 A (3, 1).

(1) 求反比例函数的解析式;

(2) 若一次函数 $y=ax+6$ ($a\neq 0$) 的图象与反比例函数的图象只有一个交点, 求一次函数的解析式.

【考点】 G8: 反比例函数与一次函数的交点问题.

【分析】 (1) 把 A (3, 1) $y=\frac{k}{x}$ 即可得到结论;

(2) 解 $\begin{cases} y = \frac{3}{x} \\ y = ax + 6 \end{cases}$ 得 $ax^2+6x-3=0$, 根据题意得到 $\Delta=36+12a=0$, 解方程即可得到结论.

【解答】 解: (1) $\because$ 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象过点 A (3, 1),

$\therefore k=3$,

$\therefore$ 反比例函数的解析式为: $y=\frac{3}{x}$;

(2) 解 $\begin{cases} y = \frac{3}{x} \\ y = ax + 6 \end{cases}$ 得 $ax^2+6x-3=0$,

$\because$ 一次函数 $y=ax+6$ ($a\neq 0$) 的图象与反比例函数的图象只有一个交点,

$\therefore \Delta=36+12a=0$,

$\therefore a=-3$,

$\therefore$ 一次函数的解析式为 $y=-3x+6$.

【点评】 本题考查了一次函数与反比例函数的交点问题, 待定系数法求函数的解析式, 一元二次方程根的判别式, 正确的理解题意是解题的关键.

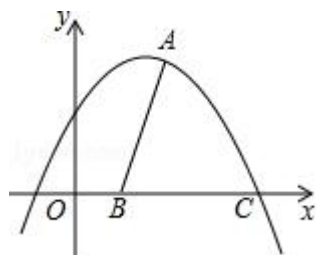
25. (10分) (2017•湘潭) 已知抛物线的解析式为 $y=-\frac{1}{20}x^2+bx+5$.

(1) 当自变量 $x\geq 2$ 时, 函数值 y 随 x 的增大而减少, 求 b 的取值范围;

(2) 如图, 若抛物线的图象经过点 A (2, 5), 与 x 轴交于点 C, 抛物线的对称轴与 x 轴交于 B.

①求抛物线的解析式;

②在抛物线上是否存在点 P, 使得 $\angle PAB=\angle ABC$? 若存在, 求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



【考点】 HF: 二次函数综合题.

【分析】(1) 由题意可知：对称轴只需要小于或等于 2 即可，从而可求出 b 的范围；

(2) ①将 A 代入抛物线解析式即可求出 b 的值.

②由于 $\angle PAB = \angle ABC$ ，且 P 在抛物线上，故需要对 P 的位置进行分类讨论即可.

【解答】解：(1) 抛物线的对称轴为： $x = 10b$,

由题意可知： $x \geq 2$ 时，函数值 y 随 x 的增大而减少，

$$\therefore 10b \leq 2,$$

$$\therefore b \leq \frac{1}{5};$$

(2) ①将 A (2, 5) 代入抛物线的解析式中，

$$\therefore 5 = -\frac{1}{20} \times 4 + 2b + 5,$$

$$\therefore b = \frac{1}{10},$$

$$\therefore \text{抛物线的解析式为: } y = -\frac{1}{20}x^2 + \frac{1}{10}x + 5,$$

②由于 $\angle PAB = \angle ABC$,

当 P 在对称轴的左侧时，

此时 $\angle PAB = \angle ABC$,

$$\therefore PA \parallel BC,$$

$\therefore$ P 的纵坐标与 A 的纵坐标相同，

$$\therefore P (0, 5),$$

当 P 在对称轴的右侧时，

连接 AP 并延长交 x 轴于 E，

此时 $\angle PAB = \angle ABC$

$$\therefore AE = BE,$$

过点 A 作 $AG \perp x$ 轴于点 G，过点 P 作 $PH \perp x$ 轴于点 H，过点 E 作 $EF \perp AB$ 于点 F，

$$\therefore B (1, 0), A (2, 5),$$

$$\therefore AG = 5, BG = 1,$$

$$\therefore \text{由勾股定理可知: } AB = \sqrt{26},$$

$$\therefore AE = BE, EF \perp AB,$$

$$\therefore BF = \frac{1}{2}AB = \frac{\sqrt{26}}{2},$$

$$\therefore \cos \angle ABC = \frac{BG}{AB} = \frac{\sqrt{26}}{26},$$

$$\therefore \cos \angle ABC = \frac{BF}{BE} = \frac{\sqrt{26}}{26},$$

$$\therefore BE = 13,$$

$$\therefore GE = BE - BG = 12,$$

$$\therefore \tan \angle PEG = \frac{AG}{GE} = \frac{5}{12},$$

$$\text{设 } P (x, -\frac{1}{20}x^2 + \frac{1}{10}x + 5),$$

$$\therefore E (14, 0),$$

$$\therefore HE = 14 - x, PH = -\frac{1}{20}x^2 + \frac{1}{10}x + 5,$$

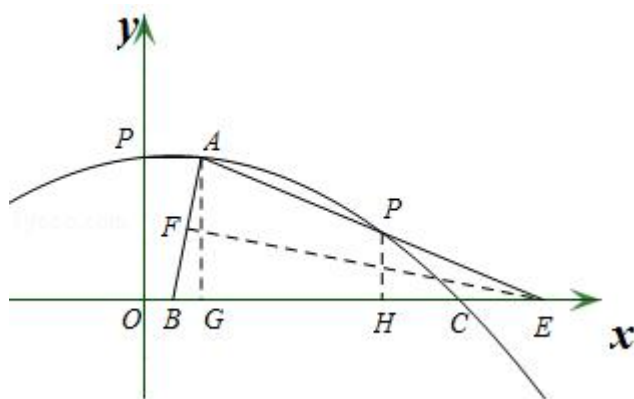
$$\therefore \tan \angle PEG = \frac{PH}{HE} = \frac{5}{12},$$

$$\text{即 } \frac{-\frac{1}{20}x^2 + \frac{1}{10}x + 5}{14-x} = \frac{5}{12},$$

解得: $x=2$ (舍去) 或 $x=\frac{25}{3}$,

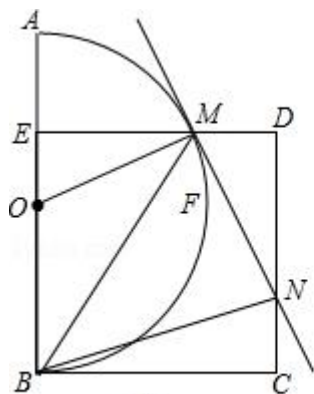
$$\therefore P\left(\frac{25}{3}, \frac{85}{36}\right)$$

综上所述, $P(0, 5)$ 或 $P\left(\frac{25}{3}, \frac{85}{36}\right)$

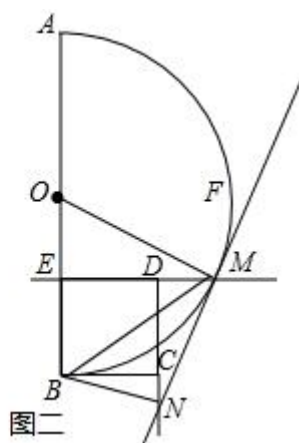


【点评】 本题考查二次函数的综合问题, 涉及勾股定理, 二次函数的性质, 等腰三角形的性质, 锐角三角函数等知识, 综合程度较高, 需要学生灵活运用所学知识.

26. (10分) (2017•湘潭) 如图, 动点 M 在以 O 为圆心, AB 为直径的半圆弧上运动 (点 M 不与点 A 、 B 及 $\widehat{AB}$ 的中点 F 重合), 连接 OM . 过点 M 作 $ME \perp AB$ 于点 E , 以 BE 为边在半圆同侧作正方形 $BCDE$, 过点 M 作 $\odot O$ 的切线交射线 DC 于点 N , 连接 BM 、 BN .



图一



图二

(1) 探究: 如图一, 当动点 M 在 $\widehat{AF}$ 上运动时;

①判断 $\triangle OEM \sim \triangle MDN$ 是否成立? 请说明理由;

②设 $\frac{ME+NC}{MN} = k$, k 是否为定值? 若是, 求出该定值, 若不是, 请说明理由;

③设 $\angle MBN = \alpha$, α 是否为定值? 若是, 求出该定值, 若不是, 请说明理由;

(2) 拓展: 如图二, 当动点 M 在 $\widehat{FB}$ 上运动时;

分别判断 (1) 中的三个结论是否保持不变? 如有变化, 请直接写出正确的结论. (均不必说明理由)

【考点】MR: 圆的综合题.

【分析】(1) ①由正方形的性质得出 $BE=BC$, $\angle EBC=\angle CDE=\angle BCD=\angle BED=90^\circ$, 由切线的性质和直角三角形的性质证出 $\angle EOM=\angle DMN$, 即可得出 $\triangle OEM\sim\triangle MDN$;

②作 $BG\perp MN$ 于 G, 则 $BG\parallel OM$, $\angle BGN=\angle BGM=90^\circ$, 由平行线的性质和等腰三角形的性质得出 $\angle OBM=\angle GBM$, 由 AAS 证明 $\triangle BME\cong\triangle BMG$, 得出 $EM=GM$, $BE=BG$, 证出 $BG=BC$, 由 HL 证明 $\text{Rt}\triangle BGN\cong\text{Rt}\triangle BCN$, 得出 $GN=CN$, 证出 $EM+NC=GM+NC=MN$, 即可得出结论;

③由全等三角形的性质得出 $\angle EBM=\angle GBM$, $\angle GBN=\angle CBN$, 求出 $\angle MBN=\frac{1}{2}\angle EBC=45^\circ$ 即可;

(2) (1) 中的三个结论保持不变; 解法同 (1).

【解答】解: (1) ① $\triangle OEM\sim\triangle MDN$ 成立, 理由如下:

$\because$ 四边形 BCDE 是正方形,

$\therefore BE=BC$, $\angle EBC=\angle CDE=\angle BCD=\angle BED=90^\circ$,

$\therefore \angle EOM+\angle EMO=90^\circ$,

$\because MN$ 是 $\odot O$ 的切线,

$\therefore MN\perp OM$,

$\therefore \angle OMN=90^\circ$,

$\therefore \angle DMN+\angle EMO=90^\circ$,

$\therefore \angle EOM=\angle DMN$,

$\therefore \triangle OEM\sim\triangle MDN$;

② k 值为定值 1; 理由如下:

作 $BG\perp MN$ 于 G, 如图一所示:

则 $BG\parallel OM$, $\angle BGN=\angle BGM=90^\circ$,

$\therefore \angle OMB=\angle GBM$,

$\because OB=OM$,

$\therefore \angle OBM=\angle OMB$,

$\therefore \angle OBM=\angle GBM$,

$$\angle OBM = \angle GBM$$

在 $\triangle BME$ 和 $\triangle BMG$ 中, $\begin{cases} \angle BED = \angle BGM = 90^\circ \\ BM = BM \end{cases}$,

$$BM = BM$$

$\therefore \triangle BME\cong\triangle BMG$ (AAS),

$\therefore EM=GM$, $BE=BG$,

$\therefore BG=BC$,

在 $\text{Rt}\triangle BGN$ 和 $\text{Rt}\triangle BCN$ 中, $\begin{cases} BN = BN \\ BG = BC \end{cases}$,

$\therefore \text{Rt}\triangle BGN\cong\text{Rt}\triangle BCN$ (HL),

$\therefore GN=CN$,

$\therefore EM+NC=GM+NC=MN$,

$$\therefore k=\frac{ME+NC}{MN}=\frac{MN}{MN}=1;$$

③设 $\angle MBN=\alpha$ ， α 为定值 45° ；理由如下：

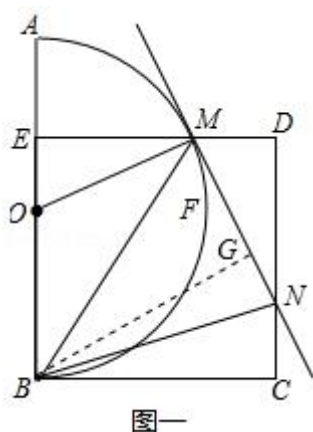
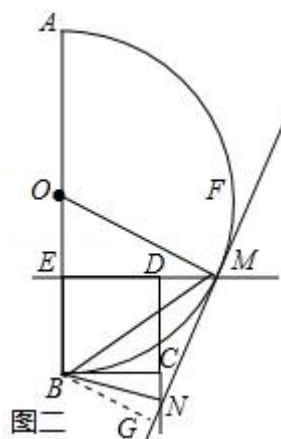
$\because \triangle BME \cong \triangle BMG$ ， $\text{Rt} \triangle BGN \cong \text{Rt} \triangle BCN$ ，

$\therefore \angle EBM = \angle GBM$ ， $\angle GBN = \angle CBN$ ，

$\therefore \angle MBN = \frac{1}{2} \angle EBC = 45^\circ$ ，

即 $\alpha = 45^\circ$ ；

(2) (1) 中的三个结论保持不变；理由同 (1)，作 $BG \perp MN$ 于 G ，如图二所示.



【点评】 本题是圆的综合题目，考查了正方形的性质、切线的性质、全等三角形的判定与性质、直角三角形的性质等知识；本题综合性强，有一定难度，证明三角形全等是解决问题的关键.